

UTILIZACIÓN DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS.

Quaderns
d'enginyeria

3 (1981) 1 p.265-277

M. Salichs Vivancos*

RESUMEN

La utilidad del tratamiento de las redes trifásicas a través de las componentes simétricas se debe fundamentalmente a que la conocida transformación de Fortescue/Stokvis diagonaliza a una clase de matrices denominadas circulantes ; éstas forman un anillo conmutativo con elemento unidad. Así pues sumas y productos de matrices circulantes se reducen a sumas y productos efectuados con sus valores propios, lo que conduce al estudio de los sistemas trifásicos a través del estudio de tres subsistemas correspondientes a cada uno de los valores propios.

La utilidad de la transformación, no obstante, quedará en entredicho cuando se manejen matrices que no sean circulantes por lo que el método en estos casos no será de gran utilidad (antes al contrario, entorpece decisivamente relaciones tensión/corriente sencillas). En el § 5 se da la forma que se cree mas conveniente para el tratamiento de estos casos.

El artículo termina con un apéndice en donde se comprueba la utilidad de la transformación ortonormalizada, dando asimismo la clase de matrices que son diagonalizadas mediante la transformación de Concordia (utilizada cuando dos valores propios de una matriz circulante coinciden) por lo que su uso puede extenderse a casos que, incluso, no son abarcables mediante la transformación de Fortescue/Stokvis (en el sentido, claro está, de la diagonalización de la matriz correspondiente).

SUMMARY

The utility of treatment of three-phase networks through symmetrical components is due fundamentally to the fact that the known Fortescue/Stokvis transformation diagonalizes some kind of matrices denominated circulating matrices ; these constitute a commutative ring with identity element. Thus, additions and products of circulating matrices are reduced to additions and products accomplished by using their eigenvalues. It leads to the study of three-phase systems through the study of three subsystems correspondent to each one of the eigenvalues.

The utility of the transformation, however, will be interdicted when non-circulating matrices are managed. For that reason in these cases the method will not be of great utility (on the contrary, it decisively benumbs simple ratios voltage/current). In § 5 the way believed to be the most convenient for the treatment of such cases is given.

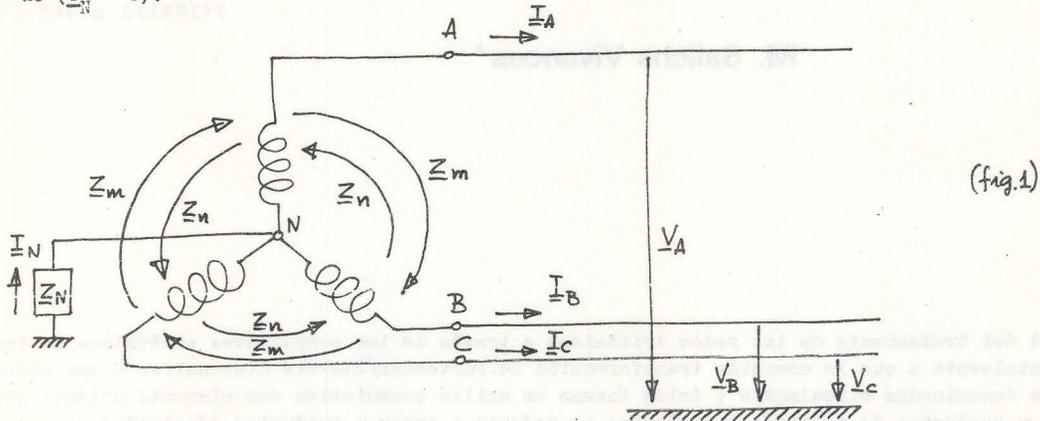
The article finishes with an appendix where the utility of the orthonormalized transformation is verified giving likewise the kind of matrices that are diagonalized by means of Concordia transformation (which is used when two eigenvalues of a circulating matrix coincide). So, its use can be extended to some cases that even Fortescue/Stokvis transformation does not include (in the sense of diagonalization of the correspondent matrix, of course).

* Adjunto Electrotecnia.

Dedicado al Profesor FREIXA con motivo de su jubilación.

§ 1. RELACIONES ENTRE TENSIONES Y CORRIENTES EN UN GENERADOR REAL

Es sabido que un generador real puede ser representado (de cara a la carga que alimente) de acuerdo con la fig. 1 ; el punto N puede estar rígidamente unido al suelo ($Z_N = 0$) ó bien estar aislado ($Y_N = 0$).



La particularidad mas notable estriba en que, en el generador real, existen acoplamientos magnéticos no recíprocos (la fase A influye en la fase B en un término de c.d.t. $\frac{Z_m I_A}{Z_n}$ siendo el efecto de la fase B en la A, en cuanto a c.d.t., de $\frac{Z_m I_B}{Z_n}$; $Z_m \neq Z_n$ en general) debidos a la influencia de giro del alternador , con lo que tal efecto se presentará en toda máquina eléctrica giratoria (alternadores, motores).

Estando la máquina simétricamente construída y sin presentar defecto alguno de funcionamiento, es claro que Z_m determina la influencia de una fase cualquiera con respecto a la que le sigue en la secuencia , y Z_n la influencia de una fase con respecto a la anterior en la misma secuencia ; por último, se notará por Z_f a la impedancia propia del devanado constitutivo de una fase.

Aplicando la 2ª ley de Kirchoff al conjunto generador/tensiones/tierra/neutro resulta ,

$$\left. \begin{aligned} E_A &= Z_f I_A + Z_n I_B + Z_m I_C + V_A + Z_N I_N \\ E_B &= Z_m I_A + Z_f I_B + Z_n I_C + V_B + Z_N I_N \\ E_C &= Z_n I_A + Z_m I_B + Z_f I_C + V_C + Z_N I_N \end{aligned} \right\} (1.1)$$

ó bien, al ser $I_N = I_A + I_B + I_C$,

$$\left. \begin{aligned} E_A &= Z'_{fA} I_A + Z'_{nB} I_B + Z'_{mC} I_C + V_A \\ E_B &= Z'_{nA} I_A + Z'_{fB} I_B + Z'_{mC} I_C + V_B \\ E_C &= Z'_{mA} I_A + Z'_{nB} I_B + Z'_{fC} I_C + V_C \end{aligned} \right\} (1.2)$$

con , $Z'_f = Z_f + Z_N$; $Z'_n = Z_n + Z_N$; $Z'_m = Z_m + Z_N$.

Las relaciones (1.2) se escribirán de forma condensada ,

$$E = Z_g I + V \quad (1.3) \quad (*)$$

siendo ,

$$E \ (3 \times 1) = \begin{bmatrix} E_A \\ E_B \\ E_C \end{bmatrix} ; \quad V \ (3 \times 1) = \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} ; \quad I \ (3 \times 1) = \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix}$$

$$Z_g \ (3 \times 3) = \begin{bmatrix} Z'_f & Z'_n & Z'_m \\ Z'_m & Z'_f & Z'_n \\ Z'_n & Z'_m & Z'_f \end{bmatrix}$$

La resolución de cualquier problema eléctrico (búsqueda de tensiones, V , y corrientes , I) debería resolverse, pues, mediante la ecuación (1.3) así como con la relación impuesta por la carga (bien a través de una matriz de impedancias, $V = ZI$, ó matriz de admitancias, $I = YV$ ó a través de una relación híbrida).

§2. PROPIEDADES DE LA MATRIZ Z_g

La matriz Z_g aparecida en el anterior apartado es de un tipo especial , recibiendo el nombre de circulante (en general, no simétrica). Es claro que su diagonalización aportaría ventajas decisivas a la ecuación (1.3) ya que separaría las relaciones tensión-corriente (la ecuación 1.3

(*)

Muchas veces es conveniente escribir la igualdad con , $(Y_g = Z_g^{-1})$

$$Y_g E = I + Y_g V$$

no permite determinar el potencial de una sola fase mediante el conocimiento exclusivo de la corriente que circule por ella).

Queda asimismo claro que la utilidad de la diagonalización de Z_g lo será para matrices circulares y no otras (es mas, la transformación que diagonalice a Z_g entorpece decisivamente cualquier relación tensión-corriente que no lo sea a través de una matriz circulante, por lo que en estos casos la utilidad de tal transformación quedará en entredicho).

Es un ejercicio algebraico de rutina diagonalizar Z_g que proporciona, (Z_1, Z_2, Z_0 valores propios; w_1, w_2, w_0 vectores propios correspondientes)

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z_f' + a^2 Z_n' + a Z_m' \\ Z_2 &= Z_f' + a Z_n' + a^2 Z_m' \\ Z_0 &= Z_f' + Z_n' + Z_m' \end{aligned} \right\} \quad (2.1) \quad (*)$$

$$F = \text{col}(w_1; w_2; w_0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (**)$$

en donde a es el conocido número complejo, $a = 1 \angle 2\pi/3 = -1/2 + j\sqrt{3}/2$.

Así pues, si se nota por D a la matriz diagonal, $\text{diag}(Z_1, Z_2, Z_0)$ resultará,

$$D = F^{-1} Z_g F = F^* Z_g F$$

ya que F es unitaria ($F^* = \text{transpuesta conjugada de } F; F^{-1} = F^*$).

Es importante destacar el hecho (que da la utilidad al método y apoya definitivamente el subrayado anterior) que la transformación F es única para todas las matrices circulares. A F se le denomina transformación de Fortescue/Stokvis.

(*) Es útil observar que es,

$$Z_1 = Z_f' + a^2 Z_n' + a Z_m' ; Z_2 = Z_f' + a Z_n' + a^2 Z_m' ; Z_0 = Z_f' + Z_n' + Z_m' + 3Z_N$$

que demuestran claramente la influencia de Z_N .

(**) Ver apéndice.

Es muy útil (para cálculos posteriores) disponer de las inversas de las relaciones (2.1) ; fácilmente se obtiene,

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}'_f &= \frac{1}{3} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0) \\ \underline{Z}'_n &= \frac{1}{3} (a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2 + \underline{Z}_0) \\ \underline{Z}'_m &= \frac{1}{3} (a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2 + \underline{Z}_0) \end{aligned} \right\} (2.2)$$

§ 3. ESCRITURA DE LAS RELACIONES TENSION-CORRIENTE

Partiendo de la relación (1.3) se tiene ,

$$F^* \underline{E} = (F^* \underline{Z} F) (F^* \underline{I}) + F^* \underline{V}$$

ó bien ,

$$\underline{E}_s = D \underline{I}_s + \underline{V}_s \quad (3.1)$$

habiendo utilizado la notación ,

$$\underline{E}_s = F^* \underline{E} ; \underline{I}_s = F^* \underline{I} ; \underline{V}_s = F^* \underline{V} \quad (3.2)$$

(y consecuentemente , $\underline{E} = F \underline{E}_s ; \underline{I} = F \underline{I}_s ; \underline{V} = F \underline{V}_s$)

Así pues, siempre se tiene (para cualquier vector complejo de tres componentes) ,

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\underline{E}_A + a\underline{E}_B + a^2\underline{E}_C) \\ \underline{E}_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\underline{E}_A + a^2\underline{E}_B + a\underline{E}_C) \\ \underline{E}_0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C) \end{aligned} \right\} (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_A &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_0) \\ \underline{E}_B &= \frac{1}{\sqrt{3}} (a^2\underline{E}_1 + a\underline{E}_2 + \underline{E}_0) \\ \underline{E}_C &= \frac{1}{\sqrt{3}} (a\underline{E}_1 + a^2\underline{E}_2 + \underline{E}_0) \end{aligned} \right\} (3.4)$$

§ 4. INTERPRETACION ELECTRICA DE LA TRANSFORMACION F

La interpretación eléctrica se sigue inmediatamente de la matriz cambio de base ; en efecto al ser ,

$$\underline{E} = F \underline{E}_s = \underline{E}_1 \underline{w}_1 + \underline{E}_2 \underline{w}_2 + \underline{E}_0 \underline{w}_0$$

resulta que el vector \underline{E} se descompone en ,

$\underline{E}_1 \underline{w}_1$ = sistema de "secuencia directa" , cuyo vector fundamental (fase A) es $\underline{E}_1 / \sqrt{3}$

$\underline{E}_2 \underline{w}_2$ = sistema de "secuencia inversa" , cuyo vector fundamental (fase A) es $\underline{E}_2 / \sqrt{3}$

$\underline{E}_0 \underline{w}_0$ = sistema de "secuencia nula" (homopolar) cuyo vector fundamental es $\underline{E}_0 / \sqrt{3}$

La ecuación (3.1) nos dice que cada secuencia (1, 2 ó 0) actúa separada e independientemente de las demás (a efectos de tensiones y corrientes); ahora bien, al haber escogido F como una transformación unitaria, la separación subsiste para las potencias aparentes complejas. En efecto, sea, por ejemplo, la potencia suministrada por el generador a la carga,

$$\underline{S} = \underline{I}^* \underline{V} = (\underline{F} \underline{I}_s)^* (\underline{F} \underline{V}_s) = \underline{I}_s^* \underline{E}_s = \underline{I}_{s1}^* \underline{E}_1 + \underline{I}_{s2}^* \underline{E}_2 + \underline{I}_{s0}^* \underline{E}_0$$

que es igual a la suma de las potencias suministradas por cada componente.

§ 5. RESOLUCION DE PROBLEMAS CON LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS

Es sabido que la parte simétrica de una red (aquella que expresa relaciones entre ff. ee. mm./tensiones/corrientes a través de relaciones circulantes) es apta para ser tratada mediante el comportamiento separado de cada secuencia (consecuencia directa de la diagonalización); en consecuencia será aplicable el teorema de Thevenin a cada componente simétrica de la red. Este es el principio para la determinación de las corrientes de cortocircuito en las redes trifásicas: determinar los subesquemas Thevenin para cada componente "vistos" desde el punto de defecto.

Así pues, el problema real de la determinación de las corrientes de defecto, se reduce al estudio del comportamiento de un generador ficticio al que se le conecta una carga no secuencial y desequilibrada (impedancias en estrella ó triángulo no iguales). El método de resolución clásico consiste en,

- a) Aplicar las ecuaciones (3.1) al generador ficticio obtenido.
- b) Obtener las relaciones $\underline{V}_s - \underline{I}_s$ impuestas por la carga (ó defecto); es evidente que tal número de relaciones debe ser de 3, ya que en caso contrario el problema podría no quedar determinado ó bien ser incompatible.
- c) Mediante el planteo de los apartados (a) y (b) resolver el sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas planteado; con ello se obtendrán, $\underline{V}_s, \underline{I}_s$.
- d) Determinar $\underline{V}, \underline{I}$ a través de (3.4).

La parte difícil del problema estriba en el apartado (b) al intentar aplicar el método a defectos (ó cargas) cuya relación $\underline{V} - \underline{I}$ no sea circulante (la mayoría de casos de cortocircuito entran aquí, salvo el cortocircuito franco de las tres fases); por ello, se propone la utilización sistemática del método de acuerdo con los siguientes pasos,

- a) Mediante las relaciones (2.2) determinar $\underline{Z}'_f, \underline{Z}'_n, \underline{Z}'_m$.
- b) Aplicar las relaciones (1.3) al generador ficticio obtenido.
- c) Obtener las relaciones $V - I$ impuestas por la carga (6 defecto).
- d) Determinar V e I a través del sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas obtenido en los apartados (b) y (c).

§ 6. ESTUDIO DE CIRCUITOS MEDIANTE EL METODO PROPUESTO

En todos los casos discutidos aquí se tendrá presente que se determinarán previamente \underline{Z}'_f , \underline{Z}'_n y \underline{Z}'_m mediante las relaciones (2.2).

6.1) Estudio del cortocircuito fase A / tierra (F/T).

Las condiciones de defecto son, $\underline{I}_B = \underline{I}_C = 0$; $\underline{V}_A = 0$; las ecuaciones (1.3) proporcionan aquí,

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{V}_B \\ \underline{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}'_f & 0 & 0 \\ \underline{Z}'_m & 1 & 0 \\ \underline{Z}'_n & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{E}_A \\ \underline{E}_B \\ \underline{E}_C \end{bmatrix}$$

6.2) Estudio del cortocircuito fase A / fase B (F/F).

Las condiciones de defecto son, $\underline{I}_A + \underline{I}_B = 0$; $\underline{I}_C = 0$; $\underline{V}_A = \underline{V}_B$; las ecuaciones (1.3) proporcionan aquí,

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{V}_A \\ \underline{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}'_f - \underline{Z}'_n & 1 & 0 \\ \underline{Z}'_m - \underline{Z}'_f & 1 & 0 \\ \underline{Z}'_n - \underline{Z}'_m & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{E}_A \\ \underline{E}_B \\ \underline{E}_C \end{bmatrix}$$

6.3) Estudio del cortocircuito fase A / fase B / tierra (F/F/T).

Las condiciones de defecto son, $\underline{I}_C = 0$; $\underline{V}_A = \underline{V}_B = 0$; las ecuaciones (1.3) proporcionan aquí,

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}'_f & \underline{Z}'_n & 0 \\ \underline{Z}'_m & \underline{Z}'_f & 0 \\ \underline{Z}'_n & \underline{Z}'_m & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{E}_A \\ \underline{E}_B \\ \underline{E}_C \end{bmatrix}$$

Los resultados que se obtienen en estos tres casos están resumidos en las tablas 6.1 y 6.2

TABLA 6.1

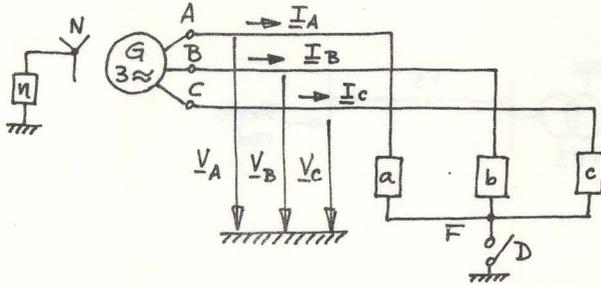
Magn. Defecto	Corrientes	Tensiones	Observaciones
F/T	$I_A = \frac{U}{\sqrt{3} Z_f}$	$V_B = \frac{U}{\sqrt{3}} a^2 - \underline{K} $ $V_C = \frac{U}{\sqrt{3}} a - \underline{K} $	$E_A = E_B = E_C = U/\sqrt{3}$
F/F	$I_A = I_B = \frac{U}{Z_f 2 - \underline{K}_1 - \underline{K}_2 }$	$V_A = V_B = \frac{U}{\sqrt{3}} \left \frac{1 + a \underline{K}_1 + a^2 \underline{K}_2}{2 - \underline{K}_1 - \underline{K}_2} \right $ $V_C = 2 V_A$	$\underline{K}_1 = \frac{Z'_1}{Z_f}$ $\underline{K}_2 = \frac{Z'_2}{Z_f}$
F/F/T	$I_A = \frac{U}{\sqrt{3} Z_f} \left \frac{a - \underline{K}_1}{1 - \underline{K}_1 \underline{K}_2} \right $ $I_B = \frac{U}{\sqrt{3} Z_f} \left \frac{a^2 - \underline{K}_2}{1 - \underline{K}_1 \underline{K}_2} \right $	$V_C = \frac{U}{\sqrt{3}} \left 1 + \frac{a(\underline{K}_1^2 - \underline{K}_2) + a^2(\underline{K}_2^2 - \underline{K}_1)}{1 - \underline{K}_1 \underline{K}_2} \right $	
F/F/F	$I = \frac{U}{\sqrt{3} Z_1} = \frac{U}{\sqrt{3} Z_f 1 + a^2 \underline{K}_1 + a \underline{K}_2 }$		

TABLA 6.2

Magn. Defecto	Corrientes		Tensiones		Observaciones
	Valores en A	A/referencia	Valores en V	Valores p.u.	
F/T	$I_A = \frac{U}{\sqrt{3} Z_f}$	$i_A = 1 - \underline{K} $	$V_B = \frac{U}{\sqrt{3}} a^2 - \underline{K} $ $V_C = \frac{U}{\sqrt{3}} a - \underline{K} $	$v_B = a^2 - \underline{K} $ $v_C = a - \underline{K} $	$E_A = E_B = E_C = U/\sqrt{3}$
F/F	$I_A = I_B = \frac{U}{2 Z_f 1 - \underline{K} }$	$i_B = i_C = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$V_A = V_B = \frac{U}{2\sqrt{3}}$ $V_C = \frac{U}{\sqrt{3}}$	$v_A = v_B = \frac{1}{2}$ $v_C = 1$	$\underline{K}_1 = \underline{K}_2 = \underline{K}$ F/F/F = referencia (c.c. tripolar) ($Z_1 = Z_2$)
F/F/T	$I_A = \frac{U}{\sqrt{3} Z_f} \left \frac{a - \underline{K}}{1 - \underline{K}^2} \right $ $I_B = \frac{U}{\sqrt{3} Z_f} \left \frac{a^2 - \underline{K}}{1 - \underline{K}^2} \right $	$i_A = \left \frac{a - \underline{K}}{1 + \underline{K}} \right $ $i_B = \left \frac{a^2 - \underline{K}}{1 + \underline{K}} \right $	$V_C = \frac{U}{\sqrt{3}} \left \frac{2 + \underline{K}}{1 + \underline{K}} \right $	$v_C = \left \frac{2 + \underline{K}}{1 + \underline{K}} \right $	
F/F/F	$I = \frac{U}{\sqrt{3} Z_f 1 - \underline{K} }$				

6.4) Cargas cualesquiera en estrella ó triángulo.

6.4.1) Carga en estrella (D cerrado).



Es claro que se verifica,

$$V = ZI = \text{diag}\{Z_a, Z_b, Z_c\} \cdot I$$

que junto con (1.3) proporciona,

$$I = (Z_g + Z)^{-1} E$$

6.4.2) Carga en estrella (D abierto).

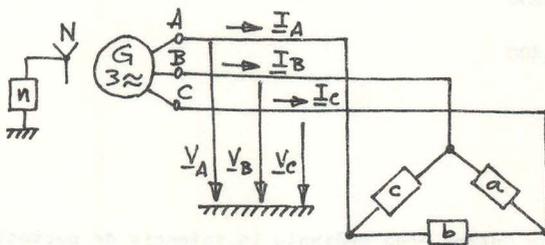
Dado que las magnitudes eléctricas desconocidas (corrientes fases y V_{FN}) son tensiones y corrientes, las ecuaciones (1.3) se escribirán eligiendo como vector incógnita uno de características híbridas; así,

$$E = \left\{ \begin{bmatrix} Z'_f & Z'_n & Z'_m \\ Z'_m & Z'_f & Z'_n \\ Z'_n & Z'_m & Z'_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 1 \\ 0 & Z_b & 1 \\ -Z_c & -Z_c & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ V_{FN} \end{bmatrix}$$

luego,

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ V_{FN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_f - Z'_m + Z_a & Z'_n - Z'_m & 1 \\ Z'_m - Z'_n & Z'_f - Z'_n + Z_b & 1 \\ Z'_n - Z'_f - Z_c & Z'_m - Z'_f - Z_c & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_A \\ E_B \\ E_C \end{bmatrix}$$

6.4.3) Carga en triángulo.



Es claro que en este caso se verifica,

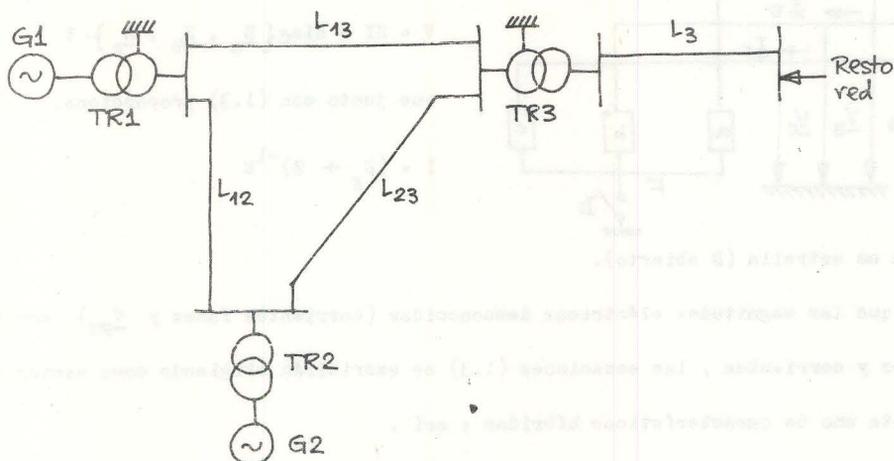
$$I = \begin{bmatrix} Y_b + Y_c & -Y_c & -Y_b \\ -Y_c & Y_a + Y_c & -Y_a \\ -Y_b & -Y_a & Y_a + Y_b \end{bmatrix} V$$

Así pues, (ver nota que acompaña a (1.3))

$$V = (Y + Y_g)^{-1} Y_g E$$

§ 7. EJEMPLO NUMERICO

Con los datos de la tabla, hallar corrientes y tensiones de defecto en barras de salida de TR2.

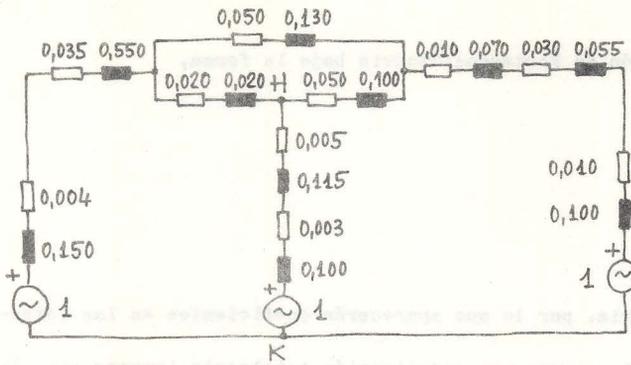


	$Z_1 = Z_2$	Z_0
G1	0,004 + j0,150	—
G2	0,003 + j0,100	—
TR1	0,035 + j0,550	0,042 + j0,660
TR2	0,005 + j0,115	—
TR3	0,010 + j0,070	0,024 + j0,168
L ₁₂	0,020 + j0,020	0,070 + j0,030
L ₁₃	0,050 + j0,130	0,100 + j0,400
L ₂₃	0,050 + j0,100	0,090 + j0,400
L ₃	0,030 + j0,055	—
resto red	0,010 + j0,100	—

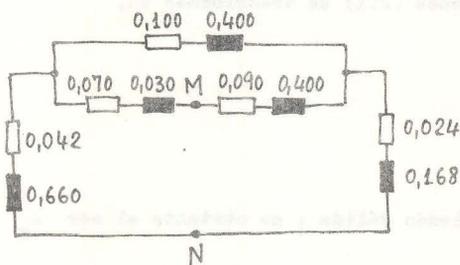
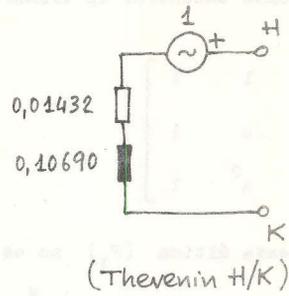
(La impedancia correspondiente a resto red se ha determinado mediante la potencia de cortocircuito presente en aquel punto).

Las redes para la secuencia directa e inversa son las mismas (para la secuencia inversa eliminar los generadores); en la figura 2 se han completado con el esquema Thevenin equivalente visto desde H-K.

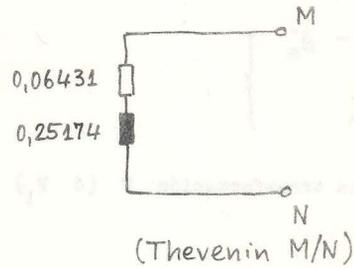
La red de secuencia homopolar así como su equivalente Thevenin se muestran en la figura 3.



(fig. 2)



(fig. 3)



La aplicación de las expresiones (2.2) da,

$$\underline{Z}_F' = 0,0310 + j0,1552 \quad ; \quad \underline{Z}_N' = \underline{Z}_M' = 0,0167 + j0,0483$$

y mediante los resultados de la tabla 6.2 se tiene (valores en p.u.) ,

$$F/F/F \text{ (corriente referencia)} = 9,2720$$

$$\text{cortocircuito fase A / tierra (F/T)} : I_A = 6,3195 \quad ; \quad V_B = 1,1613 \quad ; \quad V_C = 1,2245$$

$$\text{cortocircuito fase A / fase B (F/F)} : I_A = I_B = 8,0298 \quad ; \quad V_A = V_B = 0,5 \quad ; \quad V_C = 1$$

$$\text{cortocircuito fase A / fase B / tierra (F/F/T)} : I_A = 8,5977 \quad ; \quad I_B = 8,1538 \quad ; \quad V_C = 1,2434$$

APENDICE

Es mas corriente encontrar la transformación de Fortescue/Stokvis bajo la forma,

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}$$

ahora bien, esta última (F_1) no es unitaria, por lo que aparecerán coeficientes en las potencias (elementos diagonales de $F_1^* F_1$); ello parece una complicación totalmente innecesaria. Este punto parece esencial por cuanto posteriormente ocasiona confusiones; en efecto, en el caso de ser $Z'_m = Z'_n$ (acoplamiento recíproco) las expresiones (2.1) se transforman en,

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z_2 = Z'_f - Z'_m \\ Z_0 &= Z'_f + 2Z'_m \end{aligned} \right\}$$

En este caso la transformación F (ó F_1) continúa siendo válida; no obstante al ser Z_g simétrica,

$$Z_g = \begin{bmatrix} Z'_f & Z'_m & Z'_m \\ Z'_m & Z'_f & Z'_m \\ Z'_m & Z'_m & Z'_f \end{bmatrix}$$

son asimismo vectores propios linealmente independientes,

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

con la ventaja de utilizar tan solo números enteros; ahora bien la transformación inducida por tales vectores presentará problemas con las potencias (que en este caso dan lugar a los coeficientes, 6, 2, 3) análogamente a la transformación de E. Clark; parece muy superior el escoger la matriz de cambio con tales vectores ortonormalizados, lo que da (Concordia),

$$C = \begin{bmatrix} 2/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Es importante señalar aquí que la transformación de Concordia no se limita a la diagonalización de las matrices simétricas del tipo Z_g sino de todas aquellas que presentan la forma,

$$\begin{bmatrix} \underline{Z} & \underline{Z}_m & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_f & \underline{Z}_p \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_p & \underline{Z}_f \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad \underline{Z} + \underline{Z}_m = \underline{Z}_f + \underline{Z}_p$$

cuyos valores propios resultan,

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_1 &= \underline{Z} - \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_2 &= \underline{Z}_f - \underline{Z}_p \\ \underline{Z}_0 &= \underline{Z}_f + 2\underline{Z}_m \end{aligned} \right\}$$

que amplían notablemente el campo de utilización de tal transformación, incluso en casos en los que la transformación de Fortescue no es útil (matrices no circulantes). Un caso de tal utilización especialmente importante lo constituye el tratamiento de cargas conectadas en triángulo con sólo dos lados iguales.

CONCLUSIONES

La utilización sistemática de las componentes simétricas en aquellas relaciones que no son circulantes parece totalmente innecesaria; en estos casos se preconiza la utilización sistemática descrita en el § 5, que además de simplificar conceptualmente el problema proporciona un camino más directo de determinación de magnitudes eléctricas que el habitualmente utilizado.

BIBLIOGRAFIA

- (1) Teoría de circuitos. Fundamentos. E. Ras. Marcombo (1977).
- (2) Teoría de líneas eléctricas (volumen II). E. Ras. Marcombo (1975).
- (3) Las corrientes de cortocircuito en las redes trifásicas. Roeper. Dossat (1970).
- (4) Cálculo de corrientes de cortocircuito. Gernot Funk. Paraninfo (1976).
- (5) Theorie et calcul des reseaux de transport d'energie electrique. Edelmann. Dunod (1965).
- (6) Computer methods in power system analysis. Stagg ; El-Abiad. Mc Graw-Hill (1968).