

# Metodologia de análise para o projeto ótimo de torres de aço com a consideração da estabilidade global da estrutura

Gines Arturo Santos Falcon

Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF)  
Laboratório de Engenharia Civil (LECIV)  
Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil  
Av. Alberto Lamego, 2000, Parque Califórnia  
CEP: 28013-602, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
Tel.: 55-22-27 26 15 99/25; Fax: 55-22-27 26 15 25  
e-mail: gines@uenf.br

José Guilherme Santos da Silva

Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)  
Faculdade de Engenharia (FEN)  
Departamento de Engenharia Mecânica (MECAN)  
Rua São Francisco Xavier, 524, Sala 5016, Bloco A, 50 Andar  
CEP: 20550-014, Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
Tel.: 55-21-25 87 75 37; Fax: 55-21-25 87 75 37  
e-mail: jgss@uerj.br

## Sumário

Este trabalho apresenta uma metodologia de análise para o projeto ótimo de torres de aço de telecomunicações e de transmissão de energia. A metodologia desenvolvida é respaldada pelo emprego de técnicas de programação não-linear. O modelo matemático proposto minimiza o peso das torres de aço, sujeito a restrições mecânicas e geométricas correntes, tais como restrições de tensões máximas nas barras e de deslocamentos máximos no topo do sistema estrutural. Adicionalmente, propõe-se, também, a inclusão de restrições que tem por objetivo prevenir o problema referente à instabilidade estrutural. Utiliza-se um algoritmo de direções viáveis robusto, o qual requer uma configuração inicial viável e gera uma seqüência de configurações úteis-viáveis de menor custo, o que é particularmente apropriado para otimização estrutural. Técnicas usuais de discretização, associadas ao Método dos Elementos Finitos (MEF) são empregadas para dar respaldo a análise do comportamento estrutural das torres de aço, ao algoritmo de otimização e, bem como, a análise de sensibilidade do projeto no que tange a variações de seus parâmetros. O comportamento dos modelos estruturais em estudo é investigado a partir de comparações quantitativas e qualitativas, com o objetivo de se gerar estruturas mecanicamente mais eficientes e de baixo custo sem, no entanto, comprometer a segurança das mesmas.

## ANALYSIS METHODOLOGY FOR THE OPTIMAL DESIGN OF STEEL TOWERS CONSIDERING THE GLOBAL STABILITY OF THE STRUCTURE

## Summary

This paper proposes an analysis methodology for the optimal design of steel telecommunication and transmission towers using non-linear programming techniques. The methodology seeks to minimise the weight of the steel structure and to study the critical load associated to global stability of the tower, satisfying mechanical and geometric constraints. Usual constraints, such as displacements at the top section of the structure, stresses in the main legs of the steel telecommunication tower and member buckling are also included. Additionally, constraints related to the safety against global instability are also proposed. The

optimisation algorithm used in this work is a robust feasible direction for non-linear programming. This algorithm requires an initial feasible configuration and it obtains a sequence of feasible points with decreasing cost. The fact of only dealing with feasible points makes this technique particularly suitable to structural optimisation. The finite element method (FEM) is used for the structural analysis, optimisation algorithm and sensibility analysis, allowing for futures applications of the analysis methodology to other types of structures. The structural models, in a first order elastic analysis, are investigated in terms of their qualitative and quantitative behaviour focusing on the actual structural safety provisions.

## INTRODUÇÃO

O uso de estruturas de aço na construção civil vem crescendo cada vez mais, devido às características mecânicas do material e às muitas vantagens que ela oferece, seja em termos de custo de fabricação ou de padronização. Uma aplicação bastante importante das estruturas de aço na engenharia está relacionada às torres de aço, torres de telecomunicação ou de transmissão de energia elétrica. No Brasil, os sistemas comerciais com torres metálicas são muito utilizados, devido principalmente ao custo e as facilidades que se apresentam em termos de fabricação. As torres de aço requerem uma análise mais refinada devido à sua estrutura espacial altamente indeterminada e, também, em face das diversas solicitações dinâmicas atuantes no sistema estrutural, tais como efeito do vento, oscilações dos cabos, abalos sísmicos, etc.

O desenvolvimento constante dos sistemas de telecomunicação e a necessidade urgente de expansão das linhas de transmissão de energia elétrica do país são duas das principais razões para o crescimento acentuado da produção e utilização das torres de aço treliçadas. Essas torres metálicas, do tipo treliçadas, vem sendo largamente utilizadas, de forma a dar suporte, também, a expansão do sistema de telefonia celular no Brasil. Contudo, tem sido observados diversos acidentes associados ao colapso de torres de aço, principalmente, devidos à ação do vento.

Como exemplo típico, pode-se citar o acidente ocorrido nas linhas de transmissão da usina de Itaipu, entre Foz do Iguaçu e Ivaiporã, no estado do Paraná. Este colapso, provocado pela ação de ventos com velocidades de até 130km/h, ocorreu em 02 de novembro de 1997. Na ocasião 10 (dez) torres metálicas ruíram, conforme a reportagem do jornal "O Estado de São Paulo" do dia 04 de novembro de 1997<sup>1</sup>. Inúmeros outros acidentes em torres de microondas são apresentados em Blessmann<sup>2</sup>.

Neste contexto, o presente trabalho de pesquisa apresenta o desenvolvimento de uma metodologia de análise para o projeto ótimo de torres de aço de telecomunicações e de transmissão de energia. Assim sendo, objetiva-se definir uma estrutura mecanicamente mais eficiente e de baixo custo sem, no entanto, comprometer a segurança da mesma.

No que diz respeito ao projeto ótimo desse tipo de estrutura já foram amplamente abordados os problemas clássicos referentes à determinação de dimensões e geometrias ótimas e, atualmente, os esforços de pesquisa estão sendo direcionados, principalmente, para o problema de otimização da topologia estrutural. No entanto, o que se percebe, no presente momento, a partir de um estudo mais minucioso acerca de diversas investigações sobre o assunto, é que estas apontam para inúmeros problemas a serem abordados na otimização dimensional e geométrica, visando à utilização corrente das estruturas otimizadas, de acordo com as diversas metodologias de análise já desenvolvidas<sup>3,4,5,6</sup>.

Um problema que vem sendo freqüentemente abordado por vários autores<sup>3,5,6</sup> se refere à instabilidade estrutural. A geração de estruturas muito esbeltas e conseqüentemente sensíveis às imperfeições iniciais pode vir a impossibilitar um aproveitamento corrente desses projetos. O problema de instabilidade estrutural se origina, principalmente, quando a estrutura apresenta cargas críticas coincidentes para modos de flambagem distintos, uma vez que podem surgir interações entre esses modos que reduzem a carga de ruína da

estrutura<sup>3,5,6</sup>. Assim sendo, a metodologia de análise aqui apresentada complementa o modelo de otimização clássico introduzindo, também, restrições associadas às condições de estabilidade global das torres.

A metodologia de análise desenvolvida para o projeto ótimo de torres de aço utiliza técnicas de programação não-linear<sup>4</sup>, incluindo restrições que verifiquem a estabilidade global das estruturas. O projeto visa minimizar o peso de torres metálicas através do dimensionamento ótimo das seções transversais das barras, satisfazendo restrições mecânicas usuais como tensões máximas nas barras e deslocamentos máximos no topo da estrutura. Adicionalmente, são incluídas, ainda, duas restrições de projeto que limitam o valor mínimo para o fator crítico de flambagem e a relação mínima entre os dois primeiros fatores críticos. Esses fatores críticos são de extrema importância para a utilização das estruturas geradas após o processo de otimização.

## O PROBLEMA DE INSTABILIDADE

Devido à utilização de modelos para projeto ótimo que não se ajustam plenamente ao comportamento real de sistemas estruturais correntes em engenharia, alguns problemas de instabilidade tem sido verificados nas estruturas obtidas com o emprego dessas técnicas.

Um problema associado à otimização reside no fato de que a mesma pode gerar estruturas sensíveis às imperfeições iniciais. Tal fato pode vir a ocorrer, especialmente, quando o sistema estrutural obtido apresenta repetição de fatores críticos associados a modos de flambagem distintos. Esse tipo problema deve ser evitado, pois surgem interações entre os modos de flambagem que podem reduzir a carga de colapso da estrutura.

A repetição de fatores críticos de carga  $\lambda$  para diferentes modos de flambagem inviabiliza o cálculo dos gradientes associados a esses modos de flambagem, uma vez que não existe a derivada destes numa determinada configuração  $X^k$ , pois a derivada à direita do ponto  $X^k$  é diferente da derivada à esquerda. A Figura 1 ilustra este problema, mostrando dois modos de flambagem distintos, denominados por simplicidade de  $a$  e  $b$ , com valores iguais em  $X^k$ .

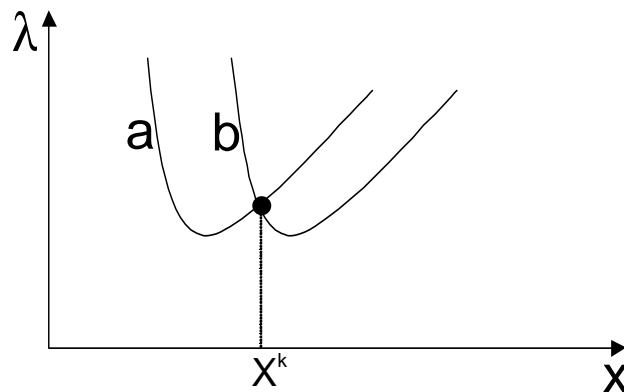


Figura 1. Derivadas associadas a autovalores repetidos

A ocorrência de fatores críticos de carga repetidos no projeto deve ser evitada não só pela impossibilidade matemática comentada anteriormente, mas, principalmente, porque tal ocorrência provavelmente conduz a uma estrutura sensível a imperfeições.

Na metodologia de análise desenvolvida neste trabalho, tal igualdade é evitada considerando-se restrições sobre a diferença mínima entre o primeiro e o segundo fator crítico. Ressalta-se, ainda, que, de forma geral, apenas as menores cargas de flambagem são

de interesse prático. O colapso estrutural ocorre antes da estrutura atingir qualquer carga de flambagem superior.

Considerando-se a relevância indiscutível do assunto em questão, para a aplicação prática dos métodos de otimização, pode-se concluir que, até o presente momento, poucos autores estudaram o problema da consideração de restrições de projeto referentes à condição de estabilidade global de torres de aço.

Deste modo, neste trabalho de pesquisa objetiva-se estudar a incidência de autovalores repetidos (cargas críticas), associados a autovetores distintos (modos de flambagem), uma vez que essa repetição indica uma estrutura instável, sensível a imperfeições. A possibilidade de ocorrência deste tipo de instabilidade estrutural é evitada incluindo-se uma restrição de projeto sobre a relação entre os dois primeiros autovalores.

A determinação dos fatores críticos de flambagem é um problema referente ao cálculo dos autovalores da estrutura (cargas críticas). A cada autovalor está associado um autovetor (modo de flambagem do sistema estrutural). As cargas críticas de flambagem são obtidas a partir dos autovalores previamente calculados. Para a resolução do problema clássico de autovalores e autovetores foi utilizado o método de Lanczos<sup>3,7</sup>.

## METODOLOGIA DE ANÁLISE PARA O PROJETO ÓTIMO

O projeto ótimo consiste na minimização de uma função custo sujeita a um conjunto de restrições de desigualdade, com base no emprego de técnicas numéricas para sua solução. Considerando-se que  $X$  representa as variáveis de projeto,  $f(X)$  a função objetivo e  $g_i(X)$ , com  $i = 1, 2, \dots, m$ , as restrições de desigualdade, o problema de otimização estrutural pode ser definido como apresentado na equação (1). Na expressão (1),  $f$  e  $g$  são funções em  $\mathcal{R}^n$ .

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(X) \\ &\text{sujeito a } g(X) \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Neste modelo numérico a função objetivo quantifica a qualidade do projeto e sua extremização permite definir o melhor dentre todos os projetos possíveis, para o modelo de otimização adotado.

O peso próprio da torre de aço é definido a partir das variáveis de projeto, como mostrado na equação (2). Na expressão (2),  $a_i$  representa a seção transversal da  $i$ -ésima barra,  $\gamma$  é o peso específico do material das barras da estrutura,  $l_i$  é o comprimento da  $i$ -ésima barra da torre e  $nbar$  é o número de barras.

$$f(X) = \sum_{i=1}^{nbar} a_i \gamma l_i \quad (2)$$

Assim sendo, o problema consiste na determinação das dimensões ótimas das seções transversais das barras da estrutura. Cada variável de projeto  $a_i$  representa um grupo de barras constituintes dos sistemas estruturais estudados. O vetor das variáveis de projeto é representado por  $X$ , como apresentado na equação (3).

$$X = \langle a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_{nvar} \rangle^T \quad (3)$$

Na seqüência, as restrições de tensão são dadas pela equação (4), onde  $\sigma_i$  é a tensão da barra  $i$  e  $\sigma_{adm}$  representa a tensão máxima admissível correspondente.

$$g_i^s(X) = \frac{|\sigma_i|}{\sigma_{adm}} - 1; \quad i = 1, \dots, nbar \quad (4)$$

As restrições referentes aos deslocamentos dos pontos nodais da torre são apresentadas na equação (5), onde  $u_j$  é o deslocamento calculado para o  $j$ -ésimo grau de liberdade nodal,  $u_{\text{adm}}$  representa o deslocamento máximo admissível correspondente e  $n_{\text{gl}}$  é o número de graus de liberdade controlados na estrutura.

$$g_i^d(X) = \frac{|u_j|}{u_{\text{adm}}} - 1; \quad j = 1, \dots, n_{\text{gl}} \quad (5)$$

As tensões e os deslocamentos são respostas mecânicas que limitam o projeto ótimo e são obtidas mediante uma análise estrutural respaldada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF)<sup>3</sup>.

No que tange ao problema de instabilidade, descrito anteriormente, a metodologia de análise desenvolvida para o projeto ótimo introduz restrições referentes à condição de estabilidade global das torres de aço de telecomunicações e de transmissão de energia.

Deste modo, com o objetivo de garantir a segurança contra a instabilidade global, são incluídas as restrições mostradas nas equações (6) e (7). Destaca-se que  $\lambda_{1\text{cr}}$  e  $\lambda_{2\text{cr}}$  representam os autovalores correspondentes a primeira e segunda cargas críticas do sistema estrutural em questão, respectivamente, e  $\lambda_{\text{adm}}$  e  $r$  são os valores limites correspondentes.

$$g_k^{lf}(X) = 1 - \frac{\lambda_{1\text{cr}}}{\lambda_{\text{adm}}} \quad (6)$$

$$g_k^{lf}(X) = r - \frac{\lambda_{2\text{cr}}}{\lambda_{1\text{cr}}} \quad (7)$$

Finalmente, são considerados, ainda, limites superiores e inferiores sobre as variáveis de projeto,  $g_{\text{vub}}$  e  $g_{\text{vlb}}$ , respectivamente, como mostram as equações (8) e (9). Nas expressões (8) e (9), os vetores  $X_{\text{vub}}$  e  $X_{\text{vlb}}$  contêm, respectivamente, os valores máximo e mínimo admissíveis associados à variável de projeto  $X$ .

$$g_{\text{vub}}(X) = \frac{X}{X_{\text{vub}}} - 1 \quad (8)$$

$$g_{\text{vlb}}(X) = 1 - \frac{X}{X_{\text{vlb}}} \quad (9)$$

Na otimização do projeto foi utilizado o algoritmo de direções viáveis robusto disponibilizado no programa computacional Nastran<sup>7</sup>. Este programa, desenvolvido com base em técnicas de elementos finitos, disponibiliza várias opções de resolução referentes à análise estrutural, além de fornecer as sensibilidades das respostas. O referido programa fornece, ainda, inúmeros algoritmos de programação não-linear<sup>4,7</sup>.

O método das direções viáveis é um dos processos numéricos mais utilizados para solução de problemas de otimização em engenharia. A idéia básica deste método é, a partir de um projeto inicial viável, definir um outro projeto também viável de menor valor do objetivo. O algoritmo define uma direção útil-viável. Diz-se que a direção é útil por reduzir a função objetivo e viável por não violar as restrições. Esta característica é particularmente interessante em problemas de engenharia de estruturas, uma vez que o processo pode ser interrompido a qualquer iteração mantendo a exequibilidade do projeto<sup>5,6</sup>.

Deste modo, dado uma configuração viável  $X^k$ , uma direção viável  $d^k$  é determinada, tal que, para um passo  $t > 0$ , suficientemente pequeno nessa direção, uma nova configuração útil é definida. Assim sendo, no algoritmo de direções viáveis robusto a direção de busca é determinada pela definição de um subproblema linearizado no ponto viável corrente, e o

passo é determinado para redução do objetivo, mantendo a viabilidade, de acordo com o algoritmo abaixo, equação (10)

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \beta \\ & \nabla f(X)d^k + \beta \leq 0 \\ & \text{sujeito a } \nabla g_i(X)d^k + \theta\beta \leq 0, \quad i \in I \\ & -1 \leq d_i^k \leq 1, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{10}$$

Na equação (10),  $\beta = -\nabla f(X)d^k$  é a condição de utilidade e a sua maximização conduz à minimização do problema original. A variável  $\theta$  representa um fator de perturbação não negativo, incluído com a intenção de definir direções viáveis, ou seja, direções que apontem para o interior da região viável ao invés da direção tangencial do método original. Para isso, considera-se a condição geométrica  $\nabla g_i(X)d^k + \theta \leq 0$ , para as restrições contidas no conjunto de desigualdades ativas  $I$ .

## EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Neste trabalho são apresentados três exemplos de aplicação de forma a validar a metodologia de análise desenvolvida para o modelo de projeto ótimo proposto. Inicialmente, considera-se um modelo estrutural, associado a uma treliça plana com 45 barras. Em seguida, a análise é feita sobre um sistema estrutural referente a uma treliça espacial com 72 barras. Finalmente, o projeto real de uma torre de aço de telecomunicações, com altura de 40,0 m, existente, é considerado. Para tal, utiliza-se o programa computacional Nastran<sup>7</sup>, de forma a dar respaldo aos módulos de análise estrutural, análise de sensibilidade e algoritmo de otimização. As restrições consideradas no projeto ótimo dos modelos em estudo neste trabalho se encontram descritas em detalhe na Tabela I.

Em seguida, de forma a facilitar a compreensão e análise dos resultados referentes a cada um dos três modelos estudados, são definidas duas combinações distintas, associadas às restrições do problema de otimização em questão: Prob1 e Prob2.

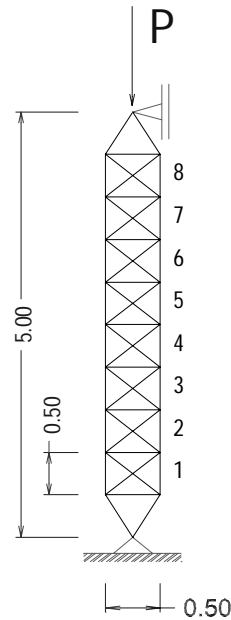
Essas combinações de restrições são aplicadas aos três exemplos da presente investigação. Assim sendo, Prob1 representa uma combinação em que são consideradas somente as restrições sobre deslocamentos e tensões, restrições do tipo I, II e V, de acordo com a Tabela I. A combinação de restrições Prob1 não considera as restrições sobre a instabilidade global do sistema estrutural. Finalmente, a combinação Prob2 considera todas as restrições relacionadas na Tabela I, restrições do tipo I a V. Este tipo de combinação de restrições, Prob2, além de impor restrições sobre os deslocamentos e tensões tem por objetivo, também, prevenir o problema referente à instabilidade estrutural, como mostrado na Tabela I.

| Nº  | Restrições de projeto                                       | Prob1 | Prob2 |
|-----|---|-------|-------|
| I   | Tensão admissível nas barras para tração e compressão       | x     | x     |
| II  | Deslocamentos nodais máximos em todos os graus de liberdade | x     | x     |
| III | Valor mínimo para o primeiro fator crítico de flambagem     | -     | x     |
| IV  | Relação mínima entre os dois primeiros autovalores          | -     | x     |
| V   | Limite inferior para variável de projeto                    | x     | x     |

**Tabela I.** Combinações de restrições para o projeto ótimo

### Treliça plana com 45 barras

O primeiro exemplo consiste em um modelo estrutural referente a uma treliça plana com 45 barras e 20 nós, mostrada na Figura 2. Esta aplicação mostra, claramente, a importância da inclusão das restrições de instabilidade na definição de estruturas mais robustas e, conseqüentemente, mais estáveis.



**Figura 2.** Treliça plana com 45 barras. Dimensões em (m)

No projeto são considerados os dados a seguir: carga atuante  $P = 1,0 \times 10^6$  N, peso inicial da estrutura  $W = 2,04 \times 10^4$  N, módulo de elasticidade longitudinal  $E = 2,0 \times 10^5$  MPa, peso específico  $\rho = 7,85 \times 10^4$  Nm<sup>-3</sup>, seção transversal inicial das barras do modelo  $a_{ini} = 1,0 \times 10^{-2}$  m<sup>2</sup>, seção transversal mínima das barras  $a_{min} = 1,0 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>, tensão limite do material para tração e compressão  $\sigma_{lim} = 2,0 \times 10^2$  MPa e deslocamento admissível das barras da estrutura  $u_{adm} = 2,0 \times 10^{-2}$  m.

Neste problema, são considerados 27 grupos de barras de modo a conservar a simetria da estrutura<sup>3</sup>. As variáveis de projeto estão associadas às áreas das seções transversais dos grupos de elementos  $X = [a_1, a_2, \dots, a_{27}]^T$ .

| Nº  | Restrições de projeto                                   | Limite admissível              | Prob1 | Prob2 |
|-----|---|--------------------------------|-------|-------|
| I   | Tensão admissível nas barras, para tração e compressão  | $\sigma_{adm} = 200$ MPa       | x     | x     |
| II  | Deslocamentos nodais máximos nos graus de liberdade     | $u_{adm} = 20$ mm              | x     | x     |
| III | Valor mínimo para o primeiro fator crítico de flambagem | $\lambda_{1\ min} = 1,0$       | -     | x     |
| IV  | Relação mínima entre os dois primeiros autovalores      | $r = 1,50$                     | -     | x     |
| V   | Limite inferior para variável de projeto                | $a_{min} = 10$ mm <sup>2</sup> | x     | x     |

**Tabela II.** Restrições para o projeto ótimo da treliça de 45 barras

O histórico da variação do peso da estrutura é mostrado na Figura 3. No que diz respeito à combinação de restrições do tipo Prob1, o peso mínimo obtido foi de 2162 N (216,2 kgf), Figura 3. Os resultados obtidos neste exemplo são absolutamente compatíveis com resultados disponíveis na literatura<sup>3,4,5,8</sup>. Para este conjunto de restrições, denominado comumente de Prob1, são necessárias apenas 8 iterações para se atingir a configuração ótima (Figura 3).

Com referência a combinação do tipo Prob2, a configuração ótima apresenta um valor mais elevado para o peso da estrutura, da ordem de 2339 N (233,9 kgf), Figura 3. Para esta situação, associada ao conjunto de restrições Prob2, são necessárias 18 iterações para se alcançar à configuração ótima (Figura 3). O maior número de iterações na combinação Prob2 pode ser atribuído à alta não linearidade associada ao problema de instabilidade global do modelo.

As barras verticais e as barras ligadas aos apoios do modelo são as mais solicitadas, resistindo, praticamente, a toda a compressão causada pela carga aplicada. Todas essas barras, verticais e as ligadas aos apoios, atingem o valor limite na configuração ótima. As barras horizontais e diagonais funcionam como contraventamentos do sistema estrutural. Essas barras apresentam valores de tensões reduzidos e todas as seções transversais atingem o valor mínimo admissível.

No que tange a combinação de restrições do tipo Prob1, em que as restrições sobre instabilidade não foram consideradas, os dois primeiros autovalores têm valores muito próximos,  $\lambda_1 = 1,05$  e  $\lambda_2 = 1,30$ , condição não desejável devido à possibilidade de interações entre os modos de flambagem, que pode originar o colapso estrutural.

No que se refere à combinação do tipo Prob2, a restrição sobre a relação entre os dois primeiros autovalores provoca um enrijecimento dos contraventamentos e impede que na configuração final os valores sejam iguais ou muito próximos,  $\lambda_1 = 1,08$  e  $\lambda_2 = 3,80$ , evitando assim a possibilidade de instabilidade estrutural devido à interação entre modos de flambagem próximos.

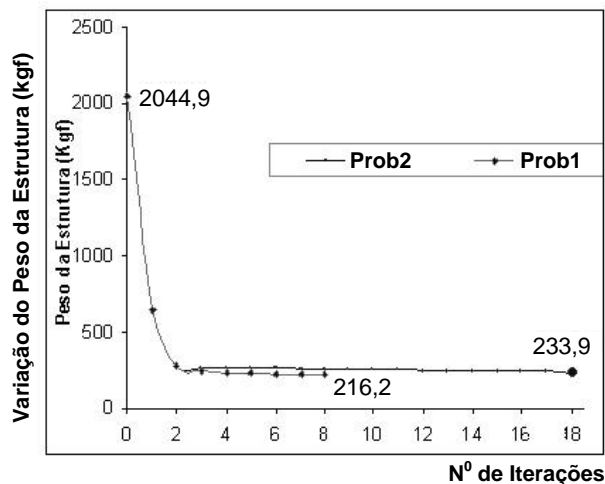


Figura 3. Histograma da otimização. Treliça plana com 45 barra

### Treliça espacial com 72 barras

Este exemplo é bastante conhecido na literatura técnica disponível sobre esse assunto<sup>3,4,5,8</sup>. Inicialmente, tem-se como objetivo otimizar a dimensão das seções transversais de uma treliça espacial com 72 barras e 20 nós, mostrada na Figura 4.



No projeto são considerados os dados a seguir: peso inicial da estrutura  $W = 8,531 \times 10^3$  N, módulo de elasticidade longitudinal  $E = 6,87 \times 10^4$  MPa, peso específico  $\rho = 2,72 \times 10^4$  Nm<sup>-3</sup>, seção transversal inicial das barras do modelo  $a_{ini} = 0,6452 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>, seção transversal mínima das barras  $a_{min} = 0,65 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>, tensão limite do material para tração e compressão  $\sigma_{lim} = 1,725 \times 10^2$  MPa e deslocamento admissível das barras da estrutura  $u_{adm} = 7,0 \times 10^{-3}$  m.

A estrutura foi dividida em 16 grupos de barras, de modo a conservar a simetria do modelo. As dimensões das seções transversais desses 16 grupos representam as variáveis de projeto do problema em estudo  $X = [a_1, a_2, \dots, a_{16}]^T$ .

| Nº  | Restrições de projeto                                   | Limite admissível              | Prob1 | Prob2 |
|-----|---|--------------------------------|-------|-------|
| I   | Tensão admissível nas barras, para tração e compressão  | $\sigma_{adm} = 172,5$ MPa     | x     | x     |
| II  | Deslocamentos nodais máximos nos graus de liberdade     | $u_{adm} = 7$ mm               | x     | x     |
| III | Valor mínimo para o primeiro fator crítico de flambagem | $\lambda_{1\min} = 1,0$        | -     | x     |
| IV  | Relação mínima entre os dois primeiros autovalores      | $r = 1,50$                     | -     | x     |
| V   | Limite inferior para variável de projeto                | $a_{min} = 65$ mm <sup>2</sup> | x     | x     |

Tabela III. Restrições para o projeto ótimo da treliça de 72 barras

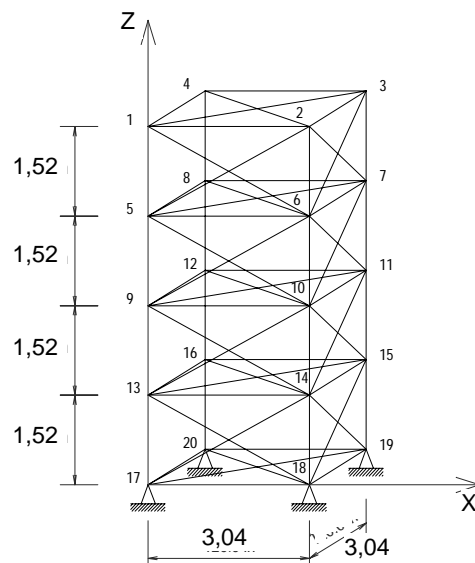


Figura 4. Treliça espacial com 72 barras. Dimensões em (m)

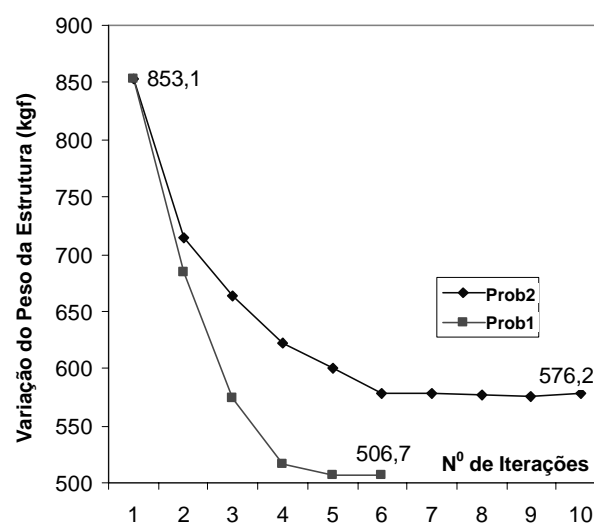


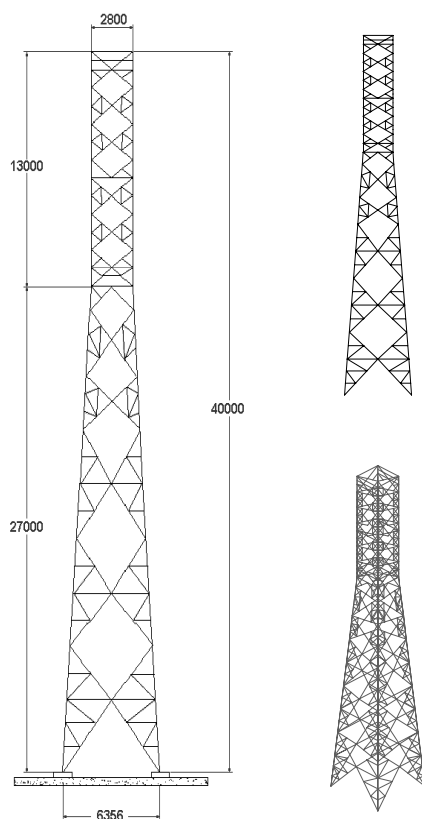
Figura 5. Histograma da otimização. Treliça espacial com 72 barras

O histórico da variação do peso da estrutura é mostrado na Figura 5. No que tange a combinação de restrições do tipo Prob1, o peso mínimo obtido foi de 5067 N (506,7 kgf), e são necessárias somente 5 iterações para se atingir a configuração ótima (Figura 5). As restrições de dimensionamento mínimo para a seção transversal dos grupos de barras 7, 8, 11, 12, 15 e 16 e para o deslocamento do nó 1, na direção +Z (Figura 4) permaneceram ativas. Verifica-se que, neste caso, a relação entre os dois primeiros autovalores é muito pequena  $r = 1,3$ , indicando prováveis problemas de instabilidade da estrutura devido à sobreposição dos autovalores.

Com referência a combinação do tipo Prob2, a configuração ótima apresenta um valor mais elevado para o peso, da ordem de 5762 N (576,2 kgf), e com apenas 9 iterações atinge-se a configuração ótima (Figura 5). Tal situação se repete, também, para as áreas finais. Este fato se explica, pois a restrição que limita a relação entre os dois primeiros autovalores fica ativa no processo de otimização  $r = 1,5$ . Também se verifica que as áreas dos grupos de barras 4, 12 e 16 atingem o valor mínimo no projeto ótimo. As restrições de tensão na barra 1 e do deslocamento do nó 1, nas direções  $-Y$  e  $+Z$  (Figura 4) permaneceram ativas.

### Torre de aço de telecomunicações

A torre de aço de telecomunicações analisada neste trabalho é associada a uma estrutura real, existente, projetada e fabricada por uma companhia nacional<sup>9</sup>. A estrutura possui seção transversal quadrada dividida em dois trechos distintos: trecho inferior do tipo piramidal e trecho superior em forma de paralelepípedo, como apresentado na Figura 6.



**Figura 6.** Geometria da torre de aço de telecomunicações. Dimensões em (mm)

A torre apresenta 40,0 m de altura e os perfis que compõem a estrutura são do tipo cantoneiras. As propriedades físicas e geométricas da estrutura são as seguintes: módulo de elasticidade longitudinal  $E = 2,1 \times 10^5$  MPa, peso específico  $\rho = 7,9 \times 10^{-6}$  kgf  $\cdot$  mm<sup>-3</sup>, peso inicial da estrutura  $W = 157$  kN e seção transversal inicial das barras da torre  $a_{ini} = 2800$  mm<sup>2</sup>. Na seqüência, a Figura 6 apresenta a geometria completa da torre de aço em estudo.

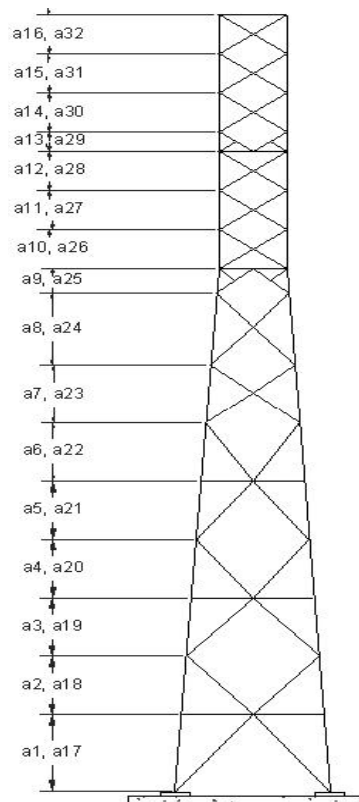
As cargas atuantes na torre de telecomunicações, consideradas neste trabalho, estão associadas a prática corrente de projeto e são basicamente: peso próprio da torre, peso próprio das plataformas, escadas e demais acessórios. Evidentemente, as cargas de vento

atuantes na estrutura e em seus acessórios, segundo as direções perpendicular e diagonal a base da mesma, são consideradas na análise. O cálculo da ação do vento sobre a torre foi efetuado de acordo com recomendações técnicas da norma brasileira de vento<sup>10</sup>.

As restrições consideradas no projeto ótimo da torre de telecomunicações em estudo estão mostradas na Tabela II. Em seguida, a Figura 7 apresenta a distribuição das 32 variáveis de projeto consideradas na análise da torre de telecomunicações. Inicialmente, são consideradas 16 variáveis sobre as seções transversais das barras das pernas da torre ( $a_1$ - $a_{16}$ ) e 16 variáveis sobre as seções transversais das barras diagonais e horizontais da estrutura ( $a_{17}$ - $a_{32}$ ).

| Nº  | Restrições de projeto                                   | Limite admissível                | Prob1 | Prob2 |
|-----|---|----------------------------------|-------|-------|
| I   | Tensão admissível nas barras, para tração e compressão  | $\sigma_{adm} = 250 \text{ MPa}$ | x     | x     |
| II  | Deslocamentos nodais máximos nos graus de liberdade     | $u_{adm} = 360 \text{ mm}$       | x     | x     |
| III | Valor mínimo para o primeiro fator crítico de flambagem | $\lambda_{1 \min} = 1,0$         | -     | x     |
| IV  | Relação mínima entre os dois primeiros autovalores      | $r = 1,50$                       | -     | x     |
| V   | Limite inferior para variável de projeto                | $a_{\min} = 200 \text{ mm}^2$    | x     | x     |

**Tabela IV.** Restrições para o projeto ótimo da torre de aço de telecomunicações



**Figura 7.** Definição das variáveis de projeto da torre ao longo da altura

Na seqüência do texto, a Figura 8 ilustra a variação do peso ao logo do processo de otimização em função do número de iterações. Em seguida, a Figura 9 ilustra a variação dos valores ótimos obtidos para as variáveis de projeto, de acordo com as duas combinações de restrição empregadas na análise, Prob1 e Prob2, e com base no valor mínimo arbitrado. Esses valores são apresentados em gráficos de barras, permitindo assim uma melhor visualização dos resultados obtidos.

No que diz respeito à combinação de restrições do tipo Prob1, o peso mínimo obtido foi de  $2,01 \times 10^4$  N ( $2,01 \times 10^3$  kgf), e são necessárias apenas 7 iterações para se atingir a configuração ótima (Figura 8). As variáveis associadas ao grupo de barras 15–32, associadas às pernas principais do patamar superior da estrutura e todos os contraventamentos, atingiram o valor mínimo por serem barras menos solicitadas que as demais, como mostra a Figura 9. Foi observado, ainda, que o deslocamento máximo no topo da torre, na direção  $+X$  atingiu o valor máximo. Foi verificado, também, que os dois primeiros autovalores assumiram o mesmo valor  $\lambda_1 = \lambda_2 = 4,9$  o que não é recomendável, conforme já mencionado anteriormente. Esse tipo de situação deve ser evitado, pois torna a estrutura sensível a imperfeições, sendo esta mais suscetível a problemas de instabilidade estrutural.

Com referência a combinação do tipo Prob2, a configuração ótima apresenta um valor um pouco mais elevado para o peso da estrutura, da mesma ordem de grandeza do caso anterior, igual a  $2,04 \times 10^4$  N ( $2,04 \times 10^3$  kgf) e são necessárias 10 iterações para se alcançar à configuração ótima (Figura 8). As variáveis dos grupos de barras 17–21, associadas a contraventamentos dos patamares inferiores da estrutura, ficaram mais robustas, de acordo com a Figura 9. No caso em questão, as restrições ativas foram as seguintes: tensão máxima nas barras (barras 8, 12, 28 e 32), associadas ao patamar inferior da torre, deslocamento máximo no topo da estrutura (nós 117, 118, 119 e 120), na direção  $+X$  e dimensão mínima para as seções transversais dos grupos de barras 17, 20, 22, 23 e 24. Foi observado, ainda, que os dois primeiros autovalores apresentaram valores bem distintos, no caso  $\lambda_1 = 1,0$  (valor mínimo admissível) e  $\lambda_2 = 5,1$ , respectivamente, mantendo a distância mínima entre os dois primeiros autovalores. Tal fato, não ocorreu na combinação Prob1, onde os dois primeiros autovalores assumiram o mesmo valor,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 4,9$ , indicando possíveis problemas de instabilidade na torre, condição esta que foi evitada na combinação de restrições Prob2.

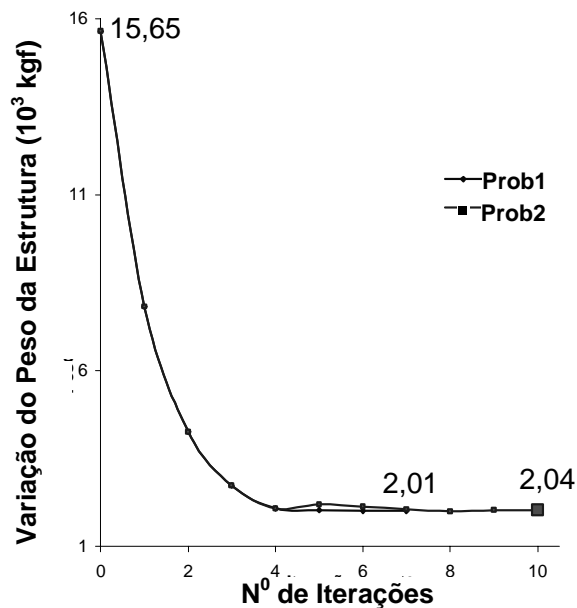
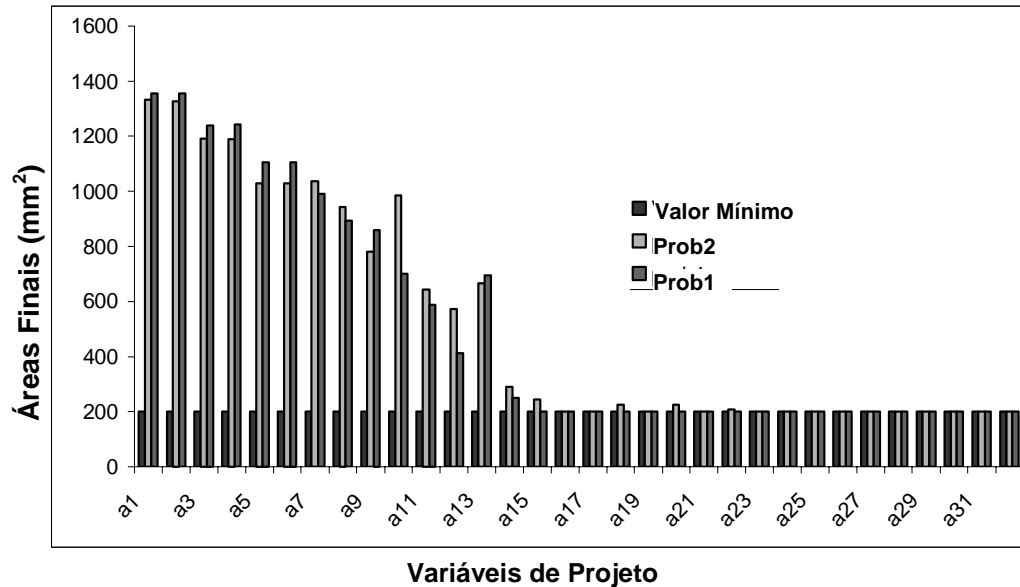


Figura 8. Histograma do peso. Torre de aço com 32 variáveis de projeto



**Figura 9.** Áreas finais encontradas para as barras da torre com referências as duas combinações de restrição: Prob1 e Prob2. Torre de aço com 32 variáveis de projeto

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta uma metodologia de análise para o projeto ótimo de torres de aço de telecomunicações e de transmissão de energia, com base no emprego de técnicas de programação não linear. Assim sendo, a partir da metodologia de análise desenvolvida, procede-se a uma simulação numérica computacional, com base no Método dos Elementos Finitos (MEF), objetivando definir um sistema estrutural mecanicamente mais eficiente e de baixo custo sem, no entanto, comprometer a segurança do mesmo.

Na presente investigação foi proposto um modelo de projeto ótimo com a introdução adicional de restrições que tem por objetivo prevenir o problema relacionado à instabilidade estrutural. Essas restrições são impostas sobre os dois primeiros fatores críticos de flambagem e sobre a relação mínima entre os mesmos. Tais restrições previnem a instabilidade global da estrutura e são de suma importância para a obtenção de sistemas estruturais mais confiáveis, tendo em vista a sua implementação na prática corrente de projeto.

A metodologia de análise apresentada mostra-se absolutamente coerente no que tange ao comportamento global dos modelos analisados. O resultados obtidos ao longo de toda a investigação, especificamente, aqueles referentes ao projeto ótimo da torre de telecomunicações existente, mostram que foi possível reduzir o peso da estrutura, como também verificar a estabilidade da mesma, gerando um sistema estrutural em consonância com a prática corrente de projeto.

Finalmente, verifica-se, sem sombra de dúvida, que existe uma tendência das barras dos contraventamentos e das barras transversais da torre de aço de telecomunicações de atingirem o valor mínimo referente à seção transversal dessas barras, de acordo com os códigos vigentes.

## REFERÊNCIAS

- 1 C.F.C. Júnior, “Análise numérica e experimental do efeito dinâmico do vento em torres metálicas treliçadas para telecomunicações”, Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, USP, Brazil, (2000).
- 2 J. Blessmann, “*Acidentes causados pelos ventos*”, 4ª edição, Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brazil, (2001).
- 3 N.A. Cerqueira, “Projeto ótimo de torres metálicas de telecomunicações”, Dissertação de mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense, CCT/LECIV, Campos dos Goytacazes, RJ, (2001).
- 4 G.A.S. Falcon, “Uma família de algoritmos de ponto interior para projeto ótimo em engenharia”, Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, (1996).
- 5 E. Parente Jr., “Otimização de estruturas sujeitas a instabilidade global: aplicação a treliças planas”, Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, DEC/CIV/PUC-Rio, Rio de Janeiro, (1995).
- 6 Z.P. Bažant e L. Cedolin, “*Stability of structures*”, Oxford University Press, (1991).
- 7 Nastran User’s Guide, The MacNeal-Schwendler Corporation, Version 70.7, (2000).
- 8 J.S. Arora e E.J. Haug, “*Applied optimal design – mechanical and structural systems*”, John Wiley & Sons, Inc., (1979).
- 9 EMBRATEL, Empresa Brasileira de Telecomunicações, “Memórias de cálculo e plantas do projeto executivo de uma torre padrão de telecomunicações”, (1998).
- 10 ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR-6123, “Forças devidas ao vento em edificações”, Rio de Janeiro, RJ, (1986).