

# NUEVA DEFINICIÓN DE IMPORTANCIA DE FIABILIDAD DE UNA COMPONENTE

GONZALO CLEMENTE

*Considerando el gran interés que tiene bajo el punto de vista del diseño, el conocimiento de la importancia relativa de las componentes individuales de un sistema, se han estudiado las diferentes acepciones que de la misma aparecen en la bibliografía. De entre las definiciones existentes se destaca la de "importancia de fiabilidad de una componente" dada por Birnbaum (1.969). No obstante, esta definición adolece de un importante inconveniente que es puesto de manifiesto en este trabajo. Para subsanar dicho inconveniente se ha establecido una nueva definición de importancia de fiabilidad de una componente, completándose el trabajo con una aplicación práctica de esta definición a tres casos usuales de configuración de sistemas.*

## 1. INTRODUCCION

Es indudable el interés que tiene el conocimiento de la importancia relativa de las componentes individuales de un sistema, sobre todo, con vistas al diseño de nuevos sistemas complejos desde el punto de vista de su fiabilidad.

La importancia de una componente tiene dos aspectos, uno estructural y otro probabilístico. El primero hace referencia a la situación estratégica de una componente dentro de la estructura del sistema del que forma parte, y el segundo se refiere a su probabilidad de funcionamiento.

Así, una componente en serie con el resto del sistema será estructuralmente importante porque su fallo supone el fallo del sistema, pero si su vida es larga será probabilísticamente poco importante.

Este interesante aspecto de la fiabilidad ha sido estudiado por Birnbaum /3/ y Barlow y Proschan /1/ y /2/ quedando todavía algunos matices susceptibles de mejorarse que es lo que ha motivado el inicio de esta investigación con el fin de hacer nuevas aportaciones para el mejor conocimiento del tema.

- Gonzalo Clemente Martín, profesor adjunto interino de Estadística de la E.T.S.Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Valencia.

- Article rebut el Gener de 1982.

## 2. HIPOTESIS, CONCEPTOS PREVIOS Y NOMENCLATURA

En este trabajo se utilizarán hipótesis, conceptos y nomenclatura expuestos por Kaufmann, Grouchko y Cruon /7/ y por Barlow y Proschan /2/.

### 2.1. HIPOTESIS.

En todo el trabajo, se seguirán las siguientes hipótesis:

a) Un sistema o equipo puede encontrarse únicamente en dos estados; o funciona bien o está averiado.

b) Un sistema o equipo se puede descomponer en sus componentes de forma que:

- Cada componente se encuentra en uno de los dos estados expuestos en a)

- El estado del sistema solo depende de sus componentes.

### 2.2. FUNCION DE ESTRUCTURA.

Para cada una de las  $n$  componentes se define una variable de estado  $X_i$ , de tal forma que

$X_i = 1$  si la componente número  $i$  está en buen estado.

$X_i = 0$  si la componente número  $i$  está averiada.

Por  $\vec{X}$  definiremos el vector  $n$ -dimensional de componentes

$$X_i ; \vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Por  $Y$  será designada la variable de estado del sistema. Evidentemente por la hipótesis b)  $Y$  depende de  $\vec{X}$  y, en consecuencia, existe una función  $\varphi$  tal que

$$Y = \varphi(\vec{X})$$

A la función  $Y = \varphi(\vec{X})$  se le llama función de estructura del sistema.

### 2.3. PASOS Y CORTES.

Llamaremos paso de un sistema, a todo subconjunto de componentes tales que si todas ellas están en buen estado y todas las demás componentes están averiadas, el sistema funciona.

Llamaremos corte de un sistema a todo subconjunto de componentes tales que si todas ellas están averiadas y las demás funcionan, el sistema no funciona.

Llamaremos paso mínimo a todo paso que no esté contenido en otro paso, y llamaremos corte mínimo a todo corte que no está contenido en otro corte.

### 2.4. COMPONENTES INÚTILES.

Diremos que la componente  $i$  es inútil si  $\varphi$  es constante en  $X_i$ , es decir  $\varphi(X_i=1, \vec{X}) = \varphi(X_i=0, \vec{X})$ . En este caso, todo paso conteniendo a la componente  $i$ , continua siendo un paso si se le elimina dicha componente y, respectivamente, todo corte conteniendo a  $i$ , continua siendo un corte después de la supresión de  $i$ .

### 2.5. ESTRUCTURAS COHERENTES.

En un sistema real, cuando se reemplaza una componente averiada por otra en buen estado, el sistema no puede pasar de buen funcionamiento a estado de avería, en consecuencia, en sistemas reales o coherentes se cumple que

$$\vec{X}^{(1)} \leq \vec{X}^{(2)} \Rightarrow \varphi(\vec{X}^{(1)}) \leq \varphi(\vec{X}^{(2)})$$

Por definición diremos que una estructura es coherente si es monótona y si no contiene componentes inútiles.

### 2.6. CALCULO DE LA FUNCION DE ESTRUCTURA SIMPLE DE UN SISTEMA COHERENTE.

Si  $P_1, P_2, \dots, P_p$  son los pasos mínimos de un sistema coherente, entonces es:

$$\varphi(\vec{X}) = 1 - \prod_{j=1}^p \left( \prod_{i \in P_j} X_i \right)$$

Si  $C_1, C_2, \dots, C_k$  son los cortes mínimos del sistema, entonces es

$$\varphi(\vec{X}) = \prod_{j=1}^k \left[ 1 - \prod_{i \in C_j} (1 - X_i) \right]$$

$\varphi(\vec{X})$  es un polinomio respecto a las variables booleanas  $X_i$ . Como  $X_i^r = X_i$ ,  $\varphi(\vec{X})$  puede ser escrita bajo la forma de un polinomio de primer grado respecto a cada una de las variables  $X_i$ . Kaufmann /7/ llama forma simple de  $\varphi(\vec{X})$  a  $\varphi(\vec{X})$  cuando todos los monomios son de primer grado. Se demuestra que la forma simple de  $\varphi(\vec{X})$  es única.

### 2.7. DESCOMPOSICION PIVOTAL MONOTONA. TEOREMA

Una condición necesaria y suficiente para que una función de estructura  $\varphi(\vec{X})$  sea monótona es que

$$\varphi(\vec{X}) = X_i \varphi_{i1}(\vec{X}) + (1 - X_i) \varphi_{i2}(\vec{X})$$

tal que  $\forall \vec{X} \varphi_{i1}(\vec{X}) \geq \varphi_{i2}(\vec{X})$ , siendo  $\varphi_{i1}(\vec{X})$

y  $\varphi_{i2}(\vec{X})$  a su vez monótonas.

En la descomposición  $\varphi_{i1}(\vec{X})$  es  $\varphi(\vec{X})$  con  $X_i = 1$  y  $\varphi_{i2}(\vec{X})$  es  $\varphi(\vec{X})$  con  $X_i = 0$ .

### 2.8. FUNCION DE FIABILIDAD.

Designaremos por  $p_i$  a la probabilidad de que en un instante dado  $t$ , la componente  $i$  esté en funcionamiento, es decir:

$$p_i = 1 - F_i(t) = \bar{F}_i(t)$$

Evidentemente

$$p_i = E(X_i)$$

De la misma forma, la probabilidad de que el sistema funcione es

$$p = E(Y) = E(\varphi(\vec{X})), \text{ a:}$$

$$h(p_1, p_2, \dots, p_n) = h(\vec{p}) = E(\varphi(\vec{X}))$$

le llamaremos función de fiabilidad que, evidentemente dependerá de  $t$

$$h(\vec{p}) = h(\bar{F}_1(t), \bar{F}_2(t), \dots, \bar{F}_n(t)) = E(\varphi(\vec{X}))$$

Si  $\varphi(\vec{X})$  está expresada en su forma simple, y las variables  $X_i$  son independientes, entonces:

$$h(\vec{p}) = E(\varphi(\vec{X})) = \varphi(E(\vec{X})) = \varphi(\vec{p})$$

Es decir, si las variables son independientes, la función de fiabilidad se obtiene cambiando las variables  $X_i$  por las  $p_i$  en la forma simple de  $\varphi(\vec{X})$ .

### 3. IMPORTANCIA DE UNA COMPONENTE EN LA FIABILIDAD DE UN SISTEMA. (RELIABILITY IMPORTANCE)

El problema de la importancia de las componentes ha sido estudiado fundamentalmente por Birnbaum /3/ y Barlow y Proschan (/1/ y /2/).

En un sistema coherente, algunas componentes tienen más importancia que otras en la determinación de que el sistema falle o no. Por ejemplo, una componente que esté en serie -- con el resto de las componentes será al menos tan importante como cualquier otra. Este concepto es de gran interés en el diseño de un sistema y en la determinación de su fiabilidad.

En la bibliografía mencionada se define la importancia estructural de la componente  $i$  (Barlow y Proschan /2/) como:

$$I_{\varphi}(i) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{\{\vec{X}/X_i=1\}} (\varphi_{i1}(\vec{X}) - \varphi_{i2}(\vec{X}))$$

En las que  $\varphi_{ij}(\vec{X})$  son las funciones monótonas de la descomposición pivotal de la función de estructura del sistema de fiabilidad  $\varphi(\vec{X})$ .

Birnbaum /3/ definió el concepto de importancia de fiabilidad (Reliability Importance)

de una componente de la siguiente forma

$$I_h(i) = \frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_i}$$

Barlow y Proschan /2/ que recogen la anterior definición hacen notar lo siguiente:

a) Si  $p_j = 1/2$   $j \neq i$  la importancia de fiabilidad y la importancia estructural coinciden, por lo que si  $p_j = 1/2$   $j = 1, 2, \dots, n$  la importancia de fiabilidad y la importancia estructural es la misma para cada componente del sistema.

b)  $0 < I_h(i) < 1$   $i = 1, 2, \dots, n$

c) La importancia de fiabilidad  $I_h(i)$  de una componente puede ser usada para evaluar el efecto de una mejora en la fiabilidad del sistema, ya que para pequeñas mejoras en las fiabilidades de las componentes  $\Delta p_i$  es:

$$\Delta h = \sum_{j=1}^n I_h(j) \Delta p_j$$

### 4. CRITICA A LA DEFINICION DE LA IMPORTANCIA DE FIABILIDAD DE BIRNBAUM Y PROPUESTA DE UNA NUEVA DEFINICION.

La definición de  $I_h(i)$  mediante

$$I_h(i) = \frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_i}$$

presenta el indudable inconveniente de depender de la vida  $T$  del sistema, con lo que la ordenación de las componentes según su importancia puede depender, y de hecho depende de  $T$ .

Consideremos por ejemplo un sistema 2-de-3 -- con componentes independientes de vida exponencial, es decir, sea

$\varphi(\vec{X}) = X_1 X_2 + X_1 X_3 + X_2 X_3 - 2X_1 X_2 X_3$  de donde

$h(\vec{p}) = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 - 2p_1 p_2 p_3$  y por tanto

$$I_h(1) = \frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_1} = p_2 + p_3 - 2p_2 p_3$$

$$I_h(2) = \frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_2} = p_1 + p_3 - 2p_1p_3$$

De donde

$$I_h(1) - I_h(2) = p_2 - p_1 - 2p_3(p_2 - p_1) = \dots = (p_2 - p_1)(1 - 2p_3), \text{ es decir } \dots$$

$$I_h(1) - I_h(2) = (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t})(1 - 2e^{-\lambda_3 t})$$

Supongamos que  $\lambda_2 < \lambda_1$ , entonces  $e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t} > 0$  para cualquier  $t \neq 0$ , luego

$$I_h(1) - I_h(2) \geq 0 \text{ seg\u00fan que } 1 - 2e^{-\lambda_3 t} \geq 0 \text{ y por tanto seg\u00fan que } t \geq -\frac{\ln 0.5}{\lambda_3}, \text{ es decir que}$$

si la vida del sistema es mayor que  $-\frac{\ln 0.5}{\lambda_3}$  la componente 1 es m\u00e1s importante que la 2, pero si la vida del sistema es menor que dicha cantidad, la componente 2 es m\u00e1s importante que la 1.

Por todo ello ser\u00eda importante encontrar una medida de la Importancia de Fiabilidad de las componentes que no dependiera de la vida del sistema, y que aune los dos aspectos estructural y probabil\u00edstico que integran la mencionada importancia.

Parece l\u00f3gico considerar como medida de la Importancia de Fiabilidad de una componente, a la probabilidad de que el sistema falle como consecuencia de que dicha componente falle. A esta probabilidad la llamaremos \u00cdndice de criticidad o simplemente Importancia de Fiabilidad y la designaremos por

$$I_h(k) = p_c(k)$$

## 5. CRITICIDAD DE UNA COMPONENTE.

Sea  $\varphi$  la funci\u00f3n de estructura de un sistema de fiabilidad coherente cuyas componentes son independientes, y sean  $\varphi_{k1}$  y  $\varphi_{k2}$  las funciones de estructura mon\u00f3tonas que intervienen en la descomposici\u00f3n pivotal de  $\varphi$ , es decir

$$\varphi(\vec{x}) = x_k \varphi_{k1}(\vec{x}) + (1 - x_k) \varphi_{k2}(\vec{x})$$

Designemos por  $T$  a la vida del sistema, por  $T_k$  a la vida de la componente  $k$ , por  $T_{k1}$  a la vida del sistema de fiabilidad representado por la funci\u00f3n de estructura mon\u00f3tona  $\varphi_{k1}$  y por  $T_{k2}$  a la vida correspondiente al sistema

representado por  $\varphi_{k2}$ .

### 5.1. DEFINICI\u00d3N.

Diremos que en una realizaci\u00f3n la componente de \u00cdndice  $k$  ha sido cr\u00edtica, si el fallo del sistema se ha producido como consecuencia del fallo de  $k$ .

Llamaremos  $T_{c_k}$  a la vida de la componente  $k$  cuando  $k$  es cr\u00edtica.

### 5.2. FUNCI\u00d3N DE DENSIDAD DE $T_{c_k}$

Evidentemente  $T_{c_k}$  coincide con la vida de la componente  $k$  cuando  $T_{k1} \geq T_k$  y  $T_{k2} \leq T_k$  pues entonces como se desprende de la definici\u00f3n dada en el punto anterior, si la componente  $k$  es cr\u00edtica en una realizaci\u00f3n concreta, el sistema deja de funcionar en el mismo instante que falla la componente  $k$ , en consecuencia es evidente que:

$$\left. \begin{array}{l} \forall t_1 < t_k \quad \varphi(\vec{x}) = 1 \\ x_k = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi_{k1}(\vec{x}) = 1$$

pues el sistema funciona ( $\varphi(\vec{x}) = 1$ ), la componente  $k$  funciona ( $x_k = 1$ ) y para que  $\varphi(\vec{x}) = x_k \varphi_{k1}(\vec{x}) + (1 - x_k) \varphi_{k2}(\vec{x})$  sea igual a uno necesariamente  $\varphi_{k1}(\vec{x}) = 1$  luego el sistema que representa  $\varphi_{k1}(\vec{x})$  funciona y, por tanto  $T_{k1} > t_1$  (1)

$$\left. \begin{array}{l} \forall t_2 > T_k \quad \varphi(\vec{x}) = 0 \\ x_k = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi_{k2}(\vec{x}) = 0$$

pues el sistema no funciona ( $\varphi(\vec{x}) = 0$ ), la componente  $k$  tampoco funciona ( $x_k = 0$ ) y para que  $\varphi(\vec{x}) = x_k \varphi_{k1}(\vec{x}) + (1 - x_k) \varphi_{k2}(\vec{x})$  sea igual a cero, necesariamente  $\varphi_{k2}(\vec{x}) = 0$  luego el sistema representado por  $\varphi_{k2}(\vec{x})$  no funciona y por tanto  $T_{k2} < t_2$  (2)

Si la componente  $k$  es cr\u00edtica y consideramos que  $t$  tiende a  $T_k$  se desprende de (1) y (2) que

$$T_{k2} \leq T_k \leq T_{k1}$$

y por ser  $k$  cr\u00edtica  $T_{k2} \leq T_{c_k} \leq T_{k1}$

pero la igualdad se produce con probabilidad cero en variables absolutamente continuas, - que es supuesto del trabajo, ya que si  $T_i$  y  $T_j$  son las vidas de dos componentes diferentes  $P(T_i = T_j) = 0$  y también  $P(T_{k2} = T_k) = 0$  y  $P(T_{k1} = T_k) = 0$  en consecuencia

$$\begin{aligned} P(T < T_{Ck} \leq t + \Delta t) &= \\ &= P(t < T_k \leq t + \Delta t / T_{k1} \geq T_k, T_{k2} \leq T_k) = \\ &= P(t < T_k \leq t + \Delta t / k \text{ es crítica}) = \\ &= \frac{P(t < T_k \leq t + \Delta t, T_{k1} \geq T_k, T_{k2} \leq T_k)}{P(k = \text{crítica})} \end{aligned}$$

es decir

$$\begin{aligned} P(t < T_{Ck} \leq t + \Delta t) &= \\ &= \frac{P(t < T_k \leq t + \Delta t) \cdot P(T_{k1} > T_k, T_{k2} \leq T_k / t < T_k \leq t + \Delta t)}{P_{Ck}} \end{aligned}$$

La función de densidad de  $T_{Ck}$  será

$$\begin{aligned} f_{Ck}(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T_{Ck} \leq t + \Delta t)}{\Delta t} = \\ &= \frac{f_k(t) \cdot P(T_{k2} \leq T_k \leq T_{k1} / T_k = t)}{P_{Ck}} \text{ donde } f_k(t) \end{aligned}$$

es la función de densidad de  $T_k$ . Es decir

$$f_{Ck}(t) = \frac{f_k(t) \cdot P(T_{k1} \geq t, T_{k2} \leq t)}{P_{Ck}}$$

pero  $P(T_{k1} \geq t, T_{k2} \leq t) = P(T_{k1} > t, T_{k2} < t)$

por tratarse de variables absolutamente continuas.

Esta última expresión es la probabilidad de que el sistema representado por  $\varphi_{k1}(\vec{X})$  funcione y el representado por  $\varphi_{k2}(\vec{X})$  no funcione en el instante  $t$ , de dónde

$$f_{Ck}(t) = \frac{f_k(t) \cdot P(\varphi_{k1}(\vec{X}) = 1, \varphi_{k2}(\vec{X}) = 0)}{P_{Ck}}$$

Como  $\int_0^\infty f_{Ck}(t) dt = 1$  será

$$P_{Ck} = \int_0^\infty f_k(t) \cdot P(\varphi_{k1}(\vec{X}) = 1, \varphi_{k2}(\vec{X}) = 0) dt \quad (3)$$

### 5.3. TEOREMA.

Vamos a demostrar que si las componentes son independientes

$$P(\varphi_{k1} = 1, \varphi_{k2} = 0) = \frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_k} \quad (4)$$

En efecto, la función de fiabilidad del sistema es  $h(\vec{p}) = E(\varphi(\vec{X})) =$

$= p_k E(\varphi_{k1}(\vec{X})) + (1-p_k) E(\varphi_{k2}(\vec{X}))$  es decir ---

$$h(\vec{p}) = p_k \varphi_{k1}(E(\vec{X})) + (1-p_k) \varphi_{k2}(E(\vec{X})) =$$

$$= p_k h_{k1}(\vec{p}) + (1-p_k) h_{k2}(\vec{p})$$

Por tanto

$$\frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_k} = h_{k1}(\vec{p}) - h_{k2}(\vec{p})$$

Por ser  $\varphi_{k1}(\vec{X}) \geq \varphi_{k2}(\vec{X})$  la función  $\varphi_A(\vec{X}) =$

$= \varphi_{k1}(\vec{X}) - \varphi_{k2}(\vec{X})$  es una función de estructura (aunque es fácil comprobar que no es necesariamente monótona), y  $\varphi_A(\vec{X}) = 1$  si y sólo si  $\varphi_{k1}(\vec{X}) = 1$  y  $\varphi_{k2}(\vec{X}) = 0$ .

En consecuencia

$$P(\varphi_{k1}(\vec{X}) = 1, \varphi_{k2}(\vec{X}) = 0) = P(\varphi_A(\vec{X}) = 1) =$$

$$= E(\varphi_A(\vec{X})) = E(\varphi_{k1}(\vec{X}) - \varphi_{k2}(\vec{X}))$$

$$P(\varphi_{k1}(\vec{X}) = 1, \varphi_{k2}(\vec{X}) = 0) =$$

$$= E(\varphi_{k1}(\vec{X})) - E(\varphi_{k2}(\vec{X})) = h_{k1}(\vec{p}) - h_{k2}(\vec{p}) =$$

$$= \frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_k}$$

En el apartado anterior habíamos propuesto como importancia de fiabilidad de una componente  $k$  al valor  $P_{Ck}$ . Teniendo en cuenta las --- ecuaciones (3) y (4) obtenemos

$$P_{Ck} = \int_0^\infty f_k(t) \frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_k} dt$$

Evidentemente  $\sum_{i=1}^n P_{Ci} = 1$ , puesto que

$$\sum_{i=1}^n P_{Ci} = \sum_{i=1}^n \int_0^\infty f_i(t) \frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_i} dt \text{ pero como --}$$

$$f_i(t) = -\frac{d\bar{F}_i}{dt} = -\frac{dp_i}{dt} \text{ será}$$

$$\sum_{i=1}^n P_{C_i} = -\int_0^{\infty} \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} dt =$$

$$= -\int_0^{\infty} \frac{d h(\vec{p})}{dt} dt = \int_0^{\infty} f(t) dt = 1.$$

## 6. EJEMPLOS.

### 6.1 SISTEMA SERIE.

La función de fiabilidad es

$$h(\vec{p}) = \prod_{i=1}^n p_i$$

$$\frac{\partial h}{\partial p_k} = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n p_i$$

$$P_C(k) = \int_0^{\infty} f_k(t) \cdot \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n p_i dt$$

Si las vidas son exponenciales

$$\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n p_i = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n e^{-\lambda_i t} = e^{-t \sum_{i=1, i \neq k}^n \lambda_i}$$

$$f_k(t) = \lambda_k e^{-\lambda_k t} \text{ luego}$$

$$P_C(k) = \int_0^{\infty} \lambda_k e^{-t \sum_{i=1}^n \lambda_i} dt = \frac{\lambda_k}{(\sum_{i=1}^n \lambda_i)}$$

### 6.2. SISTEMA 2-DE-3.

$$\varphi(\vec{X}) = X_1 X_2 + X_1 X_3 + X_2 X_3 - 2X_1 X_2 X_3$$

$$h(\vec{p}) = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 - 2p_1 p_2 p_3$$

$$\frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_1} = p_2 + p_3 - 2p_2 p_3$$

$$P_C(1) = \int_0^{\infty} f_1(t) (p_2 + p_3 - 2p_2 p_3) dt$$

Si las componentes son exponenciales

$$P_C(1) = \int_0^{\infty} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} (e^{-\lambda_2 t} + e^{-\lambda_3 t} - 2e^{-(\lambda_2 + \lambda_3)t}) dt$$

$$P_C(1) = \lambda_1 \left( \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2)} + \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_3)} - \frac{2}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \right)$$

### 6.3. SISTEMA PARALELO.

Sea  $n = 3$

$$\varphi(\vec{X}) = X_1 + X_2 + X_3 - X_1 X_2 - X_1 X_3 - X_2 X_3 + X_1 X_2 X_3$$

$$h(\vec{p}) = p_1 + p_2 + p_3 + p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 - p_1 p_2 p_3$$

$$\frac{\partial h(\vec{p})}{\partial p_1} = 1 - p_2 - p_3 + p_2 p_3$$

$$P_C(1) = \int_0^{\infty} f_1(t) (1 - p_2 - p_3 + p_2 p_3) dt$$

Si las componentes son exponenciales

$$P_C(1) = \int_0^{\infty} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} (1 - e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_3 t} + e^{-(\lambda_2 + \lambda_3)t}) dt$$

$$P_C(1) = 1 - \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \lambda_2)} - \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \lambda_3)} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)}$$

$$P_C(1) = \lambda_1 \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_3} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \right)$$

en general para  $n$  componentes es

$$P_C(k) = \lambda_k \left( \frac{1}{\lambda_k} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \frac{1}{\lambda_k + \lambda_i} + \sum_{\substack{ij \\ i \neq j \\ i \neq k \\ i < j}}^n \frac{1}{\lambda_k + \lambda_i + \lambda_j} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k} \right)$$

## 7. CONCLUSION.

Después del análisis y crítica de la definición de "importancia de fiabilidad de una componente" establecida por Birnbaum /3/, se ha propuesto una nueva definición la cual, además de no depender de la vida del sistema --- aún los dos aspectos, estructural y probabilístico que integran la importancia de una --- componente en un sistema.

El interés de esta nueva definición se centra, entre otros aspectos, en su aplicación en la fase de diseño de los sistemas; fase en la --

que, siendo evidentemente desconocida la vida del sistema, es fundamental el conocimiento de la importancia relativa de sus componentes.

## 8. BIBLIOGRAFIA.

- /1/ BARLOW, R.E., PROSCHAN, F. "Importance - of system components and fault tree --- events". Operations Research Center Report 73-74. University of California, - Berkeley 1974.
  
- /2/ BARLOW, R.E., PROSCHAN, F. "Statistical Theory of Reliability and life Testing" Holt, Rinehart and Winston N.Y. 1975.
  
- /3/ BIRNBAUM, Z.W., "On the importance of different components in a multicomponent system. Multivariate Analysis-II." ---- Academic Press. New York. 1969.
  
- /4/ EPSTEIN, B., SOBEL, M., "Some theorems relevant to life testing from an exponential distribution." Ann. Math.Statist. 25: 373-381. 1954.
  
- /5/ ESARY, J.D., MARSHALL, A.W., PROSCHAN, F., "Determining an approximate constant failure rate for a system whose -- component have constant failure rates." Operations Research and Reliability --- 195-211. London 1971
  
- /6/ ESARY, J.D., PROSCHAN, F., "Relationship between system failure rate and component failure rate." Technometrics 5:183-189, 1963.
  
- /7/ KAUFMANN, A., GROUCHKO, D., GRUON, R., "Modèles Mathématiques pour l'étude de la Fiabilité des Systèmes." Masson et Cie. Paris. 1975.