

# Modelo integrado de descrição geométrica de tabuleiros de pontes

Alcínia Zita Sampaio

Departamento de Engenharia Civil  
Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa  
Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal  
Tel.: 351-1-841 83 28, Fax: 351-1-841 83 44  
e-mail: zita@civil.ist.utl.pt

Alfonso Recuero

Departamento de Ingeniería Estructural  
Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja  
Serrano Galvache, s/n, 28033 Madrid, España  
Tel.: 34-91-302 04 40, Fax: 34-91-07 00  
e-mail: recuero@pinar1.csic.es

## Sumário

A forma de um tabuleiro de pontes é obtida por sobreposição de diversas componentes morfológicas que actuam em simultâneo. A configuração resultante é, pois, normalmente complexa. Num projecto de pontes, este facto reflecte-se numa considerável morosidade na execução de fases relacionadas com a representação do tabuleiro.

Propõe-se um processo descritivo que possibilita a criação de uma base de dados geométrica do tabuleiro. Esta base, constituindo um modelo exacto da forma do tabuleiro, contém a informação necessária à definição automática de distintos modelos geométricos do tabuleiro necessários na elaboração de um projecto. São apresentados os modelos relativos à sua representação através de planos, secções e perspectivas. Demonstra-se ainda como efectuar a transposição da forma real da estrutura para uma malha discretizada, por recurso directo à base descritiva.

A metodologia desenvolvida foi implementada num programa computacional dirigido ao tabuleiro em caixão unicelular, uma das soluções estruturais mais utilizadas. O programa constitui um apoio importante ao projecto nas fases de concepção, análise e execução da documentação gráfica.

## INTEGRATED MODEL FOR GEOMETRICAL DESCRIPTION OF BRIDGE DECKS

## Summary

The bridge deck shape is obtained by the superposition of several morphologic components that act in simultaneous. The resultant configuration is usually complex. Because of that, in a bridge design, the deck shapes processes, namely the definition of deck drawings and deck spatial models, are a great time consuming.

The authors propose a descriptive process that allows the creation of a deck database. This database, forming an exact deck configuration model, contains the information needed to generate, in an automatic way, distinct geometric models usually required in a bridge design. Here are presented models related to deck representation (planes, sections and perspectives). It is also demonstrated how to transpose the real deck configuration to a discretized model, directly using the database.

The developed methodology was implemented in a computer program oriented to box girder deck, one of the most used structural solution. The program is an important support, in the design process, at initial and analysis stages, and also, on graphic documentation elaboration.

## MODELAÇÃO GEOMÉTRICA DO TABULEIRO

Os tabuleiros apoiados em pilares apresentam uma morfologia independente dos apoios. Assim, a sua superfície envolvente pode ser observada como sendo gerada por uma secção transversal que percorre o eixo longitudinal. Nessa trajectória, a configuração da secção transversal é alterada, de ponto para ponto, influenciada por duas componentes longitudinais:

- a evolução morfológica da secção ao longo do tabuleiro, estabelecida pelo projectista de pontes;
- a geometria do traçado da via, concebida para a zona de implantação da ponte.

Este esquema de modelação baseia-se no conceito de construção de modelos por varrimento (*sweep construction*), segundo o qual um elemento, ponto, curva ou superfície, ao percorrer uma trajectória expressa analiticamente, gera respectivamente uma linha, uma superfície ou um objecto<sup>1,2</sup>. Embora, nas aplicações usuais deste procedimento a forma do elemento gerador não seja alterada<sup>1</sup>, num tabuleiro, a configuração e a orientação transversal da secção (o polígono gerador) são modificadas em função da geometria conjunta das duas componentes longitudinais.

Através de métodos descritivos adequados, seleccionados de acordo com as características relevantes de cada uma das componentes geométricas identificadas na configuração do tabuleiro, é possível proceder à descrição de cada uma e criar-se, assim, em cada caso concreto, uma base de dados geométrica (Figura 1). Os dados que constituem a base são os habitualmente usados pelo projectista e, portanto, a utilização do modelo integrado resulta natural.

**Figura 1.** Base de dados geométrica do tabuleiro

Analisado o modo como as diversas componentes se conjugam na definição da forma real do tabuleiro e, utilizando a base de dados como meio de integração, foi possível estabelecer algoritmos de geração de secções transversais do tabuleiro, exactas em forma e em localização e orientação espaciais. Estas secções são a base de execução de modelos geométricos do tabuleiro requeridos num projecto de pontes. É, pois, possível obter de um modo automático: a representação de secções transversais definidas nos próprios planos de suporte; a projecção do tabuleiro em corte longitudinal; um modelo tridimensional, permitindo a visualização prévia da obra a executar, sob qualquer ponto de vista (Figura 2); um modelo geométrico do tabuleiro discretizado em elementos finitos.

A metodologia apresentada foi implementada num programa computacional dirigido ao tabuleiro em caixão unicelular<sup>3,4</sup>. É uma solução estrutural de grande aplicação em pontes de médios a grandes vãos<sup>5</sup> e está associada a configurações normalmente complexas, revelando-se o programa de grande interesse prático.

O programa foi estruturado em três módulos sequenciais correspondentes cada um a uma fase do processo de modelação: criação da base de dados geométrica do tabuleiro, geração

de secções ao longo do tabuleiro e, finalmente, execução automática de diferentes tipos de representação do tabuleiro (Figura 3).

**Figura 2.** Estrutura modular do programa computacional desenvolvido

**Figura 3.** Projecção de modelo tridimensional de uma ponte

Procede-se de seguida à apresentação dos conceitos envolvidos no desenvolvimento de cada um dos módulos.

## **BASE DE DADOS GEOMÉTRICA**

O módulo relativo à criação de bases de dados geométricas de tabuleiros é composto por três sub-módulos. Cada um permite a descrição de uma das componentes morfológicas

identificadas na forma do tabuleiro:

- configuração da secção transversal geradora;
- evolução da variação da altura da secção e das espessuras dos banzos e almas, ao longo do tabuleiro;
- geometria das diferentes componentes do traçado da via (directriz, rasante, sobrelevação e sobrelargura).

Os dados que caracterizam cada uma das componentes são captados para meio informático, estruturados de modo a facilitar a sua reutilização e arquivados em ficheiros independentes.

### Descrição da secção transversal

Como modo de definir a configuração da secção transversal geradora, seleccionou-se um método descritivo baseado na definição de configurações planas através de formas genéricas parametrizadas (*parametrized shapes*<sup>1</sup>). Esta metodologia é adequada à definição de famílias de formas e, portanto, das diferentes soluções de uma dada tipologia de secção. Para o tabuleiro em caixão unicelular admitiu-se a secção genérica apresentada na Figura 4. O esquema foi definido com detalhes suficientes à descrição de uma vasta gama de casos concretos e associado a parâmetros que traduzem o modo de cotar idênticos desenhos.

**Figura 4.** Forma genérica parametrizada da secção transversal em caixão unicelular

Na descrição de uma secção, o conjunto de valores atribuídos aos parâmetros associados ao esquema padrão constitui um modelo geométrico completo e exacto da secção:

$$\{B, b, h, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6 \text{ e } h_7\}$$

A geração de secções ao longo do tabuleiro é efectuada com base no estabelecimento de uma expressão analítica por aresta longitudinal do tabuleiro. De modo a permitir associar uma expressão a cada vértice da secção geradora, houve que admitir um número de vértices constante e uma numeração idêntica para qualquer solução descrita pelo módulo. Assim, foram considerados os 18 vértices (Figura 5) identificados na secção paramétrica (Figura 4).

**Figura 5.** Numeração dos vértices da secção padrão

Descrito um caso concreto, o programa procede à transposição (1) do modelo geométrico da secção, composto pelo conjunto de dimensões, para o formato de uma lista de coordenadas de vértices referida a um sistema de eixos ortogonal local,  $x$  e  $z$  (Figura 5).

$$\begin{aligned} x(1) &= -B/2 & z(1) &= 0 \\ x(2) &= -B/2 & z(2) &= h_1 \\ x(3) &= -B/2 + b_5 & z(3) &= h_1 + h_2 \\ &\dots & &\dots \end{aligned} \tag{1}$$

As coordenadas dos vértices são registadas num ficheiro seguindo a ordem de numeração apresentada na Figura 5 e, portanto, respeitando a topologia dos vértices nos contornos da secção. Este ficheiro da base de dados é reutilizado no processo de geração automática de secções transversais ao longo do tabuleiro.

### Modelação da evolução morfológica longitudinal do tabuleiro

A configuração longitudinal de um tabuleiro é caracterizada por apresentar periodicidade condicionada aos seus tramos, sendo os centrais normalmente simétricos e os laterais compostos por dois tipos de variação. Como metodologia descritiva da morfologia longitudinal de um tabuleiro admitiu-se efectuar, primeiro, a subdivisão dos seus tramos em dois segmentos complementares e proceder, de seguida, à caracterização da evolução morfológica apresentada por cada um (Figura 6).

**Figura 6.** Tabuleiro seccionado em segmentos de morfologia regular

Quando da concepção da forma longitudinal de um tabuleiro em caixão, o projectista estabelece as leis analíticas relativas à alteração da altura da secção e das espessuras dos banzos (superior e inferior) e das almas, ao longo de toda a extensão do tabuleiro. Como modos de variação da altura do tabuleiro consideraram-se:

- constante e variação linear ou parabólica;

e para a evolução da espessura dos banzos e almas admitiram-se apenas:

- constante e incremento linear.

O procedimento implementado no programa, relativo à caracterização das quatro sub-componentes morfológicas, consiste na definição de esquemas genéricos parametrizados (por modo de variação considerado), representativos de segmentos de tramo. Na Figura 7 apresenta-se a forma genérica estabelecida para a variação parabólica da altura do tabuleiro.

**Figura 7.** Esquema padrão relativo à variação parabólica da altura do tabuleiro

Os parâmetros associados ao esquema caracterizam, de um modo directo e completo, aquele modo de variação e são suficientes à definição geométrica da trajectória percorrida por cada um dos vértices da secção geradora ao varrer a totalidade do segmento.

Para cada uma das sub-componentes e por segmento de partição do tabuleiro é classificado o modo apresentado e atribuídos os valores adequados aos parâmetros associados aos esquemas genéricos correspondentes. Os dados indicados são estruturados e registados num ficheiro, organizados por segmento e por sub-componente.

### **Caracterização do traçado da via**

Finalmente, é descrita a geometria do traçado da via projectada para a zona de implantação da ponte. Na caracterização das sub-componentes do traçado: directriz, rasante, sobreelevação e sobrelargura, são utilizados os parâmetros geométricos e os dados determinantes normalmente associados a este tipo de informação, a qual vem incluída na documentação do programa preliminar fornecido ao projectista de pontes.

Os dados descritivos são estruturados por intervalos de geometria regular (uma clotóide, um trainel ...) e arquivados em ficheiros independentes por sub-componente. Estes ficheiros completam a base de dados geométrica do tabuleiro.

## **GERAÇÃO DE SECÇÕES TRANSVERSAIS**

A secção geradora (definida por uma lista de 18 vértices) ao percorrer, segmento a segmento, a totalidade da extensão do tabuleiro, varia a sua forma, posição e orientação de acordo com os dados geométricos, incluídos nos ficheiros da base geométrica criada.

O módulo, relativo à geração de secções, efectua a definição exacta de configurações transversais de tabuleiros em duas etapas sequenciais:

- numa primeira fase são determinadas secções em função, unicamente, das leis analíticas estabelecidas para a evolução morfológica da altura e dos elementos laminares da secção ao longo do tabuleiro, admitindo portanto que este é recto e horizontal;
- posteriormente, cada secção é adaptada à geometria exigida pelas diferentes sub-componentes do traçado da via, por aplicação de transformações geométricas sobre as listas de coordenadas das secções.

### **Definição de secções em função da evolução longitudinal do tabuleiro**

A configuração de uma dada secção, incluída num segmento, é determinada através das expressões analíticas que definem as trajectórias percorridas por cada um dos vértices da secção geradora ao longo do segmento. A trajectória definida por um vértice resulta, no entanto, da influência das diferentes sub-componentes (evolução da altura da secção e das espessuras dos dois banzos e almas) que actuam em simultâneo sobre o tramo. Contudo, a trajectória final pode ser obtida pela sobreposição geométrica de trajectórias parciais definidas admitindo que cada uma das sub-componentes actua de um modo independente. As expressões analíticas das trajectórias parciais são deduzidas em função dos parâmetros associados aos respectivos esquemas genéricos e, em cada caso, concretizadas com os dados seleccionados na base geométrica criada.

Admita-se, por exemplo, a definição da configuração de uma secção S incluída no segmento de um tabuleiro submetido simultaneamente a variação parabólica da altura da secção (Figura 8) e a variação da espessura do banzo inferior (Figura 9). Para os vértices da secção geradora,  $S_0$ , envolvidos em cada tipo de variação, são determinados incrementos de coordenadas nas respectivas rotinas de cálculo e posteriormente adicionados à lista de coordenadas dos vértices da secção inicial.

Assim, para os vértices do banzo inferior da secção (vértices 4, 5, 12 a 15, Figura 5), são calculados os incrementos  $\Delta x_1()$  e  $\Delta z_1()$  devidos unicamente à variação da altura da secção.

**Figura 8.** Incrementos de coordenadas devidas à variação da altura da secção

Em relação aos vértices internos (12 a 15, Figura 5) são ainda determinados os incrementos  $\Delta x_2()$  e  $\Delta z_2()$  devidos ao aumento da espessura do banzo inferior (Figura 9).

**Figura 9.** Incrementos de coordenadas devidas à variação da espessura do banzo inferior

A lista de coordenadas  $x()$  e  $z()$  dos vértices da secção  $S$  é, então, obtida adicionando às coordenadas  $x_0()$  e  $z_0()$  da secção geradora  $S_0$  os incrementos calculados:  
para  $i = 1$  a 18

$$\begin{aligned}x(i) &= x_0(i) + \Delta x_1(i) + \Delta x_2(i) \\z(i) &= z_0(i) + \Delta z_1(i) + \Delta z_2(i)\end{aligned}\tag{2}$$

Nestas expressões, os incrementos  $\Delta x_k()$  e  $\Delta z_k()$  dos vértices que não foram afectados por alguma destas variações, são nulos. A lista de coordenadas calculada é arquivada e reutilizada na adaptação da secção ao traçado da via.

### Adaptação de secções à geometria da via de comunicação

Por recurso directo aos dados da base geométrica, o módulo procede à determinação das características geométricas das distintas sub-componentes do traçado, no ponto quilométrico que localiza dada secção na via.

Atendendo a que a sobreelevação afecta toda a superfície de rodagem, em primeiro lugar, é imposta à secção a sobrelargura, incorporando-se de seguida a inclinação transversal, por rotação da secção em torno da linha da directriz (eixo do tabuleiro). Posteriormente a secção é localizada e orientada no espaço tridimensional de acordo com a geometria da directriz e da rasante exigidas para a secção.

A sobrelargura (SL) é incorporada aumentando a extensão de uma (Figura 10) ou de ambas as consolas da secção inicial:

para  $i = 1$  e 2

$$\begin{aligned}x(i) &= x_0(i) + \text{SL} \\z(i) &= z_0(i)\end{aligned}\tag{3}$$

**Figura 10.** Incremento da extensão da consola por incorporação da sobrelargura

De seguida, a secção é adaptada à sobrelevação (SE) submetendo-a a uma rotação como corpo rígido (Figura 11). A lista de coordenadas  $x_0()$  e  $z_0()$  dos vértices da secção inicial é multiplicada por uma matriz de rotação definida no plano  $x, z$ <sup>8</sup>

$$\begin{bmatrix} x(1) & z(1) \\ x(2) & z(2) \\ \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0(1) & z_0(1) \\ x_0(2) & z_0(2) \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

com

$$\theta = \text{artg}(\text{SE}) \quad (5)$$

**Figura 11.** Rotação da secção por incorporação da sobrelevação

A secção é, posteriormente, colocada e orientada no referencial cartográfico (Figura 12) e altimétrico, de acordo com os dados de natureza geométrica da directriz (M, P e rumo) e da rasante (cota) calculados para a secção. As coordenadas  $x_0()$ ,  $y_0() = 0$  e  $z_0()$  dos vértices da secção são afectados de uma matriz de transformação espacial<sup>8</sup> na obtenção da posição final da secção,  $x()$ ,  $y()$  e  $z()$

$$\begin{bmatrix} x(1) & y(1) & z(1) & \vdots & 1 \\ x(2) & y(2) & z(2) & \vdots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0(1) & 0 & z_0(1) & \vdots & 1 \\ x_0(2) & 0 & z_0(2) & \vdots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 & \vdots & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M & P & \text{cota} & \vdots & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

sendo

$$\beta = -\text{rumo} \quad (7)$$



**Figura 12.** Transformações geométricas de adaptação da secção à directriz

Deste forma, as secções geradas ao longo do tabuleiro e transformadas, por adaptação da sobrelargura e da sobreelevação, ficam posicionadas de um modo correcto num referencial tridimensional, de acordo com os valores concretos exigidos no traçado da directriz e da rasante.

## EXECUÇÃO DE REPRESENTAÇÕES DA FORMA DO TABULEIRO

O módulo de desenho, incluído no programa computacional, permite a criação automática das representações planas e modelos tridimensionais do tabuleiro por regra apresentados num projecto de pontes:

- representação de série de secções transversais;
- projecção do tabuleiro em corte longitudinal;
- modelo tridimensional.

Os modelos geométricos são gerados no formato DXF<sup>7</sup> de ficheiros de desenho. Estabeleceram-se procedimentos de execução das diferentes representações, baseados na selecção de uma série de entidades gráficas, que no seu conjunto definem os desenhos pretendidos. Em cada caso as entidades são concretizadas em função dos dados contidos nos ficheiros das secções, atrás criadas, necessárias à execução desses modelos.

O formato DXF de um tipo de entidade é constante, sendo distintos os valores numéricos que particularizam a entidade em cada caso. Assim, criou-se, no módulo de desenho, uma rotina para cada tipo de entidade utilizada nalguma representação, tendo-se identificado como variáveis os parâmetros geométricos que caracterizam a entidade. A rotina procede à concretização das variáveis com os valores que traduzem a sua representação e regista, no ficheiro de desenho (que se esteja a criar), a descrição da entidade segundo o formato DXF estabelecido para ela<sup>7</sup>.

### Traçado de secções transversais

A apresentação das configurações exactas de uma série de secções consecutivas (submetidas à incorporação da sobrelargura e da sobreelevação), constitui um tipo usual de representação do tabuleiro incluído no conjunto de desenhos de dimensionamento de um projecto de pontes.

Na representação dos contornos de uma secção transversal é utilizada a entidade linha poligonal (designada por POLYLINE no sistema AutoCAD<sup>6</sup>) concretizada com as coordenadas dos vértices incluídas no respectivo ficheiro. O desenho é complementado com a

definição gráfica do eixo (LINE) e do símbolo de simetria (POLYLINE) e com a inscrição da respectiva quilometragem e valor da sobrelevação (TEXT) sobre a secção (Figura 13).

**Figura 13.** Representação de secção transversal

### Definição de corte longitudinal

A projecção plana do tabuleiro em corte longitudinal é uma outra representação usual. Na criação do desenho é definida uma linha poligonal (POLYLINE) por cada uma das arestas longitudinais visualizadas no corte. Cada entidade é constituída por tantos vértices quantas as secções consecutivas incluídas num determinado troço do tabuleiro. As secções transversais intersectadas pela superfície de corte são representadas por segmentos rectos (LINE) orientados verticalmente (Figura 14).

**Figura 14.** Pormenor de corte longitudinal de tabuleiro

Correspondendo este outro tipo de projecção a uma representação em que a superfície de corte, definida ao longo do eixo do tabuleiro, é apresentada planificada, as secções utilizadas na sua execução não devem ter sido submetidas à incorporação da directriz (admitida, assim, recta), mas, contudo, necessariamente afectadas da geometria das restantes sub-componentes do traçado.

Conjuntamente com o estabelecimento de quais as entidades gráficas que compõem a configuração pretendida, automatizou-se a inscrição da quilometragem da via, da cota da rasante medida sobre o eixo do tabuleiro e da dimensão das espessuras dos banzos e da altura do tabuleiro, em cada uma das secções necessárias à definição do corte. Os respectivos valores são determinados automaticamente em função das coordenadas dos vértices e da localização longitudinal de cada secção.

## Elaboração de modelo tridimensional do tabuleiro

Foi desenvolvido um algoritmo que procede à execução automática de um modelo tridimensional do tabuleiro, definido igualmente no formato DXF.

O modelo é constituído por uma série de pequenos elementos de superfície (entidade gráfica 3DFACE) identificados por quatro vértices. Cada entidade é limitada por pares idênticos de vértices de numeração sequente,  $i$  e  $i + 1$ , localizados em duas secções consecutivas,  $n$  e  $n + 1$  (Figura 15). As coordenadas  $x_s()$ ,  $y_s()$  e  $z_s()$ , dos quatro vértices da entidade 3DFACE, podem ser definidas por

$$\begin{array}{lll}
 x_s(1) = x_0(i, n) & y_s(1) = y_0(i, n) & z_s(1) = -z_0(i, n) \\
 x_s(2) = x_0(i + 1, n) & y_s(2) = y_0(i + 1, n) & z_s(2) = -z_0(i + 1, n) \\
 x_s(3) = x_0(i + 1, n + 1) & y_s(3) = y_0(i + 1, n + 1) & z_s(3) = -z_0(i + 1, n + 1) \\
 x_s(4) = x_0(i, n + 1) & y_s(4) = y_0(i, n + 1) & z_s(4) = -z_0(i, n + 1)
 \end{array} \quad (8)$$

sendo as coordenadas,  $x_0()$ ,  $y_0()$  e  $z_0()$ , lidas dos ficheiros de dados referentes às secções envolvidas.

**Figura 15.** Definição de um quadrilátero entre duas secções consecutivas

O modelo, assim criado, é formado por duas superfícies longitudinais tubulares separadas, representando uma a envolvente exterior do tabuleiro e a outra a célula interna. O efeito de superfície opaca, pretendido para as secções transversais de topo do tabuleiro, é conseguido através da definição de uma série de elementos 3DFACE de acordo com uma triangulação adequada efectuada sobre aquelas superfícies. Deste modo quando se solicite, no sistema de representação, a eliminação de superfícies e arestas ocultas a projecção representada surge com aparência sólida (Figura 15).

Após leitura do ficheiro DXF por um sistema de representação gráfico compatível, o modelo do tabuleiro pode ser complementado com outros elementos estruturais e detalhes de acabamentos da ponte (Figura 2). É possível aplicar sobre o modelo de superfícies da ponte algoritmos que simulem a coloração e textura dos materiais e a incidência de luzes de diferentes tipos, obtendo-se imagens realistas do objecto, de grande interesse em fases de concepção e na apresentação do projecto da obra.

Outras aplicações, baseadas nos mesmos dados da configuração do tabuleiro, podem ser desenvolvidas. Poderá, por exemplo, estudar-se a automatização de desenhos estruturais usuais no projecto. Esses desenhos, além de recorrerem a informação relativa a representações específicas, cortes longitudinais e secções transversais, têm de ser complementados com os dados pós-cálculo.

Haverá, ainda, interesse em obter modelos espaciais envolvendo cortes longitudinais realizados ao longo do eixo ou paralelos à superfície do tabuleiro, permitindo a observação designadamente do seu interior por recurso a diversas perspectivas. Estes objectos podem, facilmente, ser conseguidos utilizando as mesmas listas de coordenadas de vértices das secções. O traçado dos cabos de pré-esforço exterior e a localização dos elementos de mudança de direcção de cabos (selas de desvio), podem ser vantajosamente ensaiados sobre aqueles modelos.

## TRANSPOSIÇÃO GEOMÉTRICA DE FORMA EXACTA PARA MALHA DISCRETIZADA

Todos os métodos de análise necessitam, para a sua aplicação, de uma modelação do tabuleiro físico, mais ou menos aproximada à forma real, dependendo do grau de conhecimento que se queira obter do comportamento estrutural quando o tabuleiro é solicitado. Modelar uma estrutura para o cálculo requer a idealização prévia da forma real, das condições de apoio e do material constituinte.

Uma outra aplicação permitida pelo modelo descritivo da forma do tabuleiro é a transposição da sua configuração real para uma representação idealizada da sua forma. É possível efectuar automaticamente a discretização da estrutura para algum tipo de elementos estruturais (barras, elementos finitos, faixas finitas ...).

### Geração de malha de elementos finitos

O tabuleiro em caixão pode, por exemplo, ser discretizado em elementos laminares não co-planares, exigindo este processo uma transposição da geometria exacta das almas, banzos e consolas da secção, em elementos idealizados com espessura constante e representados pelas suas superfícies médias.

O módulo desenvolvido procede à discretização transversal de uma secção significativa (com o maior número de esquadros do tabuleiro), em função da lista de coordenadas dos vértices da secção. São definidos automaticamente os nós localizados no interior dos contornos da secção e situados (Figura 16a):

- no limite das consolas;
- nos pontos centrais da secção (em ambos os banzos);
- na união entre a alma e os banzos;
- os correspondentes a limites de esquadros.

**Figura 16.** Discretização de secção transversal significativa do tabuleiro

O módulo possibilita que o utilizador complete a solução discretizada de modo a obter o refinamento pretendido para a malha. Para tal, terá de indicar o número conveniente de nós intermédios entre cada dois nós gerados automaticamente (Figura 16b). Para cada uma das zonas em que for indicado um número de nós adicionais, a distância entre os dois nós extremos notáveis dessa zona é subdividido em partes iguais e as coordenadas determinadas sobre o segmento recto que os une. Podem ser ensaiadas (e visualizadas) diferentes soluções de discretização transversal.

De seguida, é seleccionada uma série de secções consecutivas representativa do troço do tabuleiro a analisar. Cada secção é discretizada transversalmente de acordo com o número de nós estabelecidos na solução escolhida e em função da respectiva lista de vértices. Deste modo, são determinadas as coordenadas espaciais de cada nó da malha e fica estabelecida a topologia dos elementos finitos através das relações entre nós: nós adjacentes em cada secção e nós de idêntica posição relativa entre secções consecutivas.

São determinadas espessuras em função dos vértices do contorno em relação às quais se obtém o nó como seu ponto médio. Estabelecida a incidência dos nós, é atribuída como espessura do elemento finito, limitado por quatro nós adjacentes, o valor médio das espessuras calculadas nesses nós.

## Representação de solução transversal e malha discretizada

Qualquer proposta de discretização poderá ser visualizada. O módulo cria as representações de uma secção discretizada (Figura 16) e da malha espacial (Figura 17), elaboradas igualmente no formato DXF.

O modelo representativo da malha espacial é definido interligando transversalmente os nós consecutivos, calculados em cada secção, e, longitudinalmente, unindo os nós de igual localização relativa entre secções consecutivas. As linhas poligonais necessárias para formar o modelo tridimensional pretendido, são concretizadas com as coordenadas dos nós. Como forma de identificar de um modo claro a malha gerada, são visualizados conjuntamente os contornos das secções transversais envolvidas na geração da malha espacial (Figura 17).

**Figura 17.** Representação de malha de elementos finitos planos

As listas de coordenadas dos nós, incidências e dados de natureza geométrica inerentes aos elementos finitos podem ser manipulados de acordo com o formato requerido nalgum programa de cálculo específico.

O modelo discretizado, obtido a partir da representação da configuração do tabuleiro definida por uma série de secções, terá, contudo, de ser complementado com outras características relativas à idealização do tipo de material e da localização e tipo de apoios (dados necessários à transposição de uma obra real para uma estrutura de cálculo). Aos dados obtidos na idealização geométrica da estrutura devem, portanto, associar-se, ainda, os dados específicos dos modelos de análise.

## EXEMPLO

Procedeu-se à caracterização geométrica de um caso concreto de tabuleiro<sup>9</sup> de modo a obter-se a respectiva base geométrica de dados. A secção transversal<sup>9</sup> representada na Figura 18, foi descrita utilizando a secção paramétrica representada na Figura 4. Os valores atribuídos a cada parâmetro estão representados como dimensões na Figura 18.

**Figura 18.** Secção transversal inicial

O segmento do tabuleiro a que diz respeito a secção é caracterizado por uma variação parabólica definida através das seguintes dimensões (valores que foram atribuídos aos parâmetros apresentados no esquema genérico incluído na Figura 7).

$$\Delta h = 1,0 \text{ m} \quad \ell = 32,25 \text{ m} \quad \ell_a = 1,5 \text{ m}$$

A espessura do banzo inferior varia linearmente de acordo com os seguintes valores atribuídos aos parâmetros associados ao esquema genérico definido para este tipo de evolução (apresentado na Figura 19).

**Figura 19.** Variação linear da espessura do banzo inferior

$$\begin{array}{lll} e_1 = 0,23 \text{ m} & \ell_1 = 22,65 \text{ m} & \\ e_2 = 0,15 \text{ m} & \ell_2 = 8,5 \text{ m} & \ell_a = 1,5 \text{ m} \\ e_3 = 0,0 \text{ m} & \ell_3 = 1,1 \text{ m} & \end{array}$$

Descrita ainda a geometria do traçado da via foi possível gerar uma série de secções localizadas em juntas construtivas e pontos necessários à definição de representações longitudinais.

O desenho incluído na Figura 13 corresponde a uma das secções calculadas e na Figura 14 é apresentado um pormenor do corte longitudinal obtido sobre o segmento do tabuleiro (aqui caracterizado). Do mesmo segmento foi possível criar o ficheiro DXF correspondente ao modelo de superfícies projectado na Figura 20 (utilizando as secções nele visualizadas), assim, como gerar a malha representada na Figura 16 (definida com base nos ficheiros de algumas daquelas secções).

**Figura 20.** Projecção axonométrica de segmento do tabuleiro

## CONCLUSÕES

O modelo descritivo proposto permite a automatização de fases de carácter geométrico, relativas ao elemento tabuleiro, num projecto de pontes, utilizando como meio de integração uma base geométrica representativa da forma exacta do tabuleiro.

Como principais vantagens proporcionadas pelo programa implementado podem destacar-se:

- uma redução considerável no tempo normalmente despendido na execução da documentação gráfica de dimensionamento do tabuleiro;
- a possibilidade de visualização expedita de projecções de modelos tridimensionais do tabuleiro, composto por secções de configuração e orientação exactas, frente à demorada e deficiente concepção de modelos por meios tradicionais;
- os ajustes de forma, que são necessários efectuar em fase de concepção, são facilmente actualizados na base de dados e rapidamente as alterações impostas são visualizadas, conduzindo a uma optimização na concepção de formas do tabuleiro;
- a complexidade e morosidade normalmente associadas à definição de modelos de análise é ultrapassada pela geração automática de malhas de elementos finitos da estrutura a calcular.

## REFERÊNCIAS

- 1 V. Anand, “*Computer graphics and geometric modeling for engineers*”, John Wiley & Sons, Inc., (1993).
- 2 J. Woodwark, “*Computer shape*”, Butterworths, Londres, (1986).
- 3 A. Sampaio, “Programa de modelação geométrica de tabuleiros em caixão unicelular”, Relatório IC, AI12/98, IST, Lisboa, (1998).
- 4 A. Sampaio, “Modelação geométrica de tabuleiros”, Tese de doutoramento, IST, Lisboa, (1998).
- 5 A. Reis, A. Pereira, D. Sousa e L. Pedrosa, “Pontes em caixão: projecto, realizações recentes e perspectivas de futuro”, *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*, Ano XII, Vol. **35**, pp. 35–42, Lisboa, (1993).
- 6 “*AutoCAD-User manual*”, Release 14, AutoDesk, Inc., (1997).
- 7 F.H. Jones e L. Martin, “*The AutoCAD database book-Accessing and managing CAD drawing information*”, Ventana Press, 4<sup>a</sup> ed., USA, (1991).
- 8 J. Foley e A. Dam, “*Computer graphics-principles and practice*”, Addison-Wesley Publishing Company, 2<sup>a</sup> ed., USA, (1991).
- 9 “Projecto da via rápida do Funchal, 1<sup>a</sup> fase-Projecto da Ponte da Quinta”, GRID-Consultas, Estudos e Projectos de Engenharia, Lda, Lisboa, (1995).