

TRABAJO DE DIVULGACIÓN

MEDIDA DE LA BIRREFRINGENCIA ÓPTICA EN LAS FIBRAS TEXTILES. PARTE 1. DEMOSTRACIÓN TEÓRICA

M. Aldaba*, J. Antó**, D. Cayuela*** y C. Morales****

0. 1. Resumen

En este trabajo se desarrollan los aspectos teóricos de la medida de la birrefringencia en cuerpos anisotrópicos por el método de Nikitin-Berek. También se desarrolla su aplicación específica a medidas de la birrefringencia en las fibras textiles en un microscopio de polarización con la ayuda de un compensador Berek.

La importancia de la puesta a punto de esta técnica está relacionada con la medida indirecta de la orientación de las fibras a partir de valores de birrefringencia de manera que, cuanto mayor es la birrefringencia, mayor es la orientación de las macromoléculas en la dirección del eje de la fibra.

Palabras clave: birrefringencia, compensador Berek, fibra textil.

0.2. Summary: MEASURING OPTICAL BIREFRINGENCE IN TEXTILE FIBRES. PART 1. THEORETICAL DEMONSTRATION

This work sets out to examine the theoretical aspects of measuring birefringence in anisotropic bodies using the Nikitin-Berek method. This method is also used to develop a specific application for measuring birefringence in textile fibres under a polarizing microscope with the help of a Berek compensator.

The importance of fine-tuning this technique is related to the indirect measurement of fibre direction based on birefringence values in such a way that the higher the birefringence, the higher the orientation of the macromolecules in the direction of the fibre's axis.

Key words: birefringence, Berek compensator, textile fibre.

0.3. Résumé: MESURE DE LA BIRÉFRINGENCE OPTIQUE DES FIBRES TEXTILES. 1^{RE} PARTIE: DÉMONSTRATION THÉORIQUE

Les travaux ont consisté à développer les aspects théoriques de la mesure de la biréfringence pour des corps anisotropiques selon la méthode de Nikitin-Berek. L'application spécifique aux mesures de la biréfringence des fibres textiles est également développée avec un microscope polarisant équipé d'un compensateur Berek.

L'importance de la mise au point de cette technique est liée à la mesure indirecte de l'orientation des fibres à partir de valeurs de biréfringence de sorte que plus la biréfringence est importante, plus l'orientation des macromolécules dans l'axe de la fibre l'est aussi.

Mots clés: biréfringence, compensateur Berek, fibre textile.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Definición

El método se basa en que las mayores diferencias en las propiedades físicas de las fibras se encuentran entre los valores a lo largo de la dirección del eje y el valor en la dirección perpendicular a la anterior. Es por ello que los microcristalitos se orientan preferentemente con sus ejes paralelos al eje de la fibra, sus otros ejes tienen una orientación aleatoria alrededor del primero.

La anisotropía de una fibra se expresa de varias maneras, por ejemplo en la distinta capacidad de hincharse en las dos direcciones, en diferentes propiedades ópticas; birrefringencia, distinta absorción de la luz, dicroísmo, dependiendo de si la luz vibra a lo largo del eje de la fibra o

* Mikel Aldaba, Lic. Optometría y Ciencias de la Visión (Universidade do Minho). Doctorando Ingeniería Óptica (U.P.C.)

** Dr. Joan Antó Roca, Profesor Titular de Escuela Universitaria. "Escola d'Òptica i Optometria" y Laboratorio de sistemas y Procesos Textiles del INTEXTER (U.P.C.)

*** Dra. en Ciencias Químicas, Diana Cayuela Marín. Investigadora de la Universidad Politécnica de Catalunya. Jefa del Laboratorio de Polímeros Textiles del INTEXTER (U.P.C.)

**** Cristina Morales, Ingeniera Industrial. Becaria del Laboratorio de Polímeros Textiles, INTEXTER (U.P.C.)

perpendicularmente a él.

La interacción entre los electrones del medio y la luz supone un cambio en la velocidad de transmisión. Los electrones se comportan como resonadores, y cuando están distribuidos aleatoriamente en el medio, como en el caso de cuerpos isotrópicos, la luz va a ser transmitida a la misma velocidad en todas direcciones. Si la estructura molecular del medio es tal que la vibración de electrones tiene direcciones preferentes, tal como ocurre en los cuerpos anisotrópicos, la velocidad de la transmisión de la vibración luminosa será diferente en función de la polarización de la luz. Por tanto para una longitud de onda dada, el medio podrá tener más de un índice de refracción. Tales sustancias se llaman birrefringentes o de doble refracción.

Se llama birrefringencia (Δn) a la mayor diferencia entre los índices de refracción ordinario (n_o) y extraordinario (n_e) en un mismo material, lo que se traduce en una diferencia de velocidades de los haces de luz al viajar por el interior de estos materiales.

$$\Delta n = n_e - n_o$$

$$v_e \neq v_o$$

Esta propiedad se da en materiales anisótropos, donde las propiedades físicas como el índice de refracción o el eje de polarización varían con la dirección. Dentro de estos materiales los más sencillos son los uniaxiales, en los que existe una sola dirección, llamada eje óptico, y serán los aquí se consideren.

Un haz de luz que atraviesa un material birrefringente se puede considerar dividido en un haz ordinario, polarizado en una dirección perpendicular al eje óptico, y en uno extraordinario, polarizado paralelamente al eje óptico, debido a la diferente velocidad a la que viajan dentro del material y, por consiguiente, se produce una diferencia de fase entre ellos (Γ). Esta diferencia de fase depende del espesor del material (ϕ) y de la birrefringencia.

Los polímeros poseen esta propiedad, y la birrefringencia es característica de cada material, lo que permite identificarlos.

Cuando la luz atraviesa una fibra, se crea una diferencia de fase que depende del diámetro de la fibra y de su birrefringencia. Conocidos el diámetro de la fibra y la diferencia de fase, se puede determinar su birrefringencia y en consecuencia el polímero formador de la fibra. El diámetro de la fibra se mide por micrometría en el microscopio, y la diferencia de fase se puede calcular a partir de medidas realizadas con un compensador de Berek.

1.2. Compensador de Berek

El compensador de Berek es básicamente un cristal uniaxial, que permite regular la diferencia de fase entre el rayo ordinario y el extraordinario mediante un giro alrededor de su eje horizontal (perpendicular al eje óptico del microscopio), según se representa en la Fig. 1²⁾.

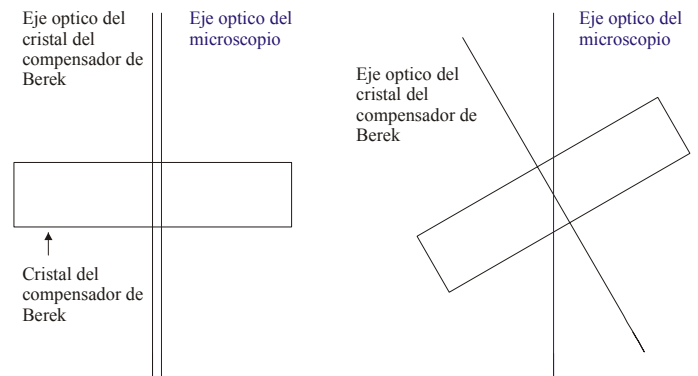


FIGURA 1: Diagrama de un compensador de Berek

Las velocidades de los rayos ordinario y extraordinario en los materiales uniaxiales se suelen representar por esferas³⁾ i/o elipses. Imaginemos un punto luminoso en el centro de un cristal uniaxial (Fig. 2). El círculo interior representa la velocidad del rayo ordinario, que es constante en todas las direcciones; en cambio la velocidad del rayo extraordinario, representada por la elipse exterior, depende de la dirección.

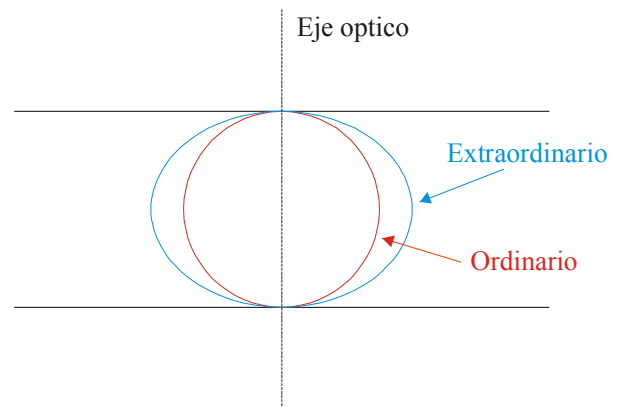


FIGURA 2: Representación mediante esferas de las velocidades de los rayos ordinario y extraordinario en los cristales uniaxiales

Cuando el rayo incidente es paralelo al eje óptico (Fig. 3 izq.) no hay diferencias de velocidad entre el rayo ordinario y el extraordinario. En cambio, cuando la incidencia es oblicua respecto al eje óptico (Fig. 3. der.) existe una diferencia de velocidades entre el rayo ordinario y el extraordinario, y en consecuencia, una diferencia de fase.

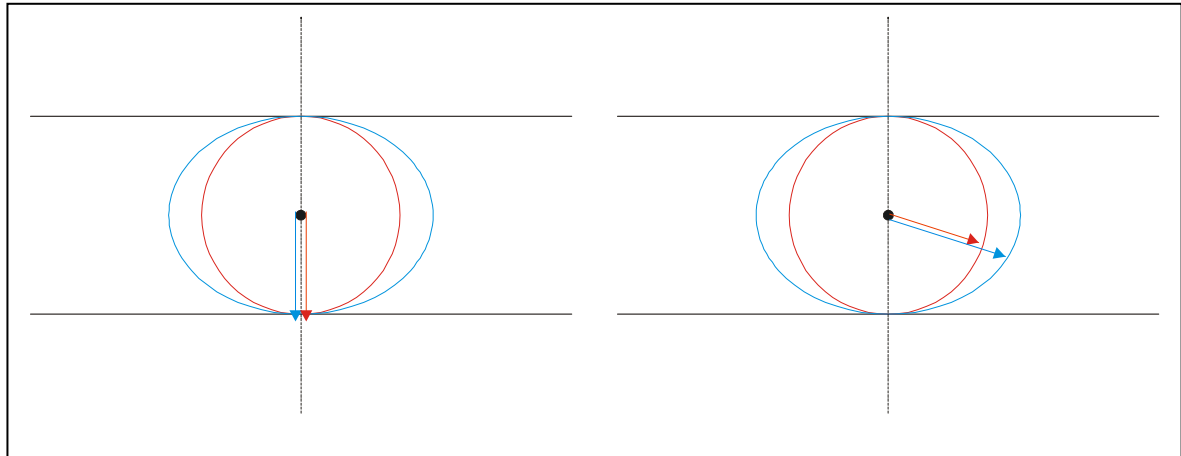


FIGURA 3: Diferencia de velocidades entre el rayo ordinario y el extraordinario dependiendo de la incidencia del haz de luz. Izquierda: rayo incidente paralelo al eje óptico. Derecha: incidencia oblicua respecto al eje óptico.

El compensador de Berek permite introducir retardos de fase variando el ángulo de incidencia del rayo incidente, girando la plaquita interna mediante una ruleta externa. En la posición de ángulo 0° , el eje óptico del cristal del compensador de Berek, es paralelo al eje óptico del microscopio, lo que equivaldría a la situación vista en la figura 2 izquierda, es decir, no se introduce diferencia de fase ninguna. En cambio, cuando es preciso introducir una diferencia de fase, estamos en una situación como la de la figura 2 derecha.

1.3. Determinación de la ecuación de Nikitin-Berek

La relación entre la diferencia de fase y el ángulo de inclinación viene dado por la ecuación de Nikitin-Berek

$$\Gamma_\lambda = d \cdot n_o \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_o^2}} \right)$$

donde:

- Γ = diferencia de fase en metros
- d = espesor del cristal del compensador de Berek en metros
- n_o = índice ordinario del cristal del compensador de Berek
- n_e = índice extraordinario del cristal del compensador de Berek
- α = ángulo de incidencia en grados

A continuación se desarrolla la demostración de la fórmula Nikitin-Berek.

Supongamos que el cristal del compensador de Berek se ha inclinado un cierto ángulo α respecto al eje óptico del microscopio (Fig. 4). La parte fundamental del compensador de Berek es una lámina de fluoruro de magnesio (MgF_2), donde el índice de refracción ordinario es menor que el

extraordinario. Cuando el rayo incide inclinado en la superficie del cristal se divide en dos rayos, el ordinario y el extraordinario, cada uno con un ángulo de refracción diferente (α'_o y α'_e , respectivamente), de manera que tanto el recorrido como el índice de refracción son diferentes.

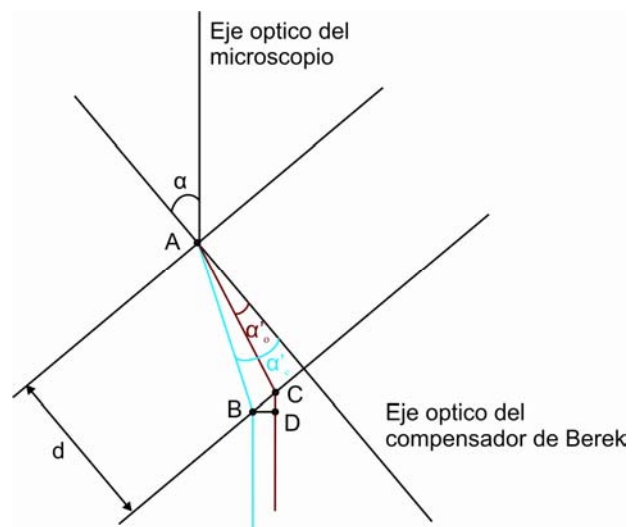


FIGURA 4: Incidencia del rayo inclinado en la superficie del cristal y su división en dos rayos, el ordinario y el extraordinario.

Se calcula la diferencia de fase a la salida del rayo ordinario del cristal (punto B de la figura 4), como la diferencia de caminos recorridos por el rayo ordinario y el extraordinario ⁵⁾:

$$(Ec. 1) \quad \Gamma = (AC \cdot n' + CD \cdot n) - AB \cdot n'$$

donde:

Γ = diferencia de fase.
 n = índice de refracción del primer medio, aire; $n=1$.
 n' = índice de refracción ordinario (n_o) en el cristal inclinado.
 n'' = índice de refracción del rayo extraordinario en el cristal inclinado

De la figura se deduce que:

$$(Ec. 2) \quad AB = \frac{d}{\cos \alpha'_o}$$

$$(Ec. 3) \quad AC = \frac{d}{\cos \alpha'_e}$$

$$(Ec. 4) \quad CD = BC \cdot \sin \alpha = d \cdot \sin \alpha \cdot (\tan \alpha'_o - \tan \alpha'_e)$$

Sustituyendo 2, 3 y 4 en la ecuación 1, obtenemos:

$$(Ec. 5) \quad \Gamma = \left(\frac{d \cdot n''}{\cos \alpha'_e} + d \cdot \sin \alpha \cdot (\tan \alpha'_o - \tan \alpha'_e) \right) - \frac{d \cdot n'}{\cos \alpha'_o}$$

(Ec. 6)

$$\Gamma = d \cdot \left(\left(\frac{n''}{\cos \alpha'_e} + \sin \alpha \cdot (\tan \alpha'_o - \tan \alpha'_e) \right) - \frac{n'}{\cos \alpha'_o} \right)$$

(Ec. 7)

$$\Gamma = d \cdot \left(\frac{n''}{\cos \alpha'_e} + \sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha'_o}{\cos \alpha'_o} - \sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha'_e}{\cos \alpha'_e} - \frac{n'}{\cos \alpha'_o} \right)$$

(Ec. 8)

$$\Gamma = d \cdot \left(\frac{n'' - \sin \alpha \cdot \sin \alpha'_e}{\cos \alpha'_e} - \frac{n' - \sin \alpha \cdot \sin \alpha'_o}{\cos \alpha'_o} \right)$$

Según la ley de Snell, si el primer medio es aire, $n=1$:

$$(Ec. 9) \quad \sin \alpha = n' \sin \alpha'_o \Rightarrow \sin \alpha'_o = \frac{\sin \alpha}{n'}$$

$$(Ec. 10) \quad \sin \alpha = n'' \sin \alpha'_e \Rightarrow \sin \alpha'_e = \frac{\sin \alpha}{n''}$$

Sustituyendo 9 y 10 en la ecuación 8,

(Ec. 11)

$$\Gamma = d \cdot \left(\frac{n'' - \sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{n''}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n''^2}}} - \frac{n' - \sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{n'}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n'^2}}} \right)$$

$$(Ec. 12) \quad \Gamma = d \cdot \left(\frac{n'' - \frac{\sin^2 \alpha}{n''}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n''^2}}} - \frac{n' - \frac{\sin^2 \alpha}{n'}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n'^2}}} \right)$$

$$(Ec. 13) \quad \Gamma = d \cdot \left(\frac{n'' \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n''^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n''^2}}} - \frac{n' \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n'^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n'^2}}} \right)$$

(Ec. 14)

$$\Gamma = d \cdot n'' \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n''^2}} - n' \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n'^2}} \right)$$

$$(Ec. 15) \quad \Gamma = d \cdot \left(\sqrt{n''^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n'^2 - \sin^2 \alpha} \right)$$

Como se demuestra en el apartado 1.4, en los cristales uniáxicos se cumple que:

$$(Ec. 16) \quad n'^2 = n_o^2$$

$$(Ec. 17) \quad n''^2 = n_o^2 + \left(1 - \frac{n_o^2}{n_e^2} \right) \cdot \sin^2 \alpha$$

Sustituyendo 16 y 17 en la ecuación 15, se obtiene:

(Ec. 18)

$$\Gamma = d \cdot \left(\sqrt{\left(n_o^2 + \left(1 - \frac{n_o^2}{n_e^2} \right) \cdot \sin^2 \alpha \right) - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \alpha} \right)$$

(Ec. 19)

$$\Gamma = d \cdot \left(\sqrt{n_o^2 - \frac{n_o^2}{n_e^2} \cdot \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \alpha} \right)$$

(Ec. 20)

$$\Gamma = d \cdot \left(n_o \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2}} - n_o \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_o^2}} \right)$$

Y finalmente,

(Ec. 21)

$$\Gamma = d \cdot n_o \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_o^2}} \right)$$

que corresponde a la ecuación de Nikitin-Berek.

1.4. Índice de refracción del rayo extraordinario debido a la inclinación en función de n_e y n_o

A partir del elipsoide de Cauchy, que globaliza el comportamiento de la luz en los medios dieléctricos anisótropos (3,5), se obtiene la ecuación:

(Ec. 22)

$$s_x^2(v_p^2 - v_y^2)(v_p^2 - v_z^2) + s_y^2(v_p^2 - v_z^2)(v_p^2 - v_x^2) + s_z^2(v_p^2 - v_x^2)(v_p^2 - v_y^2) = 0$$

donde: v_p es la velocidad de fase.

v_x, v_y, v_z son las velocidades principales de propagación.

s_x, s_y, s_z son los componentes unitarios del vector propagación.

En un cristal uniáxico, con eje óptico en z:

$$v_x = v_y = v_o$$

$$v_z = v_e$$

y podemos describir la ecuación 23:

(Ec. 23)

$$(v_p^2 - v_o^2)(s_x^2 + s_y^2)(v_p^2 - v_e^2) + s_z^2(v_p^2 - v_o^2) = 0$$

Siendo β , el ángulo de s respecto al eje z:

$$(Ec. 24) (s_x^2 + s_y^2) = \sin^2 \beta$$

$$(Ec. 25) s_z^2 = \cos^2 \beta$$

(Ec. 26)

$$(v_p^2 - v_o^2)(v_p^2 - v_e^2) \sin^2 \beta + (v_p^2 - v_o^2) \cos^2 \beta = 0$$

$$(Ec. 27) v_p^2 = v_o^2$$

$$(Ec. 28) v_p^2 = v_o^2 \cos^2 \beta + v_e^2 \sin^2 \beta$$

que nos da los índices de refracción

$$(Ec. 29) n^2 = n_o^2$$

$$(Ec. 30) \frac{1}{n^2} = \frac{\cos^2 \beta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \beta}{n_e^2}$$

En nuestro caso donde $\beta = \alpha'$

$$(Ec. 31) \frac{1}{n'^2} = \frac{\cos^2 \alpha'}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \alpha'}{n_e^2}$$

$$(Ec. 32) \frac{1}{n'^2} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n'^2}}{n_o^2} + \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{n'^2}}{n_e^2}$$

(Ec. 33)

$$n'^2 \cdot \frac{1}{n'^2} = n'^2 \cdot \left(\frac{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n'^2}}{n_o^2} + \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{n'^2}}{n_e^2} \right)$$

$$(Ec. 34) 1 = \frac{n'^2 - \sin^2 \alpha}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2}$$

$$(Ec. 35) 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2} = \frac{n'^2 - \sin^2 \alpha}{n_o^2}$$

$$(Ec. 36) n_o^2 - \frac{n_o^2}{n_e^2} \cdot \sin^2 \alpha = n'^2 - \sin^2 \alpha$$

$$(Ec. 37) n'^2 = n_o^2 + \left(1 + \frac{n_o^2}{n_e^2} \right) \cdot \sin^2 \alpha$$

que justifica la ecuación 17 de la demostración principal.

1.5. Funcionamiento global del sistema

Un haz de luz sin polarizar pasa por un polarizador lineal e incide sobre la fibra orientada con su eje a 45° del eje de polarización. Cuando este haz atraviesa la fibra, se produce una diferencia de fase entre los componentes rápido y lento del haz que tienen después de atravesar la fibra polarizaciones cruzadas. A continuación se sitúa el compensador de Berek, orientado de manera que neutralice el desfase producido por la fibra. Por último, un analizador cruzado con el polarizador inicial vuelve a polarizar linealmente la luz. Las zonas de la fibra donde no hay diferencia de fase se comportan como si no hubiera objeto alguno, es decir como si sólo se vieran afectadas por el polarizador y el analizador cruzados y, por tanto, se verán negros u oscuros.

Cuando se coloca el compensador de Berek, puede suceder que el eje rápido de la fibra y el compensador coincidan, de manera que en vez de reducirse la diferencia de fase, se incrementa. En este caso, se gira el compensador o el plato de la fibra 90°, de manera que el eje lento de la fibra

coincida con el eje rápido del compensador Berek.

En la figura 5 se ha representado la velocidad de la luz en cada parte del microscopio, donde las flechas indican la velocidad de los rayos. En la fuente de luz la velocidad es igual en todos los ejes mientras que en el polarizador sólo hay una velocidad que corresponde a la del plano de polarización. En la fibra la luz se divide entre la que vibra en el plano rápido y la que lo hace en el plano lento. En el compensador de Berek las velocidades de los haces en las direcciones de los planos extraordinario y ordinario igualan las velocidades de los haces rápido y lento procedentes de la fibra, de manera que al llegar al analizador existe una única velocidad.

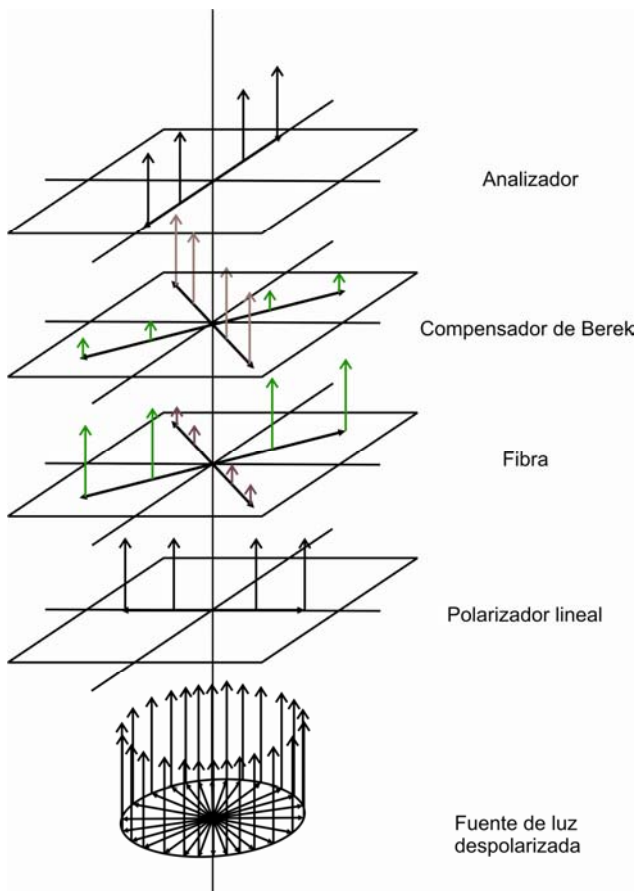


FIGURA 5: Velocidad de la luz en cada parte del microscopio. Las flechas indican la velocidad de los rayos

2. USO DEL COMPENSADOR BEREK PARA LA MEDIDA DE BIRREFRINGENCIA DE FIBRAS

Experimentalmente, para la determinación de la birrefringencia de las fibras se debe optimizar el proceso de manipulación de las muestras (método que se desarrolla en la segunda parte de este trabajo) de manera que cuando el centro de la fibra sea negra, el retardo total del sistema será 0, es

decir, en estas condiciones el retardo de la fibra equivale al del compensador de Berek, de manera que se puede calcular la birrefringencia de la fibra:

$$\Gamma_{fibra} = \Delta n \cdot \phi$$

donde Δn es la birrefringencia de la fibra y ϕ su diámetro. El retardo del compensador de Berek viene dado por la ecuación de Nikitin-Berek (ec. 21).

(Ec. 38)

$$\Gamma_{Berek} = d \cdot n_o \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_o}} \right)$$

En ese caso:

$$\Gamma_{fibra} = \Gamma_{Berek}$$

Igualando ambas ecuaciones:

(Ec. 39)

$$\Delta n \times \phi = d \cdot n_o \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_o}} \right)$$

De manera que la birrefringencia de la fibra se calculará a partir de la ecuación:

(Ec. 40)

$$\Delta n = \frac{d \cdot n_o \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_o}} \right)}{\phi}$$

Por tanto midiendo el ángulo de giro del compensador, que nos indica el desfase, y del diámetro de la fibra, obtendremos la birrefringencia sustituyendo en la ecuación 40.

3. BIBLIOGRAFÍA

1. W.A. Shurcliff, S.S. Ballard, Luz Polarizada, Editorial Reverté Mexicana (1968).
2. The Berek Polarization Compensator Model 5540 Users Manual, New Focus Inc Publication.
3. J. Casas, Óptica, Zaragoza (1983).
4. D.A. Holmes, Optics of a birefringent plate with applications to ellipsometry, NASA Technical Report, (1965).
5. M. Born y E. Wolf, Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light (7th Edition), Cambridge University Press, (1999).