

J.R. FARRE MUNTANER

En la primera parte de este artículo se presenta una simulación del sistema cardiovascular realizada sobre un computador digital, en lenguaje de simulación continuo (CSMP). Se estudia de forma especial el sistema de vasos sanguíneos.

Inicialmente se establecen las ecuaciones fluídicas de un tramo de vaso, ampliando posteriormente el modelo matemático a toda la red de distribución. Se estudia el corazón como un caso especial de la anterior teoría.

Se desarrollan los diagramas de bloques que corresponden a cada tipo de vaso sanguíneo, según sus características o posibles patologías. El conjunto de diagramas forman el esquema de la simulación digital, de la que se comentan las principales dificultades encontradas. Finalmente se analizan los resultados obtenidos, estableciendo su validez y crítica.

LISTA DE SIMBOLOS

P = presión, F = flujo, con los siguientes subíndices :

ASA = arco aórtico ascendente
 UPC = carótidas
 Head = arterias de cabeza y brazos
 HSV = venas de cabeza y brazos
 JV = vena yugular
 SVC = vena cava superior
 RA = aurícula derecha
 RV = ventrículo derecho
 PA = arteria pulmonar
 PC = capilares pulmonares
 PV = vena pulmonar
 LA = aurícula izquierda
 LV = ventrículo izquierdo
 THA = aortatorácica
 ABA = aorta abdominal
 LAR = arterias de las piernas
 LCAP = capilares de las piernas
 LVE = vénulas de las piernas
 FEV = vena femoral
 AVC = vena cava abdominal
 TVC = vena cava torácica
 PORT = vena porta
 RENV = circulación renal
 MA = arteria mesentérica
 AC = arteria coronaria
 ρ = densidad

μ = viscosidad
 S = sección de vaso
 V_r = velocidad radial
 V_z = velocidad axial
 r_0 = radio del vaso
 E = módulo elasticidad
 R = resistencia
 C = compliancia
 L = inertancia
 n = divisiones vaso
 h = grosor pared vaso
 U_r = velocidad radial pared vaso
 σ = coeficiente Poisson pared vaso
 VC = vena coronaria
 LIV = vena ilíaca
 RENA = venal renal

1. INTRODUCCION

El estudio del sistema cardiovascular reviste singular importancia debido a que el índice de mortandad por esta causa ocupa el primer lugar, muy por encima del cancer. Además con el agravante de que este índice irá en aumento a medida que crezca la esperanza de vida media.

El sistema circulatorio está caracterizado por poseer un elevado número de parámetros, fuertes interacciones entre ellos y una mul

- J.R. Farré Muntaner de l'Institut de Cibernètica, Diagonal 647, Barcelona - 28.
 - Article rebut el Maig de 1978.

tiplicidad de realimentaciones de control. Su estudio es bastante complejo y, desde el punto de vista de la Bioingeniería, presenta un excelente campo de trabajo. Es precisamente en estos casos donde la ingeniería puede aportar soluciones más válidas al avance de la Medicina.

El objeto de este trabajo es la obtención de un modelo matemático para la simulación del sistema cardiovascular mediante computador. El uso del computador queda justificado por el elevado orden del sistema, número de parámetros e interacciones existentes.

Se ha procurado que el modelo sea lo suficientemente versátil para poder, en un momento determinado, simplificar una parte del mismo o potenciar aspectos particulares que se deseen analizar con detalle.

En función de la extensión del artículo se omiten descripciones fisiológicas que, en todo caso, pueden hallarse en las referencias /1/, /2/, /3/.

2. REPASO BIBLIOGRAFICO

Los antecedentes de modelos matemáticos de la circulación sanguínea son anteriores a 1966, iniciados por Fry y Greenfield, Rudinger y Womersley. Estos autores ya utilizaban las ecuaciones de Navier-Stockes como partida.

Una visión más moderna y exacta es la propuesta por A. Noordergraaf, E.O. Attinger, V.C. Rideout y D.E. Dick. También utilizan como punto de partida las ecuaciones de Navier-Stockes, pero con un tratamiento diferente.

El sistema completo de circulación ha sido simulado por pocos autores. Destacan los resultados de Dick, Beneken, Snyder y Rideout. Un excelente resumen de todos los trabajos efectuados hasta 1974 se debe a K. Sagawa /4/. Los modelos más recientes utilizan como base alguno de los sistemas propuestos por los autores citados.

En el presente trabajo se han seguido las teorías de Dick, Rideout y Snyder /5/, /6/, analizando y potenciando determinados aspectos a lo largo de todo el sistema simulado.

QUÉSTIÓ - v.2, n°2 (juny 1978)

3. MODELO MATEMATICO DEL FLUJO SANGUINEO EN UN TRAMO DE VASO

Inicialmente se suponen una serie de características en la sangre como fluido :

- La sangre es un fluido newtoniano.
- La viscosidad de la sangre es constante.
- La circulación tiene un régimen laminar.

La justificación de este comportamiento puede encontrarse en la ref. /1/.

Se parte de las ecuaciones, en coordenadas cilíndricas, de Navier-Stockes para un fluido de viscosidad constante e incomprensible en un tubo de paredes distensibles. Se puede suponer que el vaso sanguíneo es un cilindro de revolución y las fuerzas exteriores al sistema son nulas, queda :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \mu \left[\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \frac{1}{r} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right] \quad (1)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial V_z}{\partial t} - \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} \right] \quad (2)$$

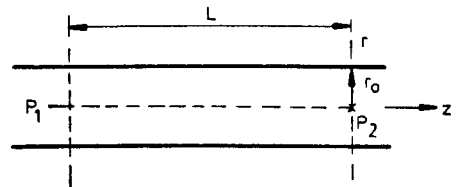


Fig. 1. Sección transversal de vasos sanguíneos.

Los tres primeros términos de la ecuación 1 son inerciales, y el último viscoso (ρ = densidad, μ = viscosidad).

Se adoptarán las suposiciones debidas a V.C. y D.E. Dick, que desprecian los términos

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}, V_r \frac{\partial V_z}{\partial r}, V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad \text{Ver ec. (2)}$$

Se trata ahora de reducir la ecuación diferencial en diferencias para cada capa de espesor Δr , a base de dividir la sección transversal del vaso en n divisiones y suponiendo una velocidad V_z, n

$$r_n = \frac{2 \cdot n}{2N-1} \cdot r_0; \quad r_{n-1} = \frac{2(n-1)}{2N-1} \cdot r_0; \quad S_n = \frac{4 \pi r_0^2 (2n-1)}{(2N-1)^2}; \quad \Delta r = \frac{r_0}{2N-1}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta z} = -\rho \frac{dV_z}{dt} + \mu \left(\frac{V_{z,n+1} - V_{z,n-1}}{2 \cdot r_n \cdot \Delta r} + \frac{V_{z,n+1} - 2V_{z,n} + V_{z,n-1}}{(\Delta r)^2} \right) \quad (3)$$

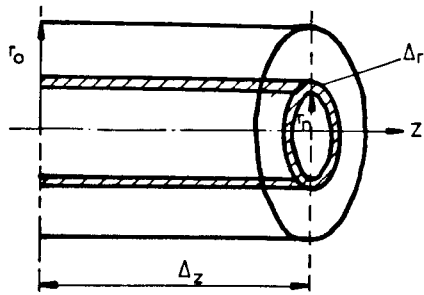


Fig. 2. Capa de espesor r .

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación 3, resulta :

$$\frac{\Delta P}{\Delta z} = - \frac{(2N-1)^2 \cdot \rho}{4\pi r_o^2 (2n-1)} \frac{dF_n}{dt} + \frac{\mu(2N-1)^4}{8\pi r_o^2 (2n-1)} \left(-F_n + \frac{n}{2n+1} F_{n+1} + \frac{n-1}{2n-3} F_{n-1} \right) \quad (4)$$

que para el caso $N = 2$ (2 divisiones) queda reducida a : (Ver Fig. 3).

$$\frac{\Delta P}{\Delta z} = \frac{-9\rho}{4\pi r_o^2} \frac{dF_1}{dt} - \frac{81\mu}{8\pi \cdot r_o^4} \cdot F_1 \quad (5)$$

$$\Delta P = \frac{-9\rho}{4\pi r_o^2} \cdot \Delta z \frac{dF_1}{dt} - \frac{81\mu}{8\pi \cdot r_o^4} \cdot \Delta z \cdot F_1 \quad (6)$$

similar a la ecuación :

$$\Delta V = - \left(L \frac{dF_1}{dt} + R F_1 \right) \quad (7)$$

$$L = \frac{9\rho}{4\pi r_o^2} \cdot \Delta z, \quad R = \frac{81\mu}{8\pi r_o^4} \cdot \Delta z, \quad C = \frac{3 \cdot S \cdot r_o}{2 \cdot E \cdot h} \cdot \Delta z \quad (8)$$

El último coeficiente sale de establecer la condición de continuidad. La diferencia entre la entrada y salida para cada capa es : (U_r = velocidad radial de la pared).

$$\int_{n=0}^{N-1} \sum (F_{n,in} - F_{n,out}) dt = 2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot U_r \cdot \Delta z$$

Ignorando la viscosidad e inercias propias de la pared, P puede ser :

$$p = \frac{E \cdot h}{r_o^2 (1-\sigma^2)} \cdot U_r$$

$$P = \frac{E \cdot h}{2\pi r_o^2 (1-\sigma^2) \cdot \Delta z} \cdot \int_{n=0}^{N-1} \sum (F_{n,in} - F_{n,out}) \cdot dt$$

Para $N = 2$ y $\sigma = 0,5$

$$P = \frac{2 \cdot E \cdot h}{3 \cdot \pi \cdot r_o^2 \Delta z} \cdot \int \Delta F \cdot dt = V = \frac{1}{C} \int \Delta I \cdot dt$$

Como se ha escogido $N = 2$ el perfil de velocidades queda según la figura 3

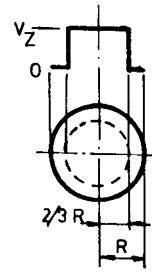


Fig. 3. Perfil de velocidades para $N = 2$, vaso cilíndrico.

A primera vista puede parecer que este perfil es muy restrictivo. Investigaciones actuales han demostrado que en los grandes vasos el flujo sanguíneo se distribuye en dos capas. La exterior compuesta casi exclusivamente de plasma tiene una velocidad muy pequeña. La interior contiene la mayoría de hematocrito y su velocidad es alta. Como el hematocrito es un líquido bastante plástico, su perfil de velocidades es achatado. El perfil real de velocidades, según A. Larcán y J.F. Stoltz, es muy similar al de la figura 3. (Ref. /2/).

Dado un elemento vascular "m" las ecuaciones (5), (6) y (8) permiten escribir :

$$P_m = \frac{1}{C_m} \int (F_m - F_{m+1}) \cdot dt \quad (9)$$

$$F_m = \frac{1}{L_m} \int |(P_{m-1} - P_m) - R_m \cdot F_m| \cdot dt \quad (10)$$

ya que

$$P_{m-1} > P_m \quad \text{y} \quad F_m > F_{m+1}$$

que queda reflejado en el circuito y montaje analógico de la Fig. 4.

El esquema de la Fig. 4 utiliza dos integradores para simular un tramo de vaso sanguíneo. En el caso de que la inercia sanguínea sea nula, flujo sin inercia, es $L_m = 0$, empleándose un solo integrador. Las ecuaciones son :

$$P_m = \frac{1}{C_m} \int (F_m - F_{m+1}) \cdot dt \quad (11)$$

$$F_m = (P_{m-1} - P_m) / R_m \quad (12)$$

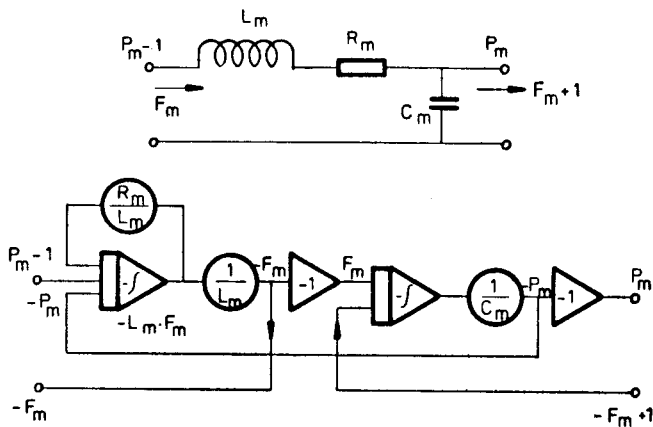


Fig. 4. Simulación de un tramo de vaso para $N = 2$.

También puede resolverse el sistema de ecuaciones para el caso $N = 4$. Entonces se utilizan 4 integradores, 1 sumador, 5 inversores y 11 potenciómetros en vez de los pocos elementos utilizados en la Fig. 4. El caso $N = 4$ aproxima más el perfil de velocidades a una distribución parabólica, considerándose hoy día más apropiada la distribución $N = 2$, por lo dicho anteriormente.

Para estudios más detallados puede suponerse no despreciable el término no lineal $v_z \cdot \frac{\delta v_z}{\delta z}$ de la ecuación (1). Para el caso $N = 2$ significa añadir un multiplicador, un inversor y un potenciómetro a la Fig. 4. Véase ref. /5/.

4. VASOS SANGUINEOS CON CARACTERISTICAS ESPECIALES

4.1. Aceleraciones

Esta cuestión debe tenerse en cuenta si existen cambios en la posición (horizontal-vertical) o aceleraciones (aviones, cohetes, etc) Bajo los efectos de la aceleración pueden ocurrir desplazamientos de volumen sanguíneo, principalmente en la parte venosa del sistema.

Para la simulación de la aceleración en un tramo "m" deberá sumarse a la presión sanguínea P_m una nueva presión P_g , que vale

$$P_g = S \cdot n \cdot g \cdot \Delta z \cdot \cos \phi \cdot \rho \quad (13)$$

- Δz = longitud del vaso
- g = aceleración de la gravedad
- n = número de "g" (Normal $g = 1$)
- ϕ = ángulo entre el eje del segmento Δz y la dirección de la aceleración.

El símbolo S representa el signo, positivo o negativo, de P_g . S varía, para un mismo tramo de vaso, de su posición anterior o del tipo de aceleración recibida. Por ejemplo, en la posición vertical habitual, S es

- S = + para las arterias situadas por debajo del corazón.
- S = - para las venas situadas por debajo del corazón.
- S = + para las venas situadas por encima del corazón.
- S = - para las arterias por encima del corazón.

4.2. Efectos de las fuerzas exteriores

Los cambios de presión intratorácicos y abdominales debidos a la respiración y el bombeo muscular de las piernas en ejercicio deben considerarse en determinados casos. Entonces los músculos ejercen una presión adicional sobre la pared del vaso, comprimiendo o no. En la simulación equivale a colocar un generador que afecta, en serie, a la compliancia (C_m). Véase figura 5. En las condiciones normales C_m está referido a masa (presión atmosférica) y si existen fuerzas exteriores a la presión atmosférica más P_i .

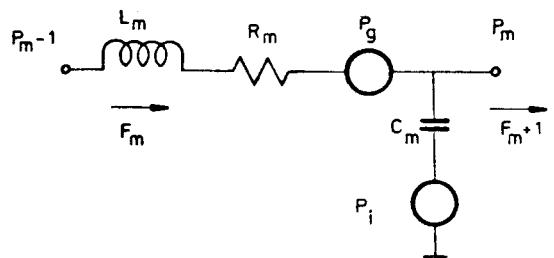


Fig. 5. Tramo de vaso (para $N = 2$) con efectos de presiones exteriores.

4.3. Válvulas venosas

En las venas de las piernas existen unas protuberancias que dificultan el retorno de la sangre hacia los pies. Estas válvulas, pasivas, no cierran completamente el vaso. La simulación se efectúa según la Fig. 6; con dos diodos y 2 dos resistencias. Las resistencias tienen una relación aproximada de 1/7.

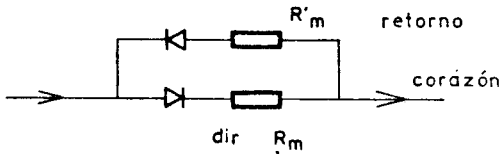


Fig. 6. Tramo de vaso venoso con válvula de no retorno. (Parcial).

4.4. Segmentos colapsables

Normalmente la presión interna sanguínea del vaso mantiene a éste en equilibrio con las presiones exteriores, adoptando una forma circular. En los grandes vasos venosos puede ocurrir que las presiones externas superen a la interna. Entonces el vaso queda colapsado. La sección circular pasa a elíptica, y, progresivamente, se achata por la parte central.

En las arterias la relación presión/volumen es constante. Es decir, la compliancia C_m es constante. (Fig. 7-a).

En las grandes venas, por ser colapsables, esta relación es no lineal. Puede aproximarse según la Fig. 7-b. Ver ref. /6/ y /7/. Obsérvese que si no se llega a la presión mínima de 1 mmHg puede suponerse la compliancia constante.

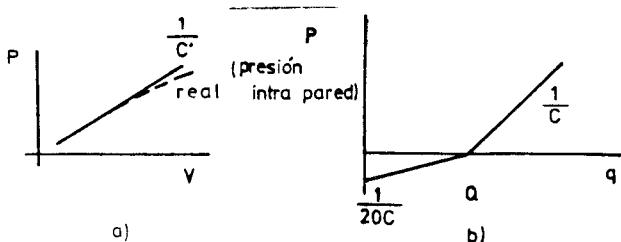


Fig. 7. Concepto de compliancia. a) Arterial. b) Venosa.

El control del tono venoso, efectuado por el sistema nervioso del simpático, provoca constricciones o dilataciones en las vénulas y venas por músculos internos que actúan directamente sobre la capa íntima de éstas. En definitiva se modifica la relación presión/volumen de estos vasos. Este efecto puede simularse desplazando la curva presión/volumen en sentido horizontal.

5.- MODELO CARDIACO

Para simular el bombeo efectuado por el corazón se ha seguido la teoría de H. Suga /8/. La curva presión-volumen resultante de la diástole-sístole se transforma en una curva temporal única, aunque varíen los parámetros cardíacos en el llenado o vaciado de las cavidades contráctiles /9/. Ello es cierto, salvo para cambios en la contractilidad /10/. Ver figura 8.

$$\frac{1}{C(t)} = e(t) = P(t) / [V(t) - V_d] \quad (14)$$

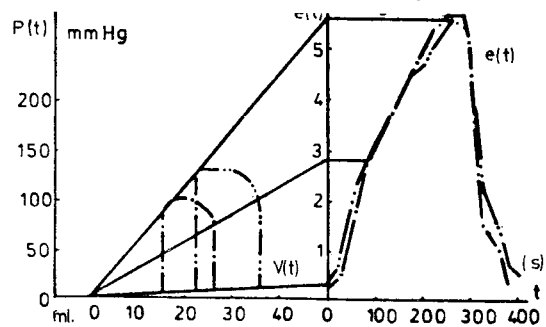


Fig. 8. Variación compliancia cardíaca.

$P(t)$ y $V(t)$ son la presión y volumen, respectivamente, de la cámara en un momento determinado. V_d es una constante denominada volumen muerto, que no contribuye activamente a desarrollar presión durante la sístole.

Este modelo tiene la ventaja que se adapta perfectamente a la anterior teoría, pues basta modificar temporalmente los coeficientes inversos de las compliancias de las cuatro cámaras cardíacas para obtener el efecto deseado.

La curva resultante de (14) puede aproximarse con bastante exactitud a una senoide truncada, sistema utilizado por varios autores. En la Fig. 9 pueden verse los valores para cada cámara cardíaca, incluida la rela

ción temporal existente. Los valores adoptados corresponden a un adulto (varón) de 30; 40 años, 1,75 m. de altura, peso de 70 Kg. y, por tanto, BSA = 1,86 m². Todos los datos citados a continuación corresponden a un individuo de estas características.

BSA (Area de la superficie del cuerpo) = 71,84.W^{0,425}.H^{0,725}

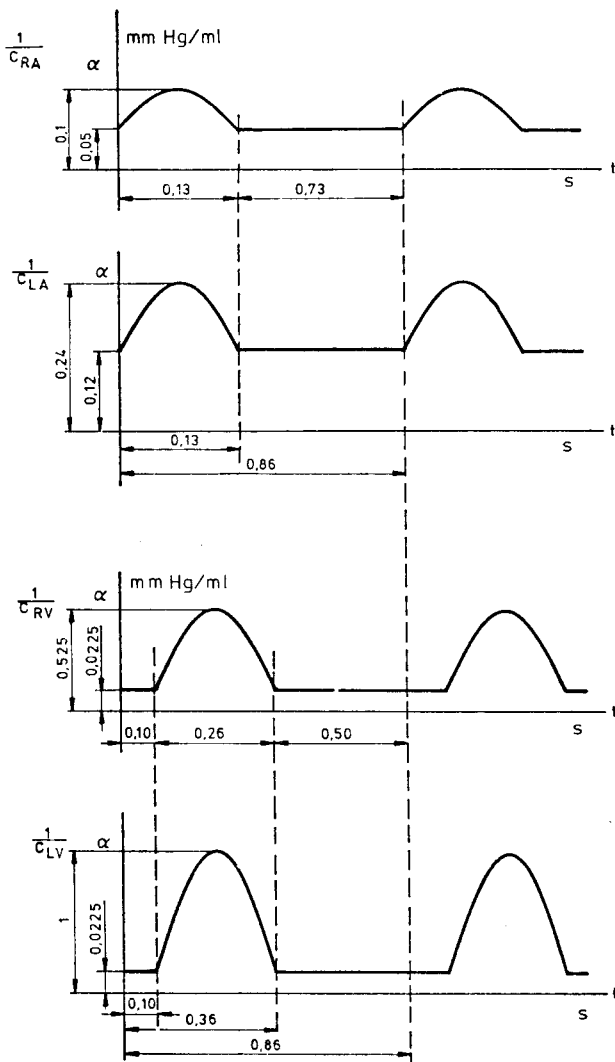


Fig. 9. Valores temporales de las diversas compliancias cardíacas (inversos).

6. SISTEMA VASCULAR COMPLETO

En la figura 10 puede verse el esquema vascular completo a base de los tramos de vaso sanguíneo anteriormente estudiados¹. Las principales características, todavía no mencionadas son : las válvulas cardíacas están simuladas mediante diodos, el trazo no lineal en las capacidades de las venas cavas indica que para presiones inferiores a 1 mmHg puede producirse colapso.

Las arterias y venas están agrupadas de la siguiente forma (ver figura). Del punto PASA parten las arterias carótidas (UPC), suponiendo en paralelo los vasos de la cabeza y ambos brazos. Después de los capilares (R36) se pasa a las venas, vena yugular (JV) y vena cava superior (SVC) llegando a la aurícula derecha (RA). De aquí pasamos al ventrículo derecho (RV) y a la arteria pulmonar (PA). Los pulmones están simulados mediante tres elementos PA, PC y PV. De la vena pulmonar (PV) entramos en la aurícula izquierda (LA). Por la válvula mitral se pasa al ventrículo izquierdo (LV). Nótese que las resistencias R5, R6, R10 y R11 representan la caída de presión a través de las válvulas tricúspide, pulmonar, mitral y aórtica, respectivamente. Del ventrículo izquierdo se sale a la aorta (ASA).

La circulación coronaria está representada por Ro, CC y rb. Ro es la resistencia de las arterias coronarias. Se puede considerar a esta resistencia constante para ejercicio o reposo. Únicamente varía si existe estenosis coronaria, pudiéndose hallar su valor en función del área obstruída del vaso. CC : en la circulación coronaria las arterias parten del inicio de la aorta, por lo que reciben los cambios de presión sistólica de ésta. Pero además la tensión muscular del miocardio varía los parámetros de todo el lecho coronario según se encuentre en sístole o en diástole. En el modelo se ha reflejado este fenómeno variando la compliancia coronaria según un impulso en sentido inverso a la variación de la compliancia del ventrículo izquierdo. rb : esta resistencia representa los capilares y venas coronarias. Su valor, controlado por el sistema nervioso, varía para adecuar el flujo coronario a las necesidades del músculo cardíaco. Se considerará momentáneamente al individuo en reposo.

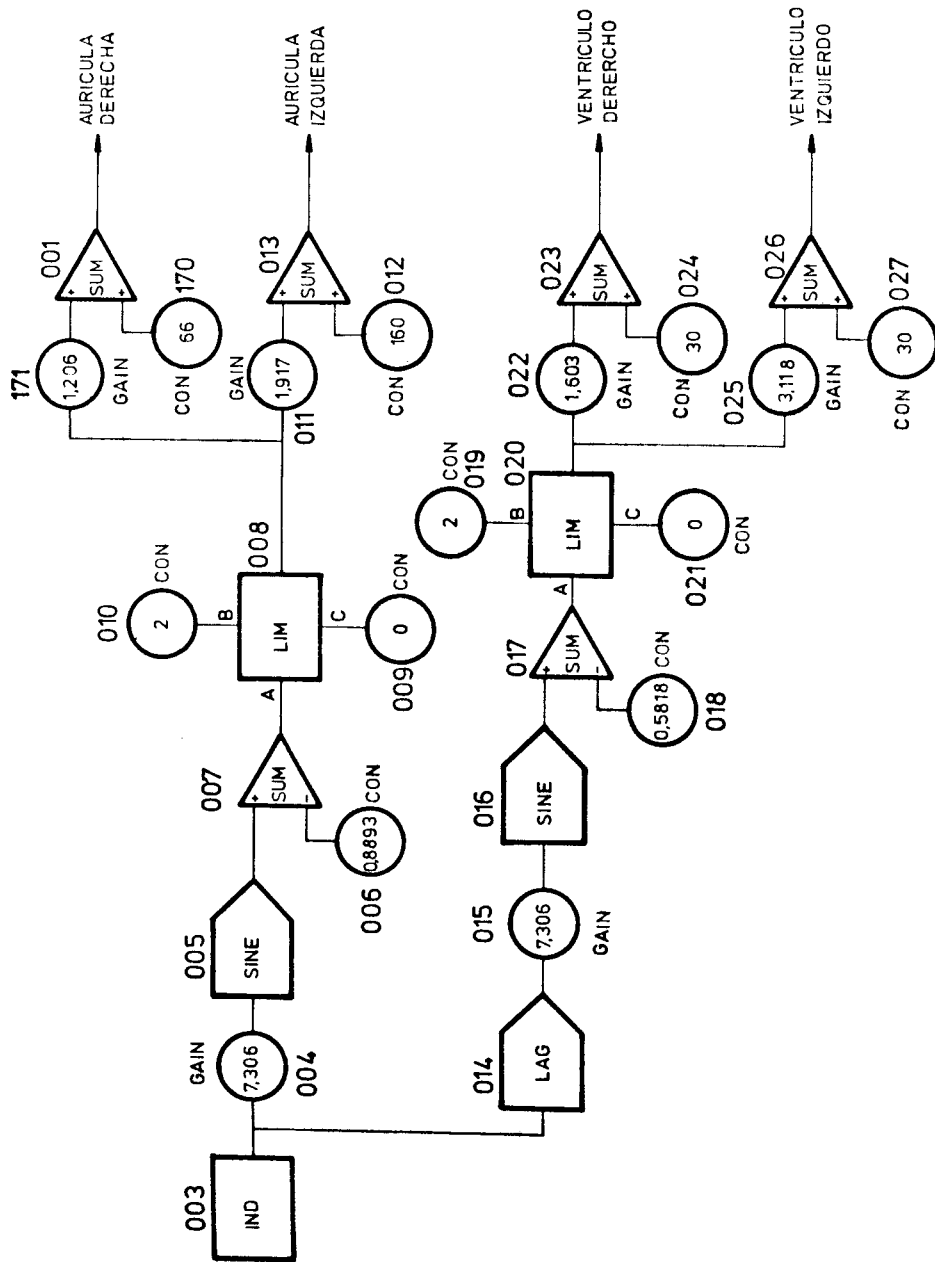


Fig. 11. Diagrama de bloques CSMP para la excitación cardíaca.

Continuando con la figura 10, y en dirección descendente encontramos a la salida de la aorta (ASA) la aorta torácica (THA) a cuya salida se bifurca la aorta abdominal (ABA) y la circulación renal (RENV). Entre las arterias (ABA) y (LAR) arterias de la pierna arranca la circulación mesentérica inferior y superior combinadas (MA) y la vena porta (LIV). De los capilares de las piernas (R21) pasamos a las vénulas (LVE) y venas (LSV) de las piernas. Suponiendo ambas en paralelo. La vena femoral (FEV) recoge la sangre de las piernas y la envía a la vena cava abdominal (AVC). En este nudo se recibe la sangre venosa de la circulación renal y porta, desembocando en la vena cava torácica (TVC). Desde este último punto se llega, finalmente, a la aurícula derecha.

Lo más destacado del modelo es la existencia del efecto de bombeo debido a las cuatro cavidades del corazón, con diferentes amplitudes y defasadas en el tiempo. Además con la posibilidad de manejar estos parámetros para estudios cardíacos en particular.

La gran mayoría de autores sobre este tema omiten el estudio del efecto auricular, sin embargo, el llenado del ventrículo - y en definitiva la circulación - dependen apreciablemente del funcionamiento de las aurículas. Para el análisis de cardiopatías es necesario, en la mayoría de casos, obtener la presión auricular, de ahí la importancia de no omitir en el modelo estas importantes cámaras.

Otro logro es la circulación coronaria, de vital importancia para el correcto funcionamiento del músculo cardíaco. También se tiene en cuenta el efecto distorsionador sobre el flujo coronario debido a la contracción del corazón, principalmente por el ventrículo izquierdo.

7. IMPLEMENTACION EN COMPUTADOR DIGITAL

En un primer paso se implementó el anterior modelo en un computador digital EAI680 utilizando el lenguaje de simulación digital continuo CSMP por bloques. Los objetivos que se pretendían eran los siguientes :

- Prueba de la validez de la teoría desarrollada.

QUESTIÓ - v.2, n°2 (juny 1978)

- Comprobación de la estabilidad del sistema.
- Obtención de una idea del rango de valores de las presiones y flujos de todo el sistema para facilitar el posterior esca lado analógico necesario en la simulación híbrida.

La principal ventaja de utilizar CSMP es la sencillez y poco tiempo utilizados en programar el problema y obtener resultados.

En la Fig. 11 puede verse el esquema de bloques en CSMP correspondiente a la excitación cardíaca (variación temporal de inversos de compliancia). El bloque LAG es el que efectúa la función de retardo entre la contracción auricular y la ventricular. Los bloques LIM recortan las senoides a valores positivos. El resto de esquema sirve para obtener los valores de la Fig. 9.

En la Fig. 12 se halla la parte correspondiente a la circulación coronaria. El multiplicador es el valor CC, variable con el tiempo, y que depende de la contracción del ventrículo izquierdo, bloque 026 de la Fig. 11. R y G son constantes para adecuar el valor de CC.

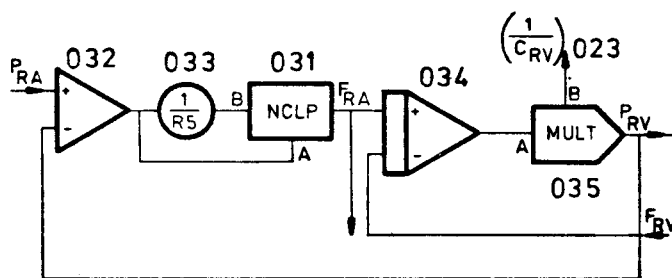


Fig. 13. Bloques CSMP para el ventrículo derecho.

El ventrículo derecho, Fig. 13, muestra que las válvulas cardíacas se han simulado con un bloque NCLP con la entrada A conectada a la salida de 032. Cuando la diferencia de presiones es positiva ($P_{RA} - P_{RV}$) el bloque NCLP deja pasar la señal existente en B.

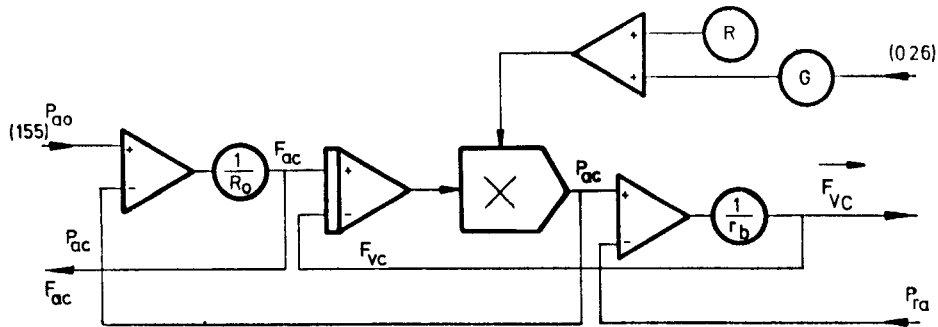


Fig. 12. Bloques CSMP de la circulación coronaria.

Esto es, al abrirse la válvula tricúspide, existe un flujo entre la aurícula RA y el ventrículo RV. Cuando $P_{RA} - P_{RV}$ es negativo, $P_{RV} > P_{RA}$, no pasa la señal F_{RA} , la válvula está cerrada.

El inverso de la compliancia proveniente del bloque 023 entra en el multiplicador 035, donde queda multiplicado por la integral F_{RA} menos F_{RV} , resultando la presión P_{RV} del ventrículo derecho.

Finalmente, en la Fig. 19 puede contemplarse el diagrama de bloques correspondiente al ventrículo izquierdo y salida aórtica, del que no son necesarios más comentarios.

El resto del diagrama de bloques en CSMP correspondiente a la totalidad de la figura 10 se realiza de forma idéntica a los ejemplos mostrados.

Una cuestión importante en el programa CSMP es determinar el tiempo de integración necesario. Si el tiempo de muestreo es corto, la duración del cálculo se alarga demasiado. Sin embargo, no puede escogerse un tiempo largo. Ciertos parámetros cardíacos ocurren tiempo breve. La salida aórtica, F_{LV} , pasa desde el valor 0 al valor 1,2 l/seg. en un tiempo de 0,1 seg. Por lo tanto, un intervalo de muestreo de 1/50 ó 1/100 seg. parece adecuado.

La simulación digital tiene varios inconvenientes graves desde el punto de vista de o-

peratividad del sistema :

- El tiempo de funcionamiento del computador es muy elevado. Para efectuar unos diez latidos, se requería tres horas de CPU.
- Poca capacidad de salida. En un modelo conviene poder visualizar, en cualquier momento, las variables que más interesan. En la simulación digital sólo era posible obtener el listado de cuatro variables más el tiempo, de forma continua. A posteriori era posible visualizar doce variables grabadas durante la ejecución en cinta magnética.
- No es posible el cambio de parámetros durante la ejecución. Si se desean introducir es necesario modificar las correspondientes tarjetas perforadas y efectuar una nueva pasada por máquina, esperando tres horas más para poder valorar los resultados.

Estos inconvenientes de operatividad hacen interesante la simulación en tiempo real. Más adelante se podrán apreciar las ventajas del empleo de un computador híbrido.

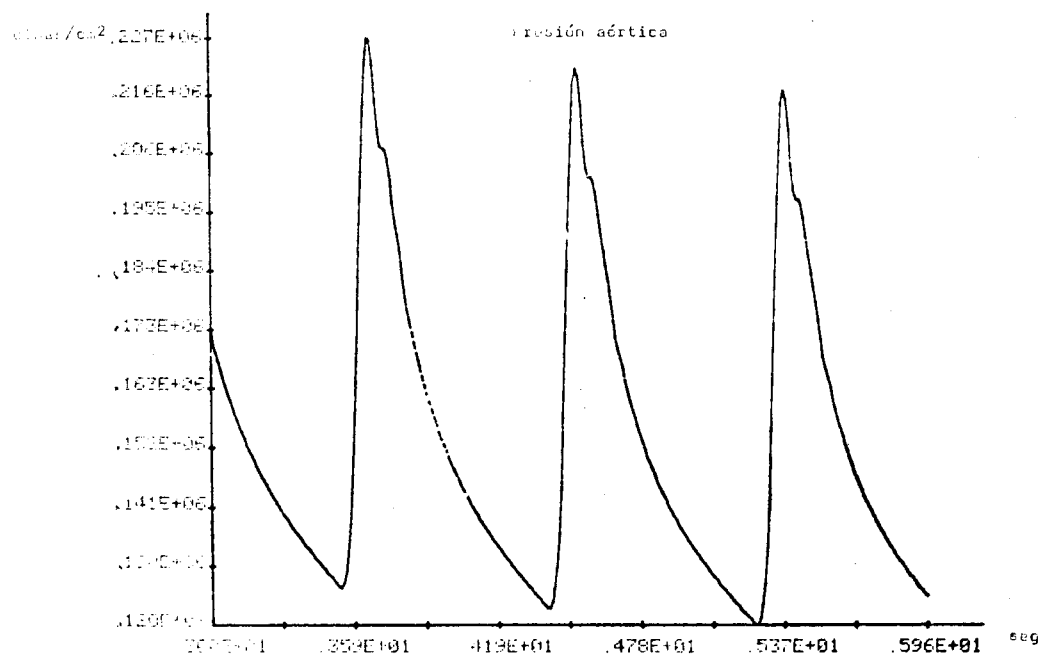
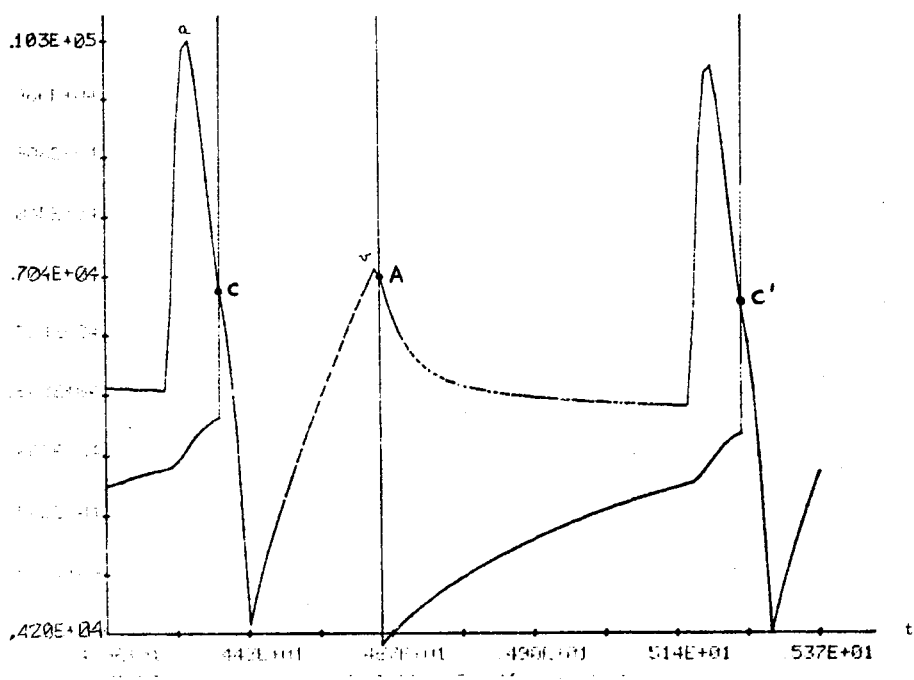


Fig. 14. Modelo completo. Presión aórtica (dinas/cm²)



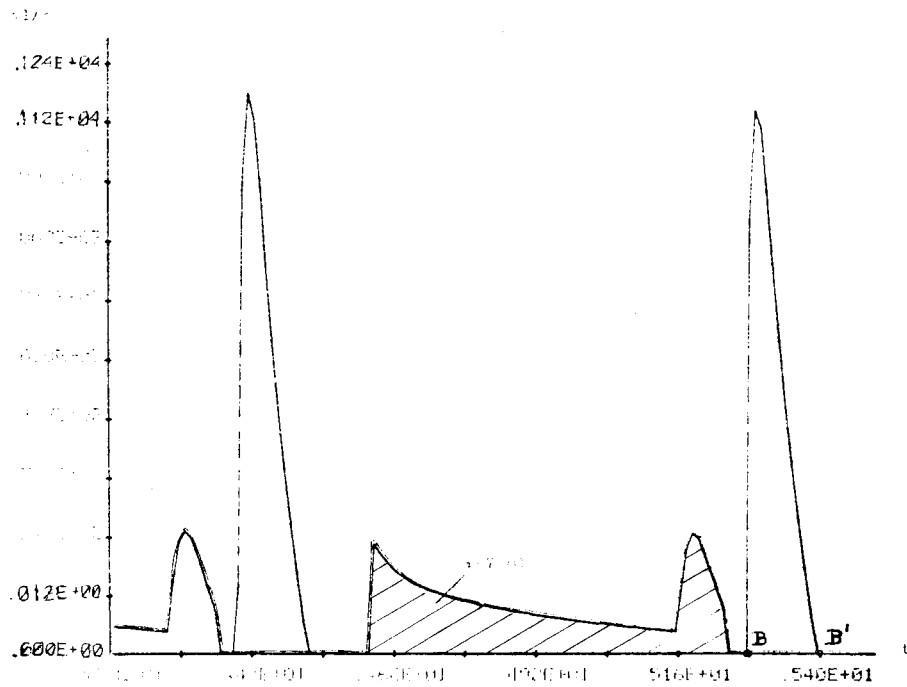


Fig. 16. Modelo completo. Flujo válvula mitral. Flujo válvula aórtica (ml/s)

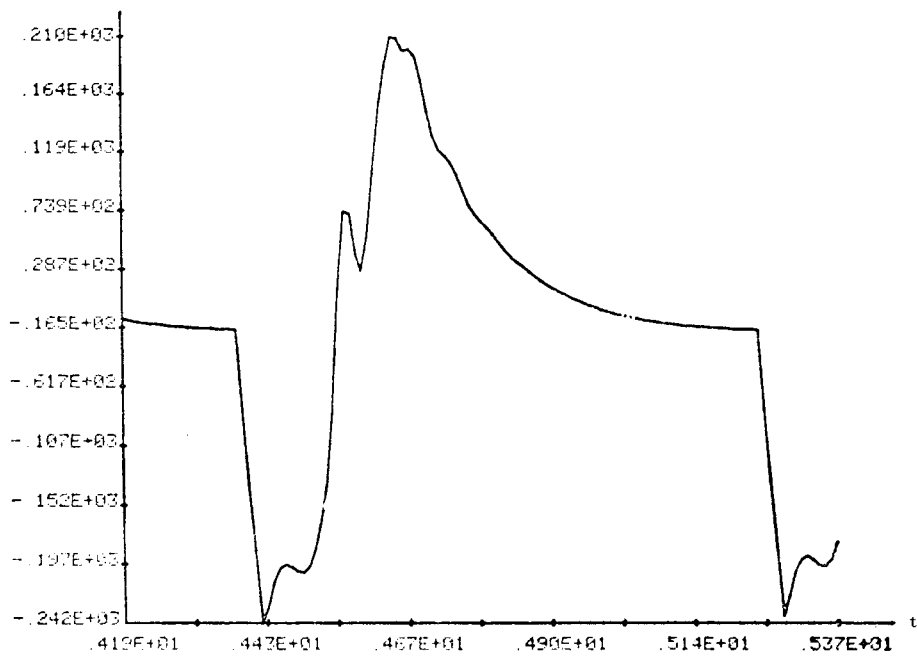


Fig. 17. Modelo completo. Flujo arteria coronaria

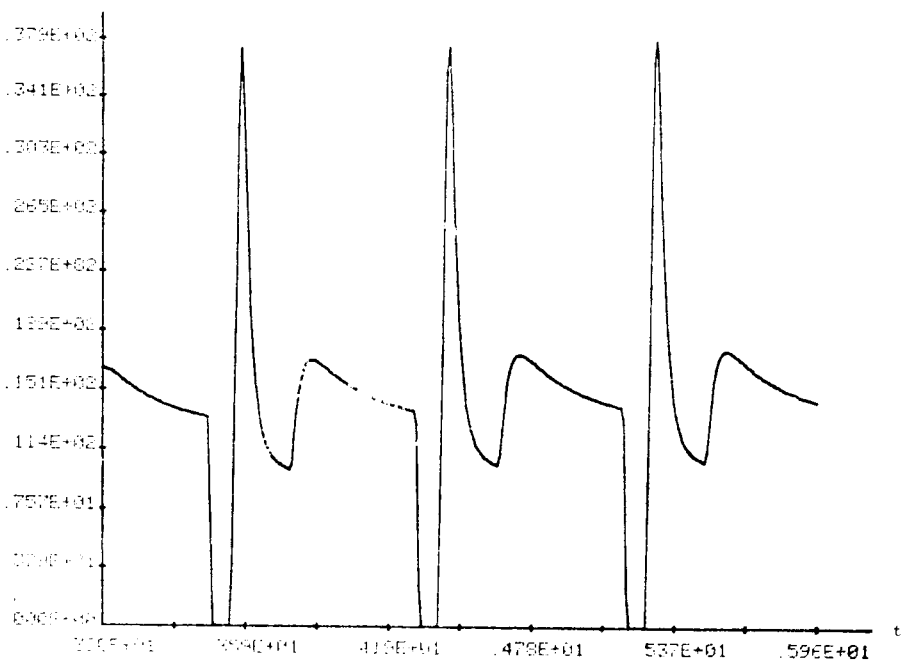


Fig. 18. Modelo completo. Flujo cava femoral (ml/seg.)

8. RESULTADOS

Los principales flujos y presiones del sistema aparecen en las figuras 14, 15, 16, 17 y 18. Las formas de onda obtenidas corresponden a los biotipos que se encuentran en la práctica clínica, en cateterismo hemodinámico. Las pequeñas desviaciones existentes se comentan en la "crítica del sistema".

En la Fig. 14 aparece la presión aórtica PASA, con un máximo de $0,218 \cdot 10^6$ dinas/cm² (163 mmHg) para la presión sistólica y un mínimo de $0,120 \cdot 10^6$ dinas/cm² (90 mmHg). La discontinuidad que aparece en la parte superior de la curva corresponde al cierre de la válvula aórtica, provocado por la inercia aórtica.

La presión auricular y ventricular izquierda puede verse en la Fig. 15. La presión ventricular aparece fuera de escala con la intención de observar en detalle la forma de onda auricular y su relación con la parte infe-

rior de la ventricular. El pico auricular "a" alcanza un valor de $0,103 \cdot 10^6$ dinas/cm² (7.72 mmHg) y el "v" $0.704 \cdot 10^4$ (5.28 mmHg). El punto C corresponde al cierre de la válvula mitral y el A a su apertura. El período de llenado del ventrículo es el A-C'.

En la Fig. 16 se visualizan los flujos mitral y aórtico. Ambos son discontinuos debido a la acción de las válvulas mitral y aórtica, respectivamente. El flujo mitral corresponde a la zona rayada. Integrando el área se halla el volumen de sangre que pasa al ventrículo, 67 ml. por latido. Es importante constatar que el flujo aórtico alcanza un valor elevado, unos 1,2 litros/seg. El área, desde el punto B (apertura válvula aórtica) al B' (cierre), es de 67 ml. Este volumen es perfectamente normal y se le denomina volumen de eyección. Coincide, con el volumen anterior, siempre que no haya cambios en el régimen (ejercicio).

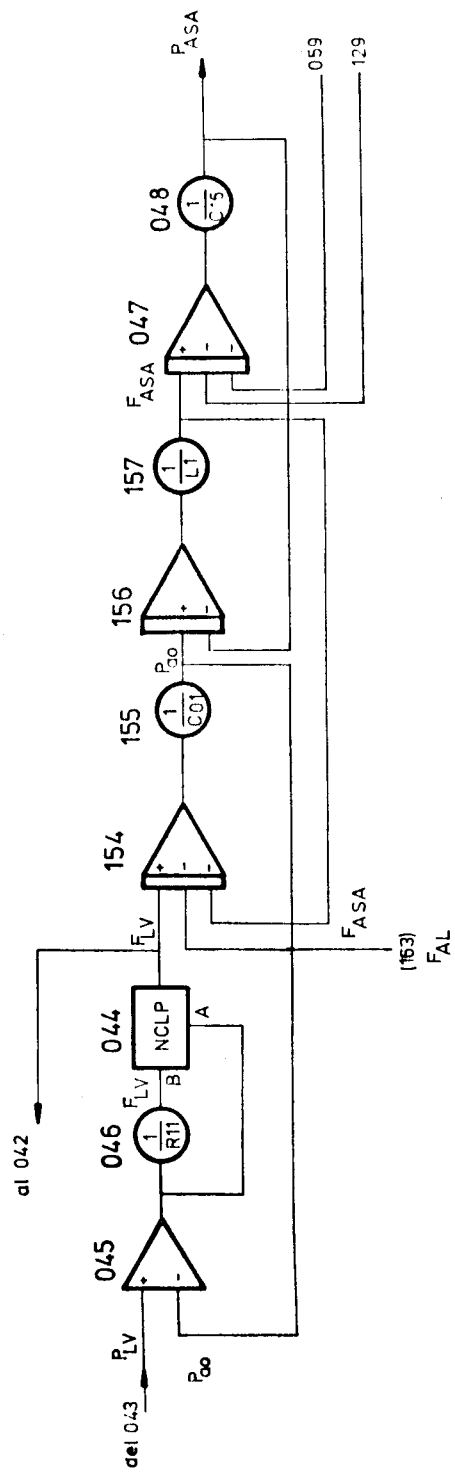
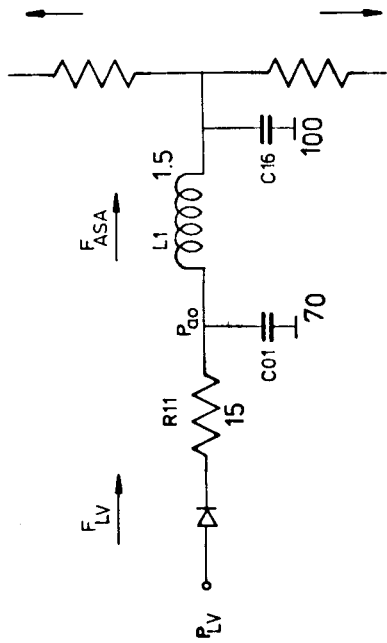


Fig. 19. Diagrama de bloques CSMP para la salida aórtica.

En la Fig. 17 se halla el flujo coronario. La parte negativa corresponde al reflujo ocasionado por la contracción del músculo cardíaco. El valor medio de la curva es positivo y vale unos 5 ml/seg.

Finalmente, el flujo en la vena cava femoral aparece en la Fig. 18. El pico hacia abajo es provocado por la contracción auricular derecha, ya que esta cámara no tiene válvula en su entrada. El pico superior se debe a un llenado rápido de la aurícula cuando se alcanza la diástole de la misma.

9. CRITICA DEL SISTEMA

En el modelo desarrollado es posible cambiar el ritmo o la contractilidad del músculo cardíaco sustituyendo las correspondientes tarjetas perforadas. Pero, evidentemente, este método es muy pobre. Normalmente la frecuencia y fuerza de contracción se modifican por cambios en el propio sistema o como resultado de compensar variaciones en la presión de la arteria carótida (P_{YPC}). Entonces, no es posible simular dinámicamente el ejercicio muscular y sus consecuencias. Por lo tanto, un inconveniente del sistema es la no existencia de realimentaciones de control.

Por otro lado, la poca operatividad del sistema, comentada en el apartado 7, hacen muy interesante el intento de : a) Simular en tiempo real, b) Incluir el control cardíaco. Ambos objetivos serán el tema de un próximo artículo.

En la figura 15 se observa que el pico "a" es ligeramente superior (2.4 mmHg) al "v". En la práctica clínica estos picos son iguales o ligeramente superior al "v". Este desajuste puede ser debido a que en la válvula mitral el flujo es turbulento y no laminar como se ha supuesto. (Se ha utilizado el mismo modelo matemático para todo el sistema). Una posible mejora consistiría en estudiar un bloque de ecuaciones para flujo turbulento en las válvulas del corazón.

En el flujo coronario se observa una distorsión debido a la acción de contracción del ventrículo izquierdo demasiado acusada. El valor G debe ser menor (Ver Fig. 12)./10/.

Para disminuir el número de integradores sólo se ha tenido en cuenta la inercia de la sangre en la aorta (donde es más significativa). Sin embargo, al analizar el flujo de la vena cava femoral, se observa que los picos producidos por la contracción de la aurícula derecha son demasiado acusados (ver Fig. 18). Por lo tanto, es conveniente incluir la inercia "Lm" en las venas cavas torácica y superior. (SVC y TVC).

Por todo lo demás, los resultados obtenidos confirman la validez de la teoría empleada. /11/.

10. BIBLIOGRAFIA

- /1/ J.R. Farré, "Simulación cardiovascular mediante computador híbrido". Memoria Final. Fundación March. Becas Ingeniería. Diciembre 1977.
- /2/ A. Larcán, J.F. Stoltz, "Microcirculation et hemorhéologie". Ed. Masson et Cie. Paris 1972.
- /3/ Hurst y Logue, "El corazón. Arterias y venas". Ed. Toray. Barcelona, 1973.
- /4/ Kiichi Sagawa, "Comparative models of overall circulatory mechanics". Advances in Biomedical Engineering. Vol.III J.H.V. Brown and James F. Dickson, Ed. Academic Press 1973.
- /5/ V.C. Rideout y D.E. Dick, "Difference-differential equations for fluid flow in distensible tubes". IEEE Trans Bio-Med. Engineering BME XIV, pp. 312-367, July 1967.
- /6/ M.F. Snyder y V.C. Rideout, "Computer simulation studies of the venous circulation". IEEE Trans. Bio. Engineering BME-16, n° 4, pp. 325-334, October 1969.
- /7/ R.C. Croston, J.A. Rummel y F.J. Kay, "Computer model of cardiovascular control system response to exercise". Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. September 1973.

- /8/ H. Suga, "Theoretical Analysis of the left ventricular pumping model based on the systolic time-varying pressure-volume ratio". IEEE Trans. Bio. Mod. Eng. BME-18, pp. 47-55, 1971.
- /9/ E. Braunwald, J. Ross y H. Somenblich, "Mechanisms of contraction of the normal and failing heart". Little Brown and Company. Boston 1976.
- /10/ Samuel E. Logan, "On the fluid mechanics of human coronary artery stenosis". IEEE Trans Bio-Med. Engineering, Vol. BME-22, nº 4, July 1975.
- /11/ Blorn Folkow y Eric Neil, "Circulation" Oxford University Press. London 1971.

11. AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Crexells de la Sección de Hemodinámica, Departamento de Cardiología, del Hospital de la Santa Cruz y San Pablo de Barcelona por su colaboración y ayuda prestada en la comprobación teórica y análisis de los resultados obtenidos.

12. NOTAS

¹Resto de valores de la Fig. 10 (en las mismas unidades)

RJV	= 10	CJV	= 340
RSVC	= 1,5	CSVC	= 56
RTVC	= 3	CTVC	= 900
RAVC	= 6	CAVC	= 1.500
RFEV	= 30	CFEV	= 750
R ₀	= 400	K	= 1,14
CC	= según K y G	G	= 0,304
rb	= 33.300		