

INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA DEL FLUIDO EN LAS CARACTERISTICAS DE UNA LINEA NEUMATICA.

por Antonio Lara Feria

Instituto de Cibernética

MOMENTO DE LINEAS DE TRANSMISION CON PARAMETROS DISTRIBUIDOS

RESUMEN

El uso generalizado de las líneas de transmisión eléctricas en comunicaciones, ha traído consigo el establecimiento de una teoría general de líneas de transmisión. Esta teoría muestra que la línea de transmisión puede ser completamente definida por dos funciones de variable compleja:

Γ Constante de propagación
 Z_c Impedancia característica

ambos dependen de la impedancia serie y de la admitancia paralelo de la línea. En el caso de líneas eléctricas las funciones complejas son propiedades fundamentales de la línea. Para las líneas a fluidos sin embargo, no dependen solo de las propiedades del fluido sino también del régimen del fluido, del nivel de señal, de la forma de la línea y de las transferencias de calor.

Así la aplicación de la teoría de líneas de transmisión a las líneas fluidicas requiere la adaptación y modificación de las ecuaciones del movimiento y de la energía de los fluidos.

En este trabajo se desarrolla una teoría completa de líneas de transmisión y se analiza la influencia de la temperatura en las características de la línea, cosa que no se conoce que haya sido objeto de estudio en ninguno de los trabajos realizados hasta la fecha sobre líneas de transmisión fluidicas.

SUMMARY

The generalized use of electrical transmission in communications has lead to the formulation of a theory of transmission lines. In this theory it is established that the line of transmission can be defined by two functions of complex variable :

Γ complex propagation factor
 Z_c characteristic impedance

Both depend on the series impedance and on the parallel admittance of the line. In the case of the electric lines the complex functions describe the fundamental properties of the line. Nevertheless for fluid lines these functions do not only depend on the characteristics of the fluid but also on the tipe of flow, on the signals level, on the shape of the line as well as on the heat transfer.

Therefore the adequation of transmission lines theory to fluid lines asks for the modification and adaptation of the fluids momentum equation and energy equation.

This paper presents a complete theory transmission lines as well as an analysis of the influence of temperature on the characteristics of the line, being a point which the author believes has not been developed in any of the previous study on fluid transmission lines.

INTRODUCCION

El uso generalizado de las líneas de transmisión eléctricas en comunicaciones, ha traído consigo el establecimiento de una teoría general de líneas de transmisión. Esta teoría muestra que la línea de transmisión puede ser completamente definida por dos funciones de variable compleja.

- Γ constante de propagación.
- Zc Impedancia característica.

Ambos dependen de la impedancia serie y de la admitancia paralelo de la línea. En el caso de líneas electricas las funciones complejas son propiedades fundamentales de la línea. Para las líneas a fluidos sin embargo, no dependen solo de las propiedades del fluido sino también del régimen del fluido, del nivel de señal, de la forma de la línea y de las transferencias del calor.

Así la aplicación de la teoría de líneas de transmisión a las líneas fluidas requiere la adaptación y modificación de las ecuaciones del movimiento y de la energía en los fluidos.

1. MODELO DE LINEAS DE TRANSMISION CON PARAMETROS DISTRIBUIDOS

El problema consiste en determinar la presión y el caudal a la salida de la línea conociendo la presión y el caudal a la entrada.

Se busca una solución que en forma matricial sería

$$\begin{bmatrix} p_s \\ \dot{m}_s \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} p_e \\ \dot{m}_e \end{bmatrix} \quad (1,1)$$

La figura 1.1 muestra el modelo fluidico para una longitud infinitesimal dx de una línea de transmisión uniforme. Una línea de transmisión finita consta de un número infinito de estos elementos infinitesimales en serie.

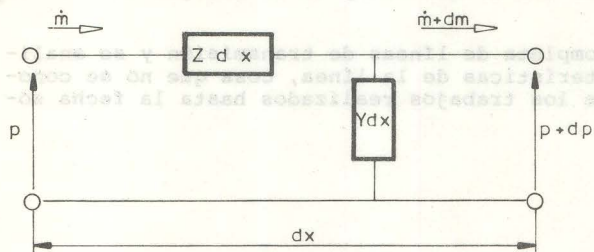


Fig. 1.1.

Cada elemento infinitesimal en este modelo tiene una impedancia serie Z dx y una admitancia paralelo Y dx (donde Z e Y son las impedancia y admitancia por unidad de longitud en términos jw o s).

Las ecuaciones diferenciales de la línea son $\frac{\delta p}{\delta x} = -Z \dot{m}$ $\frac{\delta \dot{m}}{\delta x} = Y p$ (1.2)

eliminando la variable \dot{m} queda $\frac{\delta^2 p}{\delta x^2} = ZY P$ (1.3), ecuación diferencial en derivadas parciales de 2º grado que es la ecuación diferencial de la línea de transmisión.

Teniendo en cuenta las condiciones en los límites, es decir, p_s, \dot{m}_s presión y caudal de salida, p_e, \dot{m}_e presión y caudal de entrada, l longitud de la línea, la solución en forma matricial viene dada por:

$$\begin{bmatrix} p_s \\ \dot{m}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ch \Gamma l & -Zc Sh \Gamma l \\ -Yc Sh \Gamma l & Ch \Gamma l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_e \\ \dot{m}_e \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

donde $Zc = \sqrt{Z/Y}$ es la impedancia característica de la línea, es decir la impedancia de entrada de una línea de longitud infinita. $Yc = \sqrt{Y/Z}$ es la admitancia característica. $\Gamma = \alpha + j \beta$ es un número complejo, que recibe el nombre de constante de propagación, donde su parte real α se llama

ma constante o factor de atenuación y β constante o factor de fase.

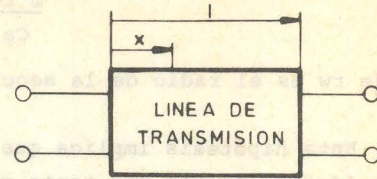
La figura 1.2 muestra un diagrama de bloques de una línea finita con una carga Z_L al final de línea.

$$\text{Poniendo } Z_e = \frac{E_e}{I_e} = Z_c \left(\frac{Z_L \operatorname{Ch} \Gamma \ell + Z_c \operatorname{Sh} \Gamma \ell}{Z_L \operatorname{Sh} \Gamma \ell + Z_c \operatorname{Ch} \Gamma \ell} \right)$$

(1.5).

También se pueden considerar las impedancias de entrada en tres casos diferentes.

FIG. 1.2 DIAGRAMA DE BLOQUES DE LA LINEA DE TRANSMISION EN CARGA.



- línea en cortocircuito, $Z_L = 0$, (tubo abierto)
- Línea en circuito abierto, $Z_L = \infty$, (tubo bloqueado)
- Línea equilibrada o adaptada $Z_L = Z_c$

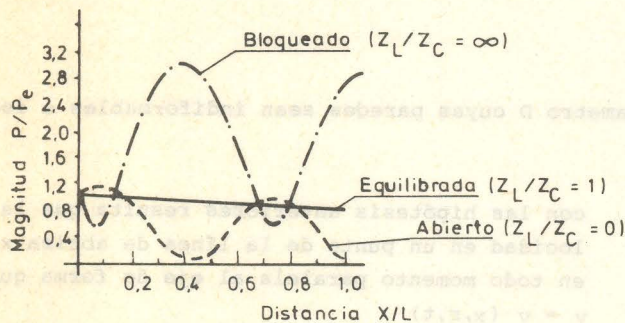


FIG. 1.3 EFECTO DE LA CARGA EN EL POTENCIAL A LO LARGO DE LA LINEA PARA UN FACTOR DE PROPAGACION DE $\Gamma \ell = 0,10 + j5,00$.

En la figura 1.3 se puede observar la magnitud del potencial de la línea cuando $\alpha \ell$ y $\beta \ell$ son escogidos arbitrariamente de valor 0,1 y 5. ($\Gamma \ell = 0,10 + j5,00$).

Para los casos de líneas no equilibradas se establecen ondas estacionarias en el tubo. Para circuito abierto, tubo bloqueado, existen grandes picos de resonancia, la magnitud de estos picos depende de los valores de $\alpha \ell$ y $\beta \ell$. En las líneas equilibradas no se establecen ondas estacionarias. En su lugar se establecen un potencial decreciente a lo largo de la línea.

Analizando nos queda que la impedancia de entrada en cada uno de los tres casos es

- Encortocircuito $Z_L = 0$, $Z_{ecc} = Z_c \operatorname{Th} \Gamma \ell$
- En circuito abierto $Z_L = \infty$, $Z_{eo} = Z_c \operatorname{CTh} \Gamma \ell$
- Equilibrada $Z_L = Z_c$, $Z_e = Z_c$

2. MODELOS DE PROPAGACION PARA LINEAS CIRCULARES FLUIDICAS

2.1 Hipótesis de partida

Para determinar los modelos de propagación en líneas fluidicas. Las ecuaciones de los fluidos deben ser colocados en la forma

$$\frac{\delta p}{\delta x} = Z \dot{m} \quad \frac{\delta \dot{m}}{\delta x} = -Yp \quad (2.1)$$

Para ello hace falta realizar las siguientes hipótesis.

- Flujo luminar: el n° de Reynolds en las líneas circulares menor de 2000.
- Simetría axial: No hay componentes de velocidad tangencial.
- Señales de pequeña amplitud: Bajo número de Mach (caudal d.c. despreciable) y variaciones de densidad pequeñas comparadas con la densidad media. Las señales son de tipo acústico.
- Fuerzas de viscosidad pequeñas procedentes de la compresibilidad: La hipótesis exacta es $\omega \nu / Ca^2 \ll 1$ (Donde ω es la pulsación o frecuencia angular, ν la viscosidad cinemática,

y C_a es la velocidad del sonido). Esta hipótesis elimina los gradientes axiales de velocidad y temperatura procedentes de las ecuaciones de energía y cantidad de movimiento.

e) Pequeño radio comparado con la longitud de onda. Esto se expresa usualmente como

$$\frac{\omega r_w}{C_a} \ll 1 \quad (2.2)$$

donde r_w es el radio de la sección circular.

Esta hipótesis implica que la presión es uniforme en la sección recta del tubo y que la velocidad radial es por tanto cero. Es decir $p = p(x, t)$

f) Las magnitudes que intervienen en el estudio las consideramos como suma de pequeñas fluctuaciones alrededor del valor medio de la magnitud, así

$$\begin{aligned} v &= \bar{v} + v' \\ p^* &= \bar{p} + p_0 + p' = p + p_0 \\ T &= \bar{T} + T' \\ \rho &= \bar{\rho} + \rho' \end{aligned} \quad (2.3)$$

g) Se toma una línea cilíndrica de diámetro D cuyas paredes sean indiformables e isotermas.

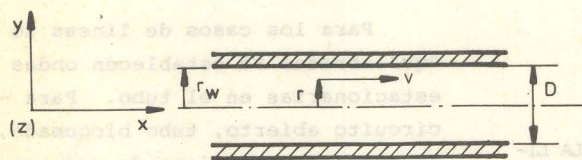


FIG. 2.1

con las hipótesis anteriores resulta que la velocidad en un punto de la línea de abscisa x , es en todo momento paralela al eje de forma que $v = v(x, r, t)$

2.2 ECUACIONES FUNDAMENTALES

Las ecuaciones de los fluidos que interesan en el presente estudio son:

1.º La Ecuación de Navier-Stokes. En coordenadas cilíndricas y con $\vec{v} = (v_r, v_\theta, v_z)$

$$\rho \left(\frac{\delta v}{\delta t} + v \frac{\delta v}{\delta x} \right) = - \frac{\delta p}{\delta x} + \mu \left(\frac{\delta^2 v}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta v}{\delta r} + \frac{\delta^2 v}{\delta x^2} \right) + \frac{\mu}{3} \cdot \frac{\delta^2 v}{\delta x^2} \quad (2.4)$$

2.º Ecuación de la continuidad

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.5)$$

que en el presente caso con las hipótesis de partida queda:

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \frac{\delta \rho v}{\delta x} = 0 \quad (2.6)$$

3.º Ecuación del gas perfecto

$$p^* = \rho R_g T \quad (2.7)$$

4.º Ecuación de la energía. En coordenadas cilíndricas y con las hipótesis de partida queda

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} + k \left[\frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} \left(r \cdot \frac{\delta T}{\delta r} \right) + \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \right] \quad (2.8)$$

En esta última ecuación se ha supuesto que T es independiente de la coordenada cilíndrica y que la función de disipación ϕ es despreciable. C_p es el calor específico del gas a presión constante.

2.3 DETERMINACION DE LA IMPEDANCIA SERIE

Se ha visto que

$$\frac{\delta P}{\delta X} = -Z \dot{m} = -(R+j\omega) \dot{m} \quad (2.9)$$

Definiendo (\dot{m}) el caudal másico como

$$\dot{m} = \int_A \rho v dA \quad (2.10)$$

siendo A la sección recta de la línea. Se busca ahora cual es el régimen medio al cual se superpone el régimen variable. Para ello se sustituye en la ecuación de Navies-Stokes (2.4) en forma de valor medio mas valor de perturbación e identificando en los miembros de las ecuaciones valores medios y valores fluctuantes y recordando que

$$\begin{aligned} \frac{\delta \bar{v}}{\delta x} &= 0 & \frac{\delta \bar{v}}{\delta t} &= 0 \\ -\frac{\delta \bar{p}}{\delta x} + \mu \left(\frac{\delta^2 \bar{v}}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta \bar{v}}{\delta r} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Asi se tiene pues para los valores medios

$$\frac{\delta^2 \bar{v}}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta \bar{v}}{\delta r} = \frac{1}{\mu} \frac{\delta \bar{p}}{\delta x} \quad (2.12)$$

cuya solución teniendo en cuenta condiciones en los límites, velocidad nula en la pared y velocidad finita en el centro la solución es

$$\bar{v} = -\frac{1}{4} \frac{\delta \bar{p}}{\delta x} \left[\left(\frac{D}{2} \right)^2 - r^2 \right] \quad (2.13)$$

Y teniendo en cuenta (2.9) y (2.10). Resulta que la impedancia serie, que para valores medios representaremos por R' , que corresponde a la perdida de carga es

$$R' = \frac{\frac{\delta \bar{p}}{\delta x}}{\dot{m}} = \frac{8 \pi \nu}{A^2} \quad (2.14)$$

Si se vuelve a la ecuación de Navin-Stokes para valores fluctuantes tenemos

$$(\bar{\rho} + \rho') \left[\frac{\delta v'}{\delta t} + (\bar{v} + v') \frac{\delta v'}{\delta x} \right] = -\frac{\delta p'}{\delta x} + \left[\frac{\delta^2 v'}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta v'}{\delta r} + \frac{4}{3} \frac{\delta^2 v'}{\delta x^2} \right] \mu \quad (2.15)$$

y la ecuación de la continuidad (2.6) para valores fluctuantes teniendo en cuenta las condiciones de contorno $V=0$ para $r=D/2 = r_w$ (velocidad nula en la pared) La distribución de velocidades vendrá expresada por

$$v=v(r,\omega) = \frac{1}{j\omega \bar{\rho}} \left[\frac{J_0(r \sqrt{\omega/\nu}) j^{3/2}}{J_0(D/2 \sqrt{\omega/\nu}) j^{3/2}} - 1 \right] \frac{\delta \Delta p}{\delta x} \quad (2.16)$$

y teniendo en cuenta (2.9) y (2.10) resulta

$$Z' = \frac{-\delta \Delta p}{\delta x} \frac{1}{\dot{m}} = \frac{j\omega}{A} \left[1 - \frac{2J_1\left(\frac{D}{2} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} j^{3/2}\right)}{\frac{D}{2} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} j^{3/2} J_0\left(\frac{D}{2} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} j^{3/2}\right)} \right] \quad (2.17)$$

llamando ω_v pulsación característica viscosa a

$$\omega_v = \frac{8 \pi \nu}{A} \quad (2.18) \quad Z_v = \sqrt{\frac{\omega}{\omega_v}} 8 \pi j^3 \quad (2.19) \quad \omega_v = \frac{R'}{L'a} \quad (2.20)$$

siendo

$$L'a = \frac{1}{A} \quad (2.21) \quad \text{La inercia adiabatica, entonces queda}$$

$$Z' = j\omega L'a \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right) \right]^{-1} \quad (2.22)$$

siendo

$$J \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right) = \frac{2 J_1(Z_v)}{Z_v J_0(Z_v)} \quad (2.23)$$

Separando parte real y parte imaginaria resulta:

$$Z' = R'e + j\omega L'e \quad (2.24), \quad \text{con} \quad \frac{Z'}{R'e} = \frac{j\omega L'e}{R'e} \left[1 - J \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right) \right]^{-1} \quad (2.25)$$

o bien

$$\frac{Z'}{R'e} = \frac{R'e}{R'e} + j \frac{\omega L'e}{\omega_v L'a} \quad (2.26)$$

Resulta

$$\frac{R'e}{R'e} = \mathcal{R} \left\{ j \frac{\omega}{\omega_v} \left[1 - J \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right) \right]^{-1} \right\} \quad (2.27)$$

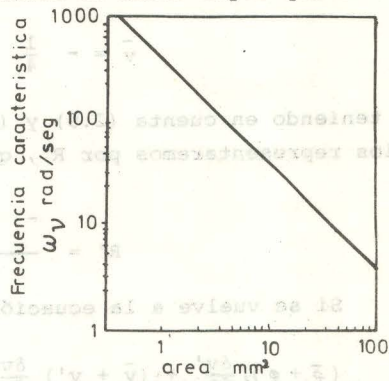
y

$$\frac{L'e}{L'a} = \mathcal{R} \left\{ \left[1 - J \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right) \right]^{-1} \right\} \quad (2.28)$$

Así se obtiene la expresión de la impedancia serie, expresión que será posible de explicitar numéricamente.

La frecuencia característica ω_v , es la frecuencia a la cual la parte inercial y la parte resistiva de la impedancia son iguales. Así, cuando la frecuencia es mucho menor que la frecuencia característica, la línea es resistiva y si la frecuencia es mucho mayor que la frecuencia característica la línea es inercial.

La figura 2.2 muestra la frecuencia característica en función de la sección para una línea circular.



2.4 DETERMINACIÓN DE LA ADMITANCIA PARALELO

Se ha visto que

$$\frac{\delta \dot{m}}{\delta x} = -Y' p = -(G'e + j\omega C'e) p \quad (2.29)$$

FIG. 2.2 FRECUENCIA CARACTERÍSTICA DE LÍNEA DE TRANSMISIÓN CIRCULAR.

A partir de la ecuación de la continuidad (2.5) de la ecuación del gas perfecto (2.7) y de la ecuación de la energía (2.8) y con las hipótesis supuestas, procediendo se forma una ecuación parecida al capítulo anterior se tiene que la admitancia es:

$$Y' = - \frac{\delta \dot{m}}{\delta x} = j \frac{\omega A}{\gamma p^*} \left[1 + (\gamma - 1) \left(\frac{\omega}{\omega_T} \right) \right] \quad (2.30)$$

con

$$\omega_T = \frac{8\pi v_T}{A} \quad v_T = \frac{K}{\rho C_p} = \frac{v}{Pr} \quad Z_T = \sqrt{\frac{\omega}{\omega_T} 8 j^3} \quad (2.31)$$

$$j \left(\frac{\omega}{\omega_T} \right) = \frac{2 J_1(Z_T)}{Z_T J_0(Z_T)}$$

Si se introduce

$$C'a = \frac{A}{\gamma p^* / \rho} = \frac{A}{Ca^2} \quad (2.32)$$

C'a, capacidad de la línea por unidad de longitud, queda

$$Y' = j\omega C'a \left[1 + (\gamma - 1) J \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right) \right] \quad (2.33)$$

que descomponiendo en parte real e imaginaria $Y' = j\omega C'e + G'e$ (2.34)

que se puede poner en la forma $\frac{Y'}{\omega v C'a} = j \cdot \frac{\omega}{\omega v} [1 + (\gamma - 1) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)]$ (2.35)

y descomponiendola queda $\frac{G'e}{\omega v C'a} = \Re \left\{ j \frac{\omega}{\omega v} [1 + (\gamma - 1) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)] \right\}$ (2.36)

$\frac{C'e}{C'a} = \Re \left\{ [1 + (\gamma - 1) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)] \right\}$ (2.37)

2.5 FACTOR DE PROPAGACION E IMPEDANCIA CARACTERISTICA

Recordando que $\Gamma = Z'Y'$ factor de propagación y que $Z_c = \frac{Z'}{Y'}$ impedancia característica resulta

$$\Gamma = j\omega \sqrt{L'a C'a} \left\{ \frac{1 + (\gamma - 1) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega v}\right)} \right\}^{1/2} \quad (2.38)$$

$$Z_c = \frac{L'a}{C'a} \left\{ \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega v}\right)\right] \left[1 + (\gamma - 1) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)\right]} \right\}^{1/2} \quad (2.39)$$

llamando $\Gamma'a = j\omega \sqrt{L'a C'a}$ y $Z'ca = \sqrt{\frac{L'a}{C'a}}$ (2.40)

entonces

$$\frac{\Gamma}{\Gamma'a} = \left\{ \frac{1 + (\gamma - 1) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega v}\right)} \right\}^{1/2} \quad (2.41)$$

$$\frac{Z_c}{Z'ca} = \left\{ \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega v}\right)\right] \left[1 + (\gamma - 1) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)\right]} \right\}^{1/2} \quad (2.42)$$

III.- INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA DEL FLUIDO EN LAS CARACTERISTICAS DE LA LINEA

3.1 Variación de las características físicas del aire con la temperatura

Como se ha indicado en la ecuación 2.7 la presión y la temperatura de un gas perfecto vienen ligadas por la ecuación $P^* = \rho R_g T$. En condiciones normales $T_0 = 0^\circ C$ y $P_0 = 1013,25$ mbar la ecuación se expresa $P_0^* = \rho_0 R_g T_0$. Dividiendo miembro a miembro ambas ecuaciones se tiene $\rho(T) = \rho_0 \frac{P^*}{P_0} \cdot \frac{T_0}{T}$. La viscosidad dinámica en función de la temperatura, según Sutherland se expresa por $\mu = \frac{K \cdot \sqrt{T}}{1 + \frac{C}{T}}$ (3.2)

siendo $K = 149,10^{-7}$, $T =$ Temperatura absoluta y la viscosidad se expresa en $\text{pois} = \text{g s}^{-1} \text{cm}^{-1}$.

La viscosidad en condiciones normales $\mu_0 + \frac{K\sqrt{T_0}}{1 + \frac{C}{T_0}}$. Dividiendo miembro a miembro se tiene $\mu(T) = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + C}{T + C}$ (3.3). Para variaciones de temperatura de 0 a $100^\circ C$, se puede expresar, con un error menor de 1% por $\mu(T) = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/4}$ (3.4). La viscosidad cinemática es $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ (3.5) luego combinando las ecuaciones (3.1) y (3.4) se obtiene $\nu(T) = \nu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{7/4}$ (3.6).

El exponente adiabático γ , se puede expresar en función de la relación de calores específicos a presión constante y a volumen constante. Para el aire la variación para un cambio de temperatura de 0 a $100^\circ C$ es de 0,3% luego puede suponerse constante.

La velocidad del sonido en un medio libre es $C_a = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$ (3.7). Si se supone la transformación, o fenómenos de propagación adiabática resulta $C_a = \sqrt{\gamma \frac{P^*}{\rho}}$ (3.8). Teniendo en cuenta la ecuación (3.1) resulta $C_a(T) = C_{a0} \sqrt{\frac{T}{T_0}}$ (3.9), habiendo hecho $C_{a0} = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0}}$ (3.10).

Las variaciones de ρ , μ , ν y C_a en función de la temperatura se pueden observar en la

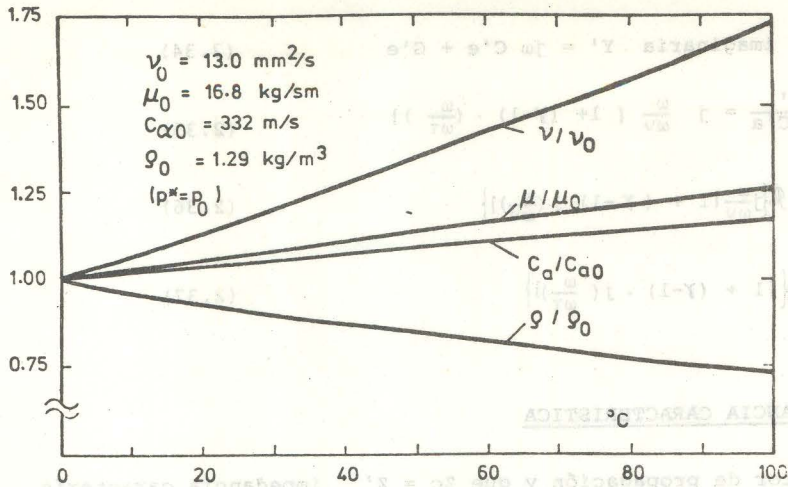


FIG. 3.1 VARIACION DE LAS CARACTERISTICAS DEL AIRE CON LA TEMPERATURA.

Para un tubo como el de la figura 3.2 de longitud l $R_L = \frac{8 \pi \nu}{A^2} l$ (3.11)

Se recuerda que se había hecho la hipótesis de régimen laminar. Si el régimen esturbulento la resistencia según Blasius es $(23000 < Re < 10^5)$

$$R_t = \frac{0,3164}{\sqrt{Re}} \frac{1}{d_H^2 \rho A^2} \quad (3.12)$$

con $Re = \frac{\pi}{4} \frac{\dot{m}}{d_H \mu}$ n° de Reynolds.

Refiriendo ambas resistencias a la que había a 0°C. Se tiene $R_L(T) = R_{L0} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{7/4}$
 (3.13) Y $R_t(T) = R_{t0} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{19/16}$ (3.14).

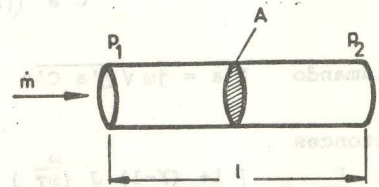


FIG. 3.2 FORMA DEL CONDUCTO

3.3 Variación de la resistencia, inercia y capacidad de la línea con la temperatura con señal variable.

De la ecuación 2.27, tomando R'_0 la resistencia $R' = \frac{8 \pi \nu}{A^2}$ a 0°C se deduce

$$\frac{R'_e}{R'_0} = \mathcal{L} \left\{ j \frac{\omega}{\omega_v} \left[1 - J \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right) \right]^{-1} \right\} \quad (3.15) \quad \text{De la misma forma} \quad \frac{L'_e}{L'_0} = \mathcal{L} \left\{ \left[1 - J \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right) \right]^{-1} \right\} \quad (3.16) \quad \text{y para}$$

la capacidad resulta $\frac{C'_e}{C'_{a0}} = \mathcal{L} \left\{ 1 + (\gamma - 1) J \left(\frac{\omega}{\omega_T} \right) \right\}$ (3.17), como se sabe la capacidad adiabática es $C'_a = \frac{A}{c_a^2}$ (2.72).

La variación de C'_a con la temperatura $C'_a(T) = C'_{a0} \frac{T_0}{T}$ (3.18)

se pueden observar la variación de estas magnitudes con la temperatura, en las figuras 3.3, 3.4 y 3.5

3.4 Variación de la impedancia característica y factor de propagación con la temperatura.

De las ecuaciones (2.41) y (2.42) tomando los valores de referencia de la impedancia característica y del factor de propagación Z'_{ca} y T'_a , respectivamente, los valores a 0°C, es decir, Z'_{ca0} Γ_{a0} resulta

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_{a0}} = \left[\frac{1 + (\gamma - 1) J \left(\frac{\omega}{\omega_T} \right)}{1 - J \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right)} \right] \quad (3.19) \quad \frac{Z'_{c0}}{Z'_{c0}} = \left\{ \frac{1}{\left[1 - J \left(\frac{\omega}{\omega_v} \right) \right] \left[1 + (\gamma - 1) J \left(\frac{\omega}{\omega_T} \right) \right]} \right\} \quad (3.20)$$

y teniendo en cuenta que $\Gamma = \alpha + j\beta$ en las figuras 3.6 y 3.7 se puede observar la variación de la impedancia característica con la temperatura. Y en las figuras 3.8 y 3.9 las

variaciones del producto $\alpha \lambda$ (constante de atenuación por longitud de onda) y velocidad de propagación de onda con la temperatura.

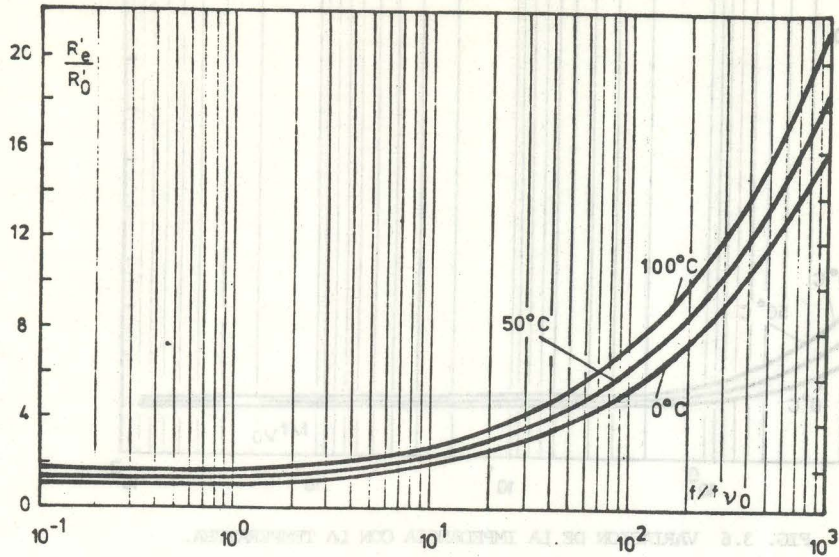


FIG. 3.3 VARIACION DE LA RESISTENCIA CON LA TEMPERATURA.

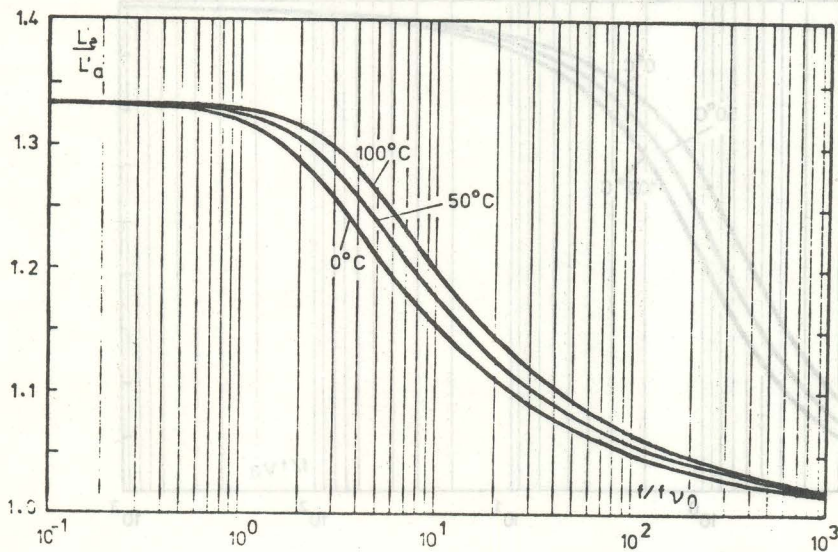


FIG. 3.4 VARIACION DE LA INERTANCIA CON LA TEMPERATURA.

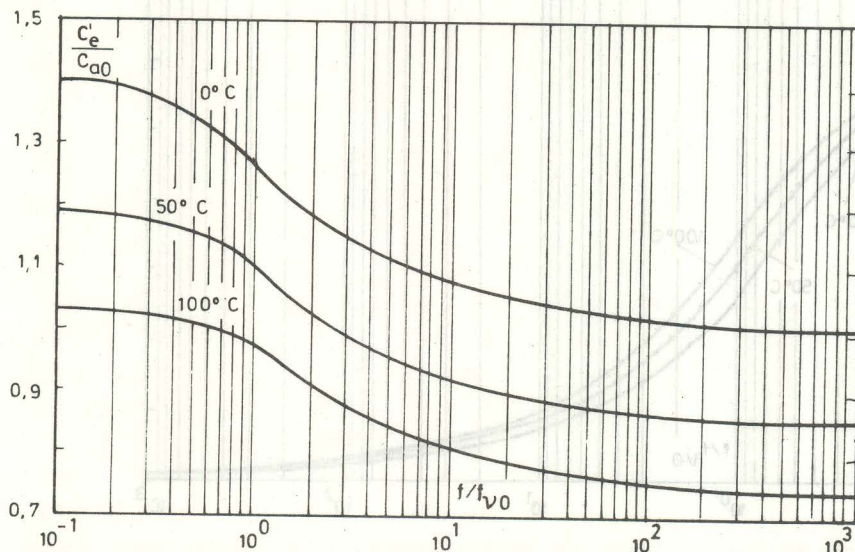


FIG. 3.5 VARIACION DE LA CAPACIDAD CON LA TEMPERATURA.

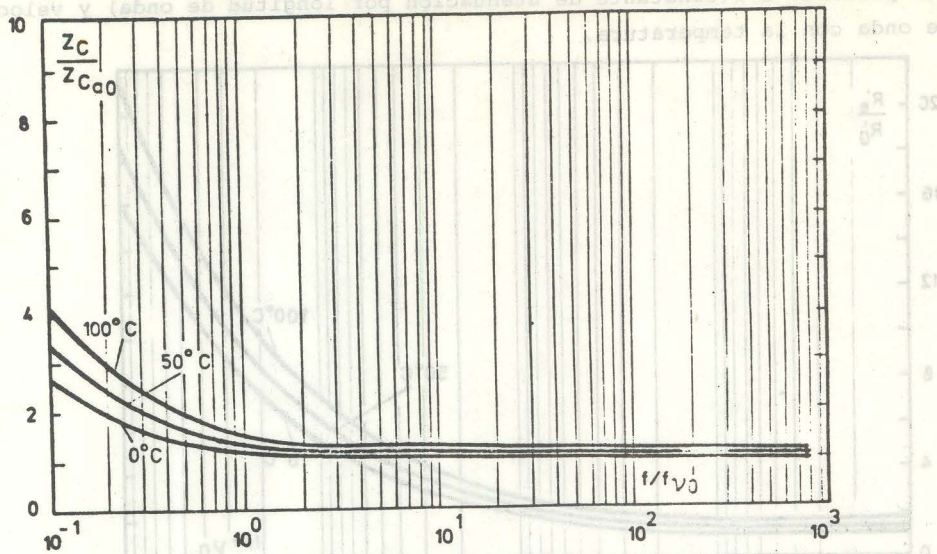


FIG. 3.6 VARIACION DE LA IMPEDANCIA CON LA TEMPERATURA.

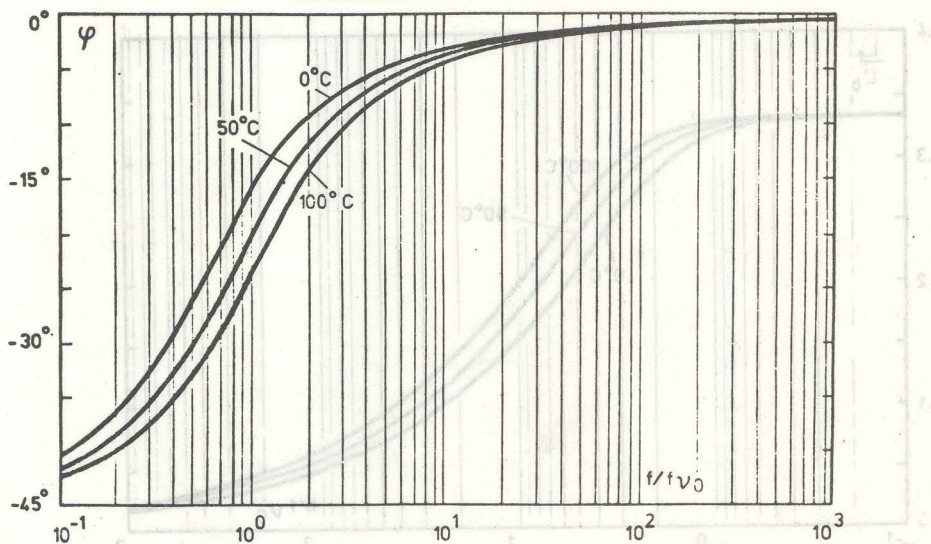


FIG. 3.7 VARIACION DE LA FASE CON LA TEMPERATURA.

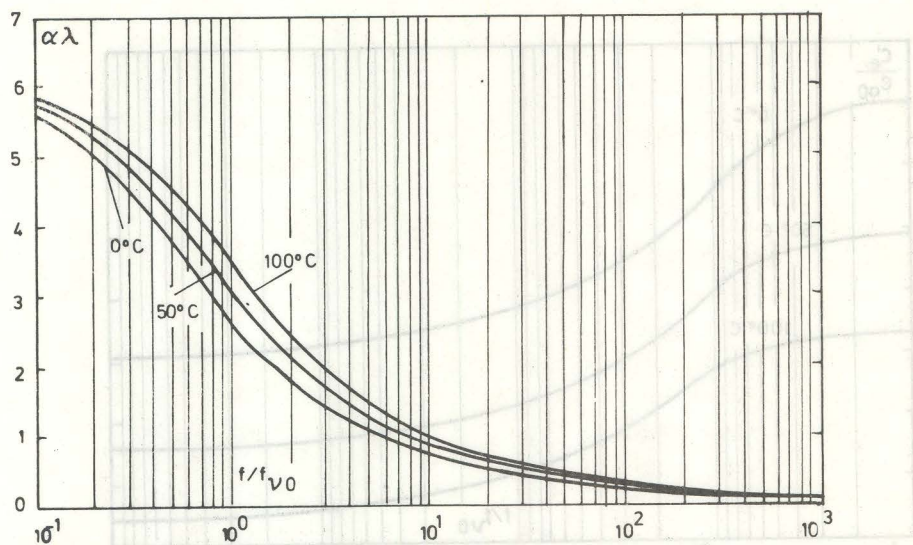


FIG. 3.8

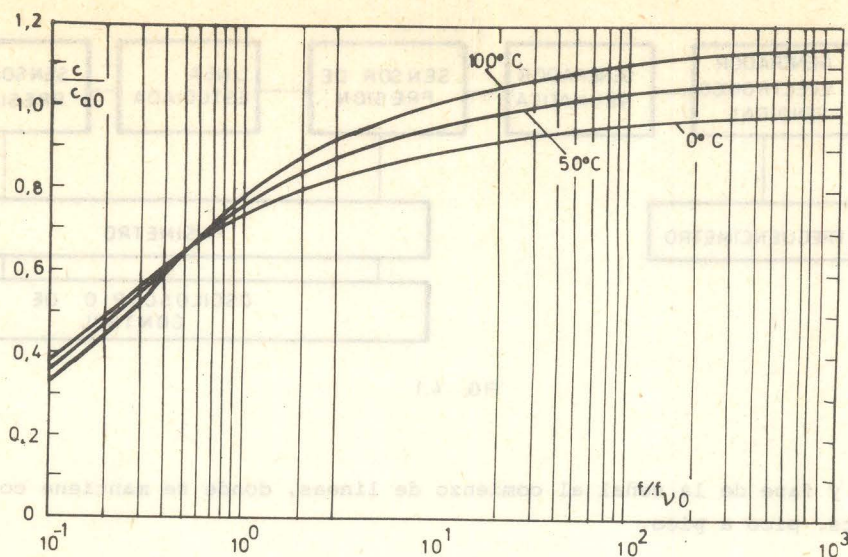


FIG. 3.9 VARIACION DE LA VELOCIDAD DEL SONIDO CON LA TEMPERATURA

4. TECNICAS Y RESULTADOS DE EXPERIMENTACION

4.1 Introducción

Después de haber realizado el análisis teórico del funcionamiento de una línea circular se va examinar el comportamiento real de éste elemento. Este capítulo se dedicará a la descripción de las técnicas experimentales empleadas y a que dada su gran importancia, deben ser expuestas con detalle.

En efecto, esto es debido a las dificultades de realizar las medidas en los fenómenos estudiados. Si se compara la longitud de onda en fluidica y en electrónica, teniendo en cuenta las velocidades de propagación del sonido y de las ondas electromagnéticas se concluye que en neumática a una frecuencia de 500 Hz, le corresponderían en electrónica 500 μ Hz. Se está pues en el dominio de las hiperfrecuencias, por lo tanto a estas frecuencias las medidas son muy delicadas y las impedancias parásitas tienen gran importancia.

4.2 Técnicas y montajes experimentales

Se trata de emitir una señal, de características conocidas en el extremo de una línea y examinar lo que ocurre en el otro extremo al variar la temperatura. Para ello se dispone del siguiente material:

- Un generador de señales fluidicas.
- Dos transductores de presión con sus correspondientes elementos de amplificación y registro de señales.
- Diferentes líneas.
- Diversas impedancias de salida.
- Un baño de temperatura regulada.

En el montaje experimental la distribución de los diferentes componentes del montaje está indicado en la figura 4.1 las líneas están constituidas por tubo de cobre de diámetro interior 4 mm. y espesor de 1 mm.

4.3 Resultados experimentales.

Se ha determinado la amplitud y la fase de la señal al final de línea en relación con

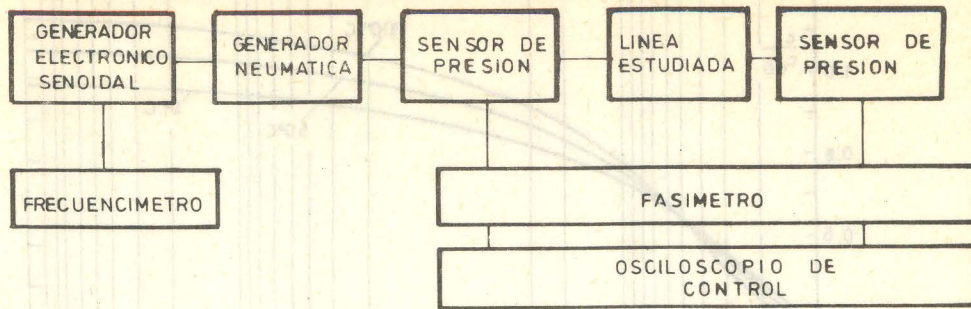


FIG. 4.1

la amplitud y fase de la señal al comienzo de líneas, donde se mantiene constante la amplitud 10 mts. pico a pico.

Estos resultados se muestran para distintas temperaturas, longitudes de línea y diversos caudales en las figuras 4.2 a la 4.7 inclusive.

La presión media de la línea es nula para el caso sin caudal y de 100 mbar para los ensayos con caudal no nulo.

En ellas se observan las resonancias de la línea y el decaimiento de estos picos de resonancia con la temperatura.

Los ensayos con caudal nulo presentan como es lógico menos atenuación en estos picos de resonancia.

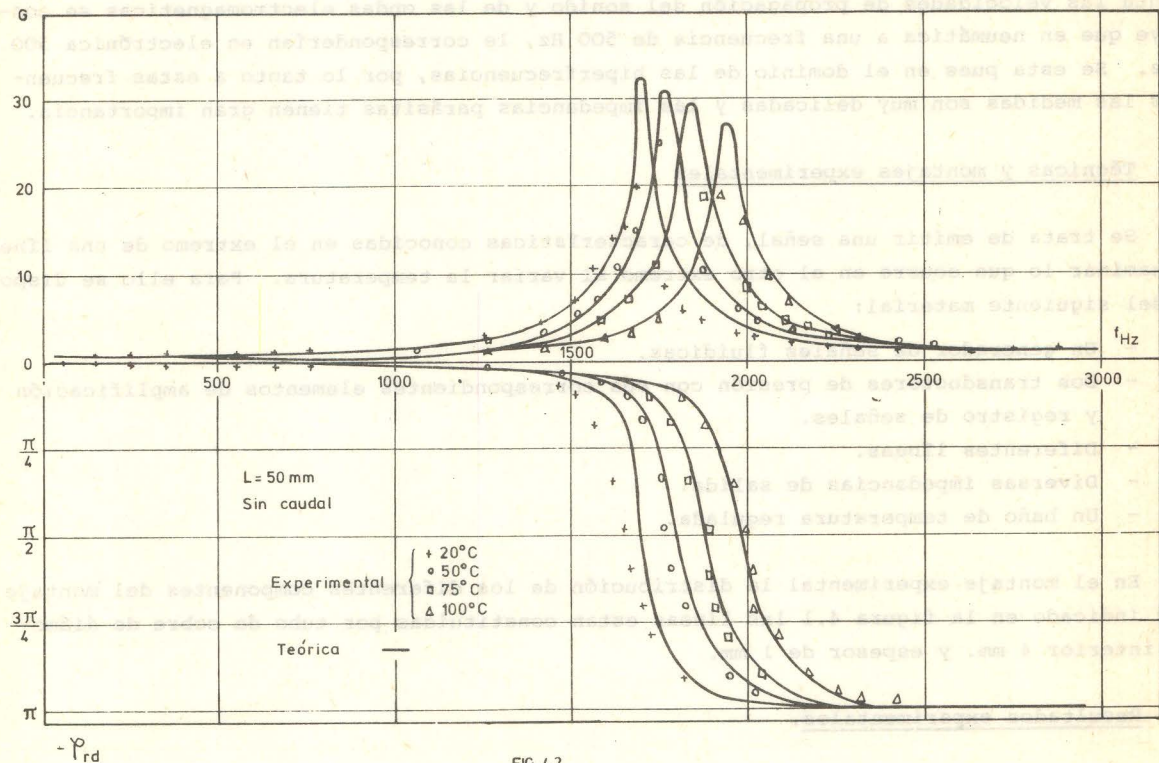
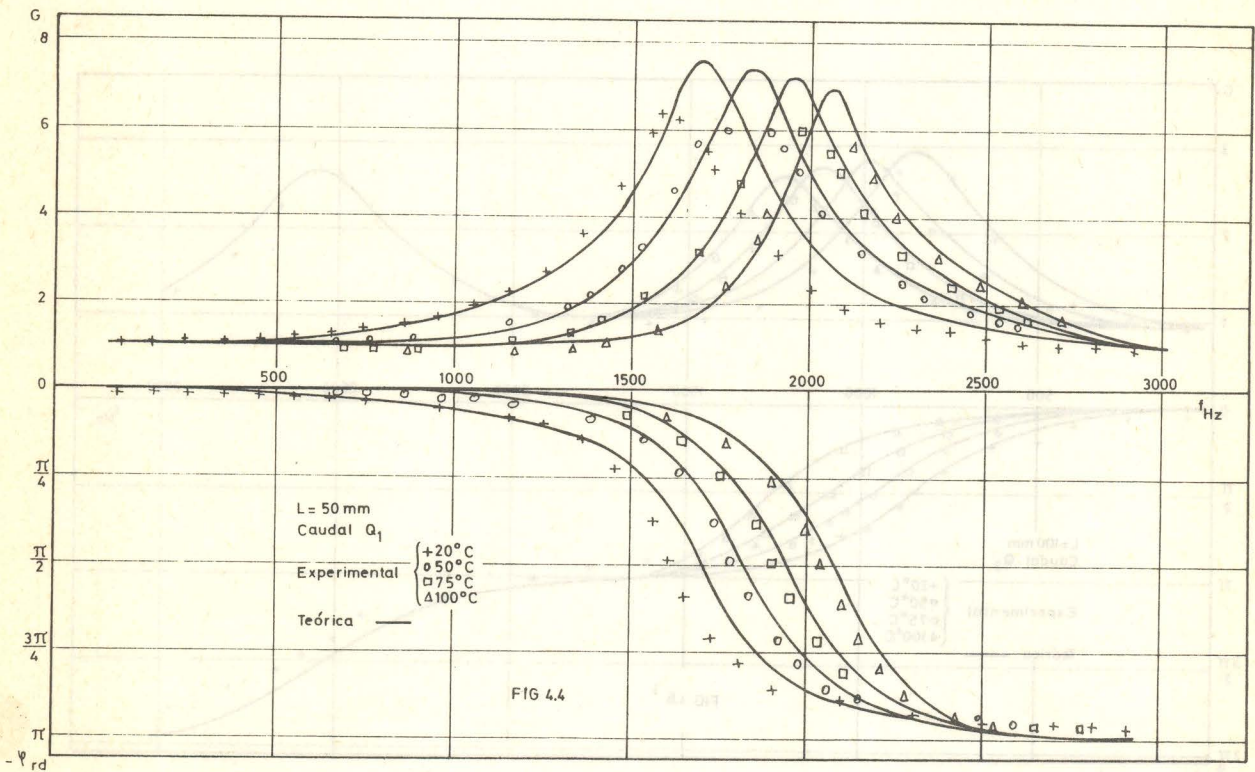
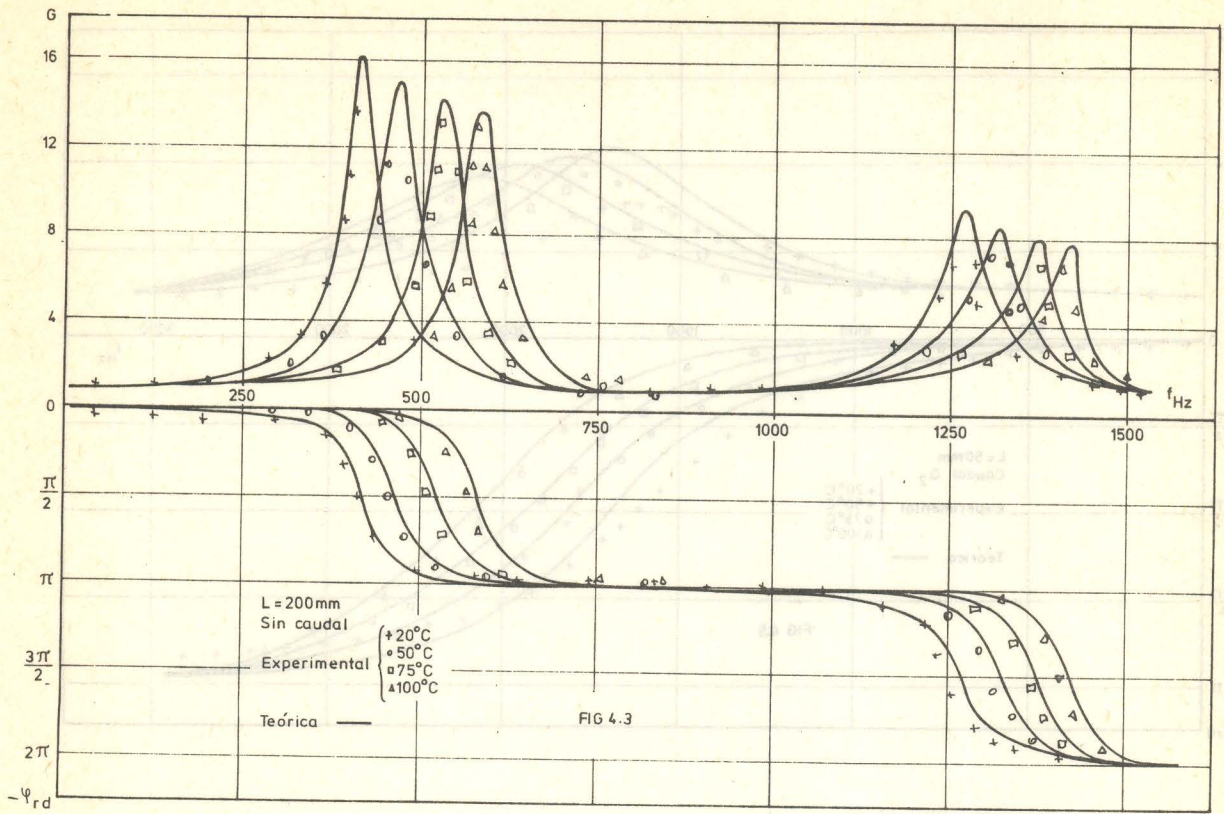
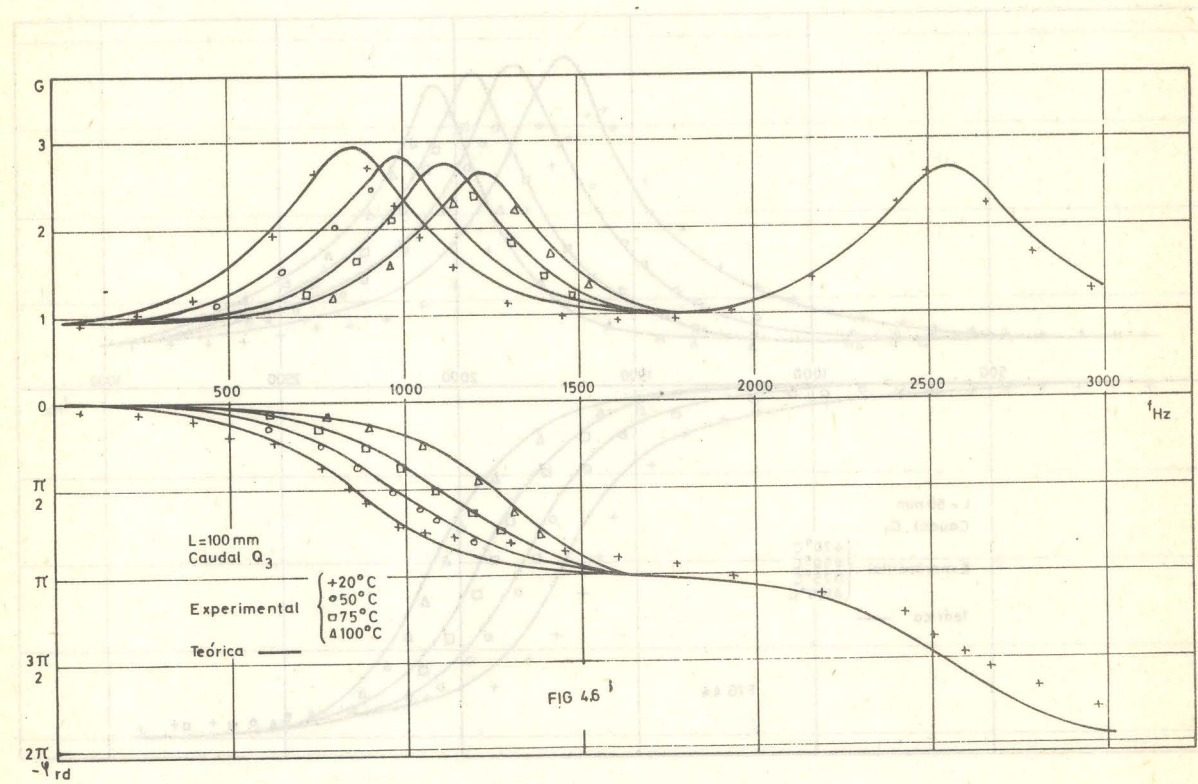
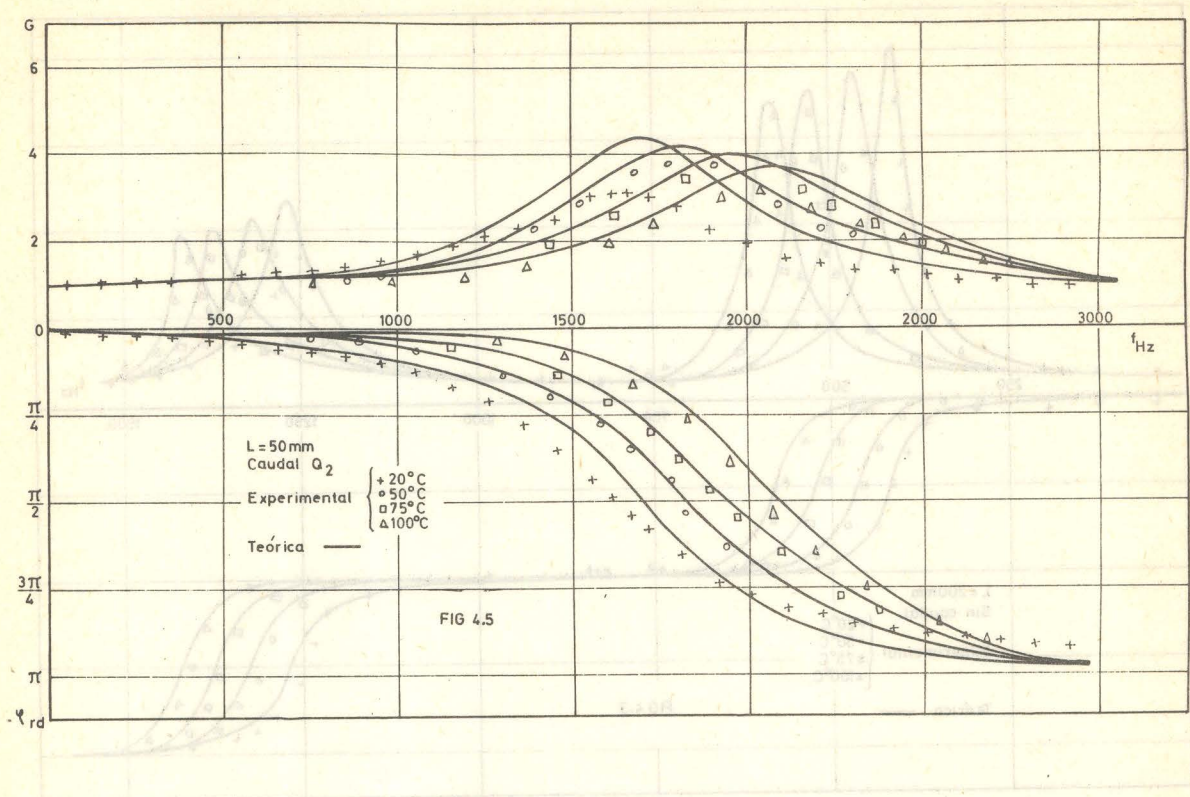


FIG 4.2





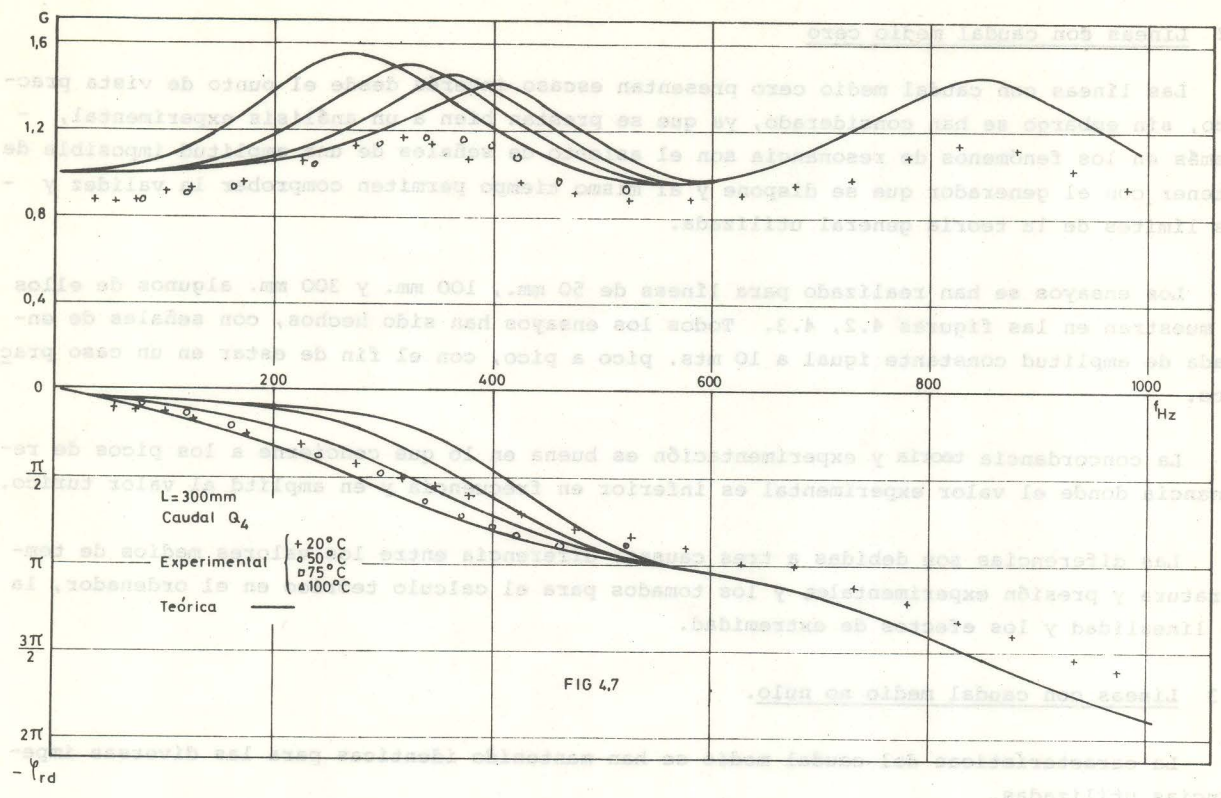


FIG 4.7

5. COMPARACION DE RESULTADOS TEORICOS Y EXPERIMENTALES

5.1 Introducción

A partir de los resultados teoricos obtenidos precedentemente se ha efectuado el calculo numérico correspondiente a las diversas experiencias realizadas. Para ello se ha dispuesto de un calculador H.P. Modelo 2116 C.

Se ha tomado como condiciones medias una temperatura de 20°C, presión atmosferica de 760 mm. Hg. y los valores de μ , ν del aire correspondientes a estas condiciones.

Se dispone de las ecuaciones

$$\begin{bmatrix} P_e \\ \dot{m}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CH \Gamma l & Z_c Sh \Gamma l \\ Y_c Sh \Gamma l & Ch \Gamma l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_s \\ \dot{m}_s \end{bmatrix}$$

Si se introduce la impedancia de carga como $P_s = Z \cdot \dot{m}_s$ (5.1)

se obtiene

$$P_e = P_s \left[Ch \Gamma l + \frac{Z_c}{Z} Sh \Gamma l \right] \quad (5.2)$$

de donde la relación de presiones es $\frac{P_s}{P_e} = \frac{1}{Ch \Gamma l + \frac{Z_c}{Z} Sh \Gamma l}$ (5.3)

Se ha tomado para Z un valor resistivo dado por la pendiente de la característica estática P_s función del caudal masico \dot{m}_s en un punto de funcionamiento medio $P_e = 100$ mts.

La ecuación (5.3) es una expresión compleja y a partir de ella se han trazado las curvas de ganancia G y fase de cada linea correspondientes a las distintas impedancias y tem-

peraturas ensayados (20°C, 50°C, 75°C, 100°C).

5.2 Lineas con caudal medio cero

Las líneas con caudal medio cero presentan escaso interés desde el punto de vista práctico, sin embargo se han considerado, ya que se prestan bien a un análisis experimental, - además en los fenómenos de resonancia son el asiento de señales de una amplitud imposible de obtener con el generador que se dispone y al mismo tiempo permiten comprobar la validez y - los límites de la teoría general utilizada.

Los ensayos se han realizado para líneas de 50 mm., 100 mm. y 300 mm. algunos de ellos se muestran en las figuras 4.2, 4.3. Todos los ensayos han sido hechos, con señales de entrada de amplitud constante igual a 10 mts. pico a pico, con el fin de estar en un caso práctico.

La concordancia teoría y experimentación es buena en lo que concierne a los picos de resonancia donde el valor experimental es inferior en frecuencia y en amplitud al valor teórico.

Las diferencias son debidas a tres causas; diferencia entre los valores medios de temperatura y presión experimentales, y los tomados para el calculo teórico en el ordenador, la no linealidad y los efectos de extremidad.

5.3 Lineas con caudal medio no nulo.

La características del caudal medio se han mantenido idénticas para las diversas impedancias utilizadas.

Para cada línea se ha fijado un punto de funcionamiento estático imponiendo una presión estática de salida de 100 mb. con relación a la presión atmosférica.

La impedancia de salida está constituida por un diafragma, que es la única carga que se puede considerar como resistiva pura, por consiguiente su comportamiento estático se ha supuesto idéntico a su comportamiento dinámico.

Se han utilizado los caudales medios de $Q_1 = 64$ mg/s, $Q_2 = 121$ mg/s, $Q_3 = 180$ mg/s, $Q_4 = 442$ mg/s que corresponde a los números de Rujnolds en la línea de 113, 232, 313, 780, para las impedancias Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 .

En las figuras 4.4, la 4.7 inclusive, se encuentran una muestra de los resultados, correspondientes a la línea de 50 mm., 100 mm., 200 mm., 300 mm., respectivamente.

Como se puede observar, los valores máximos decrecen a medida que decrecen las impedancias de salida.

Por otro lado la fase tiende hacia una función lineal de la frecuencia, cuando la impedancia de salida decrece.

La utilización de distintas impedancias de salida se ha hecho en el sentido de lograr una línea adaptada, es decir, con carga igual a la de su impedancia característica. En estas condiciones la fase vacía linealmente con la frecuencia. En la práctica ocurre para el caudal (Q_4). De todas formas presentan una ligera diferencia con la teoría.

Esta divergencia se debe a que la impedancia característica Z_c es una magnitud compleja y por lo tanto diferente de la impedancia resistiva Z_4 utilizada.

Aparecen aun dos causas mas de divergencias, igualmente que en el caso anterior que son:

La no linealidad en las condiciones de salida y el hecho de que el transductor de presión no esté situado exactamente en la extremidad de la línea.

En efecto el flujo medio está perturbado en una longitud igual a varios diámetros, como consecuencia de la restricción que supone la impedancia de salida.

Se efectúa la medida a 10 mm., de extremo, lo cual lleva consigo un error sistemático. Este error es pequeño para una línea de 300 mm. del orden 1,3% pero para una línea de 50 mm. es de 8%.

También se encuentra un desplazamiento de los máximos hacia las altas frecuencias, no predicho por la teoría, lo que representa una alargamiento ficticio de la línea.

En cuanto a las causas de la distorsión pueden ser dos: Primero la distorsión en el generador de señales, que se mantiene inferior al 10% hasta una frecuencia de 1.500 Hz. Segundo, la distorsión introducida por las no linealidades que existen en el sistema, para las caudales Q , Q_1 , Q_2 . Se mantiene inferior a un 8%. A medida que aumenta el caudal, valores Q_3 , Q_4 , la distorsión alcanza un 20%.

CONCLUSIONES

Se ha realizado un estudio clásico de líneas de transmisión, y entre varios modelos matemáticos para líneas fluidas de sección circular, se ha elegido el modelo de parámetros distribuidos como el más preciso.

Se ha realizado un estudio teórico de la influencia de la temperatura en las características de la línea, observando la variación de la resistencia, inercia, capacidad, impedancia característica y factor de propagación. Así mismo se encuentra la respuesta a una excitación senoidal de frecuencia variable de varias líneas, observando un desplazamiento de los picos de resonancia y por consiguiente de la característica de fase, al variar la temperatura.

Para la comprobación experimental de los resultados previstos, en todos los ensayos se ha mantenido constante la amplitud de la señal senoidal de entrada, en 10 mb pico a pico.

La concordancia es casi perfecta para líneas con caudal medio nulo.

En el caso de líneas con caudal medio no nulo, el acuerdo entre teoría y experimentación es bueno para caudales menores de 200 mg/s y señales de amplitud menor de 1 mb pico a pico.

Las discrepancias son debidas principalmente, a la existencia de una no-linealidad para señales de gran amplitud, a los efectos de extremidad, y a que la velocidad media del flujo no es despreciable frente a la velocidad de propagación de onda.

A la vista de los resultados obtenidos, se deduce su aplicación al diseño de transductores de temperatura fluidicos, basandose en la variación de cualquiera de las características antes apuntadas con la temperatura.

NOMENCLATURA

A	Superficie de la sección recta del conducto, m^2 .	p	Presión relativa, KN/m^2
c_a	Velocidad del sonido en un medio libre, m/s.	p^*	Presión absoluta, KN/m^2
c_{a_0}	Velocidad del sonido en un medio libre en condiciones normales.	P_0	Presión atmosférica.
c	Velocidad de propagación de onda en el conducto, m/s.	\bar{p}	Presión media.
C'_e	Capacidad por unidad de longitud, s^{-2}	p'	Variaciones de la presión alrededor de su valor medio.
C'_a	Capacidad adiabática por unidad de longitud, s^{-2} .	Pr	Número de Prandtl.
C'_{a_0}	Capacidad adiabática por unidad de longitud en condiciones normales, s^{-2}	q	Caudal en volumen, m^3/s .
C_p	Calor específico a presión constante, J/Kg. $^{\circ}K$.	r	Dimensión radial.
C_v	Calor específico a volumen constante, J/Kg. $^{\circ}K$.	r_w	Radio de la línea o conducto.
D	Diámetro del conducto, m.	r_h	Radio hidráulico.
E	Tensión eléctrica, V.	R'_L	Resistencia en régimen laminar, por unidad de longitud, $m^{-1} s^{-1}$
E_e	Tensión eléctrica de entrada.	R'_e	Resistencia por unidad de longitud, m^{-1}, s^{-1} .
E_s	Tensión eléctrica de salida.	R'_t	Resistencia por unidad de longitud en régimen turbulento.
f_v	Frecuencia característica viscosa, Hz.	R_g	Constante de los gases, $m^2/s^2 \cdot ^{\circ}K$.
G'_e	Conductancia por unidad de longitud, $m^4/KN.s$.		Número de Reynolds.
H	Entalpía.	s	Operador de Laplace.
I	Intensidad de corriente eléctrica, A	t	Tiempo, s.
I_e	Intensidad de corriente eléctrica de entrada.	T	Temperatura absoluta, $^{\circ}K$.
I_s	Intensidad de corriente eléctrica de salida.	\bar{T}	Valor medio de temperatura.
j	Unidad imaginaria.	T'	Variaciones de temperatura alrededor de su valor medio.
J_0	Función de Bessel de primer clase y orden cero.	\bar{v}	Valor medio de velocidad del fluido, m/s.
J_1	Función de Bessel de primera clase y primer orden.	v	Velocidad del fluido, m/s.
K	Conductividad térmica, J/m.s. $^{\circ}K$.	v'	Variaciones de la velocidad alrededor de su valor medio.
l	Longitud de la línea, m.	x.y.z	Coordenadas cartesianas.
ζ'_e	Inertancia por unidad de longitud, m^{-2}	x	Dimensión axial.
ζ'_{a_0}	Inertancia por unidad de longitud adiabática en condiciones normales.	Y,z	Dimensiones transversales.
\dot{m}	Caudal másico, Kg/s.	Y	Admitancia por unidad de longitud.
\bar{m}	Caudal másico medio.	Yc	Admitancia característica.
\dot{m}_e	Caudal másico de entrada.	Y_{C_a}	Admitancia característica adiabática.
\dot{m}_s	Caudal másico de salida.	Z	Impedancia por unidad de longitud.
		Z_c	Impedancia característica.
		Z_{C_a}	Impedancia característica adiabática.
		Z_e	Impedancia de entrada.
		$Z_{e_{cc}}$	Impedancia de entrada en cortacircuito.
		Z_{e_0}	Impedancia de entrada en vacío.

Z_L	Impedancia de carga.	ρ_0	Densidad en condiciones normales.
Z_S	Impedancia de salida.	$\bar{\rho}$	Densidad media.
α	Constante de atenuación por unidad de longitud.	ρ'	Variaciones de la densidad alrededor de su valor medio.
β	Constante de fase por unidad de longitud.		Diferencia de fase entre señal de entrada y salida.
γ	Relación de calores específicos.	ϕ	Función de disipación.
Γ	Factor de propagación por unidad de longitud.	τ	Constante de tiempo.
μ	Viscosidad dinámica, Kg/m.s.	ω	Frecuencia angular.
ν	Viscosidad cinemática, m ² /s.	ω_v	Frecuencia angular característica viscosa.
ρ	Densidad. Kg/m ³		

BIBLIOGRAFIA

- FOSTER, K.; PARQUER, G.A.
"Fluidic Components and circuits"
WILEY INTERSCIENCE. 1.970
- KIRSHNER J.M.; KATZ, S.
"Design Theory of Fluidic Components"
ACADEMIE PRESS IN., 1.975
- LARA FERIA A.
"Contribución al estudio de líneas neumáticas: Influencia de la Temperatura del Fluido en las características de la línea". Tesis Doctoral - E.T.I.I.B.U.P, Barcelona, Marzo 1.978.
- MOLLE, R.
"Les Composants hydrauliques et pneumatiques de l'automatique". E. DUMOD 1.964