Vol. **16**, **3**, 359–367 (2000)

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

Influencia del perfil de los conos para altavoces en la radiación sonora

Jesús Alba Fernández y Jaime Ramis Soriano

Departamento de Física Aplicada, Escuela Universitaria de Gandía
Universidad Politécnica de Valencia
Carretera Nazaret-Oliva s/n
46730 Grao de Gandía, España
Tel.: 34-96-284 93 14, Fax: 34-96-284 93 09
e-mail: jesalba@fis.upv.es, jramis@fis.upv.es

Resumen

El diseño de sistemas radiantes en baja frecuencia en el ámbito electroacústico se realiza tomando como punto de partida un circuito equivalente y modelando el sistema basándose en una analogía tipo filtro paso alto. Entre los elementos de este circuito equivalente se deben incluir, para predecir el comportamiento del sistema, las características concernientes al modelo del dispositivo vibrante.
Normalmente, por su simplicidad, se adopta el modelo del pistón plano y circular montado en pantalla infinita o pared rígida. Sin embargo, la mayoría de altavoces no son planos. En la bibliografía se pueden encontrar[1] expresiones analíticas para el pistón plano, pero sólo son válidas en ciertas condiciones, por ejemplo campo lejano, y la solución exige la aplicación de técnicas de cálculo numérico. Además, al considerar el perfil, se añaden nuevas variables, de forma que la resolución general por métodos analíticos se hace inviable.
En este trabajo se compara la radiación provocada por pistones caracterizados por distintas secciones transversales basándose en los parámetros de respuesta en frecuencia y directividad.

INFLUENCE OF THE LOUDSPEAKER CONES SHAPE ON THE ACOUSTIC RADIATION

Summary

The design of radiant systems in low frequency within the electroacoustics field is performed starting from an equivalent circuit and modelling the system according to an analogy with a high pass filter type. Among the elements of this equivalent circuit we can include, so as to predict the systems behaviour, the traits concerning the vibrant device model.
Normally, due to its simplicity, the model of the flat and circular piston mounted on the infinite screen or rigid wall is adopted (chosen). However, most loudspeakers are not flat. In the bibliography yon can find analytic expressions for the flat piston, but these are only valid under certain circumstances, for example for the far field, and the complete solution requires the application of numeric calculus techniques. In addition, we take into account the profile, new variables appear and the general resolutions by means of analytical methods become unfeasible.
In this work the radiation emitted by pistons of different transversal sections is compared on account of the response of frequency and directivity.

 ISSN: 0213–1315 Recibido: Mayo 1999

INTRODUCCIÓN

En el diseño de sistemas radiantes en el ámbito electroacústico es importante el comportamiento del pistón plano y circular montado en pared rígida. Sin embargo, las expresiones teóricas que predicen el valor de la presión producida por un pistón circular sólo son válidas para el caso de pistones planos y en campo lejano, es decir, cuando se cumpla que el radio del pistón a es mucho más pequeño que la distancia al punto donde se quiere calcular la presión r[1,2]. La medida real de la respuesta en frecuencia o la directividad de un altavoz se realiza a un metro de distancia del altavoz, lo que produce que para radios grandes las expresiones teóricas no son válidas (existen altavoces comerciales de hasta 21" de diámetro, es decir, de casi 27 cm de radio). Además, muchos de los perfiles de los conos no son planos y no se pueden aproximar como tales. En el presente trabajo se estudia el efecto que distintos perfiles tendrán sobre la respuesta en frecuencia (medida a un metro en el eje del altavoz) y la directividad (medida a un metro), a partir de integraciones numéricas basadas en el método de Romberg.

RADIACIÓN DE UN PISTÓN PLANO EN PARED RÍGIDA

En general, la radiación producida por la vibración de una superficie extendida, tal como un pistón, diafragma, etc., se puede obtener como la suma de presiones que producirían una asociación de fuentes simples de superficie dS. La presión producida en un punto por una fuente simple viene dada por (Figura 1)[1,2]

$$dp = -j\frac{\rho_0 f u_0 dS}{h} e^{jk(h-ct)}$$

siendo $j = \sqrt{-1}$ el número imaginario, ρ_0 la densidad del aire, f la frecuencia de la onda emitida por la fuente simple, u_0 la amplitud de velocidad de la superficie vibrante, h la distancia del elemento diferencial al punto donde se quiere calcular la presión, c la velocidad de propagación de la onda en el aire, t el tiempo y k la constante de onda, de valor

$$k = \frac{2\pi f}{c}$$

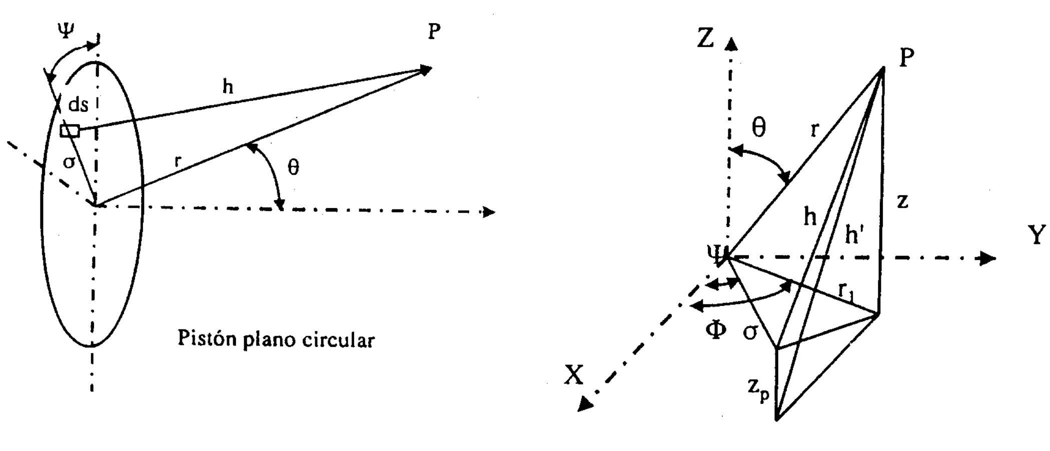

Figura 1. Pistón plano circular y correcciones para perfiles

El valor de h se puede expresar en función de variables del pistón y del punto de cálculo de la presión

$$h^2 = r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \sin\theta \cos(\Psi - \Phi)$$

donde r es la distancia del centro del pistón al punto donde se quiere calcular la presión, σ la distancia desde el centro del pistón al elemento de superficie, θ el ángulo que forma el vector formado por el centro del pistón con el punto de cálculo y el eje Z, Ψ el ángulo que el vector formado por el centro y el punto donde se sitúa el elemento de superficie forma con el eje X y Φ es el ángulo que forma la proyección de r sobre el plano $0XY$ con el eje X.

Para el caso de un pistón circular plano situado sobre pared rígida que vibra con movimiento armónico, la expresión compleja de la presión es[1,2]

$$p = -j\rho_0 f u_0 e^{-jkct} \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} \frac{e^{jk}\sqrt{r^2+\sigma^2-2r\sigma\sin\theta\cos\Psi}\sigma d\sigma d\Psi}{\sqrt{r^2+\sigma^2-2r\sigma\sin\theta\cos\Psi}}$$

donde se ha tomado, por simetría, $\Phi = 0$. La expresión anterior sólo tiene solución numérica. Si se considera el caso de campo lejano, es decir, $r >> a$, se pueden realizar las siguientes aproximaciones

$$r \approx h \quad \text{(distancia)}$$

$$h \approx r - \sigma \sin\theta \cos\Psi \quad \text{(fase)}$$

que llevan a la siguiente expresión integral[1,2]

$$p \approx -j\frac{\rho_0 f u_0}{r} e^{-jk(r-ct)} \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \sigma d\sigma \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} e^{-jk\sigma\sin\theta\cos\Psi} d\Psi =$$

$$= -j\frac{\pi\rho_0 f u_0 a^2}{r} e^{-jk(r-ct)} \frac{2J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}$$

siendo $J_1(x)$ la función de Bessel de orden 1.

CORRECCIONES PARA UN PISTÓN CIRCULAR NO PLANO

En el caso de un pistón circular con un cierto perfil, la expresión de la fuente simple ha de modificarse de la siguiente forma

$$dp = -j\frac{\rho_0 f u_0 dS}{h'} e^{jk(h'-ct)}$$

donde h' se puede obtener de la siguiente expresión

$${h'}^2 = r^2 + \sigma^2 + z_p^2 - 2r(\sigma\sin\theta\cos\psi\cos\Phi + \sigma\sin\theta\sin\Psi\sin\Phi + z_p\cos\theta)$$

siendo z_p el valor de la variación en z producido por un perfil determinado. Integrando de nuevo la función anterior obtendríamos la expresión para la presión en un punto. Claramente, la expresión sólo tiene solución numérica[3].

Se puede aplicar la siguiente aproximación válida en campo lejano y para perfiles poco profundos, dada por

$$h' \approx r \quad \text{(distancia)}$$
$$h' \approx r + z_p - \sigma \sin\theta \cos\Psi \quad \text{(fase)}$$

que nos llevaría a la siguiente expresión integral

$$p \approx -j\frac{\rho_0 f u_0}{r} e^{-jk(r-ct)} \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \sigma e^{jkz_p(\sigma)} d\sigma \int_{\Psi=0}^{\Psi=2\pi} e^{-jk\sigma\sin\theta\cos\psi} d\Psi =$$
$$= -j\frac{\rho_0 f u_0}{r} e^{-jk(r-ct)} \frac{4J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \int_{\sigma=0}^{\sigma=a} \sigma e^{jkz_p(\sigma)} d\sigma$$

cuya resolución depende de la forma del perfil.

Los perfiles simulados en este trabajo son los que se representan en la Figura 2. Las ecuaciones que dan forma a estos perfiles son:

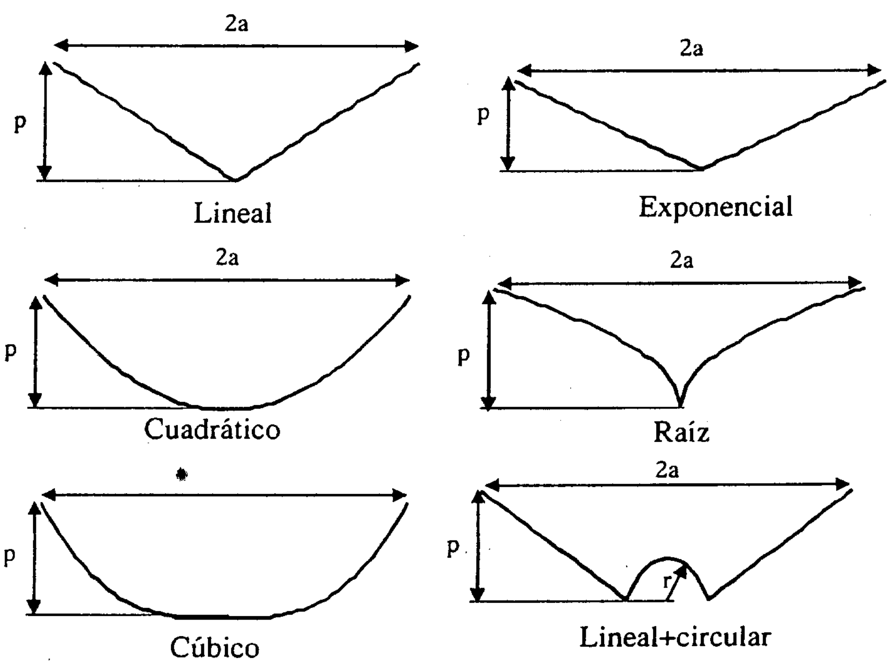

Figura 2. Perfiles probados

- Perfil lineal: $z_p = p\frac{x}{a} - p$
- Perfil cuadrático: $z_p = p\left(\frac{x}{a}\right)^2 - p$
- Perfil cúbico: $z_p = p\left(\frac{x}{a}\right)^3 - p$
- Perfil exponencial: $z_p = \frac{p(e^x - e^a)}{e^a - 1}$
- Perfil raíz: $z_p = p\sqrt{\frac{x}{a}} - p$
- Perfil lineal + circular: $z_p = \begin{cases} \sqrt{r^2 - x^2} - p; & x < r \\ \frac{p(x-a)}{a-r}; & x \geq r \end{cases}$

RESULTADOS

Para realizar las simulaciones se ha utilizado el método de Romberg[4,5] por su fácil implementación programado en Matlab. El lector interesado puede encontrar la manera de implementar el algoritmo en distintas referencias. La superficie del pistón se ha discretizado radialmente y angularmente en 16384 puntos (hay que señalar que el método de Romberg utiliza del orden de 2^n nodos de la función para su integración) obteniendo siempre errores por debajo de 10^{-3} para la integración con perfiles y de 10^{-6} para la integración del pistón plano. El tiempo de cálculo en un Pentium MMX-133 es de cinco segundos por punto.

En las Figuras 3, 4 y 5 se representan las respuestas en frecuencia calculadas a un metro de distancia con los distintos perfiles y distintos diámetros (con profundidad de valor la mitad del radio) y se comparan con la del pistón plano. Todas las respuestas están normalizadas respecto al valor de 1000 Hz y expresadas en dB. En las Figuras 6, 7, 8 y 9 se representan los diagramas de directividad normalizados respecto al máximo y en dB, para distintos diámetros y frecuencias. Para realizar los cálculos se han tomado puntos a un metro de distancia cada 2,5° (aproximadamente 100 puntos). Se han aplicado las mismas condiciones de integración que en el cálculo de la respuesta en frecuencia.

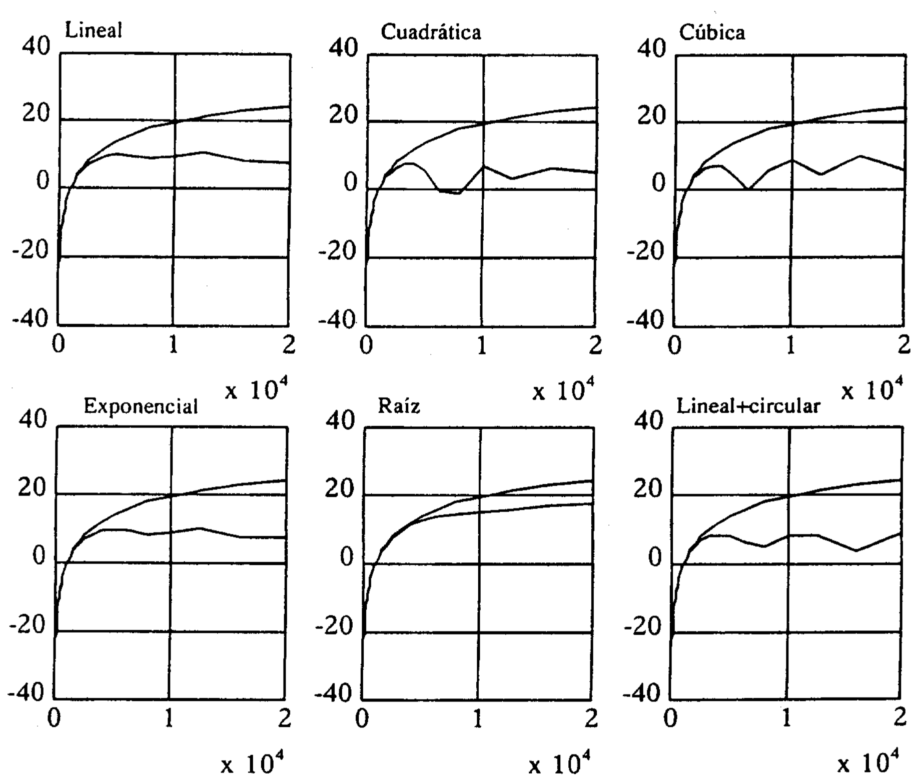

Figura 3. Respuesta en frecuencia en dB respecto al valor de 1000 Hz para un diámetro de 8". (La línea superior se corresponde al pistón plano.)

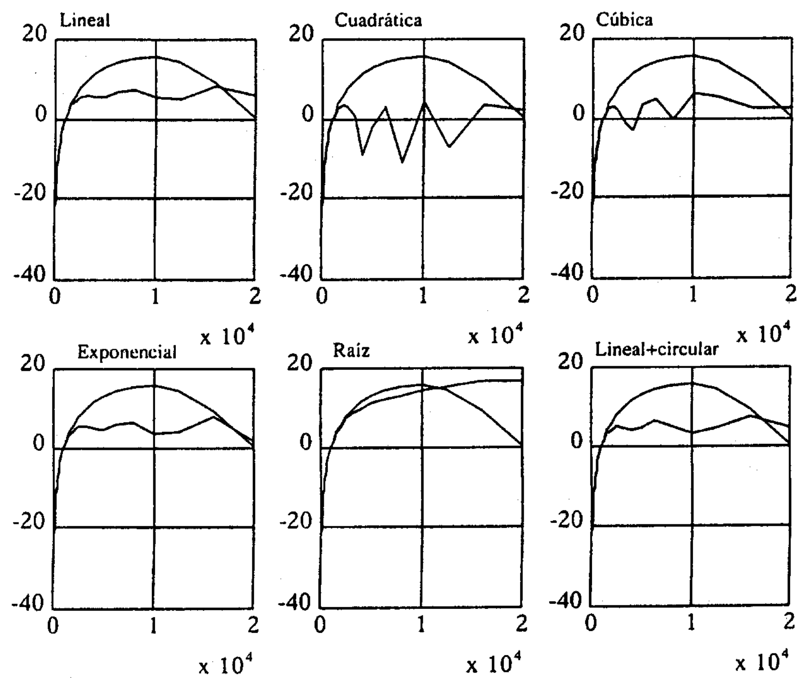

Figura 4. Respuesta en frecuencia en dB respecto al valor de 1000 Hz para un diámetro de 15". (La línea superior se corresponde al pistón plano.)

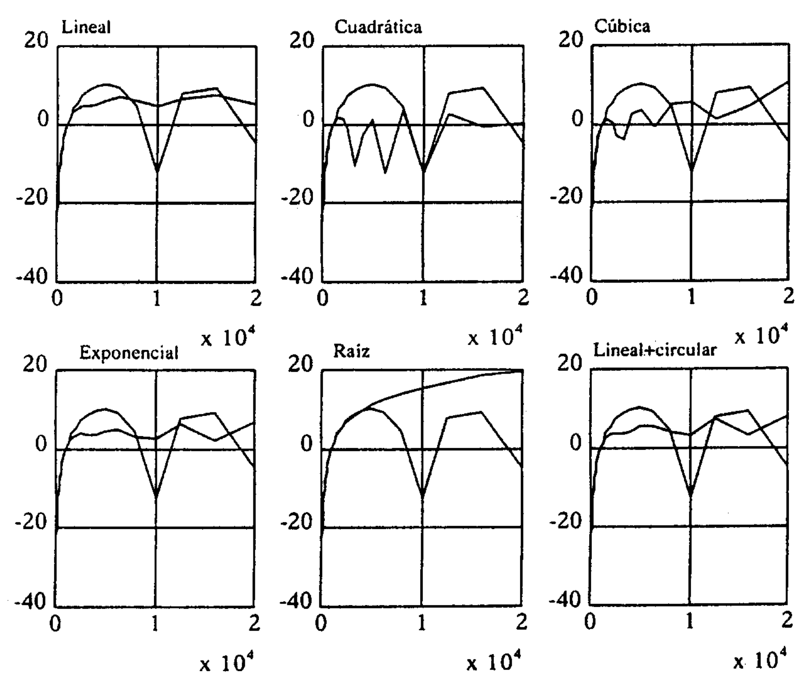

Figura 5. Respuesta en frecuencia en dB respecto al valor de 1000 Hz para un diámetro de 18". (La línea en forma de "M" se corresponde al pistón plano.)

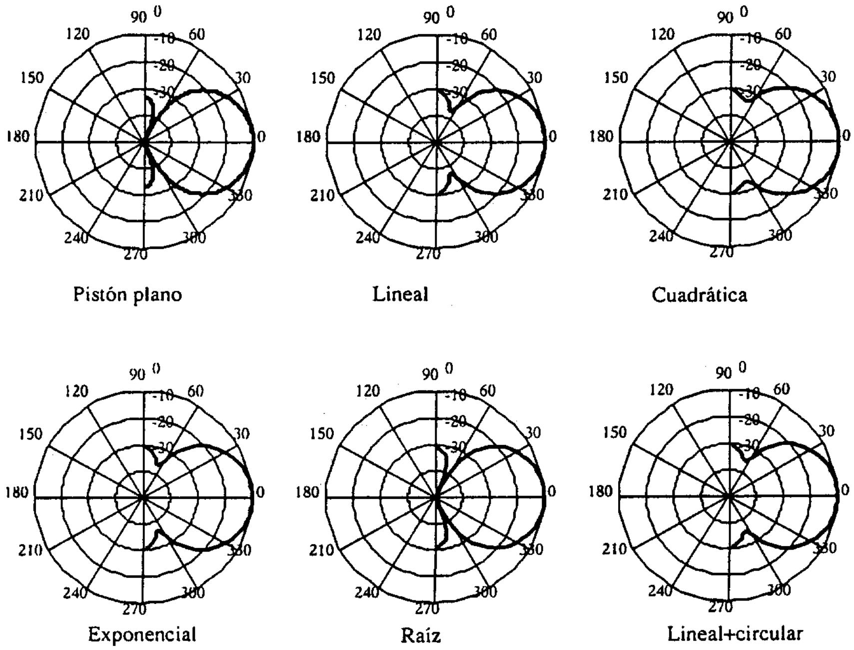

Figura 6. Diagramas de directividad a 1000 Hz para 18”

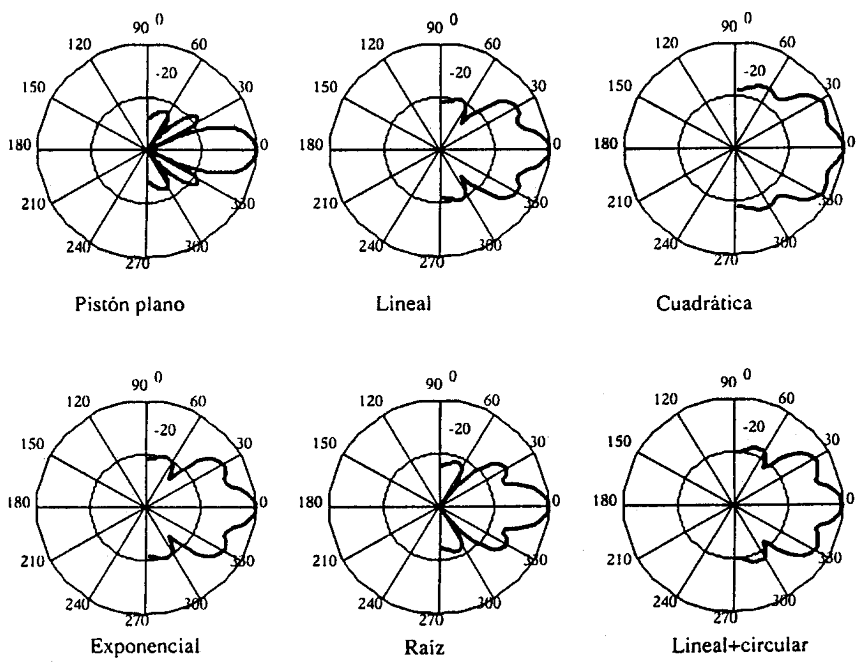

Figura 7. Diagramas de directividad a 4000 Hz para 10”

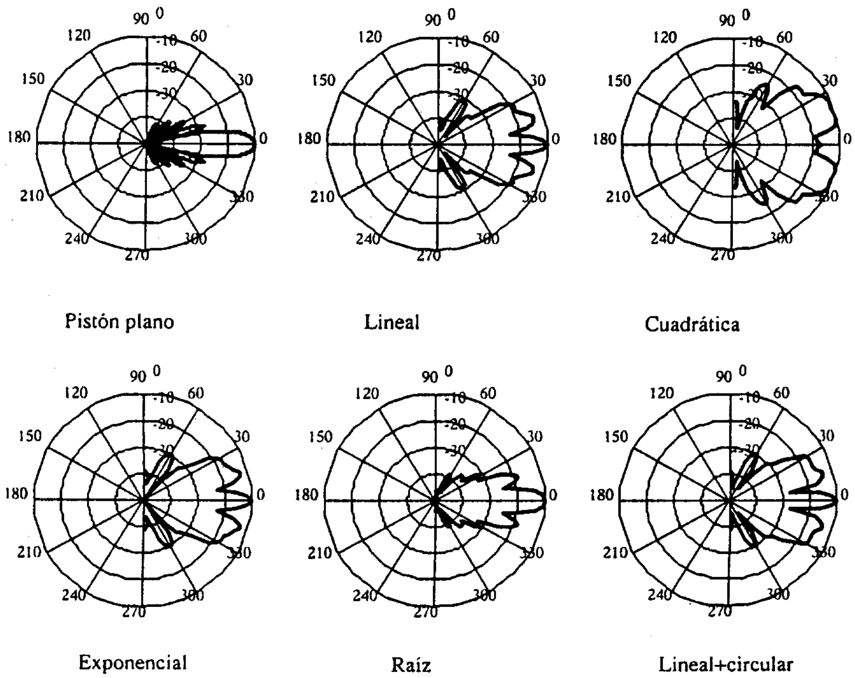

Figura 8. Diagramas de directividad a 4000 Hz para 18”

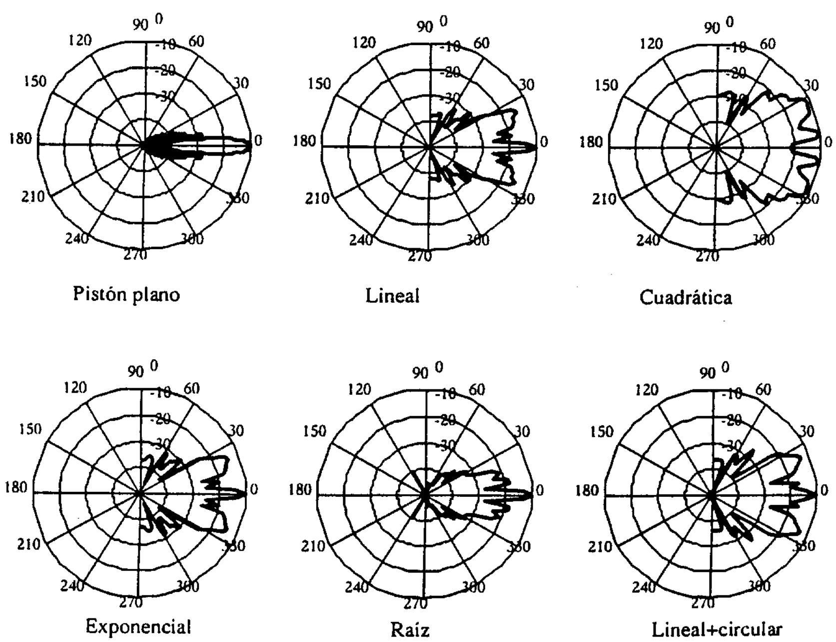

Figura 9. Diagramas de directividad a 8000 Hz para 15”

CONCLUSIONES

Se puede observar que mediante integración numérica se pueden obtener estimaciones de la respuesta en frecuencia para distintos perfiles. Dado que lo interesante es poder conseguir una respuesta relativamente plana en una banda de frecuencias, podemos observar que los distintos perfiles pueden mejorar la respuesta del pistón plano.

Hay que destacar que el margen de validez está limitado para el caso de membranas, debido a que los puntos de su superficie no vibran con la misma amplitud y fase, pero se consideran válidos mientras se cumpla[6]

$$f < \frac{1}{2\pi a}\sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}$$

siendo a el radio de la membrana, E el módulo de Young del material del que está compuesto la membrana, ρ la densidad de la membrana y μ el módulo de Poisson de la membrana[1]. Como ejemplo, un altavoz de 15" con un cono de cartón tiene como límite 1600 Hz aproximadamente[3]. Teniendo en cuenta que dicho altavoz se utiliza para bajas frecuencias, la frecuencia es válida. Un altavoz de 5" con membrana de aluminio tiene una frecuencia de corte aproximada de 22500 Hz.

En lo concerniente a la directividad, el pistón presenta el problema de que al aumentar la frecuencia se hace más directivo, es decir, la mayoría de la energía radiada está en un ángulo sólido cada vez más estrecho. Sin embargo, se puede observar en las distintas gráficas, como el ancho de haz apenas se modifica a baja frecuencia y se consigue aumentarlo con distintos perfiles a altas frecuencias.

REFERENCIAS

1 P.M. Morse, "*Vibration and sound*", Acoustical Society of America, 4 edición, (1991).

2 L.E. Kinsler, A.R. Frey, A.B. Coppens y J.V. Sanders, "*Fundamentals of acoustics*", John Wiley & Sons, 3 edición, (1982).

3 A.L. Goldstein y S.N.Y. Gerges, "Numerical modelling and measurement of the vibroacoustic characteristics of loudspeakers", *InterNoise*, Vol. **97**, pp. 1691–1694.

4 W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling y B.P. Flannery, "*Numerical recipes in C*", 2 edición, Cambridge University Press, (1992).

5 G. Lindfield y J. Penny, "*Numerical methods using matlab*", Ellis Horwood Limited, (1995).

6 M. Recuero, "*Ingeniería Acústica*", Ed. Paraninfo, (1994).