

Corrección de modelos de elevación en base a un conjunto de puntos seguros

Pablo Euillades

Instituto CEDIAC – Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Cuyo
CC 405, 5500 Mendoza, Argentina
Tel: 54-261-413 50 00 ext. 2100, Fax: 54-261-438 01 20
e-mail: peuillad@cediac.uncu.edu.ar

Marcelo Vénere

PLADEMA – CNEA
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
ISISTAN, Pinto 399, 7000 Tandil, Argentina
e-mail: venerem@exa.unicen.edu.ar

Resumen

El presente trabajo propone una metodología que, basada en una serie de transformaciones, permite corregir un modelo digital de elevación a partir de un conjunto de mediciones en el terreno consideradas como puntos seguros. En primer lugar se analizan movimientos rígidos del modelo en las direcciones cartesianas de forma de minimizar el error cuadrático medio en los puntos seguros. A continuación se proponen dos tipos de transformaciones, una que genera deformaciones sobre grandes extensiones y otra para un ajuste puntual. Finalmente se analiza el impacto de las mismas con un ejemplo real, utilizando un conjunto de puntos para calcular y aplicar las transformaciones y reservando un segundo conjunto independiente del primero para verificar el comportamiento del error.

DIGITAL ELEVATION MODEL CORRECTION BASED ON A SECURE SET OF MEASURED POINTS

Summary

In this paper we propose a digital elevation model correction method based on ground control points (GCP). The method comprises: 1) the application of rigid shifts which minimize misfit to the data in a least squares sense, both in xy and in z directions, and 2) the application of deformations to correct regional and localized errors. Regional deformation is achieved using a piece-wise linear interpolation, while localized errors are corrected solving a Laplace equation. The proposed method is applied to real data from an interferometric DEM using two independent point sets, one for correction, and the other to verify the error behavior.

INTRODUCCIÓN

Actualmente es posible reconstruir topografía utilizando imágenes satelitales tomadas bajo ciertas condiciones especiales, generando de esta manera modelos digitales de elevación (MDE's) caracterizados por cubrir áreas extensas. El principal atractivo de estos métodos es que son relativamente automáticos y económicos. Sin embargo, existen una serie de factores inherentes a la fuente de información utilizada que introducen errores que afectan al resultado final, lo cual plantea la necesidad de verificar y corregir de alguna manera el MDE, siendo una posibilidad el utilizar puntos medidos en el terreno para efectuar tal corrección.

En el presente trabajo se propone una técnica de corrección de MDE's que combina transformaciones rígidas con deformaciones de la superficie, basadas en una serie de puntos medidos en el terreno. El objetivo del método propuesto es realizar la corrección del MDE de manera tal que se ajuste a la forma de la superficie terrestre de la mejor manera posible, en base a la información disponible. La idea detrás de este objetivo es que es posible combinar la información extensiva, como es el modelo construido a partir de imágenes satelitales, con la información localizada y de alta precisión constituida por puntos medidos en el terreno, obteniendo como resultado una combinación de lo mejor de cada fuente.

Como ejemplo ilustrativo del procedimiento de corrección se utilizará un MDE obtenido mediante la técnica de estereoscopía¹ a partir de un par de imágenes ópticas SPOT². El área cubierta por el mismo es de 2289,160 km² y la resolución espacial es de 20 m. Se ha utilizado un conjunto de 187 puntos medidos en el terreno para efectuar el ajuste, los cuales se muestran sobre el MDE en la Figura 1. Asumiremos que los puntos utilizados para corregir no tienen error en cota.

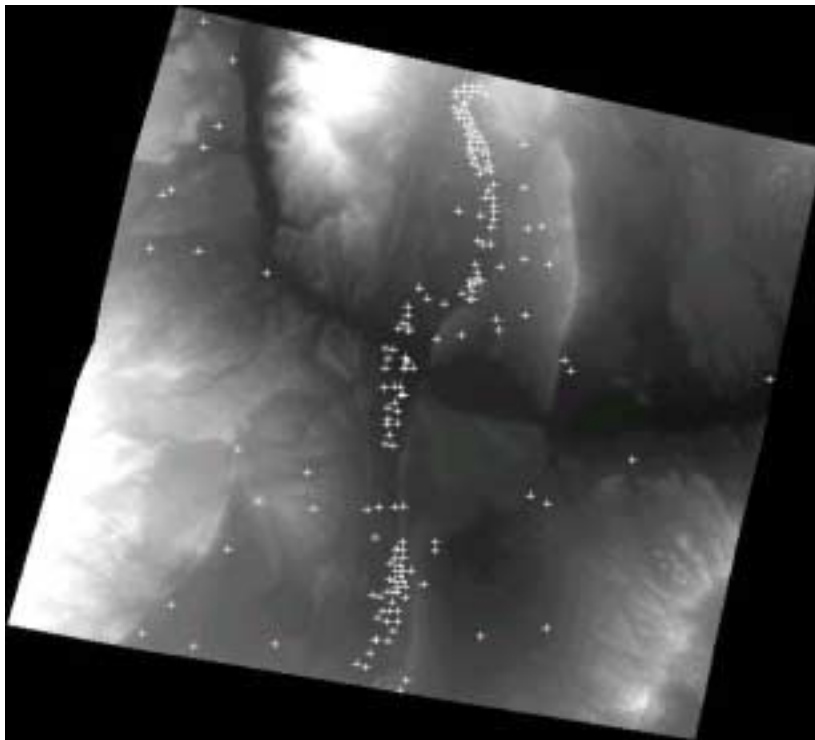


Figura 1. Modelo digital de elevación y localización de los 187 puntos seguros utilizados para ejemplificar los algoritmos propuestos. La resolución espacial del MDE es de 20 metros y cubre un área de 2289.169 km²

El trabajo está estructurado de la siguiente manera: en primer lugar se describe cómo han sido calculadas las transformaciones rígidas que se aplican al MDE, de manera de ajustarlo lo mejor posible sin modificar su forma. Luego se plantea una serie de deformaciones que permiten mejorar la fidelidad del ajuste. Finalmente se aplica la metodología propuesta a un caso real, utilizando un conjunto de puntos de corrección y verificando los resultados mediante un segundo conjunto de puntos de control, independiente del primero.

TRANSFORMACIONES RÍGIDAS

Un primer paso a seguir es el de aplicar al MDE movimientos rígidos que permitan situarlo en una posición óptima respecto de la nube de puntos de corrección. Estos movimientos a aplicar pueden ser divididos en movimientos en el plano xy y movimientos en z , ya que es necesario tratarlos por separado.

Suponiendo en primera instancia que el modelo está perfectamente georreferenciado y solamente tiene errores atribuibles a un desplazamiento en z , es posible ajustarlo planteando la minimización del error en cota en algún sentido.

Desplazamiento en z

El criterio elegido para calcular el desplazamiento que es necesario aplicar al MDE es la minimización de la suma del cuadrado de los errores puntuales, esto es, mínimos cuadrados. Este cálculo lleva a la obtención de un desplazamiento necesario según la ecuación

$$d = \frac{\Sigma(z_p - z_s)}{n} \quad (1)$$

en donde d es desplazamiento, z_s cota del MDE y z_p cota del punto medido. La sumatoria se extiende al número de puntos medidos n .

En el ejemplo que nos interesa, se obtuvo un desplazamiento necesario de $-49,44$ metros, que se aplica rígidamente a todo el MDE.

Desplazamiento en el plano xy

Asumamos ahora que la georreferenciación del MDE no es perfecta. Esto nos deja la libertad de desplazar horizontalmente todo el modelo, lo cual puede ser hecho de forma de minimizar el error del MDE con respecto a los puntos de corrección. Si definimos este error como la suma de los cuadrados de las diferencias entre el MDE y los puntos

$$rms = \frac{\sqrt{\Sigma(z_p - z_s)^2}}{n} \quad (2)$$

el procedimiento requerirá evaluar esta magnitud en todos los puntos de un dominio cercano al punto de partida, que es la georreferenciación original obtenida manualmente a partir de la correlación de formas visibles en una imagen satelital. La experiencia indica que el error cometido en este procedimiento no debería superar el 2 % del tamaño del MDE, por lo que en este caso un valor adecuado para el dominio de búsqueda implica analizar desplazamientos de 21 pixels en cada dirección.

El procedimiento entonces consiste en evaluar d de la ecuación (1) para un dado desplazamiento xy del MDE y calcular el error rms remanente luego de aplicar el desplazamiento d en vertical. Esto se debe realizar sobre todo el espacio de búsqueda (en este caso 441

evaluaciones) y quedarnos con el desplazamiento xy que minimiza el error rms . La Figura 2 muestra la superficie de error (rms) así obtenida; en ella el mínimo ($rms = 0,5813$) corresponde a un desplazamiento del MDE de 1 pixel en la dirección de x y 0 pixel en la dirección de y , lo cual indica una buena georreferenciación original del MDE.

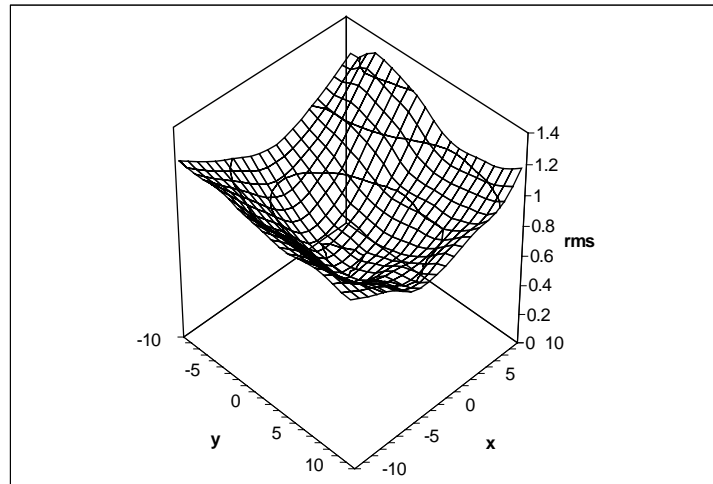


Figura 2. Superficie de error para desplazamientos xy en un dominio de tamaño 21 por 21 pixels alrededor de la posición aproximada. El mínimo en este caso corresponde a un desplazamiento de 1 pixel en dirección x y 0 pixel en dirección y

Es posible que existan casos que no presenten un mínimo, como por ejemplo un plano horizontal o superficies que acepten deslizamientos sin cambio de forma, pero claramente se trata de situaciones que no revisten de gran interés práctico. En términos generales esta corrección constituye una aproximación válida de solución al problema de georreferenciar en forma precisa un MDE.

DEFORMACIONES

Una vez que la superficie se desplaza en forma óptima a la nube de puntos de control, es posible que sea necesario aplicar una deformación a la misma que compense los errores residuales. Esta deformación puede ser calculada teniendo en cuenta distintos criterios, por ejemplo: se quiere hacer una corrección más detallada que un plano, o se quiere que cada punto de control sea respetado en forma exacta.

Lejos de ser opuestos, ambos tipos de corrección son complementarios. La clave de esta afirmación radica en el hecho de que, luego de la deformación rígida, es posible obtener una distribución de los residuos indicativa de la existencia de errores regionales distintos en ciertas zonas del MDE y de ajuste óptimo en otras zonas. Esto queda más claro, si el error total luego de las transformaciones rígidas es descompuesto como la suma de una componente regional (e_r) de baja frecuencia y una componente local (e_l) de alta frecuencia

$$e = e_r + e_l \quad (3)$$

Con este concepto resulta sencillo notar que la corrección del MDE puede ser realizada atendiendo a cada componente por separado. En este trabajo se aplica una interpolación lineal con un filtro pasabajos tendiente a corregir el error regional y una función de corrección obtenida resolviendo una ecuación de Laplace para corregir los errores locales.

Deformación lineal

El objetivo en esta etapa es obtener una superficie de deformación que propague la información contenida en los puntos de control a las zonas del MDE que caen entre los mismos. De esta manera es posible compensar los errores de tipo regional, esto es, errores de igual signo y magnitud similar que afecten a grandes zonas del MDE.

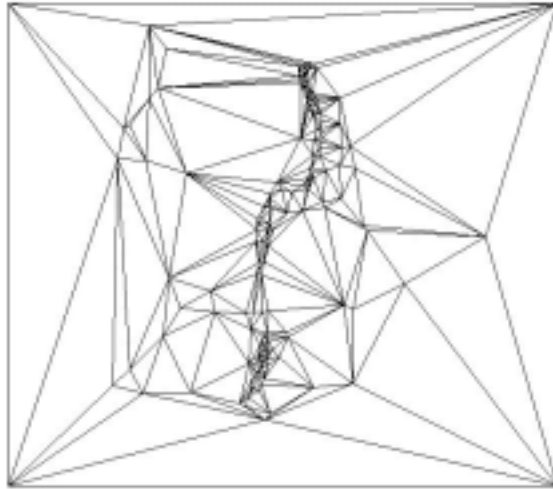


Figura 3. Triangulación obtenida para el conjunto de puntos de corrección del MDE utilizado como ejemplo

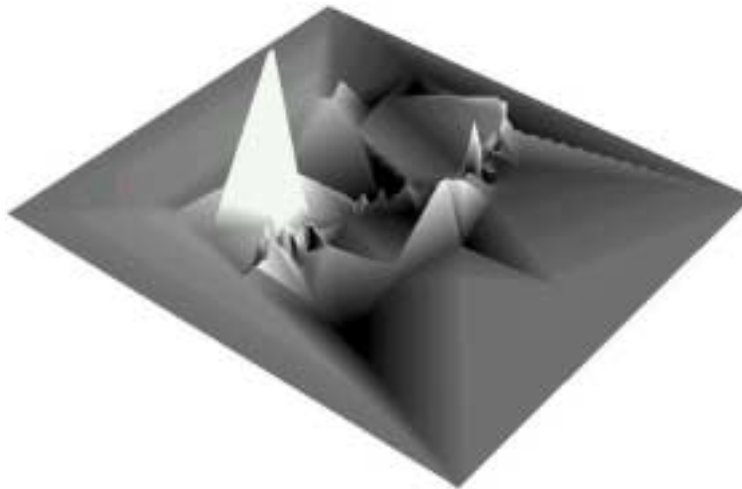


Figura 4. Superficie de corrección lineal construida directamente a partir de una triangulación Delaunay entre los puntos medidos

La superficie de corrección utilizada es una poligonal que conecta a los puntos de control por medio de planos. Con esto lo que se está haciendo es aplicar una interpolación lineal entre los puntos conocidos. Para construir la poligonal se genera la triangulación Delaunay^{3,4} del conjunto de puntos de corrección, al que se le agregan las cuatro esquinas del MDE de forma de garantizar que la triangulación cubra completamente al dominio. La Figura 3 muestra esta triangulación para nuestro caso ejemplo y la Figura 4 muestra la superficie de

corrección resultante. Las coordenadas de los nodos se definen

$$\begin{aligned} x_p &= x_p \\ y_p &= y_p \\ z_p &= z_p - z_s && \text{si } p \text{ no es una esquina del MDE} \\ z_p &= 0 && \text{si } p \text{ es una esquina del MDE} \end{aligned} \quad (4)$$

Sin embargo, al interpolar de esta manera entre los puntos de control, además de capturar la deformación regional, esta superficie contiene todas las variaciones locales. Esto conlleva el problema de que, de aplicar así la corrección lineal, se estaría propagando a zonas alejadas del MDE las componentes locales del error total, lo cual no es lícito ni razonable. Una manera de solucionar este problema es aplicar un filtro pasabajos a la poligonal, ya que la componente local del error es típicamente de alta frecuencia. De esta manera se obtiene una poligonal suavizada que solamente contiene la deformación regional.

El tipo de filtro utilizado consiste en una convolución de las coordenadas de los vértices con un *kernel* pasabajos y ha sido descrito en detalle en la referencia 5. Brevemente, dado un conjunto de vértices v_i que conforman una poligonal en tres dimensiones, es posible definir para cada vértice un subconjunto compuesto por los vecinos de primer orden de v_i , que son aquellos vértices que comparten con v_i una cara. El laplaciano discreto de las coordenadas de v_i queda

$$\Delta v_i = \sum_j w_{i,j} (v_j - v_i) \quad (5)$$

donde la sumatoria sobre j se extiende a los vecinos de v_i y los pesos $w_{i,j}$ son números positivos cuya sumatoria es 1 para cada i . En este caso se han seleccionado pesos iguales e inversamente proporcionales al número de vecinos n_i para cada vértice v_i .

$$w_{i,j} = \frac{1}{n_i} \quad \forall j \quad (6)$$

Las nuevas coordenadas (v_i) del vértice vienen calculadas iterativamente con la siguiente ecuación

$$v_j^{k+1} = v_i^k + \{\lambda, \mu\} \Delta v_i^k \quad (7)$$

utilizando alternativamente λ y μ en el cálculo y siendo k el número de iteración. Para que trabaje como un filtro pasabajos, los valores de λ y μ deben ser seleccionados de manera tal que

$$k_{pb} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} > 0 \quad (8)$$

donde k_{pb} es la frecuencia pasabajos. Para minimizar el número de iteraciones λ debe ser lo más grande posible, pero siempre manteniéndose menor que 1. Los valores elegidos en nuestro caso son $k_{pb} = 0,1$ y $\lambda = 0,63$, con lo cual $\mu = -0,672$.

Dado que el objetivo del filtrado en este caso es eliminar la componente local del error en cota, no tiene sentido aplicar el filtro a las coordenadas xy . Por el contrario, sería erróneo hacerlo, porque modificaría el aspecto de la superficie al modificar la ubicación de los nodos. Entonces, el filtro se aplica solamente a la coordenada z de los nodos de la poligonal.

La Figura 6 muestra la evolución de las coordenadas z_p de los puntos de control en función del número de iteraciones para el MDE ejemplo. El proceso se comporta como un proceso iterativo típico y se da por terminado, cuando los valores de z_p se estabilizan, lo cual, como puede observarse en la figura, requiere pocas iteraciones.

La superficie de corrección finalmente obtenida puede verse en la Figura 5. Esta poligonal se suma pixel a pixel para todo el MDE, que en el caso de nuestro ejemplo introducirá modificaciones entre $-9,9$ y $9,4$ metros.

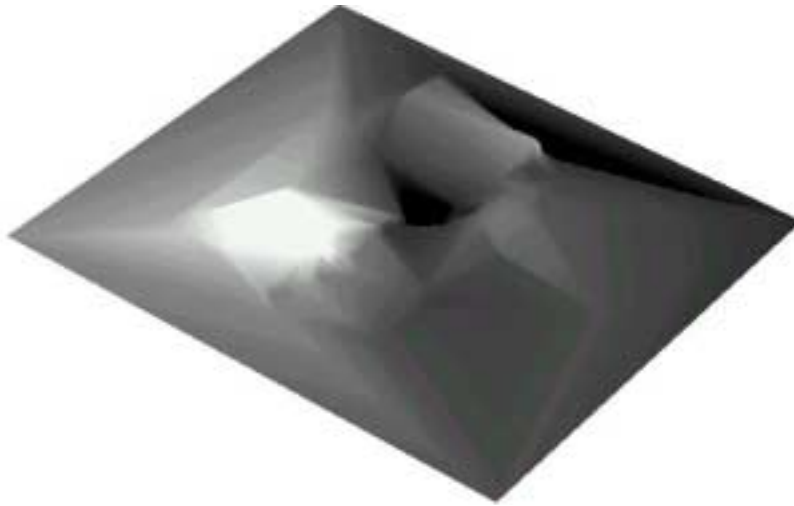


Figura 5. Superficie de corrección lineal suavizada mediante la utilización de un filtro pasabajos. Puede observarse que el filtro ha eliminado la variación local del error, conservando su tendencia regional

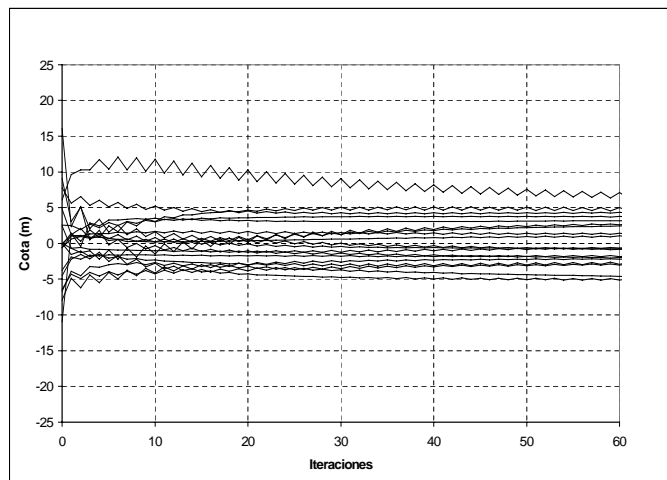


Figura 6. Variación en cota vs. Iteraciones del filtro pasabajos. Se grafican algunos puntos representativos que demuestran que la tendencia se estabiliza rápidamente

Deformaciones puntuales

La componente local del error es algo más difícil de tratar, ya que no necesariamente existe una función suave que la represente. Básicamente se pretende desplazar el valor de cota del pixel correspondiente al punto de control a su valor correcto, pero esto no puede realizarse aisladamente de su contexto, ya que se generaría una discontinuidad. Una elección mucho más adecuada es afectar a los vecinos con una función que decaiga rápidamente en función de la distancia. Algunos softwares comerciales utilizan funciones de tipo gaussianas para realizar esta interpolación⁶.

Nuestra propuesta es construir una superficie gemela del MDE, donde a cada pixel correspondiente a un punto medido se le asigna el valor de error (diferencia entre la cota dada por el MDE y la cota medida) y a todos los demás pixels se les asigna inicialmente el valor cero.

$$\begin{aligned} E_{i,j} &= z_p - z_s && \text{si existe } z_p \\ E_{i,j} &= 0 && \text{si no existe } z_p \end{aligned} \quad (9)$$

A partir de esta superficie, si i, j no es un punto fijo, la deformación para cada pixel se calcula según la ecuación

$$E_{i,j} = \frac{E_{i,j+1} + E_{i+1,j} + E_{i,j-1} + E_{i-1,j}}{4} \quad (10)$$

El cálculo se realiza en forma iterativa hasta que

$$\max |E_{i,j}^{k+1} - E_{i,j}^k| < \text{cota} \quad (11)$$

donde k es el número de iteración.

La ecuación (10) es equivalente a resolver por diferencias finitas un problema de Laplace, donde la variable del problema es el error y los puntos medidos actúan como condiciones de contorno. Esta forma de interpolar resulta conveniente, ya que lo que se obtiene es una función de interpolación suave que evalúa el error en cada punto en base a su distancia al punto medido. Como resultado se obtiene una superficie de error que asigna un desplazamiento particular a cada pixel del MDE y que es función de su distancia a un punto medido y al error encontrado en el mismo. En la Figura 7 se muestra esta superficie para el caso ejemplo que venimos siguiendo, una vez que el MDE fue corregido por medio de la deformación lineal y desplazamientos rígidos.

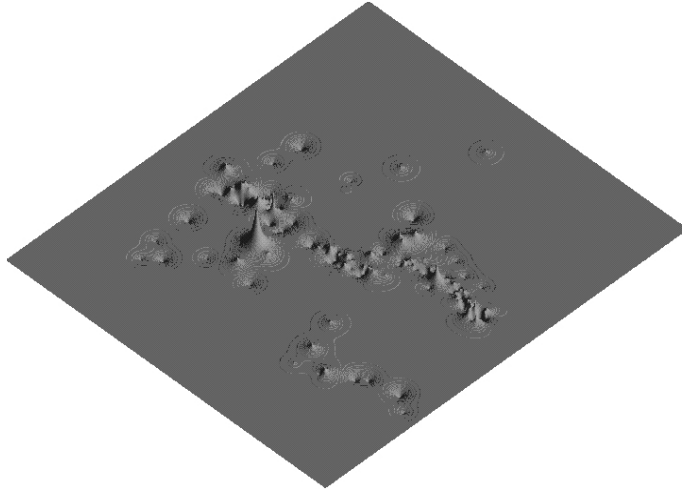


Figura 7. Superficie de deformación puntual obtenida utilizando el conjunto de puntos de corrección en el MDE ejemplo. Nótese que la deformación se introduce en forma únicamente local en las cercanías de cada punto

La implementación de este método en forma directa insume un elevado número de operaciones para alcanzar convergencia. Por esta razón se ha implementado un algoritmo tipo multigrilla que permite acelerar en buena medida el proceso. Los métodos multigrilla permiten resolver eficientemente ecuaciones diferenciales en derivadas parciales definidas en grillas extensas mediante la aplicación de esquemas de relajación de Gauss–Seidel en grillas menos densas. Esto permite resolver PDE's elípticas discretizadas en una grilla de N celdas en $\vartheta(N \times \log N)$ operaciones, mientras que el método directo requiere $\vartheta(N^2)$ operaciones⁷.

El criterio utilizado para disminuir al máximo el tamaño de grilla radica, en este caso, en que no puede haber más de un punto de control en el mismo pixel de la nueva grilla menos densa. Una vez que se ha determinado cuáles son las dimensiones de la menor grilla posible, se aplican sobre ésta las ecuaciones (9) y (10) hasta que se cumple la condición de convergencia (11). Luego, si denotamos con la letra f a la grilla más fina y con la letra g a la más gruesa, se refina la grilla haciendo

$$\begin{aligned} f_{2i,2j} &= g_{i,j} \\ f_{2i,2j+1} &= g_{i,j} \\ f_{2i+1,2j} &= g_{i,j} \\ f_{2i+1,2j+1} &= g_{i,j} \end{aligned} \tag{12}$$

y se itera nuevamente sobre esta grilla hasta alcanzar convergencia. El procedimiento se repite hasta que se ha alcanzado la solución sobre la grilla original.

El esquema de resolución de Gauss–Seidel tiene una convergencia muy lenta. Esto es debido a que en cada iteración un pixel recibe información solamente de sus vecinos y de esta manera la misma se propaga muy lentamente a todo el dominio. La virtud del esquema multigrilla radica en que, al iterar sobre la grilla de menores dimensiones, permite que la información se propague más rápidamente. Luego, en la medida en que se calcula sobre grillas más finas, el algoritmo solamente suaviza los bordes, alcanzando rápidamente convergencia.

APLICACIÓN A UN CASO REAL

En esta sección se aplica el procedimiento detallado anteriormente a un MDE real obtenido mediante la técnica denominada interferometría de imágenes de radar^{8,9,10}. Se utiliza un conjunto de 239 puntos de corrección y se dispone además de un segundo conjunto de 563 puntos que permitirán realizar una verificación del comportamiento de los diferentes algoritmos propuestos. El MDE utilizado cubre un área de 1168 km² con una resolución espacial de 20 m. Geográficamente corresponde a la localidad de Barrancas, ubicada al sur de la ciudad de Mendoza, Argentina. Las Figuras 8a y 8b muestran la distribución de los puntos de corrección y de control sobre el MDE respectivamente. Se supone que los puntos medidos están libres de error.

En primer lugar se realizó la corrección por movimientos rígidos. Para el caso del plano xy se definió un dominio de 51 por 51 pixels alrededor de la posición aproximada. Esta operación dio como resultado un desplazamiento necesario del MDE de 10 pixels en la dirección x y 0 pixels en la dirección y , siendo el mínimo un *rms* de 0,519106. La corrección en z necesaria fue de 13,45 metros.

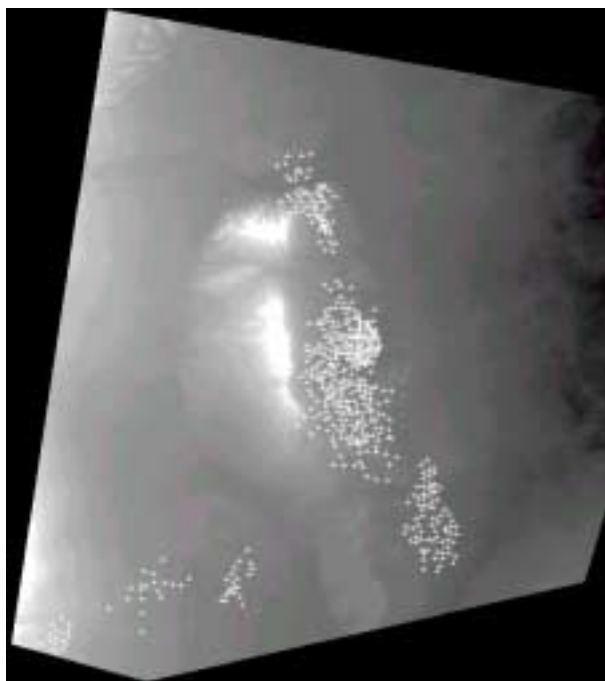
A continuación se deformó el MDE utilizando la interpolación lineal, lo cual requirió construir una triangulación con 488 elementos. Las máximas deformaciones introducidas por este método fueron de -15 y 12,8 m respectivamente. Finalmente se realizó el ajuste local, que introdujo desplazamientos máximos de -19 y 20 m.

Después de cada etapa de corrección se calcularon los errores remanentes utilizando el conjunto de puntos de verificación. La Figura 9 muestra las distribuciones de error para los cinco casos:

- error original (media: $\mu = 19,607$ m y desviación: $\sigma = 10,005$ m),
- error después de la corrección en xy ($\mu = 14,532$ m, $\sigma = 8,051$ m),
- error después del desplazamiento en z ($\mu = 1,087$ m, $\sigma = 8,051$ m),
- error después de la corrección lineal ($\mu = -0,162$ m, $\sigma = 4,937$ m) y
- error después de la corrección puntual ($\mu = -0,022$ m, $\sigma = 5,372$ m).



a)



b)

Figura 8. a) Distribución de 239 puntos de corrección sobre la superficie del MDE Barrancas. b) Distribución de 563 puntos de verificación utilizados para comprobar el comportamiento del error luego de aplicada la corrección

Figura 9.a

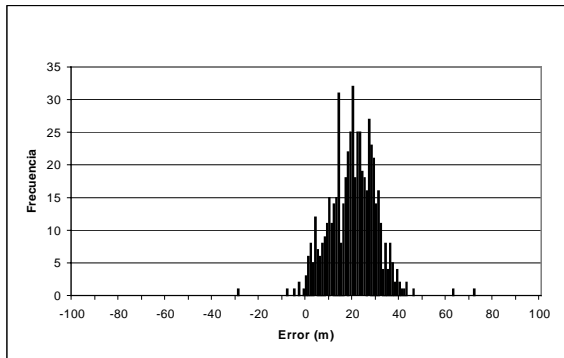


figura 9.c

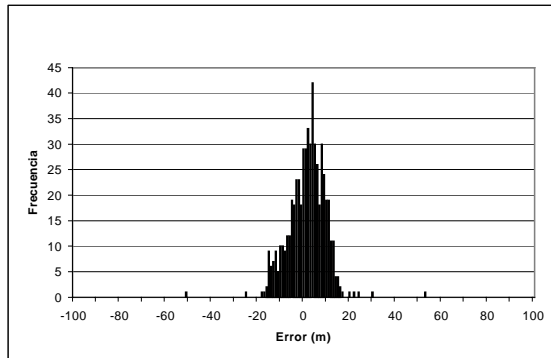


Figura 9.b

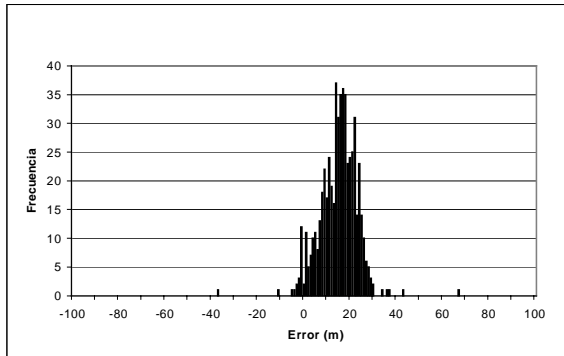
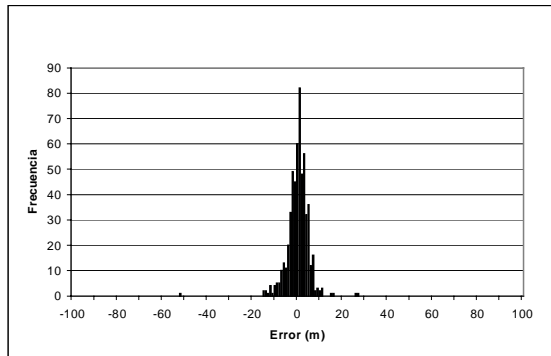


figura 9.d



igura 9.e

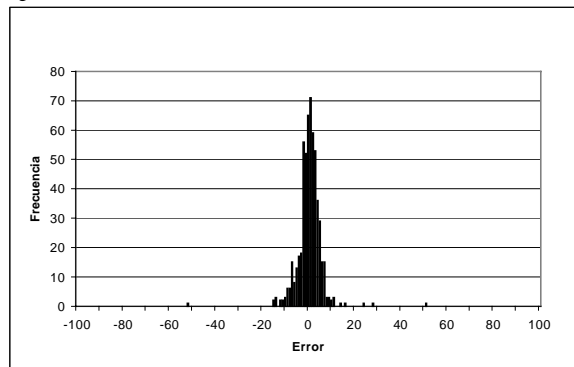


Figura 9. Errores y desviaciones para el MDE Barrancas. a) Situación original ($\mu = 19.607$
 $\sigma = 10.005$)

Obsérvese la notable disminución en μ y σ después de cada uno de los pasos de corrección, excepto en la corrección puntual. Esto indica que las etapas de movimientos rígidos y deformación lineal tienen el efecto deseado sobre el MDE. La corrección puntual provoca un leve aumento en σ , pero esto es esperable, ya que el objetivo de esta corrección es forzar cada punto a su posición correcta y esto necesariamente introduce alguna deformación en los puntos vecinos no utilizados en la corrección.

CONCLUSIONES

Como conclusión podemos decir que los algoritmos propuestos se han comportado de manera satisfactoria en el caso estudiado, ya que han disminuido sensiblemente los

parámetros de medición del error (media y desviación). Teniendo en cuenta que el desnivel existente en el MDE es de unos 300 m, la magnitud de los desplazamientos aplicados es de importancia. La deformación puntual introducida en último lugar produce un pequeño aumento en la desviación del error, que no representa un precio excesivo a pagar por llevar los puntos conocidos a su posición exacta. Además, estos algoritmos pueden ser de ayuda para resolver algunos problemas frecuentes, tal como la georreferenciación precisa de MDE.

Por otra parte, la magnitud de los desplazamientos aplicados al MDE en las distintas etapas de corrección puede servir como indicador de calidad del MDE original, ya sea en sentido absoluto (movimientos rígidos) o relativo (deformaciones).

Finalmente, salvo el algoritmo de corrección puntual, que en algunos casos puede tener un costo computacional importante, los algoritmos propuestos son económicos y pueden utilizarse en un contexto interactivo sin mayores complicaciones.

AGRADECIMIENTOS

A la Comisión Nacional de Actividades Espaciales (CONAE) por el apoyo brindado durante la realización del presente trabajo, dentro del Convenio CONAE-CEDIAC.

Al personal de las empresas ASTRA y Repsol YPF por la información aportada, que permitió hacer realidad este trabajo.

Al personal del Pacific GPS Facility de la Universidad de Hawaii por los conocimientos compartidos en todo lo referido a técnicas de medición con GPS.

REFERENCIAS

- 1 P.R. Wolf, “*Elements of photogrammetry*”, McGraw Hill, International Editions, (1983).
- 2 <http://www.spotimage.com>
- 3 B. Delaunay, “Sur la sphere vide”, *Bull. Acad. Sci. USSR VII: Class. Scil, Mat. Nat.*, pp. 793–800, (1934).
- 4 D. Watson, “Computing the n -dimensional Delaunay tessellation with applications to Voronoid polytopes”, *Computer Journal*, Vol. **24**, pp. 167–172, (1981).
- 5 G. Taubin, “A signal processing approach to fair surface design”, *Computer Sciences*, RC-19923 (#88210), (1995).
- 6 “Earth View version 4.4 Command Directory”, Atlantis Scientific Systems Group Inc. (Ed.), Ottawa, Canadá, (1996).
- 7 D. Ghiglia y M. Pritt, “*Two-dimensional phase unwrapping, theory, algorithms and software*”, John Wiley & Sons, Nueva York, EE.UU., (1998).
- 8 R. Gens y J.L. van Genderen, “SAR interferometry –issues, techniques, applications”, *Int. J. of Remote Sensing*, Vol. **17**, pp. 1803–1835, (1996).
- 9 F. Rocca, C. Prati y A. Monti Guarnieri, “Possibilities and limits of SAR interferometry”, *Image Processing Techniques*, European Space Agency, pp. 15–30, (1996).
- 10 R. Gens, “*Quality assessment of SAR interferometric data*”, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, (1998).