

AVANCES EN LA SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA PROPAGACIÓN DE OLEAJE EN ZONAS COSTERAS

David Modesto¹, Giorgio Giorgiani¹ y Antonio Huerta¹

¹Laboratori de Càlcul Numèric (LaCàN), Departament de Matemàtica aplicada III
e-mail: {david.modesto, giorgio.giorgiani, antonio.huerta}@upc.edu

Palabras Clave: Modelos reducidos, alto orden, métodos discontinuos, NEFEM, PML

Resumen: *Se presentan los últimos avances en la simulación numérica de la propagación de oleaje en zonas costeras. Las nuevas herramientas numéricas permiten obtener de manera precisa y eficiente las características de la ola en las zonas de interés. A partir de un modelo reducido es posible simular en tiempo real la propagación para cualquier oleaje predominante.*

1. INTRODUCCIÓN

La generación y propagación del oleaje desde las áreas *offshore* hasta las zonas costeras es hoy en día fuente tanto de investigación como de muchos y variados estudios ingenieriles. En multitud de aplicaciones, tales como el diseño de estructuras portuarias y sistemas de control, o análisis de operatividad y resonancia, es de vital importancia conocer las características del oleaje, usualmente la amplificación o la altura de ola, dentro de una zona de interés. Para caracterizar este oleaje, se plantea un modelo que toma los datos de periodo y dirección de ola predominantes y los propaga hacia la zona de interés.

Varias aplicaciones prácticas están asociadas a la caracterización de la agitación de la ola en el interior de los puertos. La propagación en estos casos se realiza en condiciones muy reflejantes que dominan el comportamiento del oleaje en las zonas de interés, típicamente aquellas donde la altura de ola tiene que ajustarse a la normativa vigente. El objetivo de estas aplicaciones pasa por los siguientes tres puntos:

- 1) Propagar el rango más amplio posible de oleajes predominantes.
- 2) Realizar estimaciones precisas de la altura de la ola para cada uno de los oleajes predominantes seleccionados.
- 3) Estimar la altura de ola en la zona de interés para aquellos oleajes predominantes que no se hayan considerado en la propagación.

Para este tipo de aplicaciones se registran muchísimos datos de oleajes predominantes, donde la simulación numérica de la propagación para cada uno de ellos es una tarea que puede demandar importantes cantidades de tiempo y recursos computacionales. En la práctica, por tanto, tan sólo se realizan las simulaciones para un pequeño número de oleajes predominantes, y se interpolan las condiciones de la ola en la zona de interés para aquellos oleajes no considerados en la propagación. Además del error inherente de interpolación, este tipo de simulaciones suelen presentar otros errores. Debido a las mallas de Elementos Finitos usadas, no consiguen reducir el error de dispersión de las olas en condiciones de reflexión dominante. El uso de contornos artificiales poco óptimos genera, además, reflexiones numéricas que contaminan la solución.

En esta ponencia se pretende enseñar el desarrollo de la tecnología numérica necesaria para dar una respuesta eficiente a estos problemas. Por un lado, el uso de modelos reducidos permite caracterizar la altura de ola en la zona de interés, para cualquier oleaje predominante, en tiempo real utilizando una cantidad ínfima de recursos computacionales. Por otro, las simulaciones de la propagación se realizan de manera mucho más precisa, haciendo uso de elementos grandes y de alto orden que capturan la geometría exacta, contornos artificiales óptimos y Elementos Finitos discontinuos que permiten adaptar el orden de la malla, refinándolo sólo donde sea necesario. El uso de algoritmos dedicados permite además realizar simulaciones en puertos muy grandes de manera muy eficiente, como el puerto de Barcelona, donde los detalles geométricos, la extensión del dominio y la reflexión dominante hacen necesarias mallas con varios millones de grados de libertad.

2. SIMULACIONES COMPETITIVAS: ALTO ORDEN, NEFEM & PML

El modelo de propagación de oleaje empleado es el modelo Mild-Slope, ampliamente utilizado en condiciones de reflexión dominante para la simulación de las características de la ola en el interior de puertos y otras estructuras reflejantes. Es un modelo lineal que consigue reproducir los efectos de reflexión, refracción y difracción del oleaje tanto en aguas profundas como en aguas someras. Matemáticamente, el modelo Mild-Slope está gobernado por una ecuación elíptica en dominio frecuencial. Para oleajes de alta frecuencia, la pérdida del carácter elíptico da lugar a dificultades en la resolución numérica debido a la naturaleza oscilatoria de la solución, lo cual lleva asociado un error de dispersión que produce que la longitud real de la ola no sea igual que la obtenida numéricamente.

2.1. Elementos Finitos de alto orden

En el entorno de estructuras altamente reflejantes, la dispersión numérica puede resultar en simulaciones muy poco precisas si no se utiliza una malla de cálculo que reproduzca la ola con suficiente exactitud. Los Elementos Finitos de alto orden presentan aquí claras ventajas respecto a los elementos de bajo orden: reducen el error de dispersión a igualdad de grados de libertad, aproximan mejor la solución y permiten utilizar algoritmos dedicados que resultan en sistemas con menos grados de libertad y, por tanto, más baratos computacionalmente de resolver.

2.2. Nurbs-Enhanced Finite Element Method (NEFEM)

Utilizando elementos de alto orden, un cálculo de Elementos Finitos eficiente resulta al emplear elementos de gran tamaño. Obviamente, la caracterización de la ola en la región interior de un puerto está altamente relacionada con la geometría establecida en el diseño, por lo que normalmente se utilizan elementos con un tamaño tan pequeño como la geometría necesite. Con NEFEM, un nuevo método numérico desarrollado en [1], es posible aumentar el tamaño del elemento capturando exactamente la geometría del diseño. De esta manera, por ejemplo, se podría reducir el número de elementos necesarios en la simulación del oleaje en el puerto de Mataró cerca de un 45%.

2.3. Perfectly Matched Layer (PML)

La propagación de oleaje se realiza en dominios abiertos, donde se requiere un truncamiento con un contorno artificial que acote el dominio de resolución. Una fuente de

error asociada a la propagación es debida a la reflexión numérica del oleaje en este contorno artificial. El uso de una capa numérica absorbente (PML) que amortigua esta reflexión numérica se presenta como una herramienta óptima en simulaciones de oleaje.

3. MÉTODOS DISCONTINUOS DE ADAPTIVIDAD-P

En el marco de cálculos con Elementos Finitos de alto orden, otra línea de investigación que se está siguiendo es el desarrollo y la aplicación de métodos discontinuos. Concretamente, Compact Discontinuous Galerkin (CDG) e Hybridizable Discontinuous Galerkin (HDG). Estos métodos se basan en una aproximación discontinua de la solución elemento a elemento, donde la información pasa de un elemento a otro por medio de flujos numéricos. El uso de estos flujos numéricos genera una estabilización inherente de la solución, que reduce drásticamente el error de dispersión.

La aproximación discontinua abre el camino a una tecnología de adaptividad-p, véase por ejemplo [2]. Esta técnica permite modificar el orden de la aproximación en cada elemento según una estima del error *a posteriori*, aumentando el orden en aquellas áreas del dominio donde sea más necesario (típicamente las zonas de mayor reflexión) y disminuyéndolo fuera de ellas. Las mallas adaptadas que se obtienen con este método permiten realizar simulaciones de alta precisión en la altura de la ola, con cálculos rápidos y eficientes.

4. SIMULACIONES EN TIEMPO REAL A PARTIR DE MODELOS REDUCIDOS

Con las herramientas numéricas presentadas anteriormente se consigue, de manera eficiente y precisa, estimar la altura de la ola en las zonas de interés dado un oleaje predominante. Sin embargo, el objetivo último de toda aplicación pasa por caracterizar la altura de ola para el máximo número de oleajes predominantes posible (par frecuencia-dirección) que hayan sido registrados en las áreas de *offshore*. A la práctica resulta totalmente ineficiente simular todos los oleajes registrados, por lo que se suele recurrir a técnicas de interpolación directa de los resultados, cometiendo así un error difícilmente controlable.

La solución ideal a este problema es poder simular directamente, y en tiempo real, la propagación de cualquier par frecuencia-dirección con un modelo cuatridimensional (dos dimensiones espaciales, una frecuencial y otra direccional). La resolución numérica por Elementos Finitos de este modelo es computacionalmente imposible debido al altísimo número de grados de libertad en una malla de cuatro dimensiones.

La opción es construir un modelo reducido *a priori* a partir de una nueva técnica numérica conocida como Proper Generalized Decomposition (PGD), véase [3]. La idea es descomponer el modelo en una base reducida con un número de grados de libertad muy inferiores a los del modelo inicial. Una vez calculada la base se obtiene la propagación de cualquier oleaje que se desee de forma precisa, en tiempo real, y bajo una plataforma de cálculo limitada (PDAs, móviles,...).

REFERENCIAS

- [1] R. Sevilla, S. Fernández-Méndez and A. Huerta (2008): NURBS-enhanced finite element method (NEFEM).
- [2] J-F. Remacle, J. E. Flahert and M. S. Shepard (2003): An adaptive discontinuous Galerkin technique with an orthogonal basis applied to compressible flow problems.
- [3] A. Ammar, B. Mokdad, F. Chinesta and R. Keunings (2006): A new family of solvers for some classes of multidimensional partial differential equations encountered in kinetic theory modelling of complex fluids.