

Représentation de l'espace et habiletés spatiales

Les 28, 29 et 30 août 1991 avait lieu à l'Université du Québec à Montréal (UQAM) un colloque international sur la représentation spatiale. Ce colloque, financé par le Conseil de la Recherche en Sciences Humaines (CRSH), le Fonds pour la formation de chercheurs et l'aide à la recherche (FCAR) du Québec et le Programme d'aide financière aux chercheurs et aux créateurs de l'UQAM (PAFACC), faisait partie d'un programme de recherche développé ces dernières années au Centre Interdisciplinaire de Recherche sur l'Apprentissage et le Développement en Éducation (CIRADE), où plusieurs équipes de recherche s'intéressent aux questions relatives aux habiletés perceptives et représentatives de l'espace tridimensionnel (3D) et aux applications pédagogiques pouvant faciliter le développement de ces habiletés, dans l'enseignement de la géométrie en particulier, de même qu'en robotique éducative. Les numéros 18 et 19 de la revue *Topologie Structurale* constituent les Actes de cette rencontre.

Représentation et apprentissage

Les trois équipes organisatrices du Colloque, qui forment le programme de recherche sur le thème de la représentation spatiale, sont associées au CIRADE dans le domaine du développement de la pensée mathématique et scientifique. Avec d'autres équipes, elles s'intéressent à la construction par l'enfant de concepts et d'habiletés fondamentales en mathématiques et en sciences et à l'élaboration de systèmes de représentation significatifs et opérant en relation avec ces concepts.

Dans des perspectives intimement reliées au développement, et inspirée du courant constructiviste piagétien et d'une

analyse épistémologique du développement de la pensée, comme d'autres chercheurs (Denis [6], Galifret [9], Baracs et Pallascio [2], Ehrlich [7], Janvier [11]...), nous situons l'état de la question par rapport à la notion de représentation. Tous conviennent de l'importance de cette notion, et ceci dans un vaste secteur de la recherche psychologique actuelle et future et de la recherche didactique (Alsina [1], Fortuny [8], Mitchelmore [13], Bischof [3] et [4], Gutiérrez [10], Brousseau [5]), nous voulons tendre à dégager une théorie unitaire explicitant le rôle de la représentation dans l'apprentissage et le développement.

Nos trois équipes abordent la représentation dans le sens d'une organisation matérielle de nature symbolique (e.g. diagrammes, schémas, procédures...) qui renvoie à des réalités autres ou «modélise» des démarches ou des processus, d'une part, et d'autre part à une image mentale. D'un côté comme de l'autre, «la fonction principale de la représentation est de conceptualiser le réel pour agir efficacement». [15].

La représentation de l'espace

Jaynes [12] présente une démonstration convaincante de l'impossibilité de prendre conscience des choses que nous ne pouvons pas «spatialiser». Si on nous demande de penser au 20^e siècle, nous aurons tendance à extraire certains événements, probablement «de gauche à droite», comme sur la droite des réels, ceux du passé à gauche, l'origine représentant le moment présent, et le futur à droite! Or le temps n'a rien à voir avec la gauche et la droite! En effet, nous ne pouvons pas penser au temps, sans s'en être construit une image spatiale. La

conscience est toujours une «spatialisation»: «*This spatialization is characteristic of all conscious thought*». ([12], p.60)

Pour Jaynes, en effet, la pensée consciente subjective est une analogie spatiale du monde réel, où les activités mentales sont les analogies d'actes physiques, ce qui explique la nécessité d'un recours à une imagerie spatiale. Comme le monde des mathématiques par rapport au monde des quantités, la conscience est cette invention d'un monde analogue, basé sur le langage, en parallèle du monde physique. «*It is our sense of space in a way that no other modality can even approach. And it is that spatical quality that is the very ground and fabric of consciousness.*» ([12], p. 269)

Or l'espace peut se caractériser de plusieurs points de vue: physique, social, géométrique, etc. Les trois équipes de recherche qui sont regroupées dans le programme de recherche sur la représentation spatiale, partagent des approches complémentaires. Alors que l'équipe Bélanger/La Palme se centre sur la représentation d'un espace géométrique procédural, où l'intériorisation quantitative d'un modèle spatial s'établit par l'analyse et la synthèse de ses propriétés en termes de rapports, de proportions, de mesures et de coordonnées, l'équipe Pallascio/Allaire/Mongeau s'intéresse à la perception et la représentation d'un espace géométrique structural, où l'intériorisation qualitative d'un modèle spatial se réalise par l'analyse et la synthèse de ses propriétés topologiques, projectives, affines et métriques, alors que l'équipe Janvier s'intéresse à l'espace social, où les problèmes de représentation sont approchés en rapport avec des pratiques sociales

d'individus appartenant à un groupe : dessinateurs, charpentiers... L'analyse résultante devient fonction des règles d'action caractérisées par les contextes propres à chaque profession, à chaque métier. Selon tous ces points de vue, « *la représentation spatiale est une action intériorisée et non pas simplement l'imagination d'un donné extérieur quelconque* ». [14]

Les trois projets s'articulent donc autour des préoccupations majeures suivantes, à savoir la recherche d'une meilleure connaissance de la pensée de l'apprenant par une analyse cognitive et épistémologique du développement des habiletés spatiales, l'élaboration de stratégies didactiques cherchant à favoriser la construction de connaissances, la recherche de l'apport de l'environnement dans le développement organisé des habiletés spatiales, la prise en compte d'obstacles épistémologiques dans ce développement, et à long terme, les conditions facilitant le développement d'une pensée subjective consciente.

Thèmes de discussion

Les questions débattues lors du colloque international sur la représentation spatiale, reflètent l'état de nos problématiques actuelles :

- (1) Les habiletés spatiales dans des environnements micro-spatiaux, méso-spatiaux et macro-spatiaux, sont-elles les mêmes ?
- (2) La représentation du mouvement implique-t-elle des habiletés spatiales différentes ?
- (3) Peut-on parler d'habiletés géométriques distinctement des habiletés spatiales ?

- (4) Quelle est la nature des relations entre l'espace et la géométrie ?
- (5) Les processus génératifs des figures 2D sont généralisables aux formes 3D. Qu'en est-il des processus psychocognitifs sous-jacents et des conséquences pour la didactique ?
- (6) Le développement des habiletés spatiales et l'apprentissage des mathématiques sont-ils interdépendants ? Que nous apprennent, à ce sujet, les niveaux de Van Hiele ?

Alors que les premiers textes (**Mariotti, Mesquita, Gutiérrez**) sont centrés sur diverses typologies reliées aux habiletés spatiales (niveaux, stades, conceptions...), les suivants (**Audibert, Janvier**) portent sur la représentation et la mesure de volumes (*Topologie structurale* #18). Viennent ensuite des contributions (**Rabardel, Bélanger et La Palme, Osta**) en relation avec diverses utilisations de l'ordinateur dans la perception et la représentation de l'espace 3D. Finalement, les derniers textes (**Baracs, Mongeau, Allaire et Pallascio**) sont orientés vers une exploitation de diverses propriétés géométriques dans la perception et la représentation de l'espace.

Remerciements

Nous voudrions profiter de l'occasion pour remercier nos collègues québécois, qui ont accepté de collaborer à l'organisation du colloque, soit comme membres du comité scientifique, Messieurs Janos J. Baracs de l'Université de Montréal, Claude Gaulin de l'Université Laval, et Claude Janvier, de l'UQAM, soit comme membres du comité du programme, Messieurs Maurice Bélanger et Jean-Baptiste

La Palme, de l'UQAM, et Pierre Mongeau de l'Université du Québec à Rimouski (UQAR), soit comme arbitres des communications proposées.

■ *Les éditeurs des Actes du Colloque international sur la représentation spatiale,*

Richard Pallascio, chercheur au CIRADE et responsable du colloque ;

Richard Allaire, professeur, département de mathématiques et d'informatique.

Bibliographie

Voir bibliographie en page 8.

Spatial Representation and Spatial Skills

From August 28 to 30, 1991, the *Université du Québec à Montréal* (UQAM) hosted an international symposium on spatial representation. The symposium, which was funded by the *Social Sciences and Humanities Research Council of Canada* (SSHRC), the Québec government's *Fonds pour la formation de chercheurs et l'aide à la recherche* (FCAR), and the *Programme d'aide financière aux chercheurs et aux créateurs* (PAFACC), was part of a research program developed over the past few years at the *Interdisciplinary Centre of Research in the Learning and Development in Education* (CIRADE). At the centre, several research teams are interested in subjects related with the perceptive and representative skills of the three-dimensional space (3D) and with the pedagogical applications that may develop these skills, particularly in the teaching of geometry, as well as in educative robotics. The issues #18 and #19 of *Structural Topology* are the proceedings of this meeting.

Representation and learning

The three symposium organizer teams, who form the research programme concerning the spatial representation, are associated in CIRADE in the field regarding the mathematical and scientific thought development. With other teams, they are interested in the child's construction of concepts and fundamental skills in mathematics and science, and in the elaboration of operative and significant representation systems linked to these concepts.

In perspectives closely linked to the development, and inspired from the Piagetian constructivist movement and

from an epistemological analysis of the thought development, like other researchers (as Denis [6], Galifret [9], Baracs and Pallascio [2], Ehrlich [7], Janvier [11]...), we place wherever the things stand in the matter with respect to the notion of representation. Being convinced of this notion's importance in a large area of the present and future psychological research, and in the didactical research (Alsina [1], Fortuny [8], Mitchelmore [13], Bischoff [3] and [4], Gutiérrez [10], Brousseau [5]), we wish to bring out a unitary theory making explicit the role of the representation in the learning and the development.

Our three research teams take up the representation in the meaning of a material organization of symbolic nature (e.g. diagrams, sketches, procedures...) that refers to certain realities or "modelizes" steps or processes on one hand, and refers to a mental image on the other hand. In both cases, "the main role of the representation is to conceptualize the real in order to act efficiently." [15]

The space representation

Jaynes [12] makes a convincing proof of the impossibility of becoming aware of something that we can not "spatialize". For example, if we have to think about the 20th century, we would bring out some events, probably "from left to right" as on the real numbers axis: the past events on the left side, the present moment at zero, and the future on the right side. However time has nothing to do with left and right! In fact, we can not think about time without making a spatial image of it. Consciousness is always a "spatialization": "This spatialization is characteristic of all

conscious thought." [12, p.60]

For Jaynes, the subjective conscious thought is a **spatial analogy of the real world**, where the mental activities are the analogies of physical acts, which explains the need of looking for a spatial imagery. As the mathematics world with respect to the world of quantities, consciousness is that invention of the analogous language-based world, in parallel to the physical world. "It is our sense of space in a way that no other modality can even approach. And it is that spatial quality that is the very ground and fabric of consciousness" [12, p.269]

Besides, space can be characterized from different points of view: physical, social, geometric, etc. The approaches of the three research teams, who work together in the present programme, are complementary. While Bélanger & La Palme research team focuses on the representation of a **procedural geometric space**, where the quantitative interiorization of a spatial model is done by analysis and synthesis of its properties in terms of ratio, proportion, measure and coordinates; the Pallascio, Allaire & Mongeau research team is interested in the perception and representation of a **structural geometric space**, where the qualitative interiorization of a spatial model is done by analysis and synthesis of its topological, projective, affine and metric properties; and the Janvier research team is interested in the **social space**, where the representation problems are approached with respect to professional groups of individuals in the society, such as: draughtsmen, carpenters, etc. The resulting analysis becomes function of the action rules characterized by the proper contexts of each profession and

trade. According to all these points of view, "the spatial representation is an interiorized action and not simply the imagination of some exterior element." [14].

These three projects hang together around the following major preoccupations: to look for a better knowledge of the learner's thought by a cognitivist and epistemological analysis of the spatial skills' development; to elaborate didactical strategies favouring the knowledge construction; to look for the environment's contribution to the organized development of the spatial skills; to consider the epistemological obstacles in this development, and in a long term, the conditions that would make easier the development of a conscious subjective thought.

Themes of discussion

The topics or issues, discussed during the International Symposium on Spatial Representation, reflect wherever stands the matter of our present preoccupations:

- (1) Spatial skills in micro-, meso- and macro-spaces, are they the same?
- (2) Does the representation of movement involves a variety of spatial skills?
- (3) Can we consider geometric skills as distinct from spatial skills?
- (4) What is the nature of the relations between space and geometry?
- (5) The generative process of 2-D figures are generalizable to 3-D shapes. What are the underlying psycho-cognitive processes and the implications for mathematics learning?
- (6) Is the development of spatial skills and the learning of mathematics interdependent? What is the Van Hiele levels contribution?

The first few texts (**Mariotti, Mesquita, Gutiérrez**) focus on various typologies of spatial skills (pertaining to level, stages of development, conceptions, etc.), while others (**Audibert, Janvier**) deal with the representation and measurement of three-dimensional figures (*Structural Topology* #18). Several articles (**Rabardel, Bélanger & La Palme, Osta**) deal with the various uses of computers in the perception and representation of three-dimensional space. The last few articles (**Baracs, Mongeau, Allaire & Pallascio**) explore the use of various geometric properties in spatial perception and representation (*Structural Topology* #19).

Acknowledgements

We would like to seize the opportunity in order to thank our Québécois colleagues who accepted to collaborate in organizing this symposium; as members of the scientific committee, Messrs. Janos J. Baracs from Université de Montréal, Claude Gaulin from Université de Laval, and Claude Janvier from UQAM; as members of the programme committee, Messrs. Maurice Bélanger, and Jean-Baptiste La Palme, from UQAM; and Mr. Pierre Mongeau from Université du Québec à Rimouski (UQAR); and as referees of the proposed papers.

■
The editors of the proceedings of the International Symposium on Spatial Representation,

Richard Pallascio, Acting Director of CIRADE, in charge of the symposium;

Richard Allaire, Professor, Department of mathematics and science computer.

Bibliography / Bibliographie

- [1] Alsina, C., Burgués, C. and J. Fortuny, 1987. *Invitación a la didáctica de la geometría*. Ed. Síntesis, 142 p.
- [2] Baracs, J. and R. Pallascio, 1981. "Le développement de la perception spatiale." *Les Actes de la 33^e rencontre du CIEAEM: Processus de géométrisation et de visualisation*. Pallanza, 37-49.
- [3] Bishop, A.J., 1979. "Visualising and mathematics in a pretechnological culture." In *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 10, 135-146.
- [4] Bishop, A.J., 1980. "Spatial abilities and mathematics education—a review." In *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 11, 257-269.
- [5] Brousseau, Guy, 1988. "L'enseignement de la géométrie." *Bulletin de l'AMQ*. Vol. XXVIII, no 3, 12-14
- [6] Denis, M., 1976. "La notion de représentation imagée: sa place dans les théories récentes de la représentation." In S. Ehrlich, E. Tulving: *La mémoire sémantique*. Bulletin de psychologie (numéro spécial), 125-130.
- [7] Ehrlich, S., 1985. "Les représentations." *Revue de Psychologie Française*. Articles (Vergnaud, Mounod, Richard, Leplat...) on representation, Tome 30-3/4, November 1985.
- [8] Fortuny, Josep M., 1988. *Avaluació de la jerarquia de les habilitats de percepció espacial estructural*. Ed. Bellaterra, 63 p. (Research Report)
- [9] Galifret, Granjon N., 1981. *Naissance et évolution de la représentation chez l'enfant*. PUF.
- [10] Gutiérrez, Angel and Adela Jaime, 1987. "Estudio de las características de los niveles de Van Hiele." In *Les Actes de PME-XI*, Montreal, vol. III, 131-137.
- [11] Janvier, Claude, 1986. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematic*. Lawrence Erlbaum Associates.
- [12] Jaynes, Julian, 1976. *The Origin of Consciousness in the Breakdown of the Bicameral Mind*. Univ. of Toronto Press, 467 p.
- [13] Mitchelmore, M.C., 1980. "Predictions of developmental stages in the representation of regular space figures." In *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 11, 83-93.
- [14] Piaget, J. and B. Inhelder, 1948. *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Ed. PUF, 576 p.
- [15] Vergnaud, Gérard, 1985. "Concepts et schémas dans une théorie opératoire de la représentation." In *Les représentations*, Revue Psychologie Française, Tome 30-3/4, 245-252.