

## **Análisis de placas de cimentación pretensadas con elementos de borde rígidos**

Néstor F. Ortega, Juan Carlos Paloto y Claudio J. Orbanich

Departamento de Ingeniería  
Universidad Nacional del Sur  
Av. Alem 1253  
8000 Bahía Blanca, Argentina  
Tel.: 54-29 14 59 51 00 ext. 3226; Fax: 54-29 14 59 51 10  
e-mail: nfortega.criba.edu.ar

### Resumen

En este trabajo se presentan los resultados de una serie de modelos numéricos, en los que se analizó el comportamiento mecánico de placas de cimentación, que poseen elementos de borde. Estas placas pueden estar pretensadas, con el fin de mejorar su comportamiento y reducir su volumen. Se analizaron distintos trazados de cables a los efectos de optimizar sus prestaciones y, además se estableció el porcentaje de la reacción del terreno que absorbe la placa y la reacción que va directamente a los bordes.

Básicamente se aplicó un procedimiento numérico que emplea el Método de las Diferencias Finitas, imponiendo como variables adimensionales, entre otras, relaciones que tienen en cuenta: la rigidez de la placa, el módulo de reacción del terreno y el posible asentamiento inicial de la cimentación. Esta técnica también sería aplicable para la resolución de losas pretensadas que soportan eventualmente grandes cargas, provenientes, por ejemplo, de materiales a granel.

### **ANALYSIS OF PRE-STRESSED FOUNDATION PLATES WITH RIGID BOUNDARY ELEMENT**

### Summary

The results of a series of numerical models of plates on elastic foundation with edge beams is shown and the mechanical behaviour is analyzed. Such a plate can be pre- or post-stressed so as to improve its behaviour and to reduce its volume. Different cables layout were analyzed in order to optimize its performance and it was established the percentage of the soil reaction that takes the plate and the reaction that goes directly to the boundary.

Besides, the finite difference method was employed taking as dimensionless variables, among others, two ratios which have into account: the stiffness of the plate, the modular reaction of the soil and the possible edge beams settlement. This technique also could be applicable in the resolution of prestressed plates supporting loads owing, for example to bulk materials.

## INTRODUCCIÓN

La evolución de los conocimientos vinculados con el análisis mecánico de las placas de cimentación en los últimos veinte años al igual que en otras ramas de la ingeniería están relacionados con el desarrollo de métodos numéricos apropiados que permiten evaluarlas.

Para la determinación de la capacidad de soporte de las estructuras de cimentación es necesario conocer los asentamientos previsible según el tipo de suelo. En trabajos anteriores sobre placas de cimentación elásticas<sup>1-5</sup> se pudo determinar el asentamiento final y evaluar la distribución de la reacción del terreno.

Este trabajo es continuación de una serie de investigaciones que en una primera etapa evaluaban la capacidad de soporte de un sistema de placas de cimentación con elementos de borde de gran rigidez, tal es el caso de cimentaciones de silos, depósitos de líquidos, etc. En esta investigación se desarrolla un método numérico-computacional, que permite la rápida obtención de la distribución relativa de las reacciones en las distintas partes que componen la cimentación<sup>6,7</sup>.

Con este fin se han definido dos parámetros adimensionales:  $N$  que es función de las condiciones del terreno y del predimensionado, y  $\alpha$  que considera una condición de asentamiento inicial posible de la cimentación.

Para el caso de presentarse un aumento del valor de las cargas o una redistribución de las mismas, que determinen la necesidad de contar con un dispositivo colaborante, surgiría la necesidad de recurrir a la aplicación de un pretensado<sup>8-11</sup>. No obstante, como no existen muchos antecedentes en los que se apliquen métodos de cálculo a placas de cimentación pretensadas, en particular en este caso, en dos direcciones, se ha desarrollado un método que permite evaluar los esfuerzos del pretensado con el fin de mejorar el comportamiento mecánico, permitiendo realizar un dimensionado óptimo de los elementos resistentes.

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL MÉTODO

### Resolución de placas de cimentación con elementos de borde de gran rigidez

El problema de placa de cimentación sobre terreno elástico<sup>12,13</sup> cuya deformación varía linealmente tiene la siguiente ecuación que permite calcular su comportamiento mecánico

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{1}{D} [q(x, y) - k(w(x, y) + w_0)] \quad (1)$$

donde  $w(x, y)$  es función de asentamientos o "elástica",  $w_0$  asentamiento inicial de la placa,  $q(x, y)$  carga distribuida aplicada externamente,  $k$  módulo de reacción del terreno y  $D$  rigidez a la flexión de la placa.

$$D = \frac{Ed^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (2)$$

Como base del procedimiento de resolución se ha tomado la ecuación (1) desarrollada en diferencias finitas, con referencia a una malla cuadrada de lado  $s$  (Figura 1), para obtener los valores  $w_i$  de la función  $w(x, y)$  en los nudos de esta malla.

Así, la ecuación (1) toma la siguiente forma

$$\nabla^2 \nabla^2 w_i = \frac{1}{D} s^4 [q - k(w_i + w_0)] \quad (3)$$

siendo  $s$  el paso de malla adoptado.

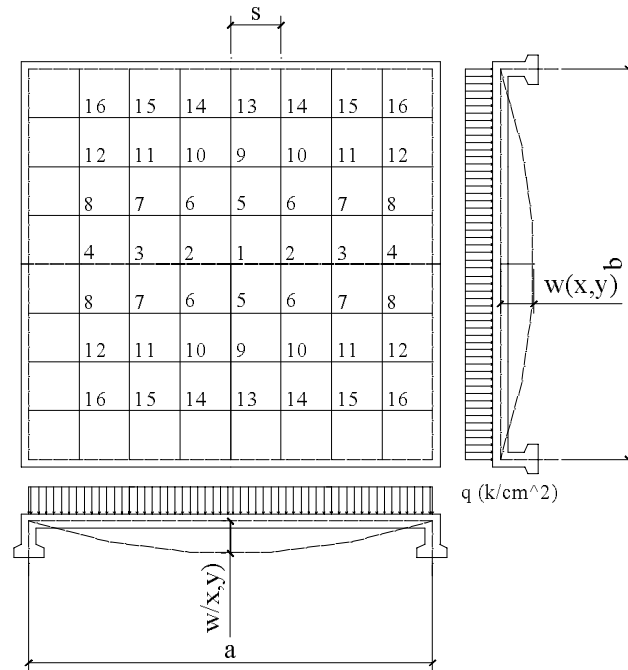


Figura 1. Esquema y malla considerada en el cálculo

Para la resolución de esta expresión se ha propuesto la definición de dos factores adimensionales que permiten generalizar los resultados para los fines prácticos buscados.

Imponiendo un valor uniforme de asentamiento inicial previsto en toda la cimentación, se lo expresa como función del valor límite  $q/k$ , definiéndose como

$$w = \alpha \frac{q}{k} \tag{4}$$

con  $\alpha$  factor de asentamiento inicial.

También resulta adimensional el factor de reacción relativa de soporte de la subrasante

$$N = k \frac{s^4}{D} \tag{5}$$

De acuerdo con estas definiciones la ecuación (3) se convierte en

$$\nabla^2 \nabla^2 w_i + N w_i = q \frac{s^4}{D} - k \frac{s^4}{D} w_0 \tag{6}$$

Operando matemáticamente se llega a

$$\nabla^2 \nabla^2 w_i + N w_i = N \left( \frac{q}{k} \right) (1 - \alpha) \tag{7}$$

De este sistema en diferencias finitas se van a obtener como resultado los valores  $w_i$ , siendo éstos los desplazamientos en cada punto  $i$ -ésimo de la placa.

Naturalmente, la interpretación de esta expresión se simplifica cuando  $q$  y  $k$  son constantes, tal como se van a considerar en esta aplicación.

En la determinación de los valores  $w_i$  deben considerarse las condiciones de borde de la placa. Para el diseño presentado las condiciones serán de apoyo simple en los cuatro lados, imponiéndose un valor  $w_i = 0$  en los mismos. Es decir, que los valores  $w_i$  de la placa son relativos al nivel de los elementos de borde.

### Estudio de la convergencia

Con el objeto de probar la convergencia del método aquí propuesto, se estudiará un par de casos de aplicación.

Resolviendo la ecuación (1), aplicando el método de las diferencias finitas para una placa de relación de lados igual a 1, empleando una malla de  $6 \times 6$  elementos con un paso  $s = 1$  m, y considerando un módulo de reacción del terreno  $k$  igual a cero, estudiamos el caso de una losa con las siguientes características:

$$\begin{aligned} E & - \text{módulo de elasticidad del hormigón} = 1,372 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 \\ h & - \text{altura de la placa} = 0,20 \text{ m} \\ q & - \text{carga uniformemente distribuida sobre la placa} = 980 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Con la técnica aquí propuesta se obtuvo la deformación máxima en el centro de la placa, con el siguiente resultado

$$w_{\max} = 0,000512 \text{ m}$$

Calculando la deformación máxima con la fórmula desarrollada por Timoshenko, que es el valor exacto, se obtuvo el siguiente resultado

$$w_{\max} = \frac{0,00406 q a^4}{D} = 0,000513 \text{ m}$$

Analizando la misma placa mediante el método de los elementos finitos (MEF) con una malla de  $6 \times 6$  elementos, se llegó a la siguiente deformación

$$w_{\max} = 0,0004969 \text{ m}$$

Como se puede observar, con una malla de  $6 \times 6$  el método de las diferencias finitas tiene una mayor precisión que el MEF, obteniéndose un error del 0,27 % respecto de la solución exacta, por lo que la precisión de los resultados es muy buena, pese a que no se empleó una malla muy densa.

Con el fin de analizar la convergencia del método, aplicando diferencias finitas para placas de relación de lados igual a 1, utilizando cinco mallas con diferentes pasos: de  $4 \times 4$  (con un paso  $s = 1,00$  m),  $6 \times 6$  ( $s = 0,67$  m),  $8 \times 8$  ( $s = 0,5$  m) y  $12 \times 12$  ( $s = 0,33$  m), se adoptó un coeficiente de reacción del terreno nulo en el caso de una losa. Para las mismas condiciones de la losa calculada anteriormente se llega a los datos de la Tabla I.

|           |              |              |              |                |
|-----------|--------------|--------------|--------------|----------------|
| Malla     | $4 \times 4$ | $6 \times 6$ | $8 \times 8$ | $12 \times 12$ |
| $s$ (m)   | 1,00         | 0,67         | 0,50         | 0,33           |
| $w$ (m)   | 0,0001005    | 0,0001010    | 0,0001012    | 0,0001013      |
| Error (%) | 0,79         | 0,30         | 0,10         | 0              |

**Tabla I.** Desplazamiento central en función del paso de la malla

Aplicando una fórmula desarrollada por Timoshenko para una losa de 4 por 4 m, arrojó el siguiente desplazamiento máximo

$$w_{\max} = \frac{0,00406 q a^4}{D} = 0,0001013 \text{ m}$$

con esto se observa que existe una buena convergencia hacia la solución exacta.

Si se considera el coeficiente de reacción del terreno distinto de cero ( $k \neq 0$ ), aplicando el método de diferencias finitas para placas de relación de lados 1, aplicando tres mallas con diferentes pasos: de  $4 \times 4$  ( $s = 1$  m),  $6 \times 6$  ( $s = 0,67$  m) y  $8 \times 8$  ( $s = 0,50$  m) y considerando los siguientes datos:

$$\begin{aligned} E &= 1,372 \times 10^{10} \text{ N/m}^2, \\ h &= 0,20 \text{ m}, \\ q &= 980 \text{ N/m}^2, \\ \gamma &= 0,3, \\ k &= 4 \text{ kg/cm}^3 = 3,9210^7 \text{ N/m}^3, \end{aligned}$$

se obtienen los resultados de la Tabla II.

| Malla   | $4 \times 4$ | $6 \times 6$ | $8 \times 8$ | $12 \times 12$ |
|---------|--------------|--------------|--------------|----------------|
| $s$ (m) | 1            | 0,67         | 0,5          | 0,33           |
| $N$     | 3,90000      | 0,77000      | 0,24300      | 0,04814        |
| $w$ (m) | 0,000024578  | 0,00002583   | 0,00002629   | 0,00002667     |

**Tabla II.** Desplazamiento central en función del paso de la malla para  $k$  distinto de cero

Modelando con el MEF una placa de cimentación donde se materializó la acción del suelo mediante elementos *truss* colocados en cada nodo y haciendo la siguiente analogía, como

$$K\delta_s = \frac{F}{S} \quad (8)$$

$$F = K\delta_n \quad (9)$$

donde  $F$  es fuerza aplicada sobre la platea,  $K$  coeficiente de reacción del terreno,  $K_t$  rigidez del elemento *truss* ( $EA/L$ ),  $\delta_s$  desplazamiento de la superficie,  $\delta_n$  desplazamiento del nodo y  $L$  longitud del elemento *truss*.

Como  $\delta_s = \delta_n$  y considerando que el desplazamiento en el nodo es igual al desplazamiento de los elementos *truss*, se tiene

$$K\delta_s S = K_t \delta_n \quad (10)$$

Reemplazando el valor de  $K_t$  y operando matemáticamente, se obtiene

$$L = \frac{EA}{KS} \quad (11)$$

Se obtuvo el  $w_{\max}$ , cuyo valor fue el siguiente

$$w_{\max} = 0,0000259 \text{ m}$$

Comparando este  $w_{\max}$  con los obtenidos en la Tabla II, se observa que existe una buena convergencia del método aquí presentado.

## Procedimiento de aplicación y resultados

El resultado inicial buscado para el estudio de este problema es el porcentaje de reacción del terreno, que absorbe la placa y el que se descarga directamente en los bordes según las condiciones impuestas<sup>6,7</sup>.

Para evaluar los posibles diseños y el dimensionado resultan útiles los factores adimensionales  $\alpha$  y  $N$ , que se convierten en parámetros característicos del problema. Así para una relación dada entre los lados, una vez obtenidos los valores  $w_i$  de la placa, se procede a evaluar la reacción de soporte  $R_p$ , teniendo en cuenta el asentamiento total  $w_{i0} = w_i + w_0$  como valor final, con respecto a un nivel inicial de referencia. Para ello se debe calcular la expresión

$$R_p = \int_0^a \int_0^b k(w_{i0}) dx dy \quad (12)$$

En el caso de que  $k$  sea constante, la integral de la ecuación (12) implica determinar el volumen de los asentamientos. Una vez obtenido  $R_p$  se pueden expresar porcentajes con respecto al total de la carga aplicada, y por diferencia obtener el porcentaje de reacción  $R_v$  que deben tomar los elementos de borde.

De esta manera, según el fundamento teórico mencionado, la obtención del resultado buscado comprende la resolución del sistema (7) y de la ecuación (12). Mediante el uso de un software comercial, en este caso el MATLAB, se puede obtener la solución para la relación de medidas impuesta basada en consideraciones matriciales.

En las Figuras 2 a 4 se muestran los valores obtenidos en las reacciones sobre la placa, en función de los factores  $\alpha$  y  $N$  para las distintas relaciones de lados de la misma<sup>9</sup>. Como es de suponer, la reacción sobre las elementos de borde será el porcentaje restante.

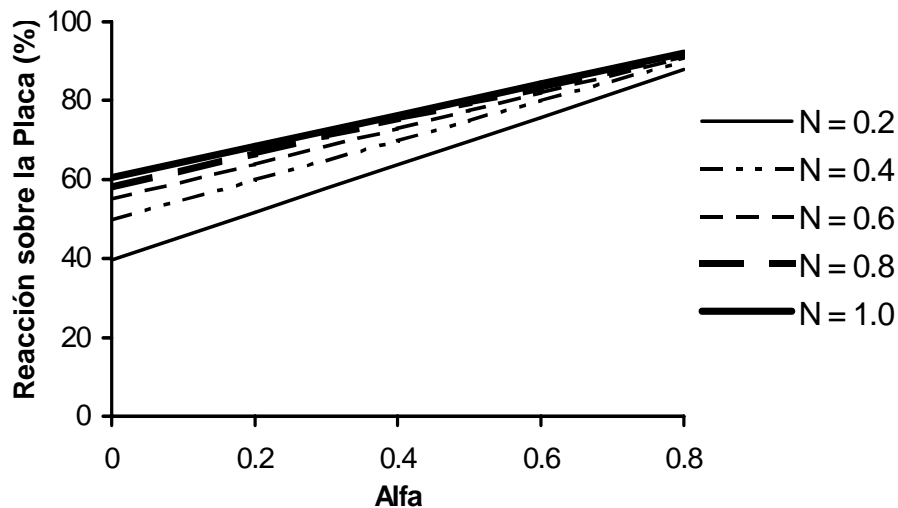


Figura 2. Reacciones sobre la placa, para una relación de lados 1,00

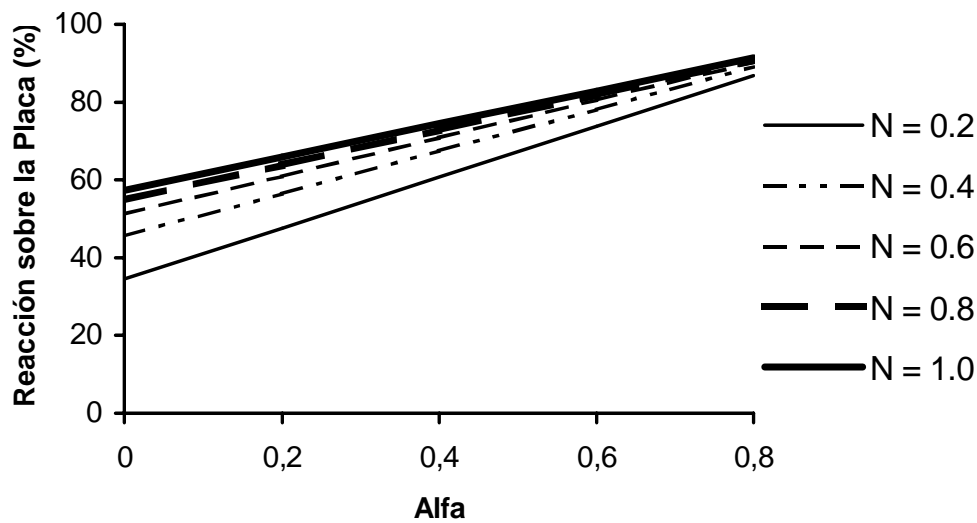


Figura 3. Reacciones sobre la placa, para una relación de lados 1,33

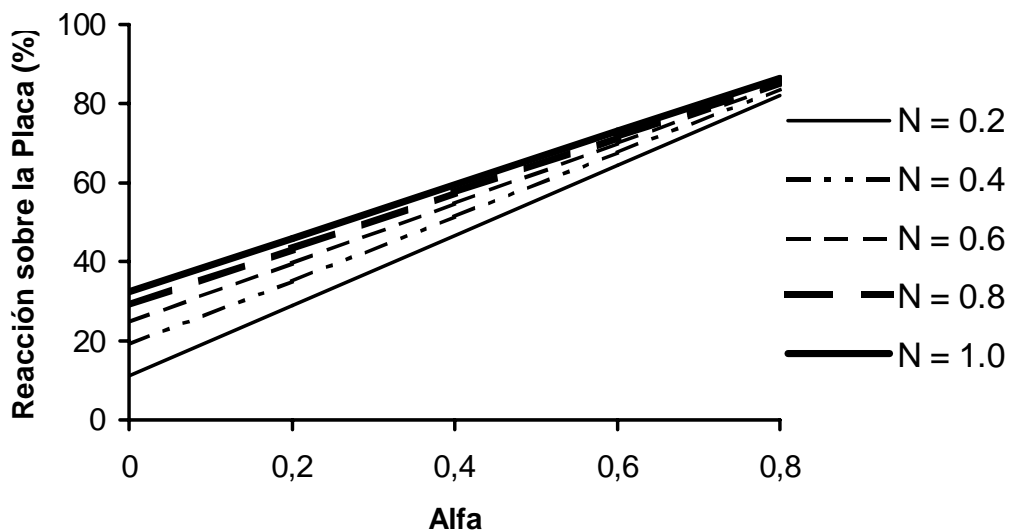


Figura 4. Reacciones sobre la placa, para una relación de lados 1,50

## PROCEDIMIENTO DE APLICACIÓN PARA PLACAS PRETENSADAS

En esta parte del trabajo se estudia una placa de cimentación elástica pretensada con una relación de lados igual a 1, la cual se analiza mediante el método de las diferencias finitas<sup>1,2,3</sup>, con el fin de hallar las fuerzas óptimas de pretensado para una placa apoyada en sus cuatro bordes, entendiéndose por fuerza óptima aquella, cuya resultante del diagrama de deformaciones sea nula, es decir, que se compensen las deformaciones producidas por las cargas y las reacciones del terreno con las del pretensado. Esta situación es muy ventajosa, desde el punto de vista de la durabilidad de la cimentación, reduciéndose la fisuración, en particular si la cimentación se encuentra en contacto con un suelo o napa freática que posean, por ejemplo cloruros, que atacan a las armaduras metálicas, empleando las fisuras como vías de penetración.

## Aplicación de un método para placas pretensadas

Al pretensar la placa de cimentación en sus cuatro bordes se genera un desplazamiento de esta contrario al producido por la carga  $q(x, y)$ , compensado parcialmente por la reacción del terreno.

Para determinar los desplazamientos es importante recordar que sólo en el punto central de la placa es posible aplicar la superposición, debido a que el desplazamiento resultante es la suma de los desplazamientos que generan las cargas de pretensado en las dos direcciones; mientras que fuera del centro la superposición no es válida, debido al efecto producido por las elementos de borde. Aquí la suma de los desplazamientos generados por las fuerzas de pretensado no representan el desplazamiento real de la placa.

El método aquí desarrollado consiste en representar la elástica real, que genera el pretensado, mediante cables parabólicos que se han determinado de la siguiente manera:

- Conociendo el valor de la elástica en el punto central y en los dos bordes, se traza en la dirección  $x$  la parábola central por estos tres puntos, que es única. Luego se halla la ecuación de la parábola mediante el método de los cuadrados mínimos a los efectos de calcular los desplazamientos  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  y  $w_4$ ; en este caso, como se hace este análisis de regresión<sup>11-12</sup> con tres puntos, la ecuación determinada es exacta.
- Una vez hallados los desplazamientos de la parábola central, para cada uno de estos se trazarán en la dirección normal cuatro parábolas que permiten el cálculo de todos los desplazamientos restantes.

Todos los desplazamientos obtenidos se procesan con un programa que permite resolver el sistema de ecuaciones para calcular el diagrama de deformaciones debido al pretensado. Como se trata de cimentaciones elásticas, con  $q(x, y)$  y  $k$  constantes, se puede aplicar superposición directa con el volumen del diagrama de deformaciones producido por la carga  $q(x, y)$ .

Con este método es posible variar el valor de los esfuerzos de pretensado dentro de un determinado intervalo fijado por el calculista en función de la magnitud de la carga  $q(x, y)$ , rigidez de la placa y asentamiento del apoyo  $w_0$ . El esfuerzo ideal se determinará cuando el porcentaje que absorbe la placa cambia de signo, punto donde los desplazamientos de la placa son teóricamente nulos.

A los efectos de mostrar este método, en el presente trabajo se desarrolló una aplicación del mismo, que consistió en pretensar una placa de relación de lados igual a 1, adoptándose un trazado de los cables parabólico, y luego se la comparó con un trazado recto, en el cual se varió la distancia desde el centro de la placa al cable (excentricidad) entre 3 y 12 cm.

Se consideran los esfuerzos  $V_e$  de pretensado aplicados en ambas direcciones con un valor definido por unidad de longitud del lado, en otras palabras, la unidad de medida será carga por metro de ancho de placa.

Los datos del ejemplo a desarrollar son:

$N$  - parámetro adimensional = 2,496,

$h$  - distancia del borde superior de la placa hasta la armadura = 0,25 m,

$d$  - espesor de la placa = 0,30 m,

$a$  - lado de la placa = 8 m,

$E$  - módulo de elasticidad del hormigón =  $1,37 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>,

$I$  - momento de inercia de la placa, por unidad de longitud =  $2,25 \times 10^{-3}$  m<sup>4</sup>,

$k$  - coeficiente de reacción del terreno =  $4,90 \times 10^7$  N/m<sup>3</sup>,

$q$  - carga externa aplicada =  $9,80 \times 10^5$  kg/cm<sup>2</sup>.



### Placa de cimentación pretensada con cable parabólico

Primeramente se analizarán distintos casos de placas de cimentación con cables de pretensado curvos, en donde se estudiarán las distintas distribuciones de las cargas externas (reacción del terreno) entre la placa y las que son soportadas directamente por los elementos de borde.

La placa de cimentación analizada posee una relación de lados igual a 1 y el trazado del cable para pretensado sigue una directriz parabólica. En tales condiciones, para cada esfuerzo de pretensado se debe calcular la carga equivalente  $q_{eq}$ , que es una carga vertical con dirección opuesta a las cargas externas y que se determina mediante

$$q_{eq} = \frac{8 V_e e}{a^2} \quad (13)$$

siendo  $V_e$  esfuerzo de pretensado,  $e$  excentricidad del cable parabólico en el centro de la placa y  $a$  lado de la placa.

Luego el desplazamiento central buscado será determinar

$$\delta_1 = \frac{5 q_{eq} a^4}{384 E I} \quad (14)$$

donde  $E$  es módulo de elasticidad del hormigón e  $I$  inercia de la placa. De igual manera que en el caso anterior en la dirección normal se tiene

$$\delta_2 = \frac{5 q_{eq} b^4}{384 E I} \quad (15)$$

Aplicando el principio de superposición y considerando una placa cuadrada ( $a = b$ ), se obtiene el desplazamiento máximo en el centro de la placa como

$$\delta_{max} = \delta_1 + \delta_2 = \frac{5 q_{eq} a^4}{192 E I} \quad (16)$$

Este desplazamiento máximo  $\delta_{max}$  es el que se produce en el punto central, con tal de que en las direcciones 1 y 2 estos desplazamientos varían parabólicamente.

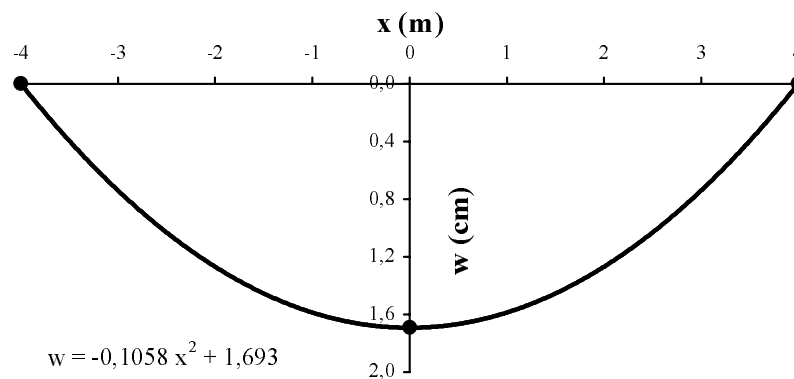


Figura 5. Deformación de la banda central de la placa

Mediante un software comercial que aproxima con el método de los cuadrados mínimos, se calcula la ecuación de la parábola que permite hallar los desplazamientos  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  y  $w_4$ .

Con estos desplazamientos se trazan las parábolas 1, 2, 3, 4 normales a la parábola central y se hallan los desplazamientos restantes. Así se calcularon los desplazamientos debido a

las cargas producidas por el pretensado con  $V_e = 5$  t/m,  $V_e = 10$  t/m hasta  $V_e = 80$  t/m, con un  $\Delta V_e = 10$  t/m.

Aplicando el principio de superposición de los desplazamientos producidos por el pretensado con los de la carga externa y mediante un programa realizado en el ambiente MATLAB, se pueden obtener los porcentajes de reacción que toman las placas para cada una de los esfuerzos de pretensado, como se puede observar en la Tabla III.

| $\alpha$<br>V (t) | ( 0,0<br>Rp (%) | 0,2<br>Rp (%) | 0,4<br>Rp (%) | 0,6<br>Rp (%) | 0,8<br>Rp (%) |
|-------------------|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 0                 | 70,41           | 56,33         | 42,24         | 28,16         | 14,08         |
| 5                 | 65,71           | 51,62         | 37,54         | 23,46         | 9,38          |
| 10                | 61,00           | 46,92         | 32,83         | 18,75         | 4,67          |
| 20                | 49,39           | 35,31         | 21,23         | 7,15          | -6,93         |
| 30                | 42,19           | 28,11         | 14,03         | -0,05         | -14,14        |
| 40                | 32,76           | 18,68         | 4,6           | -9,48         | -23,56        |
| 50                | 23,89           | 9,81          | -4,27         | -18,35        | -32,43        |
| 60                | 10,64           | -3,44         | -17,52        | -31,61        | -45,69        |
| 70                | 4,57            | -9,50         | -23,58        | -37,67        | -51,75        |
| 80                | -4,83           | -18,91        | -33,00        | -47,08        | -61,16        |
| Esf. ideal (t)    | 74,86           | 57,40         | 45,19         | 29,93         | 14,28         |

**Tabla III.** Porcentajes de reacción absorbidos por la placa en función del esfuerzo de pretensado

En la Tabla III se puede apreciar que existe una serie de valores del porcentaje de reacción de placa negativos, lo que se debe a que en estas condiciones de  $\alpha$  el desplazamiento que genera el pretensado es mayor que el desplazamiento generado por la carga externa, por este motivo se halló un esfuerzo de pretensado ideal denominado - esfuerzo ideal -, tal que el desplazamiento de la placa es nulo, obtenido interpolando los porcentajes de reacción de placa.

### Placa de cimentación pretensada con cable recto

Habiendo considerado un diseño curvo de los cables dentro de las múltiples alternativas de este estudio<sup>4,5</sup>, resulta interesante realizar el análisis con cable recto, aplicando el mismo método, debido a que su montaje es mucho más simple.

Aplicando el método descrito anteriormente y considerando que esta placa tiene una relación de lados igual a 1, se realizó el análisis para las siguientes cargas de pretensado:  $V_e = 50$  t/m,  $V_e = 80$  t/m; y  $V_e = 100$  t/m; variando la distancia entre el cable y el centro de la sección transversal de la placa, en los siguientes valores de excentricidades  $e = 3$  cm,  $e = 6$  cm,  $e = 9$  cm y  $e = 12$  cm, se calculó el momento  $M$  que genera cada esfuerzo de pretensado  $V_e$

$$M = V_e e \quad (17)$$

El desplazamiento central buscado se halla mediante

$$\delta_1 = \frac{M a^2}{8 E I} \quad (18)$$

de igual manera en la dirección normal se tiene

$$\delta_2 = \frac{M b^2}{8 E I} \tag{19}$$

Aplicando el principio de superposición, se obtiene el desplazamiento máximo en el centro de la placa como

$$\delta_{\max} = \delta_1 + \delta_2 = \frac{M a^2}{4 E I} \tag{20}$$

De la misma manera que en el ejemplo anterior, con el desplazamiento máximo en el centro de la placa y con los desplazamientos en los bordes se traza una parábola central y a partir de ésta las normales a ella, calculando los desplazamientos de toda la placa. Luego se halla el porcentaje de reacción que toma la placa y los elementos de borde y la fuerza de pretensado óptima buscada.

Para hallar el esfuerzo ideal se puede interpolar linealmente en la Tabla V, como se realizó en las placas con el cable de pretensado curvo. En este caso en particular cuando cambie de signo el porcentaje que toma la placa se puede hallar el esfuerzo anteriormente mencionado.

Con el programa desarrollado anteriormente se obtuvieron los desplazamientos producidos por las cargas  $V_e = 50$  t/m,  $V_e = 80$  t/m y  $V_e = 100$  t/m, variando la distancia entre el cable y el centro  $e$ .

| $V_e$<br>(t/m) | $e$<br>(cm) | Desplazamientos (cm) |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------|-------------|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                |             | 1                    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   |
| 50             | 3           | 0,76                 | 0,71 | 0,57 | 0,33 | 0,71 | 0,67 | 0,54 | 0,31 | 0,57 | 0,54 | 0,43 | 0,25 | 0,33 | 0,31 | 0,25 | 0,15 |
|                | 6           | 1,52                 | 1,43 | 1,14 | 0,67 | 1,43 | 1,34 | 1,07 | 0,63 | 1,14 | 1,07 | 0,86 | 0,50 | 0,67 | 0,62 | 0,50 | 0,29 |
|                | 9           | 2,29                 | 2,14 | 1,71 | 1,00 | 2,14 | 2,01 | 1,61 | 0,94 | 1,71 | 1,61 | 1,29 | 0,75 | 1,00 | 0,94 | 0,75 | 0,44 |
|                | 12          | 3,05                 | 2,86 | 2,29 | 1,33 | 2,86 | 2,68 | 2,14 | 1,25 | 2,29 | 2,14 | 1,71 | 1,00 | 1,33 | 1,25 | 1,00 | 0,58 |
| 80             | 3           | 1,22                 | 1,14 | 0,91 | 0,53 | 1,14 | 1,07 | 0,86 | 0,50 | 0,91 | 0,86 | 0,69 | 0,40 | 0,53 | 0,50 | 0,40 | 0,23 |
|                | 6           | 2,44                 | 2,29 | 1,83 | 1,07 | 2,29 | 2,14 | 1,71 | 1,00 | 1,83 | 1,71 | 1,37 | 0,80 | 1,07 | 1,00 | 0,80 | 0,47 |
|                | 9           | 3,66                 | 3,43 | 2,74 | 1,60 | 3,43 | 3,21 | 2,57 | 1,50 | 2,74 | 2,57 | 2,06 | 1,20 | 1,60 | 1,50 | 1,20 | 0,70 |
|                | 12          | 4,88                 | 4,57 | 3,66 | 2,13 | 4,57 | 4,29 | 3,43 | 2,00 | 3,66 | 3,43 | 2,74 | 1,60 | 2,13 | 2,00 | 1,60 | 0,93 |
| 100            | 3           | 1,52                 | 1,43 | 1,14 | 0,67 | 1,43 | 1,34 | 1,07 | 0,63 | 1,14 | 1,07 | 0,86 | 0,50 | 0,67 | 0,62 | 0,50 | 0,29 |
|                | 6           | 3,05                 | 2,86 | 2,29 | 1,33 | 2,86 | 2,68 | 2,14 | 1,25 | 2,29 | 2,14 | 1,71 | 1,00 | 1,33 | 1,25 | 1,00 | 0,58 |
|                | 9           | 4,57                 | 4,29 | 3,43 | 2,00 | 4,29 | 4,02 | 3,21 | 1,88 | 3,43 | 3,21 | 2,57 | 1,50 | 2,00 | 1,87 | 1,50 | 0,88 |
|                | 12          | 6,10                 | 5,71 | 4,57 | 2,67 | 5,71 | 5,36 | 4,29 | 2,50 | 4,57 | 4,29 | 3,43 | 2,00 | 2,67 | 2,50 | 2,00 | 1,17 |

Tabla IV. Desplazamiento debido al pretensado recto

Aplicando el principio de superposición de los desplazamientos producidos por el pretensado con los de la carga externa y mediante un programa realizado en el ambiente MATLAB, se pueden obtener los porcentajes de reacción que toman las placas para cada uno de los esfuerzos de pretensado, como se puede observar en la Tabla V.

En la Tabla V se puede apreciar que existe una serie de valores del porcentaje de reacción de placa negativos, debido a que en estas condiciones de  $\alpha$  y  $e$  el desplazamiento que genera el pretensado es mayor que el desplazamiento generado por la carga externa, por consiguiente se podría hallar, como en el ejemplo anterior, un esfuerzo de pretensado ideal, tal que el desplazamiento de la placa fuese nulo, interpolando los porcentajes de reacción de placa.

| $\alpha$ | $V$ (t)<br>$e$ (cm) | 3      | 6      | 9      | 12      |
|----------|---------------------|--------|--------|--------|---------|
| 0        | 0                   | 70,41  | 70,41  | 70,41  | 70,41   |
|          | 50                  | 53,48  | 36,55  | 19,56  | -8,075  |
|          | 80                  | 43,35  | 16,23  | -10,82 | -37,94  |
|          | 100                 | 36,55  | 2,71   | -31,20 | -86,69  |
| 0,2      | 0                   | 56,33  | 56,33  | 56,33  | 56,33   |
|          | 50                  | 39,40  | 22,47  | 5,48   | -22,15  |
|          | 80                  | 29,26  | 2,15   | -24,91 | -52,03  |
|          | 100                 | 22,46  | -11,37 | -45,28 | -100,77 |
| 0,4      | 0                   | 42,25  | 42,25  | 42,25  | -42,25  |
|          | 50                  | 25,31  | 8,38   | -8,60  | -36,24  |
|          | 80                  | 15,18  | -11,93 | -39,95 | -66,11  |
|          | 100                 | 8,38   | -25,44 | -59,36 | -114,85 |
| 0,6      | 0                   | 28,16  | 28,16  | 28,16  | -28,16  |
|          | 50                  | 11,23  | -5,69  | -22,68 | -50,32  |
|          | 80                  | 1,10   | -26,01 | -53,07 | -80,19  |
|          | 100                 | -5,69  | -39,53 | -73,45 | -128,93 |
| 0,8      | 0                   | 14,08  | 14,08  | 14,08  | 14,08   |
|          | 50                  | -2,84  | -19,77 | -36,76 | -64,41  |
|          | 80                  | -12,98 | -40,09 | -67,16 | 94,27   |
|          | 100                 | -19,78 | -53,61 | -87,53 | -143,02 |

Tabla V. Porcentajes de reacción absorbidos por la placa en función de  $V$ ,  $e$  y  $\alpha$

## CONCLUSIONES

En función de los resultados expuestos anteriormente se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Se puede observar que el pretensado con cables parabólicos puede producir una compresión importante para compensar las solicitaciones en la placa de cimentación y llegando hasta un punto en que las deformaciones sean teóricamente nulas.
- A medida que aumenta el factor de asentamiento de las vigas debe incrementarse la fuerza de pretensado para tener una real efectividad hasta encontrar un porcentaje adecuado de alivio para la placa, según lo muestran las Tablas II y III.
- Utilizando las mismas cargas externas se observa que los desplazamientos que genera el pretensado con cable recto con respecto al efecto producido por el pretensado con cable parabólico son similares, lo cual se debe a que las excentricidades de los trazados parabólicos son reducidas. Por ello desde el punto de vista mecánico no existe mayor diferencia entre un trazado y el otro, adoptándose el recto debido a las facilidades constructivas que posee. No obstante, para cimentaciones con mayores solicitaciones, que permiten la colocación de cables con mayores excentricidades, podría justificarse el uso de trazados parabólicos.

**REFERENCIAS**

- 1 F. Leonhardt, “*Hormigón pretensado*”, Instituto E. Torroja de la Construcción y del Cemento, Madrid, (1977).
- 2 L.J. Lima, “*Aproximación a la idea del hormigón pretensado*”, CEILP, La Plata, Argentina, (1969).
- 3 N. Tombesi, A.H. Pirchio y M. Mezquita, “Método para la verificación del diseño y trazado del cable con fuerza mínima, en vigas hiperestáticas”, *XII Congreso Argentino de Vialidad*, Bahía Blanca, Argentina, (1974).
- 4 J.C. Paloto y N.F. Ortega, “Estudio fotoelástico del efecto de pretensado en vigas”, *XII Simposio Latinoamericano de Ingeniería Estructural*, Montevideo, Uruguay, (1993).
- 5 J.C. Paloto y N.F. Ortega, “Design for prestressing tendons layout in stiffening walls via an experimental technique”, *Strain, Journal of the British Society of Strain Measurement*, Vol. **36**, N° 1, pp. 19–23, Londres, (2000).
- 6 J.C. Paloto y R.D. Santos, “Sobre la capacidad de soporte en fundaciones según el tipo de reacción del suelo”, *XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Punta del Este, Uruguay, Vol. **I**, p. 147 y en CD trabajo N° 1.10.3, (2000).
- 7 J.C. Paloto y R.D. Santos, “Estudio de placas de cimentación mediante métodos numéricos”, *X ENIEF-Mecánica Computacional*, AMCA, Bariloche, Argentina, pp. 415–420, (1997).
- 8 J.C. Paloto y R.D. Santos, “Distribución de las reacciones en placas de cimentación bajo carga variable”, *MECOM '99, AMCA*, p. 107, Mendoza, Argentina, (1999).
- 9 J.C. Paloto, J.C., R.D. Santos y C. Orbanich, “Procedimiento mejorado para determinar la repartición de reacciones de cimentación”, *XII ENIEF - Mecánica Computacional*, AMCA, Córdoba, Argentina, pp. 306–312, (2001).
- 10 Reglamento CIRSOC 201, “*Proyecto, cálculo y ejecución de estructuras de hormigón armado y pretensado*”, INTI, Argentina, (1982).
- 11 N. Draper y H. Smidt, “*Applied regression analysis*”, J. Willey, (1981).
- 12 G.A.F. Seder, “*Linear regression analysis*”, pp. 214–238, J. Willey, (1977).