

DETERMINACIÓN DE LOS VALORES DE LOS FACTORES DE DISEÑO PARA LA OBTENCIÓN DE PRODUCTOS ROBUSTOS. APLICACIÓN AL CASO DE UN CIRCUITO CON BOBINA Y RESISTENCIA

ALBERT PRAT y PERE GRIMA*

Universitat Politècnica de Catalunya

Frente a la visión antigua de controlar la calidad mediante la inspección final, o la clásica del control estadístico del proceso, la forma que actualmente podríamos denominar moderna, y desde luego la más económica de asegurar la calidad, consiste en diseñar productos tales que sus prestaciones se mantengan en el nivel deseado aunque éstos no se hayan fabricado en las condiciones más adecuadas, o se hayan elaborado con materias primas que no reúnan las condiciones óptimas, o bien que sean utilizados en condiciones distintas a las previstas.

A estos productos se les denomina robustos, y en este artículo se presenta, a través del desarrollo de un caso concreto, una nueva metodología para la selección de los valores de sus parámetros.

Determination of Design Factors Values to Obtain Robust Products. Application to Circuits with Inductance and Resistance.

Key words: Producto Robusto, Método de Taguchi, Diseño Factorial, Varianza Mínima, Gráfico Distancia-Varianza.

*Albert Prat. y Pere Grima. E.T.S. Enginyers Industrials de Barcelona Dpt. Estadística i Investigació Operativa Universitat Politècnica de Catalunya.

Dirección para correspondencia: Albert Prat Bartés. Dpt. Estadística i Inv. Operativa. E.T.S. Enginyers Industrials de Barcelona. Av. Diagonal, 647. 08028 Barcelona.

– Article rebut el maig de 1994.

– Acceptat el febrer de 1995.

1. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de diseño de productos robustos fueron introducidas en Occidente por el ingeniero japonés Genichi Taguchi (1984, 1986), que de esta forma dio nombre al método más conocido y utilizado. Uno de los aspectos del método de Taguchi es el que hace referencia a la determinación de los valores de los factores de diseño (parámetros), el cual consiste, en esencia, en el planteamiento de un plan de experimentación en el que se mide el valor de la característica de calidad (respuesta) en una cierta combinación de valores de los **factores de diseño** (contemplando la variabilidad de que estén afectados), y también de los llamados **factores de ruido** (ajenos al producto, pero que influyen en la respuesta y no pueden mantenerse fijos). A partir de los resultados obtenidos en la experimentación se determina cuales son los valores de los factores de diseño que consiguen un valor satisfactorio para la respuesta independientemente de los valores que tomen las fuentes de variabilidad que intervengan.

El método para elegir el valor de los factores de diseño que propone Taguchi se caracteriza por el uso de las llamadas **matrices producto** en el diseño del plan de experimentación y en la utilización de unos estadísticos un tanto "sui generis", denominados **ratios señal-ruido** en el análisis de los resultados de la experimentación.

A pesar del general reconocimiento sobre las aportaciones de Taguchi en torno al diseño de productos robustos, la metodología que utiliza presenta algunos aspectos controvertidos. Así, aunque en algunos casos el número de experimentos que se plantea es justamente el necesario para obtener la información precisa, en otros muchos casos, el experimentar en cada una de las condiciones de la matriz producto, exige un esfuerzo y una dedicación de recursos que podría disminuirse (Shoemaker *et al.*, 1991).

Por otra parte, la peculiaridad de los estadísticos que utiliza convierte su método en el seguimiento de unos procedimientos poco intuitivos que no facilitan el entender el "qué" se hace y "por qué" se hace. Además, se ha demostrado (Box *et al.*, 1986) que las técnicas estadísticas utilizadas para el análisis de los resultados obtenidos no son las más adecuadas.

A continuación se presenta una nueva metodología para el diseño de parámetros a través del ejemplo de un circuito con bobina y resistencia.

Tras el planteamiento del problema, se plantea su resolución utilizando la relación funcional entre la respuesta y los factores de diseño (en este caso es una fórmula conocida, aunque en general no se conoce). A continuación se aborda el problema a través de un modelo experimental y, finalmente, se presenta el gráfico Distancia-Variación, que representa una alternativa al Método de Taguchi cuando se trata de

obtener una solución de compromiso entre la variabilidad de la respuesta y su distancia al óptimo.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Supongamos que deseamos montar circuitos del tipo:

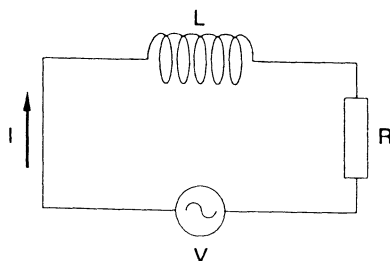


Figura 1.

Circuito con bobina y resistencia.

de forma que la intensidad máxima que circule por los mismos sea de 10 Amperios.

El valor de la intensidad máxima que circula por un circuito de este tipo viene dado por la fórmula:

$$(1) \quad I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (2\pi 50L)^2}}$$

Supongamos también que para el montaje de los circuitos disponemos de:

Fuentes de alimentación: Proporcionan un voltaje exacto igual a 100 voltios.

Resistencias: Existe una cierta variabilidad de unas unidades a otras (no en una misma unidad a lo largo del tiempo). Dicha variabilidad sigue una distribución normal centrada en su valor nominal (R_n) y con una desviación tipo proporcional a dicho valor nominal.

Bobinas: Al igual que ocurre con las resistencias, disponemos de bobinas que presentan una cierta variabilidad de unos componentes a otros. Dicha variabilidad también sigue una distribución normal centrada en su valor nominal (L_n) y con desviación tipo proporcional a dicho valor.

El problema que nos planteamos resolver es: ¿Cuáles son los valores óptimos de R_n y L_n de forma que la intensidad máxima que circule por el circuito sea de 10 amperios, con la mínima variabilidad en torno a este valor?

3. RESOLUCIÓN UTILIZANDO LA RELACIÓN FUNCIONAL CONOCIDA

3.1. Esperanza Matemática y Varianza de I

Al ser R y L variables aleatorias, la intensidad que circule por cada uno de los circuitos no será siempre la misma, sino que deberemos considerarla como una nueva variable aleatoria con una determinada distribución de probabilidad. De dicha distribución nos interesa conocer su esperanza matemática $E(I)$ y su varianza $\text{Var}(I)$.

La expresión de la esperanza matemática de I , dado que R y L son independientes, tiene la forma:

$$E(I) = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (2\pi 50L)^2}} f(R)f(L) dR dL$$

en la que $f(R)$ y $f(L)$ representan las funciones densidad de probabilidad de R y L respectivamente.

La integral planteada es —en principio— inabordable, y por ello recurriremos a la descomposición de la expresión de I en serie de Taylor en torno al punto (R_n, L_n) , obteniendo:

$$\begin{aligned} I = I(R_n L_n) &+ \left. \frac{\partial I}{\partial R} \right]_{R_n L_n} (R - R_n) + \left. \frac{\partial I}{\partial L} \right]_{R_n L_n} (L - L_n) + \\ &+ \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 I}{\partial R^2} \right]_{R_n L_n} (R - R_n)^2 + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 I}{\partial L^2} \right]_{R_n L_n} (L - L_n)^2 + \\ &+ \left. \frac{\partial^2 I}{\partial R \partial L} \right]_{R_n L_n} (R - R_n)(L - L_n) + \text{Residuo} \end{aligned}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} E(I) = I(R_n L_n) &+ \left. \frac{\partial I}{\partial R} \right]_{R_n L_n} E(R - R_n) + \left. \frac{\partial I}{\partial L} \right]_{R_n L_n} E(L - L_n) + \\ &+ \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 I}{\partial R^2} \right]_{R_n L_n} E(R - R_n)^2 + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 I}{\partial L^2} \right]_{R_n L_n} E(L - L_n)^2 + \\ &+ \left. \frac{\partial^2 I}{\partial R \partial L} \right]_{R_n L_n} E[(R - R_n)(L - L_n)] + E(\text{Residuo}) \end{aligned}$$

Y tenemos que:

$$\begin{aligned} E(R - R_n) &= E(R) - E(R_n) = 0 \\ E(L - L_n) &= E(L) - E(L_n) = 0 \\ E[(R - R_n)(L - L_n)] &= \text{Cov}(R, L) = 0 \\ E(R - R_n)^2 &= \sigma_R^2 \\ E(L - L_n)^2 &= \sigma_L^2 \end{aligned}$$

Así pues, podemos escribir:

$$E(I) = I(R_n, L_n) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 I}{\partial R^2} \right|_{R_n} \sigma_R^2 + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 I}{\partial L^2} \right|_{L_n} \sigma_L^2 + E(\text{Residuo})$$

A partir de este punto no se considera $E(\text{Residuo})$. Dicho valor es prácticamente despreciable en el rango de varianzas que se estudia. Nótese que el término de derivadas de tercer orden es nulo por ser $E(R - R_n)^3 = E(L - L_n)^3 = 0$ (el coeficiente de asimetría en la distribución normal es cero), así como las esperanzas de los otros términos de tercer orden (como $E(R - R_n)^2(L - L_n)$). El término correspondiente a las derivadas de cuarto orden puede calcularse considerando que $E(R - R_n)^4 = 3\sigma_R^4$ (análogamente para L). Sustituyendo los términos de derivadas por sus correspondientes expresiones se llega a:

$$E(I) = 100 \left[A^{0.5} - \frac{1}{2} (A^{1.5} - 3R_n^2 A^{2.5}) \sigma_R^2 - \frac{1}{2} (KA^{1.5} - 3K^2 L_n^2 A^{2.5}) \sigma_L^2 \right]$$

Siendo:

$$\begin{aligned} A &= R_n^2 + (2\pi 50 L_n)^2 \\ K &= (2\pi 50)^2 \end{aligned}$$

Para calcular la varianza de I puede aplicarse la fórmula:

$$(2) \quad \sigma_I^2 = E(I)^2 - [E(I)]^2$$

$E(I^2)$ puede calcularse utilizando el mismo procedimiento que para calcular $E(I)$, descomponiendo la expresión de I^2 en serie de Taylor, obteniéndose:

$$E(I^2) = 10.000 \left[A^{-1} - \sigma_R^2 (A^{-2} - 4R_n^2 A^{-3}) - \sigma_L^2 (KA^{-2} - 4K^2 L_n^2 A^{-3}) \right]$$

Tal como se ha indicado anteriormente, los valores de σ_R y σ_L se consideran proporcionales a R_n y L_n respectivamente, es decir:

$$\begin{aligned} \sigma_R &= k_R R_n \\ \sigma_L &= k_L L_n \end{aligned}$$

A partir de $E(I)$ y $E(I^2)$ es inmediato el cálculo de $\text{Var}(I)$ mediante la expresión (2).

3.2. Valores óptimos de R_n y L_n .

La determinación de los valores óptimos de R_n y L_n puede realizarse cómodamente utilizando una hoja de cálculo para ordenador personal de la forma que a continuación se indica (ver tabla 1):

Tabla 1

Fragmento de la hoja de cálculo utilizada para estudiar las $\text{Var}(y)$ en función de R_n y L_n forzando $E(y) = 10.00$.

	A	B	C	D	E	F	G
1	R_n	L_n	$E(y)$	$V(y)$		$Kr :$	0.1
2	0.00	0.03168	10.00	4.0357		$Kl :$	0.1
3	0.05	0.03168	10.00	4.0353			
4	0.10	0.03168	10.00	4.0344			
5	0.15	0.03167	10.00	4.0353			
6	0.20	0.03167	10.00	4.0332			
7	0.25	0.03167	10.00	4.0304			
8	0.30	0.03166	10.00	4.0295			
9	0.35	0.03166	10.00	4.0255			
10	0.40	0.03165	10.00	4.0234			
11	0.45	0.03165	10.00	4.0182			
12	0.50	0.03164	10.00	4.0149			
13	0.55	0.03163	10.00	4.0110			
14	0.60	0.03162	10.00	4.0064			
15	0.65	0.03161	10.00	4.0013			
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots			

En la 1ª columna se colocan los valores de R_n desde 0 hasta 10Ω (no tienen sentido valores fuera de este intervalo) con incrementos de 0.05Ω . En la 2ª columna se colocan los valores de L_n que junto con el correspondiente valor de R_n dan una $E(I) = 10$.

Los valores de L_n se han calculado en primera aproximación despejándolos de la expresión (1) y posteriormente se han ajustado por un procedimiento iterativo hasta conseguir que $E(I) = 10.00$. (El ajuste es necesario ya que $E[I(R, L)] \neq I(R_n, L_n)$).

De esta forma, es fácil descubrir cuáles son los valores de R_n y L_n que dando $E(I) = 10.00$ producen asimismo un valor mínimo de $\text{Var}(I)$ (cuarta columna).

A partir de sus correspondientes hojas de cálculo, se han construido los gráficos de las figuras 2 y 3, el primero de los cuales con $\sigma_R = 0.2R_n$, $\sigma_L = 0.01L$ y el segundo con $\sigma_R = 0.1R$, $\sigma_L = 0.01L$. En ellos se presenta la evolución de $\text{Var}(I)$ en función de L (con $E(I) = 10$, por tanto a cada valor de L le corresponde un valor de R). A partir de la misma hoja de cálculo, modificando únicamente los coeficientes que figuran en el extremo superior derecho, se podrían obtener los gráficos para cualquier par de valores k_R, k_L .

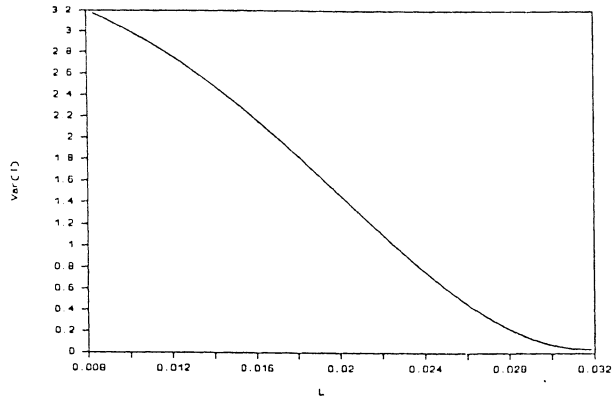


Figura 2.

Varianza de I en función de L_n con $k_R = 0.2$ y $k_L = 0.01$. (El valor de R_n es el obligado para obtener $E(I) = 10$).

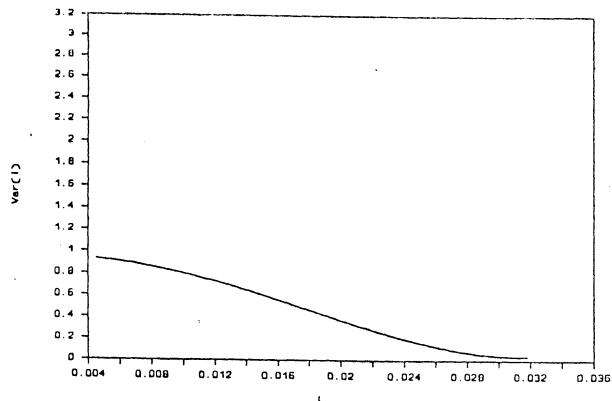


Figura 3.

Varianza de I en función de L_n con $k_R = 0.1$ y $k_L = 0.01$. (El valor de R_n es el obligado para obtener $E(I) = 10$).

4. METODOLOGÍA PROPUESTA CUANDO NO SE CONOCE LA RELACIÓN FUNCIONAL ENTRE LOS FACTORES Y LA RESPUESTA

La metodología que se propone se basa en el seguimiento de las siguientes etapas:

1. Establecer una hipótesis sobre el modelo de la respuesta.
2. Estimar los parámetros del modelo mediante el análisis de los resultados obtenidos en un plan de experimentación.
3. Utilizando el modelo obtenido, deducir la expresión de la varianza y, mediante un procedimiento análogo al utilizado en el análisis de la relación funcional real, determinar la combinación de valores de los factores que minimiza la variabilidad de la respuesta.

A continuación se describen cada una de estas etapas para el caso planteado.

4.1. Hipótesis sobre el modelo de la respuesta

Se trata de establecer una hipótesis sobre el tipo de relación existente entre la respuesta y los factores, que cumpla los siguientes requisitos:

- a) Que explique suficientemente bien el comportamiento de la respuesta.
- b) Que sea de fácil tratamiento, tanto en lo que se refiere a la estimación de los parámetros, como a su análisis posterior.

En general, en casos como el planteado se obtienen buenos resultados utilizando modelos cuadráticos (se trata de una aproximación similar a la que se obtendría mediante un desarrollo de Taylor de grado 2) y, por tanto, planteamos el siguiente modelo:

$$I = \beta_0 + \beta_1 R + \beta_2 L + \beta_{11} R^2 + \beta_{22} L^2 + \beta_{12} RL$$

4.2. Estimación de los parámetros del modelo

Los parámetros del modelo pueden estimarse mediante la realización de diseños factoriales fraccionales.

Cuando el modelo es cuadrático, no basta con un diseño a 2 niveles, sino que será necesario un diseño central compuesto (Myers, 1976) o bien un diseño a 3 niveles.

Si se tienen sólo 2 factores como en nuestro caso, el diseño central compuesto con longitud de brazo $\alpha = 1$ y el diseño a 3 niveles coinciden (resulta ser un 3^2) con la siguiente matriz de diseño:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Fijando los niveles en los valores:

		Niveles		
		-1	0	+1
Factores	$R(\Omega)$	4	5	6
	$L(H)$	0.025	0.0275	0.030

se obtienen las condiciones de experimentación y los resultados que a continuación se indican:

R	L	I
4	0.0250	11.345
4	0.0275	10.503
4	0.0300	9.767
5	0.0250	10.740
5	0.0275	10.018
5	0.0300	9.373
6	0.0250	10.117
6	0.0275	9.507
6	0.0300	8.950

y estimando por regresión los parámetros del modelo se llega a la ecuación:

$$I = 30.5 - 1.64R - 825.77L + 6293.33L^2 + 41.1RL$$

Utilizando la aproximación lineal de transmisión de variabilidad a la respuesta se tiene que:

$$V(I) = \left[\frac{\partial I}{\partial R} \Big|_{(R_n, L_n)} \right]^2 V(R_n) + \left[\frac{\partial I}{\partial L} \Big|_{(R_n, L_n)} \right]^2 V(L_n)$$

y con el modelo obtenido se llega a:

$$(3) \quad V(I) = (-1.64 + 41.1L_n)^2 k_R^2 R_n^2 + (-825.77 + 12586.66L_n + 41.1R_n)^2 k_L^2 L_n^2$$

Siendo $k_R^2 R_n^2$ y $k_L^2 L_n^2$ las varianzas de R y L respectivamente (desviaciones tipo proporcionales al valor nominal).

4.3. Selección de los valores de los parámetros de diseño para minimizar la variabilidad de la respuesta

Utilizando un procedimiento idéntico al desarrollado anteriormente, se llega al gráfico de la figura 4 en el que sólo aparece el rango de valores de L_n en que se ha experimentado y se comparan los valores de la varianza de I en función de L_n según esta se calcule con el modelo real o el experimental.

Tal como puede observarse, las curvas son muy parecidas, y el valor óptimo de L es, tanto si se considera el modelo real como el experimental, el mayor posible. Por tanto, elegiremos los siguientes valores de $L = 0.030H$ y $R = 3.3\Omega$ (el que hace que $E(I) = 10$ con $L = 0.030H$), obteniéndose una $\text{Var}(I) = 0.14 \text{ Amp}^2$.

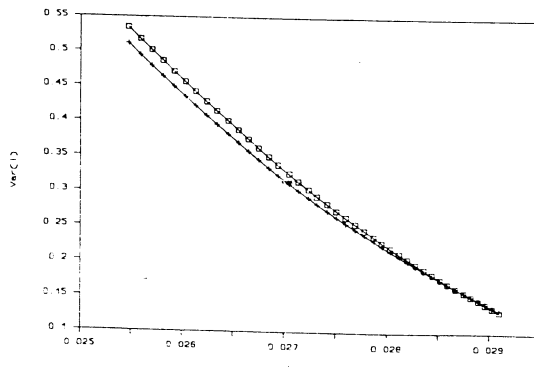


Figura 4.

Varianza de I en función de L_n según el modelo real (□) y el experimental (+).
 $k_R = 0.2$ y $k_L = 0.01$.

5. NUEVO ENFOQUE DEL PROBLEMA. UTILIZACIÓN DEL GRÁFICO DISTANCIA-VARIANCIA

Otro enfoque del problema puede consistir en aceptar una cierta desviación del valor nominal de I si con esta desviación se consigue disminuir su variabilidad.

Suponiendo que los valores de R deben estar comprendidos entre 4 y 6 Ω y los de L entre 0.025 y 0.030 H , al igual que con el planteamiento anterior una hoja de cálculo sirve para resolver el problema. En la primera columna se colocan valores de R desde 4 hasta 6 Ω con incrementos de 0.2 Ω . Para cada valor de R , en la segunda columna se colocan valores de L desde 0.025 a 0.030 H con incrementos de 0.0005 H . De esta forma se obtiene un conjunto de combinaciones de valores de R y L (exactamente 121 combinaciones) y para cada una de ellas puede calcularse la varianza de I mediante la expresión (3) y también su esperanza matemática mediante la siguiente expresión, fácilmente deducible del modelo obtenido:

$$E(I) = 30.5 - 1.64R_n - 825.77L_n + 6293.33(1 + k_l^2)L_n^2 + 41.1R_nL_n$$

A partir de la misma hoja de cálculo puede realizarse un diagrama bivalente de la varianza de la respuesta frente a la distancia al óptimo, que en nuestro caso será $10 - E(I)$.

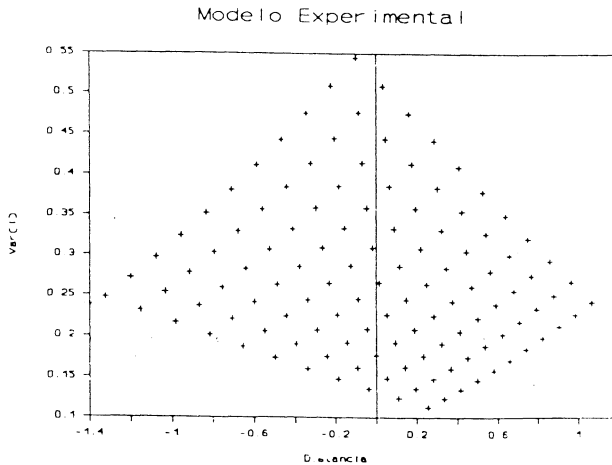


Figura 5.

Gráfico Distancia-Varianza según el modelo experimental. $k_R = 0.2$ y $k_L = 0.01$

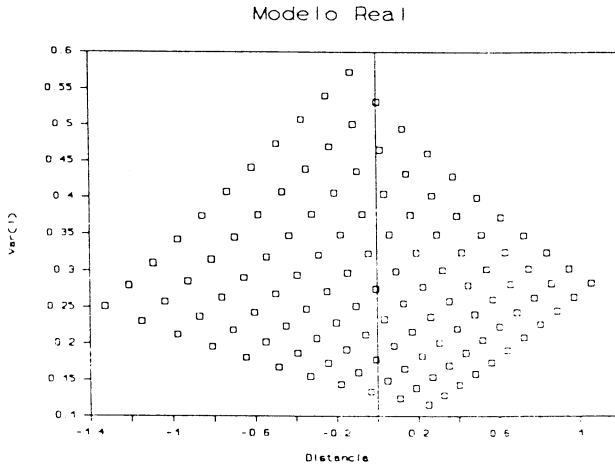


Figura 6.

Gráfico Distancia-Varianza a partir de la relación funcional real. $k_r = 0.2$ y $k_l = 0.01$

Cada punto del diagrama obtenido representa una combinación de valores de los factores de diseño, y a la vista del mismo podemos elegir el punto que mejor se adapte a nuestras necesidades. Del gráfico obtenido a partir del modelo experimental (figura 5) se deduce que la $Var(I)$ puede disminuirse hasta 0.11 a costa de obtener una $E(I) = 10.25$. Utilizando la relación funcional real se obtiene el gráfico de la figura 6, prácticamente idéntico al anterior y del que pueden obtenerse las mismas conclusiones.

6. CONCLUSIONES

Dado que los componentes de un producto (ya sean componentes electrónicos, materias primas, ... etc) presentan variabilidad, las características de calidad del producto acabado también están afectadas por una cierta variación en torno a su valor objetivo.

La disminución de la variabilidad de una característica de calidad (lo que hemos denominado 'respuesta') puede abordarse de 2 formas distintas:

- 1) Estableciendo las tolerancias que sean necesarias para las características de los componentes.

- 2) Determinar cuales deben ser los valores nominales de los componentes para que, aunque estos estén afectados de una cierta variabilidad, la respuesta se mantenga dentro de un rango de valores satisfactorio.

Naturalmente, el segundo método es mejor, ya que permite trabajar con materias primas más baratas (cuanto mayores sean las exigencias en las tolerancias más caro será el componente) y, además, asegura que el producto obtenido será correcto sin necesidad de inspección ni controles rigurosos que sí serían necesarios en el caso de estar obligados a trabajar con tolerancias reducidas.

En el presente artículo se ha presentado una metodología para determinar los valores de los parámetros de diseño de forma que la transmisión de variabilidad a la respuesta sea lo menor posible.

Se ha planteado también un procedimiento para obtener una aproximación a la relación funcional cuando ésta no se conoce y, finalmente, se ha presentado el gráfico Distancia-Variación, que puede ser construido fácilmente con la ayuda de una hoja de cálculo para ordenador personal y que pone de manifiesto, de forma gráfica, toda la información relevante para que el diseñador elija los valores de los parámetros de diseño, atendiendo tanto a la variabilidad de la respuesta como a su distancia al valor óptimo.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] **G.E.P. Box** y **C.A. Fung** (1986). "Studies in Quality Improvement: Minimizing Transmitted Variation by Parameter Design". *Center for Quality and Productivity Improvement. Report No. 8*. University of Wisconsin-Madison.
- [2] **G.E.P. Box**, **R.N. Kacker**, **V.N. Nair**, **M. Phadke**, **A.C. Shoemaker** i **C.F.J. Wu** (1988). "Quality Practices in Japan". *Quality Progress*. Marzo, 1988.
- [3] **G.E.P. Box** y **S. Jones** (1990). "Designing Products That Are Robust to the Environment". *Center for Quality and Productivity Improvement. Report No. 28*. University of Wisconsin-Madison.
- [4] **D.M. Byrne** y **S. Taguchi** (1987). "The Taguchi Approach to Parameter Design". *Quality Progress*. Diciembre, 1987.
- [5] **P. Grima** (1992). *Aportaciones Metodológicas al Diseño de Productos Robustos*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña.
- [6] **S.P. Jones** (1990). *Designs for Minimizing the Effect of Environmental Variables*. Tesis Doctoral. University of Wisconsin-Madison.
- [7] **R.N. Kacker** (1985). "Off-Line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method". *Journal of Quality Technology*, **Vol. 17, 4**. October 1985.
- [8] **P.K.H. Lin**, **L.P. Sullivan** y **G. Taguchi** (1990). "Using Taguchi Methods in Quality Engineering". *Quality Progress*, September 1990. **Volume XXIII, 9**.
- [9] **R.H. Myers** (1976). *Response Surface Methodology*. Allyn and Bacon, Inc. Boston.
- [10] **P.J. Ross** (1988). *Taguchi Techniques for Quality Engineering*. McGraw-Hill. New York.
- [11] **T.P. Ryan** (1988). "Taguchi's Approach to Experimental Design: Some Concerns". *Quality Progress*. Mayo 1988.
- [12] **A.C. Shoemaker**, **K.L. Tsui** y **C.F. Jeff Wu** (1991). "Economical Experimentation Methods for Robust Design". *Technometrics*, **Vol. 33, 4**.
- [13] **G. Taguchi** y **M.S. Phadke** (1984). *Quality engineering through design optimization*. Conferencia pronunciada en IEEE GLOBECOM. Atlanta (USA).
- [14] **G. Taguchi** (1986). *Introduction to Quality Engineering: Designing Quality Into Products and Processes*. Asian Productivity Organization. Tokyo.
- [15] **G. Taguchi**, **E.A. Elsayed** y **T. Hsiang** (1989). *Quality Engineering in Production Systems*. McGraw-Hill. New York.
- [16] **J. Tort-Martorell** (1987). "Comentarios sobre el 'Método Taguchi'". *Boletín de la Asociación Española para el Control de la Calidad*. Mayo 1987.
- [17] **J. Tort-Martorell** (1989). *Interacciones y Medida del Ruido en el Método de Taguchi*. Ponencia en el IV Congreso Nacional de la Calidad. Madrid.
- [18] **C.F.J. Wu**, **S.S. Mao** y **F.S. Ma** (1987). "An Investigation of OA-Based Methods for Parameter Design Optimization". *Center for Quality and Productivity Improvement, Report No. 24*. University of Wisconsin-Madison.

ENGLISH SUMMARY:

DETERMINATION OF DESIGN FACTORS VALUES TO OBTAIN ROBUST PRODUCTS. APPLICATION TO CIRCUITS WITH INDUCTANCE AND RESISTANCE

Albert Prat and Pere Grima

1. INTRODUCTION

Compared to older methods of controlling quality through final inspections, or the classic method of statistic control of the process, the form that we could currently designate as modern, and indeed the most economic way of assuring quality, consists in designing products so that their performance is maintained within the desired level even if they are not manufactured in the most suitable conditions, or if they are used in different conditions from those expected.

These products are considered to be “robust”. The techniques for their design were introduced to the West by the Japanese engineer Genichi Taguchi, who gave his name to the most well known and often used method. In spite of general recognition of the contribution of Taguchi to the design of robust products, the method that he uses has some controversial aspects. Thus, although in some cases the number of experiments required is precisely the number necessary to obtain the specified information, in many other cases experience of each condition of the product demands an effort and a dedication of resources that could be reduced.

Furthermore, the peculiarity of the statistics that Taguchi uses means that his method follows certain non-intuitive procedures that do not ease the understanding of “what” is done and “why” it is done. Furthermore, it has been demonstrated (Box *et al.* 1986) that the statistical techniques used for the analysis of the results are not the most suitable.

This paper presents an alternative to the Taguchi method for the design of parameters using the example of a circuit with a coil and a resistance. These components present a random variability and the objective is for the current in the circuit to have minimal variability from its nominal value.

2. PRESENTATION OF THE PROBLEM

It is supposed that it is necessary to manufacture circuits made up of a power supply, a coil and a resistance, with the following characteristics:

Power Supply: An exact voltage equal to 100 volts.

Resistances: There is a certain variability from one unit to the other (not in the same unit in time). This variability follows a normal distribution centred on the nominal value (R) and has a standard deviation proportional to the nominal value.

Coils: Like the resistances, there are coils that present a certain variability from one component to another. This variability also follows a normal distribution centred on the nominal value (L_n) and a standard deviation proportional to the nominal value.

The problem that we are to solve is: what are the optimum values of R and L , so that the maximum current in the circuit will be 10 amperes, with minimal variability from this value?

3. RESOLUTION USING THE KNOWN FUNCTIONAL RELATIONSHIP

As R and L are random variables, the current flowing through each of the circuits will not always be the same, and we will have to consider it as a new random variable with a given probability distribution. We are interested in knowing the mathematical expectation $E(I)$ and the variance $\text{Var}(I)$ of this distribution.

These expressions are deduced by decomposition of the Taylor serial expression for I by assuming that the deviation of the values of R and L are proportional to their nominal values. This implies using a simple procedure based on the use of a spreadsheet to determine the nominal values of R and L to give the desired value for I with minimal variability from this value.

4. METHOD PROPOSED WHEN THE FUNCTIONAL RELATIONSHIP BETWEEN THE FACTORS AND RESPONSE IS NOT KNOWN

The method proposed is based on the following stages:

1. Establish a hypothesis for the response model.
2. Estimate the parameters of the model through analysis of the results obtained from experiments.
3. Use the resulting model to deduce the expression for the variance and, through an analogous procedure to that used in the analysis of the real functional relationship, determine the value combinations of the factors that minimize the variability of the response.

A quadratic equation model is suggested for response and its parameters are estimated through a compound central design. The conclusions drawn from the analysis of the model are identical to those obtained using the real functional relationship.

5. A NEW APPROACH TO THE PROBLEM. THE USE OF THE DISTANCE-VARIANCE GRAPH

Another approach to the problem could be to accept a certain deviation from the nominal value of I if this deviation reduces its variability.

This position is represented by the distance-variance graph.

Each point of the graph represents a value combination of the design factors, and we can choose the point that is best adapted to our needs. The conclusions obtained are practically identical whether the real function relation or the model obtained through experimentation are used.

