

# RENDIMIENTO DE UN TRANSFORMADOR DE POTENCIA.

Quaderns  
d'enginyeria

F. Díaz y F. Díez\*

3(1981)2 p. 421-429

## Resumen

Presentamos un estudio teórico del rendimiento en transformadores de potencia, destacando principalmente las condiciones de optimización a partir del concepto de rendimiento diario medio. Se prueba, asimismo, la validez de utilizar la hipótesis de Kapp en el cálculo de rendimientos.

Se completa este trabajo con la inclusión de experiencias realizadas con un transformador de 2KVA que cuantifican los aspectos razonados teóricamente.

## Summary

This paper presents a theoretical study of efficiency on power transformer remarking the best conditions from the mean daily efficiency concept.

We prove the possibility of using the Kapp's hypothesis in the efficiency calculations. Experimental data obtained with a 2 KVA transformer are included.

## LISTA DE SIMBOLOS

$C_r$	carga relativa
$\bar{E}_1$	f.e.m. de primario
$\bar{E}_2$	f.e.m. de secundario
$\bar{I}_0$	intensidad de excitación
$\bar{I}_1$	intensidad de primario
$\bar{I}_2$	intensidad de secundario
$\bar{I}_{2n}$	intensidad nominal de secundario
$m$	relación de transformación
$P_1$	potencia absorbida a la red por el primario
$P_2$	potencia entregada a la carga por el secundario
$P_h$	pérdidas en el hierro (fijas)
$P_{cc}$	pérdidas de cortocircuito (variables)
$R_1$	resistencia óhmica del primario
$R_2$	resistencia óhmica del secundario
$U_1$	tensión en bornes del primario
$U_2$	tensión en bornes del secundario
$X_1$	reactancia de dispersión en primario
$X_2$	reactancia de dispersión en secundario

(\*) Departamento de Física. Facultad de Química. Tarragona.

- x      parámetro indicativo del tiempo relativo de funcionamiento en carga
- $\eta$       rendimiento instantáneo del transformador
- $\eta_T$       rendimiento cíclico del transformador
- $\eta_{dm}$       rendimiento diario medio del transformador
- $\varphi_2$       desfase entre tensión e intensidad en el secundario

I.- ESTUDIO TEORICO

I.1.- TEORIA GENERAL Y SIMPLIFICACIONES

Las ecuaciones generales que rigen el funcionamiento de un transformador en carga son

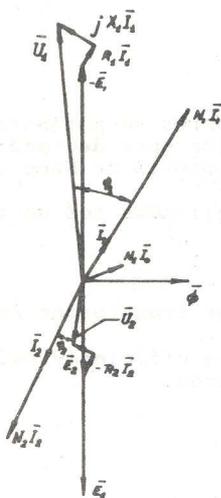


fig.1 - Diagrama de fases de un transformador

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= -\bar{E}_1 + R_1\bar{I}_1 + jX_1\bar{I}_1 \\ \bar{U}_2 &= \bar{E}_2 - R_2\bar{I}_2 - jX_2\bar{I}_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Ecuaciones que presentadas en un diagrama de fases adoptan la forma que aparece en la figura 1.

La resolución de un transformador mediante estos diagramas siempre es laboriosa, en ingeniería eléctrica es frecuente sustituir el transformador por su circuito equivalente, (ver figura 2) el cual facilita un posterior análisis o diseño, así como unos resultados más exactos sin más que aplicar directamente la teoría de circuitos (1) (2).

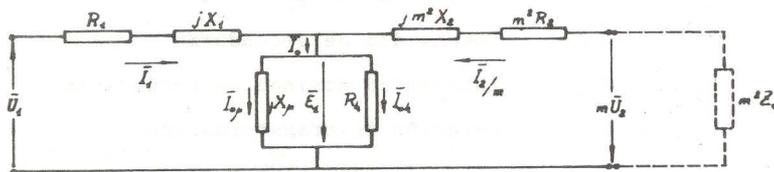


fig. 2 - Circuito equivalente de un transformador

Ahora bien, tanto el diagrama como el circuito arriba expresados tienen simplemente importancia teórica dado que experimentalmente no se puede obtener  $X_1$  y  $X_2$  por separado; además la diferente orientación que poseen los triángulos de caídas de tensión, aporta importantes dificultades prácticas. Estos inconvenientes desaparecen al admitir la hipótesis de Kapp (2), consiste en despreciar la intensidad de excitación,  $\bar{I}_0$ , (\*).

Las ecuaciones (1) bajo la mencionada hipótesis y dividiendo por m la primera de

ellas, toman la forma

$$\begin{aligned} \frac{\bar{U}_1}{m} &= -\frac{\bar{E}_1}{m} - \frac{\bar{R}_1}{m^2} \bar{I}_2 - j \frac{X_1}{m^2} \bar{I}_2 \\ \bar{U}_2 &= \bar{E}_2 - R_2 \bar{I}_2 - jX_2 \bar{I}_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Definiendo

$$R = \frac{R_1}{m^2} + R_2 \quad X = \frac{X_1}{m^2} + X_2$$

y teniendo presente que  $\frac{\bar{E}_1}{m} = \bar{E}_2$ , las ecuaciones (2) se transforman en

$$\frac{\bar{U}_1}{m} = -\bar{U}_2 - R\bar{I}_2 - jX\bar{I}_2 \quad (3)$$

Esta ecuación que da lugar a un diagrama y un circuito equivalente simplificados, que se recogen en la figura 3, en ella puede verse el triángulo ABC que nos da las caídas de tensión desglosadas en caída óhmica,  $R\bar{I}_2$ , y caída inductiva,  $-jX\bar{I}_2$ .

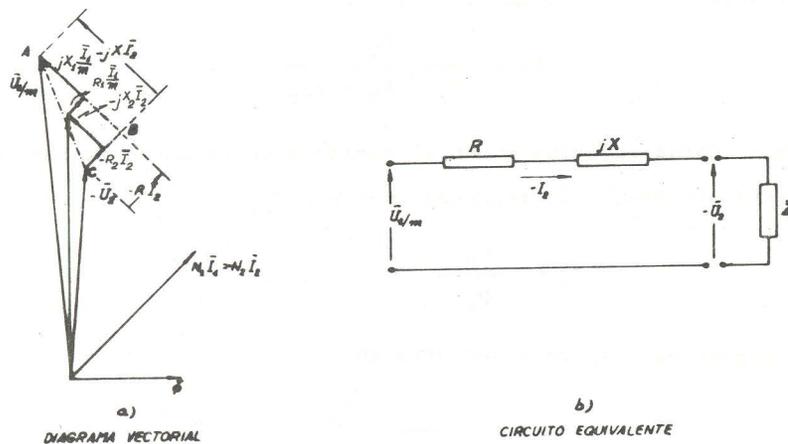


fig. 3 - Diagrama de fases y circuito equivalente bajo hipótesis de Kapp

#### I.2.- RENDIMIENTO DEL TRANSFORMADOR, RENDIMIENTO DIARIO MEDIO

Entendemos por rendimiento la relación entre la potencia consumida en la carga y la potencia absorbida de la red

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1 \cos \varphi_1} \quad (4)$$

(\*) La justificación de esta hipótesis aparece en la bibliografía (1), se puede observar que el valor de  $\bar{I}_0$  en ningún caso rebasa el 10% de la intensidad total del primario.

El obtener  $\eta$  mediante la medida de  $P_2$  y  $P_1$  y su posterior cociente constituiría el llamado método directo de determinación del rendimiento. Debido a que los transformadores son aparatos de alto rendimiento un pequeño error experimental en las medidas de  $P_2$  o  $P_1$  puede conducirnos a obtener valores absurdos en el rendimiento ( $\eta > 1$ ), es por esto que se suele emplear el método indirecto consistente en medir  $P_1$  como suma de las pérdidas más la potencia entregada a la carga.

Las pérdidas, que se dividen en pérdidas en el hierro (fijas) y pérdidas en los bobinados (variables), se determinan mediante un ensayo en vacío las primeras y con un ensayo en cortocircuito las segundas (1) (3).

La potencia total que la red aporta será

$$P_1 = P_2 + P_h + P_{cc} \quad (5)$$

Por lo tanto el rendimiento responderá a la expresión

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_h + P_{cc}} \quad (6)$$

Si lo expresamos en % hemos de escribir

$$\eta (\%) = \frac{P_2}{P_2 + P_h + P_{cc}} \cdot 100 \quad (7)$$

Definimos "carga relativa" como el cociente entre potencia consumida en carga y la nominal del transformador, la representamos por  $C_r$

$$C_r = \frac{P_2}{P_n} \quad (8)$$

entonces la expresión (17) se transforma en

$$\eta (\%) = \frac{C_r}{C_r + \frac{P_h}{P_n} + \frac{RI_2^2}{P_n}} \cdot 100 \quad (9)$$

Más que este parámetro lo que industrialmente nos preocupa es el rendimiento cíclico. Entendemos por ciclos los períodos sucesivos de tiempo durante los cuales se repiten íntegramente las condiciones de trabajo del transformador. El rendimiento cíclico, que designamos por  $\eta_T$ , responde a la expresión

$$\eta_T (\%) = \frac{\sum_i P_2^i t_i}{\sum_i (P_2^i + P_{cc}^i) t_i + P_h T} \cdot 100 \quad (10)$$

donde  $t_i$  son los intervalos de tiempo en los que la carga permanece invariable y  $T = \sum_i t_i$  es la duración del ciclo.

Es frecuente que estos ciclos coincidan con las 24 horas del día, en este caso le llamamos rendimiento diario medio ( $\eta_{dm}$ ) (1). Supongamos que a lo largo del día un tiem-

po "t'" trabaja en vacío. Entonces el rendimiento diario medio será

$$\eta_{dm}(\%) = \frac{P_2 t}{(P_2 + P_{cc}) t + P_h (t + t')} \quad (11)$$

Si definimos un parámetro "x" como

$$x = \frac{t}{t + t'} \quad (12)$$

el  $\eta_{dm}(\%)$  en función de x será

$$\eta_{dm}(\%) = \frac{P_2 x}{(P_2 + P_{cc}) x + P_h} \quad (13)$$

Se puede admitir, a efectos de cálculo del rendimiento, que la tensión secundaria permanece constante al serlo la tensión primaria. Entonces las magnitudes de las que dependen son la intensidad  $I_2$  y el factor de potencia  $\cos \psi_2$ . Vamos a proceder al estudio de estos dos efectos por separado.

a)  $I_2$  variable y  $\psi_2$  constante: nos interesa obtener en que condiciones las curvas  $\eta = f(I_2, \cos \psi_2 = \text{cte})$  alcanzan un máximo. Evidentemente este máximo se alcanzará en las mismas condiciones en que  $1/\eta$  toma un mínimo, por lo tanto

$$\frac{d(1/\eta)}{dI_2} = \frac{1}{U_2 \cos \psi_2} \left( -\frac{P_h}{I_2^2} + R \right)$$

Imponiendo  $\frac{d(1/\eta)}{dI_2} = 0$  se obtiene que el rendimiento,  $\eta$ , es máximo cuando se veri-

fique que las pérdidas en los bobinados se igualen a las pérdidas en el hierro  $P_h = RI_2^2$

Pudiera parecer, por lo comentado anteriormente, que una utilización económicamente ventajosa debería obligar a diseñar los transformadores de manera que las pérdidas fijas y las pérdidas en el cobre coincidan para  $I_2 = I_{2n}$  (intensidad nominal de secundario). Sin embargo, ello está lejos de ser cierto por varias razones:

- De una parte, el rendimiento baja más deprisa para valores de  $I_2$  inferiores a la abscisa del máximo, mientras que lo hace lentamente para  $I_2$  superiores; por lo tanto conviene anticipar el punto de máximo rendimiento para que así las desviaciones respecto a  $I_{2n}$  no afecten excesivamente al valor del rendimiento.

- Por otra parte, estos aparatos trabajan a plena potencia una pequeña parte del ciclo (día) estando el resto del tiempo a carga reducida o incluso trabajando en vacío. Por tal razón y de cara a obtener un rendimiento diario medio óptimo conviene que  $\eta_{max}$  tenga lugar para cargas menores a la nominal. Según la expresión (13) y teniendo asegurado un servicio diario regular, x constante, el rendimiento diario medio máximo lo encontraremos procediendo análogamente que para  $\eta$ , por tanto se alcanzará para  $RI_2^2 x = P_h$

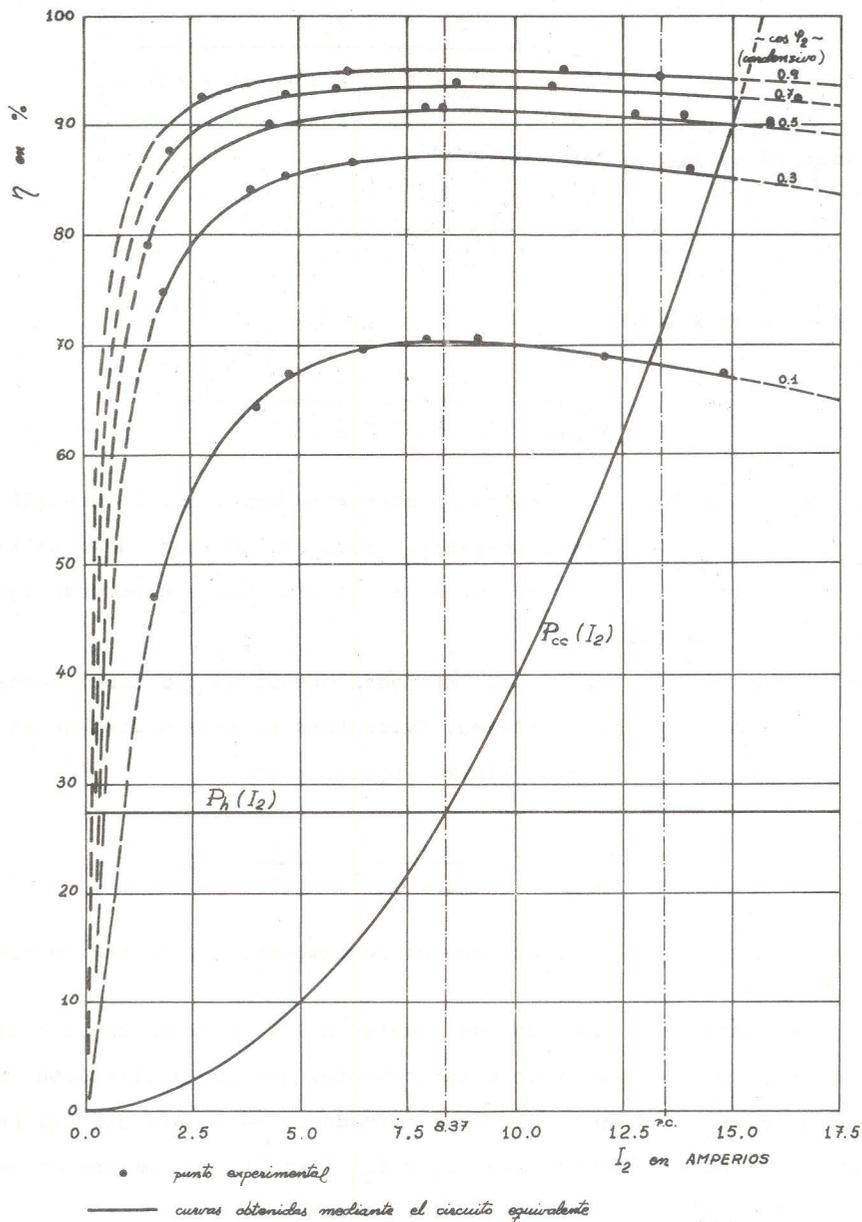


fig. 5 - Influencia de  $I_2$  en el rendimiento

Kapp en la que se basa el circuito equivalente. También nos muestra la figura 5 algo que se había detectado teóricamente y es que el rendimiento toma un valor máximo en la misma abscisa que localiza la intersección de la curva de pérdidas en los bobinados con la recta de pérdidas en el hierro; para nuestro transformador esta abscisa es  $I_2 = 8.37$  A, valor que está lejos de las condiciones nominales (63%) por motivaciones que ya se comentaron en el apartado anterior.

De acuerdo con la teoría desarrollada en el apartado I.2 se obtuvieron las gráficas

donde  $x$  es un parámetro adimensional menor que la unidad. Vemos entonces que lo que realmente conviene es diseñarlo de manera que las pérdidas fijas coincidan con  $x^2$ , evidentemente esto exige el conocer las condiciones en que va a trabajar a decir  $x$ .

b)  $\psi_2$  variable e  $I_2$  constante. Tanto las pérdidas en el cobre son independientes de  $\cos \psi_2$ , según hemos tenido ocasión de comprobar al exponer la manera de obtenerlas. La fórmula (4) nos indica que el rendimiento disminuye a medida que el factor de potencia se aparta de la unidad tanto si es capacitivo como inductivo. En realidad con la corriente en avance sobre la tensión (condensivo) el rendimiento es algo menor debido a que aumenta el carácter magnetizante de la intensidad en consecuencia también aumentan las pérdidas en el hierro (3), de hecho este efecto es poco apreciable y no obliga a abandonar la constancia de  $P_h$  para cualquier tipo de carga.

## II.- EXPERIMENTACION REALIZADA

Con objeto de conseguir una mejor caracterización y cuantización de los diversos aspectos descritos anteriormente, se han realizado distintas experiencias tomando como base de éstas un transformador de 2KVA de potencia nominal. Paralelamente se realiza un estudio numérico en base al circuito equivalente de la figura 3, esto no permitirá contrastar la validez o no de la hipótesis de Kapp, en la que se basa este circuito.

El montaje que muestra la figura 4 nos sirvió para proceder

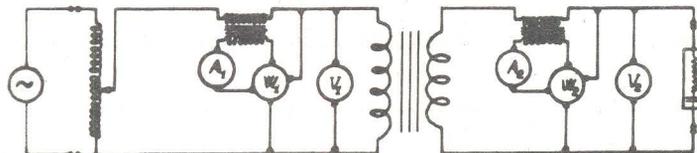


fig. 4 - Montaje experimental utilizado

a un estudio experimental del rendimiento del transformador. Las diferentes cargas conectadas al secundario, construidas en base a combinaciones de resistencias y condensadores, nos han permitido evaluar por separado la influencia de la magnitud y carácter de la carga.

Veamos primeramente como influye en el rendimiento la magnitud de la carga. La figura 5 recoge los valores del rendimiento,  $\eta$ , frente a la intensidad de secundario,  $I_2$ , las gráficas se obtienen para distintos factores de potencia,  $\cos \psi_2$ ; acompañando a los puntos experimentales aparecen las curvas obtenidas por ordenador en base al circuito equivalente simplificado de la figura 3. Es patente, observando la figura 5, una gran concordancia entre unas y otras, ello nos induce a admitir como buena la hipótesis de

de rendimiento diario medio. La figura 6 muestra estas curvas para un  $\cos \varphi_2 = 0.8$ , se puede apreciar que pasa el factor de tiempo  $x=0.4$  ( $\approx 10$  horas de funcionamiento) el  $\eta_{dm}$  alcanza el valor máximo en condiciones de plena carga, lo que nos confirma lo razonado en el apartado I.2.a).

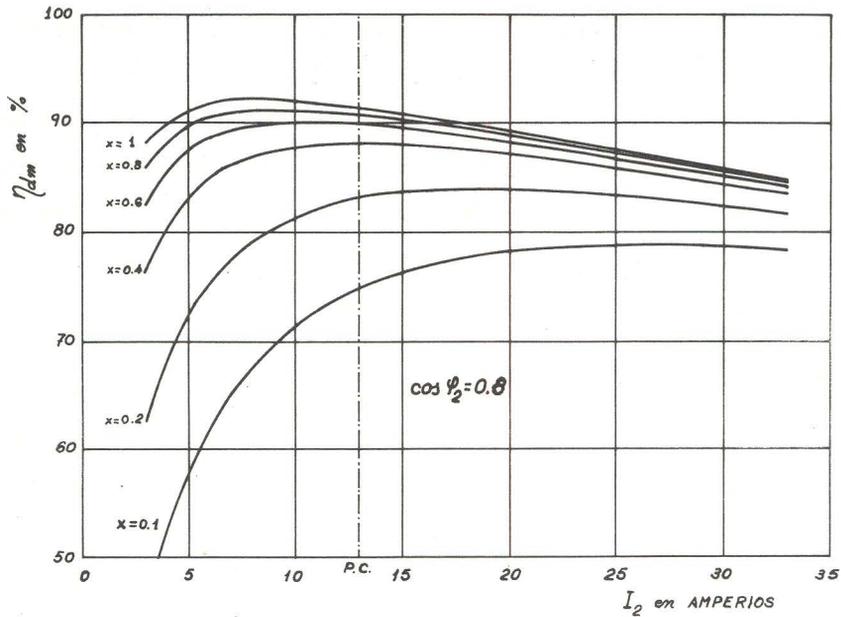


fig. 6 - Influencia de  $I_2$  en el rendimiento diario medio

Finalmente, en la figura 7 se observa la forma en que el carácter de la carga ( $\cos \varphi_2$ ) influye en el rendimiento, las curvas aparecen parametrizadas por los valores de  $I_2$ .

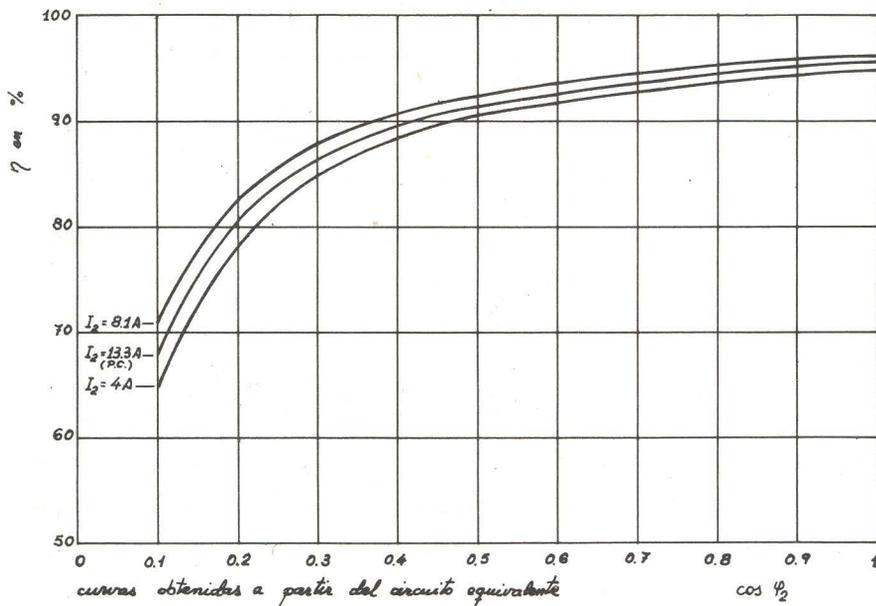


fig. 7 - Influencia de  $\cos \varphi_2$  en el rendimiento

## CONCLUSIONES

Se estudió en detalle el rendimiento y rendimiento diario medio de un transformador de potencia para distintas condiciones de trabajo, separando la influencia que tienen en los mismos el módulo de la carga y el carácter de ésta.

A tipo de ejemplo se realizaron experiencias con un transformador de 2KVA, para el cual se evaluaron cuantitativamente los conceptos anteriormente detallados. Al mismo tiempo estos datos experimentales sirvieron para contrastar los resultados obtenidos bajo hipótesis de Kapp y haciendo uso del circuito equivalente, la figura 5 da como muy acertada la hipótesis admitida, al menos por lo que respecta al cálculo de rendimiento.

## BIBLIOGRAFIA

- (<sup>1</sup>) F. DIAZ; "Estudio de un transformador con carga resistivo-capacitiva". Tesina. Facultad de Física. Barcelona, 1978.
- (<sup>2</sup>) A. FOUILLE; "Electrotechnique a l'usage des ingenieurs". Tomo II. Dunod. Paris, 1963.
- (<sup>3</sup>) F. DIAZ y M. LLORENS; "Ensayo en vacío de un transformador: separación de las pérdidas fijas y estudio en la onda de intensidad". Anales de Mecánica y Electricidad. Madrid, Sept-Octubre, 1980.