

Estudio de la aparición de fenómenos de inestabilidad en silos cilíndricos metálicos frente a presiones del grano y acciones del viento

Miguel Ángel Martínez, Luis Gracia y Manuel Doblaré

Departamento de Ingeniería Mecánica
Centro Politécnico Superior
Universidad de Zaragoza
María de Luna, 3, 50015 Zaragoza, España
Tel.: 34-976-76 10 00, Fax: 34-976-76 19 12
e-mail: miguelam@posta.unizar.es

Resumen

Los silos metálicos para almacenamiento de material granular constituyen una tipología estructural ampliamente implantada en nuestra geografía. A pesar de ello no existe todavía en nuestro país normativa específica para el cálculo de estos recipientes, quedando a criterio del proyectista el diseño y dimensionamiento de sus distintos elementos. Usualmente se suelen emplear chapas de espesores muy pequeños que, conjuntamente con la esbeltez de la estructura, pueden llegar a provocar fenómenos de inestabilidad. En el presente artículo se estudian dos formas de pandeo habituales en este tipo de instalaciones: el pandeo de la chapa debido a la presión de rozamiento vertical del grano en los procesos de carga y descarga y el pandeo que aparece debido a la presión del viento sobre la chapa cuando el silo se encuentra vacío, así como las soluciones estructurales más eficientes para evitar la aparición de estos fenómenos.

Palabras clave:

Silos metálicos, pandeo láminas cilíndricas, presiones interiores en silos, presiones de viento en silos.

STUDY OF INSTABILITY PHENOMENA IN CYLINDRICAL METALLIC SILOS DUE TO INTERNAL PRESSURES AND WIND LOADS

Summary

Metallic silos for storage of cereals and other materials are a structural typology widely used in Spain. However, there is no specific Spanish standard for practical calculation of this type of recipients and only the experience of the engineer is applied for the design and verification of silo components. The slenderness of the structure and the small thickness of the shells employed imply a high probability of the appearance of instability phenomena. In this paper, two common forms of buckling of this type of facilities are studied: buckling of the shell due to vertical friction induced by the pressure of the grain during filling or unfilling and shell buckling of empty silos due to wind pressure. Also the performance of different structural solutions in order to avoid these problems are discussed.

Keywords:

Metallic silos, buckling cylindrical shells, wind pressures in silos.

INTRODUCCIÓN

Los silos metálicos para almacenamiento de materia agrícola son estructuras generalmente muy esbeltas y con espesores de la chapa que constituye la base de la instalación muy delgados. La interacción del grano sobre la chapa provoca dos efectos diferentes, un empuje horizontal y una presión de rozamiento vertical. El primero es el causante de la aparición de tensiones circunferenciales de tracción en la chapa, mientras que la segunda crea compresión vertical en la chapa y en los refuerzos. Este segundo efecto unido a los pequeños espesores de la chapa y a la esbeltez de la estructura puede llegar a provocar fenómenos de inestabilidad^{11,5,6,7,13}. Un mal dimensionamiento puede ocasionar la abolladura de la chapa, el pandeo de los refuerzos verticales o del zuncho perimetral de conexión con el cono de descarga.

Es bien conocido que las láminas delgadas bajo cargas de compresión axial son muy sensibles a pequeñas modificaciones de la carga, la geometría o las condiciones de apoyo. En ingeniería civil este tipo de elemento estructural es empleado usualmente para recipientes cilíndricos, como depósitos para gases o líquidos, silos para almacenamiento de materiales granulares o pulverulentos (cereales, harinas, cementos, etc.). Mientras en los primeros el líquido únicamente produce presión normal a la pared siguiendo la ley de una presión hidrostática, en el caso de materiales granulares existe también una fuerza de rozamiento en dirección axial producida por el rozamiento del grano sobre la pared en los procesos de llenado y vaciado. De acuerdo con la fórmula de Janssen¹⁰ la fuerza axial de rozamiento se incrementa conforme aumenta la profundidad, tendiendo en silos altos a un valor constante en forma asintótica. De esta forma las partes inferiores de los silos están sometidas a altos esfuerzos de compresión en dirección axial que en muchos casos pueden llegar a provocar el pandeo de la estructura.

En este artículo se estudia la importancia del fenómeno del pandeo de la chapa en silos cilíndricos metálicos construidos con chapa lisa, bajo hipótesis de vaciado del grano, puesto que las presiones de rozamiento sobre la pared son bastante superiores que en el caso de llenado. Este efecto de inestabilidad ha sido tratado por Knebel y Schweizerhof¹¹ analizando la influencia de la presión interior normal a la pared y por Ooi y She¹³ que estudian el efecto de la variación de las presiones sobre la pared en el caso de presencia de imperfecciones en la misma.

Aparte del pandeo producido por las presiones del grano también se estudia el ocasionado por las presiones del viento cuando el silo se encuentra vacío. Greiner y Derler⁸ hacen una primera introducción a este tema. Además de estos dos efectos en la chapa, otros posibles fenómenos de inestabilidad que pueden presentarse en estas tipologías estructurales son el pandeo de la viga soporte o zuncho perimetral en silos con cono de descarga y apoyados sobre pilares^{19,17,18}. También puede producirse el pandeo de los pilares sobre los que se apoyan los silos elevados, sobre todo bajo hipótesis de silo lleno y con cargas de viento. Otros autores^{5,6,7} examinan la trayectoria de postpandeo provocada por efectos dinámicos.

Un aspecto previo al análisis del pandeo es el estudio de las leyes de presiones sobre la pared. El primero que investigó este aspecto fue Janssen¹⁰, resolviendo la ecuación diferencial de equilibrio planteada en una rebanada de silo. Esta ley de presiones es la base de todas las que se han ido desarrollado después, incluidas las de las normativas que han sido contempladas en este artículo, como son el Eurocódigo 1 Parte 4⁴, la norma francesa AFNOR P-22 630², la alemana DIN-1055³ y la americana ACI 313¹.

En el presente artículo se comienza describiendo brevemente las leyes de presiones dadas por el Eurocódigo 1⁴, y las presiones de viento según la norma NBE-AE-88¹², para mostrar a continuación las características del material ensilado y del silo base a estudiar. En el siguiente apartado se empieza a estudiar el pandeo de la chapa. En primer lugar se analiza la aparición de colapso debido a presiones de grano para variaciones de las dimensiones más significativas del silo, altura, diámetro, espesor, comparando con el colapso resistente de

la estructura. Seguidamente se realiza el mismo análisis pero para el caso de presiones de viento y por último se estudia el método más óptimo para evitar esta problemática, que como se observará se trata de la colocación de refuerzos.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Sobre un silo actúan, fundamentalmente, a efectos de cálculo cuatro tipos de acciones:

- empuje de la materia ensilada;
- acciones gravitatorias;
- acciones climáticas (viento y nieve);
- acciones de tipo sísmico, dependiendo de la zona en que esté construido el silo.

En el caso que nos ocupa vamos a prestar especial interés a dos de ellas: las presiones de la materia ensilada y la presión del viento. La primera acción es especialmente importante en el proceso de vaciado de un silo donde las presiones de rozamiento sobre la chapa producidas por el grano son elevadas; en este caso se produce un pandeo por compresión de la chapa. Por el contrario, el empuje del viento es influyente bajo la hipótesis de silo vacío, puesto que provoca un empuje hacia dentro en la pared del silo que no es contrarrestado por el empuje del grano. A su vez, también provoca un momento flector global sobre la estructura que produce esfuerzos de compresión sobre la chapa en la zona de sotavento.

En el diseño de silos, y ante la ausencia de una normativa española específica, se han contemplado cuatro normativas: el Eurocódigo 1 Parte 4, la norma francesa AFNOR P 22-630, la alemana DIN 1055 y la norma americana ACI 313. Todas ellas están basadas en las leyes de presiones obtenidas por Janssen¹⁰ o los hermanos Reimbert¹⁵ y basadas en la resolución de la ecuación diferencial de equilibrio de fuerzas verticales para un modelo axisimétrico. Comentamos brevemente las leyes de presiones según el Eurocódigo y las presiones de viento según AE-88.

Leyes de presiones descritas por el Eurocódigo 1, Parte 4

Presiones de llenado

Tras el llenado, los valores de la presión de rozamiento sobre la pared p_{wf} , la presión horizontal p_{hf} y la presión vertical p_ν , a cualquier profundidad, se expresan como

$$p_{wf}(z) = \frac{\gamma A}{U} C_z(z) \quad (1)$$

$$p_{hf}(z) = \frac{\gamma A}{\mu U} C_z(z) \quad (2)$$

$$p_\nu(z) = \frac{\gamma A}{K_s \mu U} C_z(z) \quad (3)$$

donde

$$C_z(z) = (1 - e^{-z/z_0}) \quad (4)$$

$$z_0 = \frac{A}{K_s \mu U} \quad (5)$$

siendo A la superficie de la sección transversal, γ la densidad de la carga, μ el coeficiente de rozamiento de la pared, K_s la relación de presiones horizontal y vertical, z la profundidad y U el perímetro interior.

Presiones de vaciado

Las presiones de vaciado se componen de una presión fija y de una presión libre llamada presión local.

Las presiones fijas p_{we} y p_{he} se obtienen de

$$p_{we} = C_w p_{wf} \quad (6)$$

$$p_{he} = C_h p_{hf} \quad (7)$$

donde C_w y C_h son los coeficientes de mayoración de la presión obtenidos según diversas expresiones (véase expresiones 5.22 y 5.23 del Eurocódigo 1, Parte 4⁴) y que dependen, principalmente, del tipo de llenado y de la esbeltez del silo.

La magnitud de la presión local de vaciado p_p es

$$p_p = 0, 2\beta p_{he} \quad (8)$$

donde β depende de la mayor de las excentricidades de llenado o de vaciado y es

$$\beta = 1 + \frac{4e}{d_c} \quad (9)$$

Habitualmente en silos de pared delgada la presión local se considerará actuando sobre una altura s , pero extendiéndose desde una presión máxima p_p hacia fuera en un lado, hasta una presión hacia dentro p_p en el lado opuesto y la variación será

$$p_{ps} = p_p \cos \theta \quad (10)$$

Leyes de presiones de viento de la norma AE-88

Como es bien conocido, en el artículo 5.3 de la norma AE-88¹² aparece la expresión de la presión que ejerce el viento sobre una superficie de edificación según la fórmula

$$p = cw \quad (11)$$

siendo w la presión dinámica del viento que depende de la altura y la exposición de la construcción y c el coeficiente eólico, que depende de la posición del elemento y del ángulo de incidencia del viento sobre la superficie.

Dimensiones del silo

Se ha elegido como estructura de referencia un silo metálico cilíndrico de dimensiones 10 m de altura por 6 m de diámetro, formado por 10 virolas de chapa lisa de 1 m de altura y de 1 mm de espesor. En principio se va a estudiar tanto el caso de silo con cono de descarga y apoyado en pilares como sin él, es decir, la chapa del silo apoyada directamente sobre la cimentación, con el fin de analizar la influencia que tiene la presencia de dicho cono en la carga crítica de pandeo. El cono de descarga tiene un ángulo de 45° y el cono del techo de 30°. El diámetro de descarga es de 50 cm. El acero empleado para las virolas tiene un límite elástico de $\sigma_e = 3500 \text{ kp/cm}^2$.

En la Figura 1 se muestran las dimensiones principales del silo a estudiar.

Posteriormente se variarán de forma paramétrica las diferentes dimensiones para determinar su influencia en las formas de pandeo.

Figura 1. Dimensiones del silo base**Características del material ensilado**

Se ha elegido el trigo como material a almacenar dentro del silo por ser el que posee un peso específico más alto de todos los productos agrícolas usualmente ensilados en la geografía española. Sus características, según el Eurocódigo 1⁴ (Tabla 7.1), son:

peso específico	$\gamma = 900 \text{ kp/m}^3$
relación de presiones	$K_s = 0,55$
coeficiente de rozamiento de la pared (acero, pared lisa)	$\mu_m = 0,30$
máximo coeficiente de mayoración de la presión	$C_0 = 1,30$

Leyes de presiones según las diferentes normas en el silo de referencia

Aplicando las expresiones expuestas en el apartado anterior, las leyes de presiones obtenidas para la hipótesis de vaciado (más desfavorable) según las diferentes normativas son las que aparecen en la Figura 2.

Figura 2. Leyes de presiones horizontales y de rozamiento en hipótesis de vaciado según las diferentes normativas

Es interesante observar cómo las diferencias de presiones entre todas las normativas no son excesivamente significativas. Sí hay que hacer constar que tanto en el Eurocódigo como en la norma americana ACI existe la posibilidad de multiplicar por unos coeficientes de sobrepresión más elevados debido a los efectos dinámicos de los procesos de vaciado. En el Eurocódigo se introducen las ya reseñadas presiones locales sobre unas zonas concretas de la estructura, mientras que en la norma americana ACI se recomienda el uso de un coeficiente

de sobrepresiones de 1,5 incluso para vaciado excéntrico y flujo másico al que se le ha de añadir un coeficiente de 1,7 debido a la existencia de “cargas vivas”. En este artículo no se han aplicado dichos coeficientes, por lo que los cálculos realizados se han llevado a cabo con las cargas nominales.

Presiones de viento en el silo de referencia

Las presiones de viento según la normativa AE-88¹² para el silo de referencia anteriormente expuesto en la Figura 1, formado por una superficie curva rugosa, vienen dadas por la siguiente distribución.

Figura 3. Presiones de viento sobre la mitad del silo

Se pueden identificar dos zonas: una que va desde 0 a 40° donde aparece presión, mientras que en todo el resto de la superficie aparece succión, esto determinará la forma de los modos de pandeo resultantes como se verá más adelante.

Método de análisis empleado

Todos los resultados que van a aparecer a continuación han sido obtenidos mediante el método de los elementos finitos, utilizando el paquete comercial ABAQUS⁹. Para el análisis de pandeo se han utilizado dos métodos, un método lineal de estimación de modos de pandeo mediante extracción de autovalores y un análisis geoméricamente no lineal empleando un algoritmo de continuación como es el método de Riks¹⁶. Los elementos lámina empleados son S4R (según nomenclatura de ABAQUS), que corresponden a elementos lámina de 4 nudos con dos lados curvos, de propósito general (incluye deformación a cortante), integración reducida con control de “hourglass” y deformaciones de membrana finitas.

ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE LAS CONDICIONES DE APOYO

En primer lugar se realiza un análisis previo del pandeo de silos únicamente frente a cargas de compresión para establecer la importancia de las condiciones de apoyo. Se ha realizado una comparación del pandeo de los silos con diferentes condiciones de apoyo en la base del silo y con cono de descarga. A su vez se comparan dichos modos de pandeo con los obtenidos de forma analítica en teoría de flexión de láminas²⁰.

Como es bien conocido, los modos de pandeo para un cilindro sometido a compresión en uno de sus extremos son la unión de una sucesión de ondas en dirección axial, conjuntamente con otras en dirección circunferencial. El número de ondas en una u otra dirección, así como la carga crítica de pandeo, depende de la relación existente entre sus dimensiones: altura, radio y espesor.

Timoshenko²⁰ dedujo que la carga crítica de pandeo de un cilindro sometido a compresión para un modo de pandeo con simetría radial viene dada por

$$N_{cr} = \frac{Eh}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (12)$$

mientras que es posible encontrar otras cargas de pandeo menores si no se impone la simetría radial. En la Figura 4 se representan las cargas críticas obtenidas para una serie de cilindros en los que se ha mantenido constante el radio ($r = 3$ m) y el espesor ($e = 1$ mm), pero se ha ido modificando la longitud. En cualquier caso, nos encontramos frente a un cilindro de pequeño espesor ($R/e = 3000$). Asimismo, se han considerado condiciones de apoyo con extremo libre, apoyado, empotrado o con el cono de descarga. Estas cargas se han escalado por la carga de pandeo teórica del modo simétrico.

Figura 4. Cargas críticas de pandeo para un cilindro sometido a compresión

Es importante observar que para cilindros cortos ($r \leq h$) la carga crítica de pandeo se aproxima a la carga teórica del modo simétrico, poseyendo un mínimo para el valor de $h = r$, mientras que conforme la longitud aumenta, también lo hace la carga crítica.

Resulta instructivo estudiar la influencia de las condiciones de apoyo. El cono de descarga aporta una rigidez adicional a flexión frente al comportamiento del cilindro como apoyado, pero sin llegar a comportarse como un borde empotrado. Por ello las cargas críticas del silo con cono de descarga se encuentran a mitad de camino entre las correspondientes a bordes apoyado y empotrado, mientras que para borde libre, la carga crítica disminuye hasta un 50 % del valor teórico del modo simétrico. En los posteriores estudios frente a cargas de norma se reducen a un solo tipo de condiciones de apoyo, borde apoyado, que constructivamente es el más empleado en silos sobre base de hormigón, y además también servirá para observar de forma aproximada el comportamiento del silo con cono de descarga siempre desde el lado de la seguridad. En la Figura 5 se observa cómo el modo de pandeo, en el caso de $R/h = 3$ y bordes apoyados, corresponde a cinco ondas en dirección longitudinal y ninguna en dirección circunferencial.

Figura 5. Modo de pandeo para un silo 1x6 frente a cargas de compresión

PANDEO DEL SILO DEBIDO A PRESIONES DE GRANO

Se va a realizar un estudio paramétrico con el fin de observar la influencia de las distintas dimensiones del silo en las cargas de pandeo. Se partirá de las dimensiones del silo tipo ($h = 10$ m, $r = 3$ m, $e = 1$ mm) y se irán variando alternativamente. Como se ha mencionado antes, se van a considerar en lo sucesivo solamente unas condiciones de apoyo en el extremo inferior del silo correspondientes a borde apoyado. A su vez, resulta muy interesante comparar la carga que produce el pandeo de la estructura con la carga que ocasiona el agotamiento resistente, entendiendo como tal la que produce tensiones que alcanzan el límite elástico del material. Por ello, en las gráficas presentadas a continuación aparecen dos coeficientes de seguridad, uno referente al estado límite de pandeo y otro al de agotamiento resistente.

Figura 6. Modo de pandeo para un silo de 1×6 frente a cargas de norma

Se van a considerar como cargas exteriores de cálculo las leyes de presiones dadas por las diferentes normativas, es decir, presiones horizontales y de rozamiento constantes. No obstante, diversos autores consideran que las presiones horizontales aumentan de forma moderada según se va desplazando la chapa hacia el interior después de producirse el pandeo. Se han analizado algunos casos y se ha observado que la influencia favorable del aumento de presiones horizontales es prácticamente despreciable.

Como se ha observado en el caso anterior, los modos de pandeo presentan n ondas en dirección axial y ninguna en circunferencial. Se va a modelizar únicamente $1/12$ del silo en dirección circunferencial debido a que también se realizará el mismo estudio, pero colocando doce refuerzos verticales con el fin de aumentar la rigidez de la pared frente al pandeo. La malla de EF realizada se muestra en la siguiente gráfica donde se representa el modo de pandeo de un silo de 1×6 y donde se puede observar cómo se ha realizado un mallado progresivo con los elementos más pequeños en la base del silo, puesto que en dicha zona es donde aparecerán de forma más acusada los desplazamientos debidos a los modos de pandeo.

También se va a realizar un estudio para observar la influencia que tiene la colocación de refuerzos verticales en la pared del silo como método para aumentar la rigidez a flexión y evitar el pandeo de la chapa por compresión.

Se van a colocar 12 refuerzos verticales distribuidos uniformemente cada 30° , con la geometría que aparece en la Figura 7, usualmente empleada en este tipo de silos. Se han empleado unos refuerzos pequeños con el fin de analizar la influencia de su colocación, sobre todo en la variación de forma de los nuevos modos de pandeo que van a aparecer. Únicamente se va a modelar un sector correspondiente a 30° y se aplicarán condiciones de simetría en los

Figura 7. Sección de los refuerzos verticales y colocación de los mismos en la pared

extremos. Como ejemplo de los modos de pandeo resultantes con rigidizadores se muestra la Figura 8, donde se puede observar cómo las ondas en dirección circunferencial aparecen únicamente en el espacio entre los dos refuerzos, desapareciendo en la proximidad de éstos.

Para el resto de silos de diferentes dimensiones, la forma de los modos de pandeo es esencialmente la misma, apareciendo un número variable de ondas circunferenciales en los espacios entre refuerzos y desapareciendo con la presencia de éstos. También se observa que el pandeo se produce únicamente en las virolas inferiores de los silos, donde las presiones de rozamiento son superiores.

Figura 8. Modo de pandeo de un silo de 1×6 con refuerzos verticales

Pandeo lineal frente a no lineal

En primer lugar se va a realizar una comparación de los modos de pandeo lineal (estimación de los modos y cargas de pandeo mediante un análisis de autovalores), con un análisis geoméricamente no lineal, superando el punto de pandeo mediante un algoritmo de continuación tipo longitud de arco y suponiendo una imperfección inicial del 10 % del espesor que permite inducir el pandeo una vez alcanzado el punto crítico. Los valores y modos obtenidos son

$$\lambda_{cr} (\text{lineal}) = 0,71902; \quad \lambda_{cr} (\text{no lineal}) = 0,7050$$

Figura 9. Modo de pandeo lineal**Figura 10.** Modo de pandeo no lineal

Como se observa y a pesar de que la malla empleada para el análisis lineal es algo más fina, las cargas críticas son prácticamente iguales, siendo un poco inferior la del análisis no lineal, aunque los modos de pandeo son ligeramente diferentes; el lineal presenta cuatro ondas perfectamente diferenciadas en dirección axial, mientras que el no lineal presenta una primera onda en la zona inferior que aparece justo en el instante de pandeo, más otras ondas que van surgiendo por encima conforme se aumenta la carga. La deformada del modo no lineal está representada sin magnificación. En los siguientes estudios se realizará un análisis lineal para la estimación de las cargas críticas de pandeo, puesto que su diferencia con el geométricamente no lineal no es significativa y el coste computacional es mucho menor.

Influencia de la altura del silo en las cargas de pandeo

En la Figura 11 se comparan los coeficientes de seguridad a pandeo y a resistencia definidos como

$$\text{Coeficiente de seguridad} = \frac{\text{Carga de agotamiento}}{\text{Carga de normativa}} \quad (13)$$

Por tanto, para coeficientes de seguridad mayores que 1 no se produce el agotamiento.

Puede observarse cómo a partir de una altura de tres metros el agotamiento por pandeo supera al causado por la plastificación del material en algún punto. Además, a partir de siete metros, el pandeo se produce incluso con cargas menores a las establecidas en normativa, es decir, el coeficiente de seguridad es menor que la unidad. La justificación del hecho de que para alturas pequeñas se produzca la plastificación antes que el pandeo cabría explicarla por la poca esbeltez, relación h/r , que presentan estas estructuras, recordando que el pandeo es un fenómeno claramente ligado a altos valores de este parámetro.

A su vez, como se observa en la figura anterior, la presencia de los refuerzos conlleva un aumento en los coeficientes de seguridad frente al pandeo de la chapa de aproximadamente un 50 %. Esto es debido básicamente a dos factores, primero, la presencia de los refuerzos disminuye enormemente los desplazamientos verticales de compresión de los puntos de la chapa unidos a los refuerzos; y segundo, se produce un cambio de forma de los modos de pandeo, pasando de modos con n ondas en dirección axial y ninguna circunferencial, a modos con doce ondas en dirección circunferencial y en dirección axial.

Figura 11. Agotamiento pandeo-resistente para diferentes alturas

Influencia del radio del silo en las cargas de pandeo

En el siguiente análisis la dimensión que se ha mantenido constante ha sido la altura 10 m y se ha variado el radio, desde 0,5 hasta 10 m.

En este caso nuevamente es más influyente el efecto del pandeo que el resistente. Únicamente para silos muy bajos se alcanza antes el límite elástico del material que el colapso de la estructura por pandeo. También se puede observar cómo sólo es posible construir un silo de cuatro metros y medio de diámetro sin utilizar refuerzos que eviten el efecto desestabilizador.

Figura 12. Agotamiento pandeo-resistente para diferentes diámetros

Influencia del espesor de la pared del silo en las cargas de pandeo

En este último estudio paramétrico se han mantenido constantes tanto el diámetro como la altura del silo y se ha variado el espesor.

Figura 13. Agotamiento pandeo-resistente para diferentes espesores

En la Figura 13 se observa cómo el agotamiento a resistencia es lineal con el espesor, puesto que los esfuerzos permanecen constantes y las tensiones varían linealmente con el espesor de la chapa. En este caso siempre se produce antes el agotamiento por pandeo de la chapa que por la plastificación del material.

PANDEO DE LA CHAPA FRENTE A CARGAS DE VIENTO

En este apartado se va a estudiar la posibilidad de aparición de fenómenos de inestabilidad en silos metálicos cilíndricos de chapa lisa frente a presiones de viento. Como se ha comentado anteriormente, la hipótesis de carga de viento ha de comprobarse a silo vacío puesto que las presiones del grano sobre la chapa contrarrestarían el efecto del viento en la zona de barlovento, que como se verá a continuación es la susceptible de sufrir pandeo. El silo base elegido ha sido el expuesto en la Figura 1, con dimensiones 10 m de altura por 6 m de diámetro al que se le ha añadido un cono de descarga. Está formado por diez virolas de chapa lisa de 1 m de altura y por diez refuerzos verticales. El cono de descarga considerado tiene un ángulo de 45° y el cono del techo de 30° . El diámetro del orificio de descarga es de 50 cm. Tanto la chapa del cuerpo del silo como de ambos conos tiene 1 mm de espesor. El cono de descarga está apoyado sobre un zuncho perimetral, el cual va apoyado sobre diez pilares de 3,5 m de altura. El acero empleado para las virolas tiene un límite elástico de $\sigma_e = 3500 \text{ kp/cm}^2$. Únicamente se ha modelizado medio silo y se han impuesto condiciones de simetría en los extremos del mismo. Se ha empleado la misma malla con la que se estudió el pandeo de presiones del grano, con una discretización progresivamente más fina en la zona inferior.

En primer lugar se compara de nuevo un estudio geoméricamente no lineal con la estimación lineal de los modos de pandeo. Posteriormente se realiza un estudio paramétrico variando las dimensiones representativas del silo, altura, diámetro y espesor y se compara la carga a la que se produce con la carga de agotamiento resistente.

También se analiza la presencia de refuerzos circunferenciales como mecanismo más eficaz para evitar este problema. Habitualmente estos refuerzos se colocan cada dos o tres violas, es decir, en torno a 2 ó 3 metros. En nuestro caso y para simplificar las modelizaciones geométricas se van a colocar siempre cuatro refuerzos circunferenciales uniformemente distribuidos en todo el cuerpo del silo. La sección de los refuerzos será la misma que la empleada anteriormente cuyo esquema viene representado en la Figura 7.

Pandeo lineal frente a pandeo no lineal

En primer lugar se realizan dos análisis para detectar la posible aparición de pandeo frente a cargas de viento. El primero consiste en una estimación de modos lineales de pandeo por medio de un análisis de autovalores y el segundo en un análisis geoméricamente no lineal conjuntamente con un control tipo longitud de arco que pueda detectar y sobrepasar los puntos críticos. Esta comparación se realiza para observar si ambos análisis proporcionan cargas críticas parecidas y si es posible, como en el caso de presiones del grano, realizar únicamente el análisis lineal. En la Figura 14 aparecen el modo de pandeo lineal y la deformada en el análisis no lineal justo en el instante de pandeo multiplicada por un factor de magnificación de 15. Estos modos de pandeo coinciden completamente con los obtenidos por Greiner y Derler⁸ para silos con espesores muy pequeños.

Figura 14. Modo de pandeo lineal a) y deformada en el análisis no lineal una vez se ha producido el pandeo b) ($\times 15$)

Aunque en la Figura 14 se observa que el modo lineal se corresponde perfectamente con la deformada en el análisis no lineal, existe una diferencia importante a la hora de determinar para qué valor de carga se produce el pandeo. Así

$$\lambda_{cr} \text{ (lineal)} = 0,2022; \quad \lambda_{cr} \text{ (no lineal)} = 0,143$$

es decir, el pandeo se produce para un valor 33 % inferior que el pronosticado en la estimación lineal. Esta diferencia parece significativa, por lo que el resto de análisis de inestabilidad se ha planteado a través de un análisis geoméricamente no lineal completo. Otro aspecto importante es que no ha sido necesario incluir una carga previa de perturbación ni una imperfección geométrica inicial, sino que la propia deformación progresiva del silo permite alcanzar el pandeo. Esta es sin duda la causa de la disminución de la carga crítica de pandeo en el análisis no lineal, ya que resulta imprescindible contemplar las deformaciones previas a la aparición de la inestabilidad.

En este caso, y a diferencia del pandeo provocado por las presiones del grano, el modo de pandeo es global a toda la estructura y aparece en la zona de barlovento donde existen presiones y no succiones sobre la chapa, yendo desde 0 a 40°, como puede apreciarse en la Figura 3. Es posible observar cómo la chapa se hunde entre dos refuerzos verticales y en la zona donde las presiones son mayores, el coeficiente que dicta la norma es $c = 0,8$, entre 0 y 20°.

También es interesante observar las tensiones que aparecen una vez se alcanza y supera el pandeo. La concentración de tensiones surge lógicamente en los vértices de las ondas de flexión. En la Figura 15 se ve cómo el valor máximo de tensión equivalente no llega a alcanzar los 300 kp/cm², aunque hay que tener en cuenta que el valor de carga a la que se ha producido el pandeo es tan sólo un 14,3 % del valor que dicta la normativa.

Figura 15. Tensiones equivalentes de Von Mises una vez se ha producido el pandeo

Influencia de la altura del silo en las cargas de pandeo

De nuevo realizamos una serie de análisis para observar cómo influye la variación de la altura en la aparición del pandeo. También comparamos el agotamiento a pandeo con el agotamiento resistente, entendiendo como tal aquél en el que aparecen tensiones igual al límite elástico del material. La curva de coeficientes de seguridad se muestra en la Figura 16, donde es concluyente observar cómo en todos los casos contemplados se produce el pandeo para cargas inferiores a las contempladas por norma para las dimensiones elegidas.

Figura 16. Agotamiento pandeo-resistente para diferentes alturas

La curva de agotamiento a pandeo no sigue una única tendencia, sino que posee dos tendencias claras, siendo la altura de 6 m la separación entre ambas. En silos esbeltos el modo de pandeo es el descrito en el apartado anterior, mientras que para silos muy bajos las cargas de viento no provocan el pandeo en la chapa del cuerpo, sino que lo hacen o bien en el cono de descarga o bien en el techo. Sin embargo, estos modos de pandeo no son significativos, puesto que en general los silos tienden a ser esbeltos, y también el espesor en los conos es superior al de la pared, hecho que aquí no ha sido considerado.

Figura 17. Modo de pandeo para silos muy bajos

En la Figura 17 se muestra esta segunda forma de pandeo. Realmente, como se ha comentado antes, este modo tiene menor interés porque aparece para casos límite, silos muy bajos, cuando la lógica a la hora de dimensionar un silo impone una tendencia justo contraria, silos muy esbeltos para que el vaciado se produzca en masa y para que la mayor

parte del silo se encuentre con la zona más o menos constante de la ley exponencial de presiones.

Nuevamente las tensiones son siempre inferiores al límite elástico de la chapa 3500 kp/cm^2 , concretamente 517 kp/cm^2 , aunque en este caso son mayores que para el silo base de 10×6 (Figura 18).

Figura 18. Tensiones equivalentes tras el pandeo para silos bajos

Influencia del radio del silo en las cargas de pandeo

Realizamos el mismo estudio pero en esta ocasión manteniendo constante la altura de 10 metros y variando el radio del silo. En este caso la curva de agotamiento del silo también posee dos tendencias; para silos esbeltos, de pequeño diámetro, se produce el pandeo por flexión en la chapa del cuerpo del silo, mientras que a partir de 8 metros de diámetro el pandeo que se produce es en la chapa del techo, hasta llegar al silo de 10×20 donde se produciría el pandeo para un 4 % del valor de carga de norma.

Figura 19. Agotamiento pandeo-resistente para diferentes diámetros (a) y deformada en el instante de pandeo para un silo muy esbelto donde se aprecia el efecto tubo

La principal razón para las altas cargas de pandeo en silos muy esbeltos estaría en el llamado *efecto tubo*, es decir, para radios muy pequeños la curvatura es tan elevada que limita la zona donde debería aparecer la onda de flexión y esto provoca un aumento de la carga de pandeo. En la Figura 19a se muestra esta tendencia y en la Figura 19b el pandeo de un silo muy esbelto.

Influencia del espesor del silo en las cargas de pandeo

Se muestra a continuación (Figura 20) la influencia del espesor en las cargas críticas de pandeo frente a carga de viento.

Figura 20. Agotamiento pandeo-resistente para diferentes espesores

Las formas de los modos de pandeo no varían de unos espesores a otros, y las formas de las curvas son las esperadas, lineal para agotamiento por resistencia y cuadrática para agotamiento por pandeo.

Es interesante observar cómo la presencia de refuerzos circunferenciales provoca un notable aumento de la carga crítica de pandeo en aquellos silos donde la abolladura de la chapa se producía en el cuerpo y se mantiene igual cuando se producía en los conos. La media del aumento de la carga crítica se sitúa en torno a un 300 %, lo cual da una idea de la efectividad de esta solución estructural, siendo mucho más económica que aumentar el espesor de toda la chapa.

En la Figura 21 se presenta una imagen de la deformada tras el pandeo en silos con refuerzos. Se observa cómo la presencia de estos refuerzos evita de forma casi completa la aparición de abolladuras en la chapa del cuerpo del silo, produciéndose éstas nuevamente en el cono de descarga. Únicamente se observa la aparición de ondas de flexión en la parte baja del cuerpo del silo, debido sobre todo a la influencia del cono inferior y por estar unido de forma rígida a él; también es influyente el hecho de que en la zona inferior del cuerpo el mallado es más fino y es capaz de reproducir de forma más precisa pequeñas ondas de flexión. Además, aunque para este silo el pandeo aparece para una carga del 72 % de la carga de norma, éste realmente no se produciría porque hay que recordar que el espesor de la chapa del cono es habitualmente superior al de la pared del silo, aunque aquí hayamos mantenido el mismo, con lo cual el pandeo no se alcanzaría para la carga de norma.

Las tensiones que se alcanzan una vez producido el pandeo son nuevamente muy inferiores al límite elástico del material, en torno a los 530 kp/cm².

Figura 21. Deformada tras el pandeo y tensiones equivalentes que aparecen en el cuerpo del silo de dimensiones 10×6 m con refuerzos circunferenciales

CONCLUSIONES

En este artículo se ha investigado la importancia del pandeo de la chapa en silos metálicos cilíndricos, debido a la presión de rozamiento que ejerce el grano sobre la pared en los procesos de llenado y vaciado y a la presión del viento. En primer lugar resulta significativo advertir cómo, en la mayoría de los silos analizados (para diferentes alturas, diámetros y espesores), el límite funcional por la aparición del pandeo está por debajo del límite de agotamiento del material, considerando como tal el límite elástico del mismo.

Es relevante, a su vez, el estudio realizado sobre las condiciones de apoyo, donde las cargas críticas en el caso de bordes libres son aproximadamente la mitad de las estimadas para bordes apoyados o empotrados. También se deduce que la presencia de un cono de descarga provoca cargas críticas intermedias entre las halladas para las dos últimas condiciones de apoyo comentadas.

En el caso de pandeo por presiones de grano el análisis mediante un método lineal y la obtención de la matriz de rigidez geométrica mediante un paso de perturbación previo con un estudio geoméricamente no lineal, conducen a cargas de pandeo muy próximas, debido sobre todo a que no existen desplazamientos importantes en la estructura previos a la aparición del pandeo; por ello, la estimación de cargas y modos de pandeo lineales está justificada. Por el contrario, para el caso de presiones de viento se hace necesario un análisis completamente no lineal.

En el caso de presiones de grano y en el estudio paramétrico de cargas críticas según diferentes dimensiones de silos, se puede concluir que para silos extremadamente esbeltos la condición de diseño es la meramente resistente del material, debido a que la aparición del pandeo se ve frenada por los radios muy pequeños que dan lugar al llamado efecto tubo. Lo mismo sucede en el caso de silos con relación r/h muy elevada, donde la poca altura provoca que las presiones de rozamiento en el fondo no sean exageradas y que el agotamiento resistente se produzca antes que la inestabilidad de la estructura. Pero en cambio, para silos con relaciones r/h intermedias, el efecto del pandeo es determinante en el dimensionamiento de los mismos. En el análisis de la influencia de los refuerzos verticales en la aparición del pandeo de la chapa, ya que éste es el recurso más habitual de los diseñadores para evitar dicho efecto, se ha observado que la presencia de estos refuerzos aumenta en un 50 %, como

mínimo, la estabilidad de la estructura frente al pandeo, variando este porcentaje según las diferentes dimensiones.

En posteriores estudios es posible realizar una mejora del modelo incluyendo la variación de las presiones horizontales debido a los desplazamientos de la chapa durante el pandeo. Este efecto puede contemplarse de forma numérica mediante la inclusión de las presiones como cargas seguidoras.

Asimismo en los casos de pandeo provocado por el efecto de viento para silos de chapa lisa se hace necesaria la colocación de refuerzos circunferenciales para casi todas las instalaciones, porque aunque las tensiones ocasionadas son relativamente bajas, la carga crítica de pandeo es muy inferior a la carga de viento máxima contemplada por norma. La media del aumento de carga crítica al colocar dichos refuerzos se encuentra en torno al 300 %, dependiendo de nuevo de las dimensiones de los mismos.

REFERENCIAS

- 1 ACI 313-97 y ACI 313R-97, "Standard practice for design and construction of concrete silos and stacking tubes for storing granular materials (ACI 313-97) and commentary-ACI 313R-97", ACI International, (1997).
- 2 AFNOR P-22 630, "Construction metallique: silos", (1992).
- 3 DIN 1055, Vol. 6, "Lastannahmen für Bauten–Lasten in Silozellen", (1987).
- 4 Eurocódigo 1: "Bases de proyecto y acciones en estructuras. Parte 4: Acciones en silos y depósitos", AENOR, (1998).
- 5 F.G. Flores y L.A. Godoy "Elastic postbuckling analysis via finite elements and perturbation techniques. Part I: Formulation", *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 33, pp. 1775–1794, (1992).
- 6 F.G. Flores y L.A. Godoy "Elastic postbuckling analysis via finite elements and perturbation techniques. Part II: Application to shells of revolution", *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 36, pp. 351–354, (1993).
- 7 F.G. Flores y L.A. Godoy "Forced vibrations of silos leading to buckling", *Journal of Sound and Vibrations*, Vol. 224, N° 3, pp. 431–454, (1999).
- 8 R. Greiner y P. Derler, "Effect of imperfections on wind-loaded cylindrical shells", *Thin-Walled Structures*, Vol. 23, N° 1-4, pp. 271–281, (1995).
- 9 "Abaqus/Standard theory manual & Abaqus/Standard users manual", Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., (1997).
- 10 H.A. Janssen, "Experiments on grain pressures in silos", *Verein deutscher Ingenieure Zeitschrift*, Vol. 39, pp. 1045–1049, (1895).
- 11 K. Knebel y K. Schweizerhof, "Buckling of cylindrical shells containing granular solids", *Thin-Walled Structures*, Vol. 23, pp. 295–312, (1995).
- 12 NBE-EA-88, "Acciones en la edificación", Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, (1988).
- 13 J.Y. Ooi y K.M. She, "Finite-element analysis of wall-pressure in imperfect silos", *Int. J. of Solids and Structures*, Vol 34, N° 16, pp. 2061–2072, (1997).
- 14 J. Ravenet, "Silos. Teoría, investigación, construcción", Editores Técnicos Asociados, (1977).

- 15 M. Reimbert y A. Reimbert, “*Silo-theory and practice*”, 2 ed., Lavoisier Publishing, Inc., New York (1987).
- 16 E. Riks, “An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems”, *Int. J. Solids and Structures*, Vol. **15**, pp. 529–551, (1979).
- 17 J.G. Teng y J.M. Rotter, “Collapse behavior and strength of steel transition junctions. Part I: Collapse mechanics”, *Journal of Structural Engineering-ASCE*, Vol. **117**, N° 12, pp. 3587–3604, (1991).
- 18 J.G. Teng y J. M. Rotter, “Collapse behavior and strength of steel transition junctions. Part II: Parametric study”, *Journal of Structural Engineering-ASCE*, Vol.**117**, N° 12, pp. 3605–362, (1991).
- 19 J.G. Teng, “Plastic buckling approximation for transition ringbeams in steel silos”, *Journal of Structural Engineering-ASCE*, Vol. **123**, N° 12, pp. 1622–1630, (1997).
- 20 S. Timoshenko y J.M. Gere, “*Theory of elastic stability*”, McGraw-Hill, (1961).