LA DIGRESSION SUR L'ANGLE DE CONTACT DANS LE LIBRO DE ALGEBRA DE PEDRO NUÑEZ

François Loget
francois.loget@unilim.fr

1. – Introduction.

Au début du long développement qu'il consacre aux proportions dans son *Libro de algebra en arithmetica y geometria* (1567), Pedro Nuñez aborde brièvement le problème de l'angle de contact. En quelques pages, il exprime son point de vue sur des questions qui vont bientôt faire l'objet de vifs débats dans la communauté des mathématiciens. L'angle de contact est-il une grandeur? Est-il de même genre que le rectiligne ? Peut-il lui être comparé? En répondant à ces questions, il se démarque de la position que Jacques Peletier avait défendue dans ses commentaires aux *Éléments* de 1557, mais ne condamne pas le Manceau[1].

La digression de Nuñez sur l'angle de contact est intéressante à plusieurs titres. D'abord, elle conduit à s'interroger sur le caractère composite de l'ouvrage, sur sa généalogie et sur sa circulation hors des frontières du Portugal; ensuite, certains arguments de Nuñez diffèrent de ceux proposés par ses contemporains et présentent une véritable originalité; enfin, Nuñez a été pris à témoin aussi bien par Jacques Peletier (1517-1582) que par Christophe Clavius (1537-1612) dans la controverse sur l'angle de contact qui les a opposés, ce qui peut être une indication de la réputation qu'il a acquise dès les années 1570.

2. - Le problème de l'angle de contingence avant Nuñez.

Au début du Livre I des *Éléments*, Euclide définit l'angle comme "l'incli-

1 La "querelle de l'angle de contact" a fait l'objet d'une abondante littérature. Les articles que L. Maierù a consacrés à ce sujet restent d'utiles lectures. Voir par exemple : MAIERÙ, 1984, MAIERÙ, 1990. J'ai consacré ma thèse à cette question: LOGET, 2000. Pour une présentation de la position de Peletier et certains aspects de la polémique avec Clavius, voir aussi LOGET, 2002. Ni dans mes travaux précédents, ni dans les publications sus-mentionnées, la contribution de Nuñez n'est étudiée.

naison, l'une sur l'autre, dans un plan, de deux lignes qui se touchent l'une l'autre et ne sont pas placées en ligne droite"[2]. Cette définition (I, 8) définit l'angle en toute généralité, la suivante (I, 9) en distingue une espèce, l'angle rectiligne. Ce duo de définitions laisse entendre qu'Euclide, s'il privilégie les angles rectilignes (les seuls dont il fasse véritablement la théorie dans les *Éléments*), n'exclut pas pour autant du domaine de la géométrie d'autres espèces d'angles, les curvilignes et les mixtes, formés les uns par deux lignes courbes, les autres par une courbe et une droite. Les trois définitions suivantes (I, 10, I, 11 et I, 12), où est défini l'angle droit et où sont distingués les angles aigus et obtus, laissent envisager que deux de ces angles étant donnés, on pourra en toutes circonstances les mesurer, c'est-à-dire s'assurer que l'un est plus grand, plus petit ou égal à l'autre. Ces cinq définitions suffisent à donner à l'angle, ou du moins à l'angle rectiligne, le statut d'une grandeur au sens euclidien[3].

Mais dans une des quelque 480 propositions que comptent les *Éléments*, apparaissent presque inopinément deux angles mixtes: l'angle de contingence et l'angle du demi-cercle.

À la fin de la proposition III, 16, l'angle de contact est dit "plus petit que tout angle aigu rectiligne". Euclide montre aussi, dans cette même proposition, que l'angle du demi-cercle est « plus grand que tout aigu rectiligne ». Un peu plus loin, en III, 31, il démontre encore que l'angle du segment plus petit que le demi-cercle est plus petit que l'angle droit et l'angle du segment plus grand que le demi-cercle, plus grand que l'angle droit. Les propositions III, 16 et III, 31, en établissant des inégalités entre angles mixtes et rectilignes, semblent confirmer que les angles mixtes étaient, au même titre que les rectilignes, admis au rang de grandeurs par Euclide.

La démonstration de III, 16 a attiré l'attention des géomètres dès l'Antiquité. Cette interrogation persiste dans les commentaires médiévaux, occi-

2 EUCLIDE, 1992-2001, vol. 1 : 158.

3 Bien que la "grandeur" ne soit pas définie dans les *Éléments*, c'est une des notions fondamentales chez Euclide, notamment dans le livre V, où elle paraît attachée aux figures, qu'elles soient planes ou stéréométriques. Plus généralement, elle est une propriété abstraite des figures géométriques (ou, dans le cas des angles, d'éléments des figures). Elle renvoie enfin à l'idée de la quantité continue en tant qu'opposée à la quantité discrète ou "multitude". L'autre genre de quantité à laquelle s'applique la théorie du livre V dans les *Éléments* étant le nombre, la question de savoir si le nombre est une "grandeur" s'est naturellement posée chez les commentateurs, qu'ils soient latins ou arabes. Cette question est aussi centrale dans les traités d'algèbre du XVIe siècle (il s'agit alors de savoir à quel genre de quantités se rattachent les objets de l'algèbre), le *Libro de algebra* de Nuñez ne faisant pas exception sur ce point.

dentaux ou arabes. Dans ses commentaires à III, 16 et III , 31, Campanus montre qu'à la considération des angles mixtes et à leur comparaison avec les rectilignes s'attache des "paralogismes". Dans son commentaire à X, 1, il va plus loin en affirmant que l'angle de contingence ne satisfait pas le principe que pose cette proposition : multiplié « autant de fois qu'on veut », il ne surpassera jamais un angle rectiligne, si petit soit-il. Campanus évoque alors la possibilité d'une contradiction entre X, 1 et III, 16, possibilité qu'il écarte aussitôt en supposant que l'angle de contingence et le rectiligne ne sont pas du même genre[4]. Et au milieu du XVIe siècle, dans un commentaire aux six premiers livres des *Éléments* d'Euclide[5], Jacques Peletier donne une nouvelle impulsion au débat sur l'angle de contingence en prenant une position qui est jugée scandaleuse par la plupart de ses lecteurs. Rejetant la solution de Campanus, il affirme explicitement qu'il y a une contradiction dans la somme euclidienne : III, 16 est incompatible avec X, 1. L'une de ces deux propositions, la première, doit être réinterprétée. Peletier modifie donc la définition de l'angle (remplaçant la condition de *contact* par celle de *section*) et argue que le « contact n'est pas un angle » et qu'il n'est pas une quantité ; il affirme aussi que l'angle du demi-cercle est égal à un droit ; il soutient enfin que des angles de contingence formés sur des cercles inégaux sont égaux, de même que les angles du demi-cercle[6].

Dès les années 1560, la position de Peletier sur l'angle de contact a été vivement critiquée. L'opposition la plus forte est venue du Père Clavius. Dans la première édition de ses commentaires aux *Éléments* d'Euclide, après la proposition III, 16, il cite intégralement le texte de Peletier avant de le critiquer. Il rejette en bloc les thèses du Manceau sur les angles mixtes. Par la suite, Peletier s'est défendu dans un opuscule et Clavius a répondu une nouvelle fois dans son édition des *Sphériques* de Théodose, puis dans la deuxième édition des commentaires aux *Éléments.* Dans ces dernières publications, les échanges ont pris un tour nettement polémique[7].

4 Rédigée au XIIIe siècle, la version des *Éléments* augmentée des commentaires de Campanus a aussi été la première à être imprimée, en 1482. Au XVIe siècle, elle fait encore l'objet de nombreuses éditions et c'est sur le texte de Campanus que se base Peletier. Voir BUSARD, 2005.

5 Voir PELETIER, 1557.

6 Alors que tous les auteurs avant lui parlent d'"angle de contingence" ou d'angle "corniculaire", Peletier parle d'"angle de contact", puis simplement de "contact".

7 Les éditions des commentaires de Clavius : CLAVIUS, 1574 ; CLAVIUS, 1589 ; dans la suite de cet article, je citerai la troisième édition (qui reproduit l'ensemble des pièces concernant la querelle) : CLAVIUS, 1591. Sur ces commentaires, voir ROMMEVAUX, 2005. En 1574, Clavius ne cite pas l'édition des *Éléments* de Peletier, mais un opuscule où ce dernier réexpose sa position sur l'angle de contingence : PELETIER, 1563. La réponse à Clavius : PELETIER, 1579.

Une des clés de l'opposition entre Peletier et Clavius tient à la façon dont ils définissent des grandeurs homogènes. Pour le premier, c'est la « dimension » qui permet de décider si des grandeurs sont homogènes ou non. Ainsi, toutes les grandeurs planes sont homogènes : du coup, l'angle de contingence et le rectiligne le sont aussi, d'autant que le premier paraît être le complémentaire à un droit de l'angle du demi-cercle. Clavius a une autre conception de l'homogénéité. Il interprète la définition V, 5 (V, 4 dans les éditions modernes) comme un critère de l'homogénéité. Cette définition, selon laquelle les grandeurs qui ont rapport mutuel sont celles qui peuvent se dépasser mutuellement par multiplication réitérée, dirait quelles sont les grandeurs homogènes[8]. Dans cette optique, deux grandeurs inégales *a* et *b* sont homogènes si on peut, par multiplication réitérée, inverser la relation d'inégalité initiale ; ce qu'on pourrait écrire (en langage moderne) :

$$\forall ab,\ a < b,\ \text{hom.}(a,b)\ \text{ssi}\ na > b.$$

Que ce ne soit pas le cas du couple "angle de contingence/aigu rectiligne" prouverait qu'il n'y a pas de rapport entre eux et qu'ils ne sont pas homogènes (bien qu'étant tous deux des grandeurs planes). On va voir que Nuñez propose la même interprétation de l'homogénéité. Mais avant cela, disons quelques mots du *Libro de algebra*, de la place du commentaire sur l'angle de contact dans cet ouvrage et de la façon dont il a été connu du principal protagoniste de la querelle.

La genèse du *Libro de algebra* est complexe[9]. Une première rédaction en portugais (aujourd'hui perdue) date des années 1530-1535[10] ; Nuñez aurait ensuite continué à travailler sur son algèbre jusqu'à la version publiée à Anvers en 1567, écrite dans un espagnol mâtiné de portugais. Entre les deux

8 "Des grandeurs sont dites avoir un rapport l'une relativement à l'autre quand elles sont capables, étant multipliées, de se dépasser l'une l'autre." (EUCLIDE, 1992-2001, vol. 1 : 38).

9 NUÑEZ, 1567. Je tire les informations concernant la généalogie de *Libro de algebra* des commentaires et notes du volume VI (par Victor Hugo Duarte de Lemos) de l'édition des œuvres de Nuñez : NUÑEZ, 1946, vol. VI : 415-498.

10 L'auteur des commentaires au volume VI des *Obras* s'appuie (NUÑEZ, 1946 : 421-422) sur le privilège du 27 septembre 1537 inséré dans le traité de la sphère pour supposer que la première rédaction du *Libro de algebra* était achevée à cette date. Le privilège en question autorise en effet Nuñez à imprimer le *Tratado da sphera* "et toute autre œuvre qu'il a écrite [*que tem feytas*], soit en latin, soit en langage [portugais], dans les sciences mathématiques et cosmographiques". Le commentateur suppose que le traité d'algèbre faisait parti des œuvres concernées par ce privilège.

rédactions, le traité d'algèbre aurait été augmenté de contenus rédigés en vue d'autres ouvrages. En particulier, le grand développement sur les proportions (« Troisième partie de la deuxième partie principale ») aurait été rédigé avant 1541 en vue d'être publié séparément, mais aurait finalement été intégré dans le *Libro de algebra*[11].

C'est au tout début de ce développement que se situe la digression sur l'angle de contingence. Ce passage a nécessairement été remanié après 1541, puisque Nuñez cite, outre Jordan de Némore pour son *Liber de ponderibus*, le *De subtilitate* de Cardan (dont la première édition date de 1550) et surtout les commentaires de Peletier aux *Éléments* d'Euclide (1557)[12].

Nuñez et Peletier ne se sont certainement jamais rencontrés, mais chacun a pris connaissance des travaux de l'autre. Le traducteur de Nuñez Élie Vinet, que Peletier avait rencontré à Bordeaux, a peut-être servi d'intermédiaire. Fin septembre 1549, Peletier s'était présenté à Bordeaux avec l'espoir d'obtenir un poste de professeur de mathématiques au collège de Guyenne. Il était descendu de Paris en compagnie d'un noble espagnol, Jean Gélida, appelé à Bordeaux pour prendre la direction du collège. Vinet fut choisi par Gélida de préférence à Peletier et commença à enseigner les mathématiques au collège de Guyenne en janvier 1550[13]. Il avait l'avantage d'être reconnu comme excellent mathématicien et d'être déjà lié au collège de Guyenne; Peletier de son côté, même s'il avait sans doute déjà une certaine réputation, n'avait encore publié que son arithmétique pratique.

Peu après, en 1552, Vinet traduisit en latin et fit imprimer, pour ses élèves, les commentaires de Nuñez à la *Sphère* de Sacrobosco et les *Annotação sobre as derradeiras palaura do Capitulo dos*[14]. En lisant cette traduction, Peletier pouvait apprendre que Nuñez conservait un manuscrit inédit d'une algèbre en langue espagnole, car Nuñez l'annonçait dans son *Traité de la sphère* de 1537. Il

11 NUÑEZ, 1946: 425-426.

12 CARDANO, 1550. Le *Liber de ponderibu*s a probablement été composé par Jordan de Némore au XIIIe siècle. Je le citerai dans l'édition suivante: JORDAN DE NEMORE, 1533.

13 Originaire de Valence, Jean Gélida était régent de philosophie du collège du Cardinal Lemoine à Paris quand il fut appelé à Bordeaux pour prendre le poste de principal au collège de Guyenne. On connaît de lui un recueil de lettres dont quelques-unes sont adressées à Vinet. Il évoque (lettres XVI et XVII à Lataste) la candidature de Peletier au poste de professeur de mathématiques et confesse sa préférence pour Vinet. Peletier ne semble pas lui en avoir tenu rigueur; parlant de ses contacts avec la "nation espagnole" dans le *Dialogue de l'ortografe*, il évoque son voyage à Bordeaux et ne manque pas de "faire louable mention" de Gélida. Voir GELIDA, 1571, PELETIER, 1550 : 45 ; GAULLIEUR, 1874 : 227-228.

14 NUÑEZ, 1537 ; VINET, 1556.

faut supposer que Peletier a eu accès à la traduction de Vinet, et qu'il a connu grâce à cette traduction l'existence du manuscrit du *Libro de algebra*. Il l'évoque en effet dès 1554 dans son *Algebre*[15].

3. - Le jugement de Nuñez sur l'angle de contact.

Il est possible que la digression sur l'angle de contingence ait été rédigée en plusieurs temps. Dans un premier temps, Nuñez aurait abordé cette question en s'appuyant seulement sur ce que disait Campanus (et Jordan de Némore). Après 1557, il aurait été amené à développer de nouveaux arguments après avoir lu le commentaire aux *Éléments* de Peletier (et le *De subtilitate* (1550) de Cardan). Le passage où il discute le point de vue de Peletier aurait été rédigé en vue de la version finale de l'*Algebra*.

3.1. - La question de l'homogénéité.

Le premier chapitre du développement sur les proportions s'ouvre sur une définition:

> *"La proportion est le rapport qu'il y a entre deux quantités d'une même nature quand elles sont comparées selon la quantité. Et on appelle en cette matière quantités d'une même nature celles qui sont telles que la plus petite d'entre elles, étant multipliée, peut surpasser la plus grande*[16]*."*

Nuñez définit les quantités "de même nature" comme celles qui peuvent se surpasser mutuellement par multiplication. Sans se référer à la définition V, 4, c'est bien la condition énoncée dans cette définition qu'il retient comme critère de l'homogénéité. Et pour illustrer son propos, il donne quelques

15 "j'ai encore ouï dire de Pierre None, mathématicien de Lisbonne en Portugal, qu'il l'avait [l'algèbre] aussi traitée en son langage espagnol : mais je n'ai vu son livre." (PELETIER, 1554 : 2. Je ne reproduis ici pas l'orthographe réformée de Peletier). Comme on le verra plus loin, il évoque aussi ce manuscrit dans ses commentaires aux *Éléments*. Par la suite, il a eu en main la version imprimée, puisqu'il s'y réfère dans l'*Apologia* de 1579.

16 "Proporcion es el respecto o comparacion que ha entre dos quantidades de una misma naturaleza, quando son comparadas en la quantidad. Y aquellas quantidades llamamos en esta materia de una misma naturaleza, que son tales, que la menor dellas multiplicada puede exceder la mayor." (NUÑEZ, 1567 : 66r.). Dans les citations suivantes, lorsque Nuñez emploiera le terme "proporcion", je traduirai systématiquement par "rapport".

exemples de quantités de même nature et de natures différentes: ainsi, une ligne, *multipliée autant qu'on veut*, ne peut surpasser la surface; de même la surface ne peut surpasser le corps ; ligne, surface et corps sont donc de natures différentes; deux lignes (finies) quelles qu'elles soient (droites ou courbes), deux surfaces qu'elles soient planes ou courbes ou deux corps quelconques, seront en rapport l'un avec l'autre, pour autant que le plus petit des deux objets considérés, *étant multiplié*, puisse surpasser l'autre ; en ce qui concerne les nombres, poursuit Nuñez, "cela est très clair car un nombre si petit soit-il peut être tant multiplié qu'il dépasse le plus grand nombre proposé"[17]; et enfin:

> *"Ce pourquoi nous comprendrons que si on a une ligne infinie, elle n'a pas de rapport avec une ligne finie et que l'angle de contingence, bien qu'il soit une quantité, n'a pas de rapport avec l'angle du demi-cercle, ni avec l'angle rectiligne, parce que, autant qu'on le multiplie, il ne peut les surpasser[18]."*

L'ordre dans lequel Nuñez produit ces exemples est remarquable. Les premiers cas évoqués sont ceux des grandeurs géométriques *en général*, des grandeurs *ordinaires*: celles que le géomètre rencontre habituellement dans sa pratique; ensuite, il évoque le cas des nombres: entre deux nombres *quels qu'ils soient*, il y aura un rapport; viennent enfin deux exemples de couples d'objets non homogènes, d'une part la ligne finie et la ligne infinie, d'autre part les *cas particuliers* que représentent les couples "angle de contingence/ angle du demi-cercle" et "angle de contingence/angle rectiligne". La singularité de l'angle de contingence ressort d'autant mieux qu'il vient à la fin de l'énumération: cet objet, qu'Euclide dit "plus petit que tout aigu rectiligne" ne se comporte ni comme une grandeur géométrique *ordinaire*, ni comme un nombre "si petit soit-il", alors même qu'il apparaît comme l'exemple même d'une grandeur "minimale".

17 NUÑEZ, 1567: "Y en los numeros es esto muy claro, porque qualquier numero por pequeño que sea, tanto se puede multiplicar q[ue] exceda al mayor q[ue] nos fuere propuesto.". Le raisonnement paraît ici fallacieux, puisque la règle n'est pas respectée par exemple pour des couples de "nombres" tels que ½, 1 ou ¼, ½.

18 "Por a quy entenderemos que si oviesse linea infinita, no ternia proporcion con la linea finita, y que el angulo de la contingencia aun que sea quantidad, no terna proporcion con el angulo del semicirculo, ny con el angulo rectilineo, porque por masque se multiplique no los puede exceder." (NUÑEZ, 1567 : 66v.).

Pour faire comprendre pourquoi l'angle du demi-cercle n'aura pas de rapport avec le rectiligne, il présente un argument qu'il tire de la démonstration de la proposition V, 8 des *Éléments*[19]. En V, 8, Euclide, pose trois grandeurs (appelons-les g_1, g_2 et g_3) en vue de démontrer que, si g_1 est supérieur à g_2, alors le rapport de g_1 à g_3 sera supérieur au rapport de g_2 à g_3. Dans la démonstration, il commence par considérer la *différence* entre g_1 et g_2 et montre que celle-ci, multipliée autant de fois qu'on veut, surpassera g_3.

Ce n'est que le premier pas de la démonstration d'Euclide, mais c'est tout ce qu'il faut à Nuñez pour montrer (par l'absurde) que l'angle du demi-cercle et le rectiligne n'ont pas de rapport l'un avec l'autre. Transposant en effet le raisonnement d'Euclide, il pose pour grandeurs l'angle droit (notons-le 1), un angle du demi-cercle (d_1) et un autre angle du demi-cercle (d_2) égal à d_1 ; considérons alors les deux rapports de 1 à d_1 et de d_1 à d_2 ; suivant V, 8, on devrait pouvoir démontrer que le rapport de 1 à d_1 sera supérieur au rapport de d_1 à d_2. Mais pour cela, il faudrait commencer par montrer que la différence entre 1 et d_1, multipliée autant de fois qu'on veut, surpassera d_2. Or, cela est impossible : la *différence* entre l'angle droit et l'angle du demi-cercle est en effet l'angle de contingence; or, celui-ci, étant multiplié, ne surpassera jamais le rectiligne. Nuñez peut alors conclure:

> *"On ne prouvera pas par ladite proposition V, 8 que l'angle droit a avec l'angle du demi-cercle un rapport plus grand que l'angle du demi-cercle avec l'angle du demi-cercle [égal]. Et que cela ne cadre pas avec la doctrine d'Euclide, c'est la conséquence de ce que, suivant la même doctrine, l'angle droit rectiligne n'a pas de rapport avec l'angle du demi-cercle, ni l'angle de la section du cercle avec un autre angle qui l'excède de la valeur d'un angle de contingence*[20]*."*

19 "De deux grandeurs inégales la plus grande a relativement à une même [grandeur] un rapport plus grand que la plus petite. Et la même [grandeur] a relativement à la plus petite un rapport plus grand que relativement à la plus grande." (EUCLIDE, 1992-2001, vol. 2 : 82-85). Si la proposition énonce des propriétés évidentes, la démonstration en est complexe. Voir le commentaire de B. Vitrac, (EUCLIDE, 1992-2001: 85-87) ainsi que la notice sur la définition V, 4 et l'axiome d'Archimède, (EUCLIDE, 1992-2001: 135-141).

20 "no se provara luego por la dicha octava proposiciõ del quinto, aver mayor proporciõ del angulo recto al angulo de semicirculo, que del angulo de semicirculo al angulo de semicirculo de un mismo circulo. Y no quadrando esto con la doctrina de Euclides, es consequencia, que segun la misma doctrina el angulo recto rectilineo no tiene proporcion con el angulo de semicirculo, ny el angulo de porcion de circulo con otro angulo que lo exceda en angulo de contingencia." (NUÑEZ, 1567: 67v.).

Cet argument, par le recours à V, 8, ne fait pas partie de la panoplie des arguments habituellement mobilisés par les protagonistes de la querelle de l'angle de contact[21]. En réalité, aucun ne s'inquiète vraiment de savoir si l'angle du demi-cercle est ou non de même genre que l'angle de contingence et le fait que Nuñez aborde la question de l'homogénéité pour ce cas et non seulement pour celui de l'angle de contingence est une originalité notable.

3.2. - L'examen de la position de Peletier.

Après avoir exposé ce premier argument, Nuñez commence l'examen de la position de Peletier. La transition avec le développement précédent est bien marquée:

> *"Mais tout notre discours sera superflu pour celui qui acceptera l'opinion de Jacques Peletier, qui traite très ingénieusement et très doctement de la géométrie des six premiers livres des Eléments d'Euclide[22]."*

Après avoir résumé en quelques lignes ladite opinion, il la réfute par les arguments suivants. Pour Nuñez, le recours à X, 1 ne sert en rien à démontrer que l'angle de contingence n'est pas une quantité. En effet, dit-il, suivant l'esprit d'Euclide, la proposition X, 1, dont la démonstration suppose d'inverser par multiplication réitérée la relation entre deux grandeurs inégales, ne concerne que les grandeurs "de même nature". Que le couple "angle de contingence/angle rectiligne" ne respecte pas cette règle montrerait simplement que ces objets ne sont pas de même nature. En somme, conclut Nuñez,

> *"Il paraît clair que, bien que l'angle de contingence soit une quantité, il n'est pas au nombre des quantités dont il est question dans la première proposition du livre X[23]."*

21 Clavius a été le seul à souligner l'intérêt de cet argument dans la troisième édition de ses commentaires aux *Éléments* (CLAVIUS, 1591 : 267).

22 "Mas todo este nuestro discurso sera escusado, a quien tuviere la opinion de Iacobo Pelletario, que muy doctamente y ingeniosamente trato la Geometria delos seis primeros libros de Euclides " (NUÑEZ, 1567 : 67v.).

23 "Por lo qual queda claro, que puesto que el angulo dela contingencia sea quantidad, no es de numero delas quantidades, delas quales trata aquella primera proposicion del decimo." (NUÑEZ, 1567 : 68r.).

Contrairement à ce qu'affirme Peletier, l'angle de contingence est cependant bien une quantité admise dans la géométrie d'Euclide, sans quoi il ne le comparerait pas aux angles rectilignes. Comme d'autres de ses contemporains, Nuñez réfute l'affirmation de Peletier en s'appuyant sur une interprétation littérale de III, 16 : on lit dans cette proposition que l'angle de contingence est "moindre que tout aigu rectiligne", or, une telle relation d'inégalité ne peut être affirmée que de quantités; cet angle est donc bien une quantité. Nuñez rappelle aussi qu'on démontre qu'il est inférieur à tout aigu parce qu'il "reste compris dans les lignes qui contiennent l'angle aigu": c'est ce qu'entendait montrer Euclide dans la proposition III, 16 et ce que défendait Campanus en développant un argument "cinématique" dans son *aditio* à cette proposition[24]. De même Archimède, qui pose pour principe dans la *Sphère et le cylindre* que le contenant est plus grand que le contenu. L'angle de contingence est bien une partie de l'aigu.

Ainsi, toute l'argumentation de Peletier tombe: Nuñez a montré qu'il était faux de dire que l'angle de contingence n'est pas une quantité, faux de dire que cet angle et l'aigu sont homogènes, faux par conséquent de supposer que, s'ils font exception à X, 1, c'est qu'il y a contradiction entre III, 16 et X, 1, inutile enfin de modifier la définition I, 8 pour redonner un sens nouveau, compatible avec X, 1, à l'affirmation de III, 16 concernant l'angle de contact. Pourtant, Nuñez ne condamne pas explicitement Peletier. Il cesse de discuter l'opinion du Manceau et enchaîne sur un argument d'un tout autre ordre.

3.3. - Sur le De ponderibus de Jordan.

À ce moment en effet, Nuñez en appelle à Jordan de Némore:

> *"Jordan paraît être du même [avis] dans les livres De Ponderibus, parce que si nous admettions que l'angle de contingence n'était pas une quantité et que, pour cette raison, l'angle du demi-cercle n'était pas moindre que l'angle droit, la science de ces livres se trouverait sans fondement*[25]*."*

24 Il s'agit en effet de démontrer, dans la partie de la proposition III, 16 qui concerne l'angle de contingence, que "dans le lieu compris entre la droite [tangente] et la circonférence, une autre droite ne sera pas intercalée ". (EUCLIDE, 1992-2001, vol. 1: 422-423). Campanus montre dans son *aditio* à III, 16, que si le diamètre formant avec la tangente un angle droit est abaissé pour former un angle aigu et toujours plus petit, cet angle ne sera jamais rendu égal à l'angle de contingence.

25 "Y deste mismo parescer fue Iordano en suo libros de ponderibus, porque si tuvieremos que el angulo dela contingentia no es quantidad, y que por esa causa el angulo del semicirculo no es menor que el angulo recto, la sciencia de aquellos sus libros quedara sin fundamento". (NUÑEZ, 1567: 68v.).

Nuñez introduit ce nouvel argument comme une autre réfutation des thèses de Peletier, mais il n'est plus ici question de Peletier. Nuñez fait appel à la notion de "pesanteur relative à la situation du mobile" (*gravitas secundum situm*) de Jordan de Némore et renvoie à la proposition II du *De ponderibus*. Cette irruption de la physique dans une controverse de mathématique est originale et fournit à Nuñez son argument le plus surprenant, longuement développé.

Dans la proposition II du *De ponderibus*, Jordan entend démontrer successivement:

a) que si des poids égaux sont portés par les bras égaux d'une balance, ceux-ci restent horizontaux;

b) que si les bras égaux de la balance portant des poids égaux sont écartés artificiellement de la position d'équilibre, lorsque cesse la force qui s'applique sur l'un des bras, la balance revient à la situation d'équilibre horizontal[26].

La balance sur laquelle raisonne Jordan est schématisée par le diamètre d'un cercle dont le centre est le pivot, les extrémités portant les poids. La première affirmation est facilement démontrée:

> *"Les poids B et C étant suspendus et étant tracé le cercle passant par B et C, dont le point médian inférieur est D, il est évident que le trajet de l'un et de l'autre B et C se fait sur la circonférence vers D ; et parce que les deux trajets sont obliques et que des poids égaux sont suspendus, chacun sera écarté par l'autre du lieu de l'équilibre de façon égale*[27]."

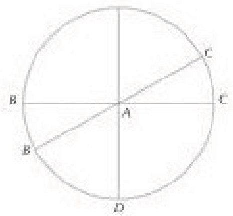

Fig 1

26 "Proposition secunda. Cum fuerit æquilibris positio æqualis, æquis ponderibus appensis, ab æqualitate non discedet, etsi ab æquidistantia separent, ad æqualitatis situm reuertetur." (JORDAN DE NEMORE, 1533 : 6r.).

27 "Sit igitur regula abc centrum a, & appensa b c, circumducto igitur circulo per b & c, in cujus inferioris medietatis puncto medio sit d, manifestum est, quod descensus tam b quam c est per circumferentiam versus d, & quia obliquuus est uterque descensus, & aequaliter ponderosa sunt appensa, utrumque per alterum à situ aequalitatis aequaliter mutabitur". (JORDAN DE NEMORE, 1533 : 6r.).

Un poids suspendu à une extrémité conduit le fléau de la balance à "s'écarter du lieu de l'équilibre" en parcourant un « trajet oblique », un arc de cercle qui l'écarte de la chute verticale. Lorsque deux poids égaux sont placés à chaque extrémité du fléau, ce mouvement est empêché. Dans un langage impropre, on dirait que, les *forces* appliquées à ses extrémités se compensant, le fléau est contraint à demeurer dans une situation d'équilibre horizontal.

Jordan examine ensuite le cas où l'un des bras ayant été abaissé artificiellement, la balance retrouve la situation d'équilibre lorsque cesse cette action. Pour le démontrer, il en vient à examiner la proposition suivante :

> *"étant donnés des arcs égaux inégalement distants du lieu de l'équilibre, celui-là prend moins de la verticale qui est plus éloigné de ce lieu*[28]*."*

Jordan montre, en s'appuyant sur la figure suivante [fig. 2] et en utilisant les seules ressources de la géométrie euclidienne, que la "verticale" sera plus petite pour l'arc *CD*, plus éloigné de la "position d'équilibre" horizontale que pour l'arc *BC*, plus proche.

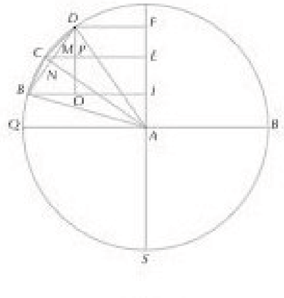

Fig 2

De cette infériorité de *DP* (ou *EF*) par rapport à *PO* (ou *EI*), il déduit ce théorème de sa statique: *C*, en position plus élevée, aura une pesanteur relative plus importante que *D*, en position plus basse. Transposé au cas du fléau abaissé artificiellement, ce résultat permet à Jordan d'expliquer le retour à la situation d'équilibre: la "pesanteur relative" du poids situé en haut excède celle du poids situé en bas, alors même que les poids sont égaux. Cette différence expliquerait que le poids situé en haut s'abaisse, qu'il contraigne celui

28 "arcuum aequalium inaequaliter distantium à situ aequalitatis, ille minus capit de directo, qui plus distat". (JORDAN DE NEMORE, 1533 : 6v.).

situé en bas à s'élever et permette le retour du fléau à l'horizontale.

Dans la démonstration de la proposition II, les angles de contingence n'apparaissent que de manière implicite: dans la première partie (a), Jordan semble supposer que les *forces* égales qui s'exercent aux deux extrémités du fléau sont "mesurées" par l'écartement par rapport à la "verticale" de l'arc de cercle que parcourrait le fléau si ce mouvement n'était pas empêché. Dans la deuxième partie (b), où Jordan exprime la différence des "pesanteurs relative à la situation du mobile" en mesurant les "verticales" correspondant aux arcs parcourus, il n'y a aucune place pour des angles de contingence. Pierre Duhem a bien relevé le "paralogisme" de ce raisonnement[29] : les "verticales" que mesure Jordan (c'est-à-dire le cosinus des angles *BAC* et *CAD* dans la figure 2) sont égales, puisque les angles le sont; de même que sont égaux les angles *BAB* et *CAC* dans la figure 1 et que l'"écartement" de l'arc de cercle par rapport à la verticale (en fait la fonction trigonométrique $1 - \cos\hat{A}$) ne varie pas non plus.

Lorsqu'il présente la proposition II du *De Ponderibus*, Nuñez fait pour sa part référence explicitement aux angles de contingence:

> *"[Jordan] démontre par la géométrie que le poids qui est en haut possède en ce lieu une chute moins oblique: pour cette raison il sera plus pesant selon le lieu; et que le poids qui est en bas possède une chute plus oblique: pour cette raison il sera moins pesant selon le lieu. Cette obliquité de la chute, il la note par des angles formés par les lignes qui vont au centre du cercle et les arcs de cercle que les poids parcourent au-dessus de l'axe de la balance. Et il démontre que l'angle qui a la plus grande obliquité, que fait le poids qui est en bas, excède l'angle qui a la moins grande obliquité, que fait le poids qui est en haut, d'un angle de contingence entre deux cercles. De sorte que, à cause de cette obliquité, et bien que les deux poids soient égaux, celui qui est au point élevé s'abaissera et fera se soulever d'autant celui qui est au point bas. Mais en ajoutant au poids qui est en bas quelque poids si petit soit-il, il descendra d'autant que son poids en aura été accru,*

29 "Un levier *bac*, aux extrémités *b* et *c* de ses bras égaux, porte des poids égaux ; ce levier n'est point horizontal ; le bras *ac* est levé et le bras *ab* est abaissé. Jordanus se propose de prouver que le poids c est plus grave *secundum situm* que le poids *b*, en sorte que le premier fera remonter le second et ramènera le levier à la position horizontale, qui sera ainsi en position d'équilibre stable." (DUHEM, 1905-1906, vol. 1: 119-120). Analysant ce "paralogisme", Duhem en conclut qu'un géomètre du Moyen Âge tel que Jordan, qui raisonne sur des arcs finis, ne pouvait avoir l'intuition des méthodes infinitésimales.

> *tandis que l'autre s'élèvera. Ainsi, deux angles qui diffèrent d'un angle de contingence seront moins inégaux que deux autres quantités quelconques, comme deux lignes, deux surfaces ou deux corps et pour cette raison, l'ajout de quelque petit poids fera plus pour la descente du poids qui est en bas que pour la descente du poids qui est en haut, dont la chute est moins oblique*[30]."

Ici, Nuñez affirme plus clairement que Jordan que la "pesanteur relative" correspondrait à l'"obliquité" de la chute (laquelle peut être exprimée par la formule 1 – cos *A*). S'il faut le souligner, ce n'est évidemment pas parce que Nuñez paraît s'inscrire ici, sans en avoir les formules, dans le registre de la trigonométrie, mais parce qu'il s'efforce de donner à la différence entre les pesanteurs relatives des poids situés "en haut" et "en bas" une mesure: si la pesanteur relative dépend de l'"obliquité" et si l'obliquité peut être figurée au moyen d'un angle de contingence, la différence entre deux pesanteurs relatives sera déterminée par la différence entre deux angles de contingence. Et si ces angles peuvent être comparés, ajoutés ou soustrait, ce sont indéniablement des quantités. Une deuxième *expérience* le confirme d'ailleurs, mais montre en plus la singularité de ces objets parmi les quantités: si l'on ajoute un poids "si petit soit-il" au bras maintenu "en bas", le fléau ne reviendra pas à la situation d'équilibre lorsque cessera l'action, alors même que la "pesanteur relative" supérieure du poids situé « en haut » le commanderait. Ainsi les angles de contingence sont-ils bien des quantités, mais si ténues que leur différence sera presqu'infime: deux angles de contingence seront "moins iné-

30 "Y para demonstracion desta postera parte demuestra por Geometria, que el peso que esta en alto en aquel sitio tiene menos obliquo descenso, y por esa causa sera mas grave por el sitio, y que el peso que esta en baxo terna mas obliquo descenso, y por esta causa sera menos grave por el sitio, y esta obliquidades del descenso nota por angulos que se hazen por lineas que van al centro del mundo, con los arcos del circulo, que los dichos pesos hazen sobre el axe de la balança. Y demuestra que el angulo de mayor obliquidad, que tiene el peso que esta enbaxo, excede al angulo de menor obliquidad, a la qual tiene el peso que esta encima, en un angulo de contingencia de dos circulos. De manera que por razon desta obliquidad, puesto que los pesos sean yguales, el que estuviere enel sitio alto baxara, y hara sobir el su ygual que esta enel sitio baxo. Pero añadiendo al peso que esta en baxo qualquier peso por muy pequeño que sea, descendera entonces ese tal peso assi acrecentado, y hara que suba el otro. Porque siendo dos angulos differentes en un angulo de contingencia, seran menos desiguales que qualesquier otras dos quantidades, como son dos lineas, o dos superficies, o dos cuerpos, y por esta causa haze mas para el descenso del peso que esta enbaxo añandirle qualquier pequeño peso, que lo hara para el descenso del peso que esta encima, tener el descenso menos obliquo." (NUÑEZ, 1567 : 69r.).

gaux" que n'importe quelles autres quantités. Cette ténuité a aussi un avantage: elle permet de mesurer des valeurs telles que les plus petites différences de "pesanteurs relatives".

Sans doute Nuñez commet-il le même "paralogisme" que Jordan, en se rangeant à l'idée qu'il y aura une différence de pesanteur relative aux deux extrémités du fléau. Notons toutefois qu'il n'a pas ici pour but de vérifier un théorème particulier du *De ponderibus*, mais seulement de montrer que toute la statique de Jordan exige de considérer les angles de contingence comme des quantités.

Ayant achevé ce long développement, Nuñez peut enfin conclure. Il rappelle d'abord, contre Peletier, que l'angle de contingence est une quantité et que l'angle du demi-cercle est plus grand que le droit ; il s'en prend aussi à Cardan, coupable à ses yeux d'avoir donné une démonstration fautive de la proposition II de Jordan dans le *De subtilitate*[31] ; il ajoute encore un dernier argument, fondé sur les notions communes d'Euclide, avant de résumer son point de vue, en insistant encore sur la singularité des angles de contingence parmi les objets géométriques:

> "*Ainsi, désormais, nous tiendrons pour prouvé que, étant donnés des angles qui diffèrent d'un angle de contingence, il n'y a pas entre eux rapport. Mais alors que dans les autres quantités, plus la moindre s'approche de la majeure, plus le rapport de la majeure vis-à-vis de la moindre diminue, considérant [ce que dit] Jordan, et étant donné que l'angle qui a la plus grande obliquité surpasse celui qui a la moindre obliquité d'un angle de contingence, ce qui est une différence moindre que celle des autres quantités, nous voulons dire que ces angles s'écartent moins l'un de l'autre, ou se rapprochent plus que les autres quantités inégales, parce que, pour parler improprement, le rapport entre des angles qui ont de l'obliquité est moindre que celui entre d'autres quantités inégales. Mais ces quantités sont très petites et mal connues ; l'opinion de Jacques Peletier est donc vraie par hasard, mais nous parlons en cela suivant la doctrine des auteurs et la définition de la proportion que nous rapportons est tirée d'Euclide, dans*

31 "Et il ne faut pas croire Jérôme Cardan qui dit dans le livre *De la subtilité* que Jordan ne démontre pas ce que nous venons de dire, avant de le démontrer en plagiant Jordan ; ce qu'il dit, en l'attribuant à Aristote dans la Mécanique, cela est de lui et cela est faux". (NUÑEZ, 1567 : 69v.).

> *la 5e du livre V, laquelle s'étend au rapport des nombres, lignes, surfaces, corps, angles, temps, sons et mouvements*[32].“

Peletier rappelle dans un premier temps que des angles “qui diffèrent d'un angle de contingence n'ont pas de rapport“ c'est-à-dire que l'angle de contingence n'est pas de même nature que le rectiligne. Cependant, poursuit-il, alors qu'on peut diminuer indéfiniment le rapport entre deux grandeurs quelconques pour rendre très petite leur différence (notons ce rapport $g_1 : g_2$), lorsqu'on a affaire à ces grandeurs dont parle Jordan (c'est-à-dire deux angles de contingence), on constate que leur différence (l'angle formé par deux cercles inégaux cotangents c_1 et c_2) est “moindre que celle des autres quantités“ : entre $c_1 : c_2$ et $g_1 : g_2$, si petit qu'on prenne ce dernier rapport, il n'y a aucune commune mesure. Finalement, Nuñez peut adresser une louange ambiguë à Peletier : son opinion, serait vraie “par hasard“. Veut-il dire que Peletier a eu raison de tenter une investigation sur ces quantités “très petites et mal connues“[33] ? Cette louange toutefois ne suffit pas à réhabiliter pleinement Peletier : pour juger de la question de l'angle de contingence et trancher la question de l'homogénéité, il faut se référer à la définition V, 4 d'Euclide. Nuñez, en se rangeant à “la doctrine des auteurs“, rejette celle de Peletier.

---

32 “Porque acima tenemos provado, que siendo dos angulos differentes por angulo de contingencia, no ha entre ellos proporcion. Mas por quanto en las otras quantitades, quanto mas la menor se va llegando a la mayor, tanto la proporcion de la mayor para la menor va diminuyendo, consyderando esto Iordano, y viendo que el angulo dela mayor obliquidad excede al de menor obliquidad en angulo de contingencia, que es menor differencia que la de las otras quantidades, queremos dezir, que estos angulos distan menos uno del otro, o se allegan mas, que las otras quantidades desyguales, por esta causa impropriamente hablando dixo, que la proporcion delos angulos dela obliquidad es menor que la delas otras quantidades desiguales. Son empero estas cosas muy menudas y mal sabidas, y por ventura es verdadera la opinion de Iacobo Pelletario, mas nos hablamos en esto conforme a la doctrina delos autores, y la definicion de proporcion que traemos es sacada de Eu. enel 5. libro, laqual comprehende la proporcion de los numeros, lineas, superficies, cuerpos, angulos, tiempos, sonidis, y movimientos.” (NUÑEZ, 1567 : 69v.-70r.).

33 Alors que Nuñez écrit que deux angles de contingence sont “moins inégaux” que deux autres quantités quelconques données (cf. *supra*), Peletier écrira qu'ils sont “égaux ou du moins non inégaux” (PELETIER, 1579 : 8v).

4. – Conclusion.

4.1. - Nuñez entre Peletier et Clavius.

Au début de son édition des *Éléments*, Peletier reproduit des lettres adressées à des personnages auxquels il fait parvenir son ouvrage. Les destinataires en sont son frère Jean, les poètes Pontus de Tyard, Ronsard et Maurice Scève, le médecin Jean Fernel et enfin les mathématiciens Jérôme Cardan, Pedro Nuñez et Pascal Duhamel[34]. Dans la lettre qu'il lui destine, Peletier dit ne pas connaître Nuñez personnellement, mais avoir lu, lorsqu'il débutait en mathématiques, le *De crepusculis* (1542) et *De erratis Orontii Finei* (1546) de Nuñez. Il dit aussi connaître l'existence de travaux en langue vernaculaire: l'art nautique "et aussi, d'après ce que j'ai entendu dire, une algèbre a été écrite par toi". Peletier demande à Nuñez de juger ses travaux:

> *"[…] je désirerai que tu comprennes que mon plus vif désir, c'est que tu me sois donné comme censeur de mes œuvres. […] Les remarques que chacun fait, à mon sujet, je les estimerai comme un très notable gain pour ma réputation. […] Il t'appartient, cher Nuñez, non seulement en tant qu'ami […], mais encore par une étude attentive de la vérité […] d'examiner, dans la mesure où tu auras le temps, mes travaux […]. En cela je serai bien plus heureux que s'il m'était donné de communiquer avec toi en franchissant la distance qui nous sépare. Les vérités que j'ai atteintes, je les dispense volontiers. Voici : je te demande la pareille, et il me sera très agréable de comprendre quelque jour que tu as à cœur mon amitié. Ce dont je serai enfin persuadé si tu me donnes ton avis sur ce qui regarde ma réputation et l'utilité de tous[35]."*

34 PELETIER, 1557 : [169]-[180]. Les quatre premières de ces lettres ont été éditées par Franco SIMONE, 1946.

35 "Ac velim intelligas, me nihil magis optare, quàm te meorum scriptorum censorem mihi dari. […] Quod in me quisque animadvertit, id in maximo existimationis lucro deputabo. […] Tuum erit, mi Noni, non tantùm amici nomine […] sed etiam veritatis contemplatione […] meas lucubrationes, quatenus vacabit, examinare. In quo longèfelicior fuissem, si tecum per locorum intervallum, communicare licuisset. […] Quae verò assequi potui, ea libenter impertio.Idem verò abs te etiam expecto, mihique gratissimum erit, si aliquando intellexero tibi amicitiam meam curae fuisse. Quod tum demùm intelligam, si me de iis quae ad existimationem meam & publicam utilitatem pertinebunt, monueris." (PELETIER, 1557 : [179]).

Le jugement sur l'angle de contact semble être le seul témoignage des échanges ultérieurs entre les deux savants… Nuñez répondant poliment à la requête de Peletier.

Par la suite, dans leur controverse, aussi bien Peletier que Clavius ont invoqué Nuñez comme un partisan de leur cause. C'est d'abord Peletier qui, dans son *Apologia* de 1579 contre Clavius, affirme (un peu vite) que Nuñez prend son parti:

> *"Il y a de nos jours des auteurs de tout premier rang qui après avoir évalué avec soin nos démonstrations, les ont jugées avec bienveillance et déférence ; parmi ceux-ci, j'ai, parmi tant d'autres, le témoignage du Portugais Pedro Nuñez*[36]*."*

Clavius lui répond, dans son édition des *Éléments* de 1589, que Nuñez "qui fut un homme à l'esprit subtil et à nul autre inférieur en mathématiques[37] " ne reprend nullement à son compte les "sophismes" de Peletier sur l'angle de contingence. Il souligne en particulier la concordance entre son interprétation de la définition V, 4 et celle du cosmographe portugais et, bien entendu, que ce dernier juge comme Clavius que l'angle de contingence et le rectiligne ne peuvent se surpasser par multiplication. Enfin, il relève que Nuñez n'accepte pas la démonstration de Peletier concernant la contradiction entre III, 16 et X, 1.

Peut-on voir dans ces deux témoignages des indices de la réputation que Nuñez a déjà gagnée dès la fin des années 1570 dans la communauté mathématique? Cette question mérite d'être posée parce qu'elle renvoie à une autre interrogation concernant la première réception du *Libro de algebra*. Les échanges entre Peletier et Clavius montrent que dès les années qui ont suivi sa publication, cet ouvrage a retenu l'attention, en dépit des difficultés qu'il pouvait poser au lecteur. Au XVII^{e} siècle, la réputation de son auteur a grandi. Le *Libro de algebra* a été tenu pour un ouvrage important et on a de nombreux témoignages qu'il a été lu et apprécié[38].

36 " Sunt nostre aetatis scriptores primarii, qui postquàm maturè perpenderunt demonstrationes nostras, de iis benignè & honorifie senserunt : in quibus Petrum Nonium Lusitanum, unum pro multis millibus testem habeo." (PELETIER, 1579 : 3v).

37 CLAVIUS, 1591: 141.

38 Le jésuite cite Nuñez à plusieurs reprises, non seulement dans ses commentaires aux *Éléments*, mais aussi dans son propre traité d'algèbre. Cf. CLAVIUS, 1608. Le *Libro de algebra* de Nuñez a aussi été commenté par Stevin, Gosselin et Bachet de Méziriac. Il a été traduit en latin par Pretorius en 1613 et la correspondance de Clavius montre qu'il a été utilisé dans les collèges jésuites.

4.2. - Valeur de la digression sur l'angle de contingence.

La digression sur l'angle de contingence offre l'exemple d'une argumentation très ramassée et incisive que l'on trouve dans d'autres passages du *Libro de algebra*. Le cosmographe portugais condense en quelques lignes des démonstrations ou raisonnements qui occupent parfois, chez d'autres (y compris Peletier et Clavius), de longues pages. À la première lecture, cette brièveté peut laisser penser que le texte de Nuñez s'appuie sur des implicites, voire que son auteur l'a écrit avec une certaine désinvolture. Il me semble au contraire que c'est le signe d'une grande maîtrise, d'une connaissance approfondie de la littérature disponible sur le sujet, et d'une certitude encore rare chez ses contemporains que les arguments mathématiques valent pour eux-mêmes; qu'il n'est pas nécessaire, pour les rendre convaincants, de les enrober dans la rhétorique en usage dans d'autres champs de la connaissance[39]. Sans l'affirmer expressément, Nuñez adopte un point de vue qui, pour la plupart de ses contemporains apparaît au mieux comme un paralogisme, au pire (pour Peletier) comme une contradiction : l'angle de contingence est une grandeur, mais d'un autre genre que le rectiligne. Après lui, Viète adoptera le même point de vue, mais c'est Wallis et Newton qui l'exprimeront clairement.

L'argument tiré de Jordan témoigne sans doute de ce souci de concision, mais il a aussi un autre intérêt. Chercher dans la « philosophie naturelle » le moyen de trancher la querelle de l'angle de contingence est rare au XVI^e^ siècle, un siècle où les auteurs considèrent que ce sujet pose avant tout la question de la cohérence de la géométrie euclidienne et, plus généralement, de la valeur du raisonnement géométrique. Avec ce type d'analyse, Nuñez renoue avec une habitude plus courante chez les auteurs du Moyen Âge[40]. Or, la justification de cet argument extra-mathématique apparaît clairement dans le texte : les angles de contingence ne se comportent pas comme les quantités auxquelles on a ordinairement affaire dans la science des grandeurs et des nombres et c'est dans le domaine exploré par Jordan que la véritable nature de ces quantités se révèle. Ainsi, la philosophie naturelle nous offre un éclai-

39 On trouve chez Viète le même sens de la concision et une autre façon de résumer en quelques mots les opinions qu'il discute Ainsi dans le bref texte qu'il consacre à son tour à la question de l'angle de contact dans le *Huitième livre des réponses variées*.

40 Au Moyen Âge, la question de l'angle de contingence se pose dans d'autres contextes que celui des mathématiques. Au XVIIe siècle, Borelli l'aborde comme une question de dynamique.

rage sur des objets mathématiques que la géométrie euclidienne ne parvient pas à saisir. Dans la digression sur l'angle de contact, Nuñez affiche donc une sorte de nécessité à faire converger mathématiques et philosophie naturelle, ou du moins à transgresser les frontières entre disciplines. Cette attitude n'est peut-être pas sans rapport avec le projet d'ensemble du *Libro de algebra*: celui-ci n'est-il pas en effet d'organiser la convergence, chaque fois que les méthodes algébriques le permettent, entre arithmétique et géométrie?

5.-Bibliographie.

BUSARD, Hubert L. L. (2005) *Campanus of Novara and Euclid's Elements*, Stuttgart, Franz Steiner Verlag (2 vol.).

CARDANO, Girolamo (1550) *Hieronymi Cardani […] De Subtilitate libri XXI*, Nuremberg, J. Petreium.

CLAVIUS, Christophe (1574) *Euclidis Elementorum libri XV. Accessit XVI solidorum Regularium comparatione. Omnes perspicuis demonstrationibus accuratisque scholiis illustrati*, Rome, V. Accoltum.

CLAVIUS, Christophe (1589) *Euclidis Elementorum libri XV, accessit XVI de solidorum regularium […] nunc iterum editi, ac multorum rerum accessione locupletati*, Rome, apud Sanctium et Socios

CLAVIUS, Christophe (1591) *Euclidis Elementorum libri XV. Accessit XVI solidorum Regularium comparatione. Omnes perspicuis demonstrationibus accuratisque scholiis illustrati*, Rome, V. Accoltum.

CLAVIUS, Christophe (1608) *Algebra Christophori Clavii Bambergensis e Societate Jesu*, Rome, B. Zanetti.

DUHEM, Pierre (1905-1906) *Les origines de la statique*, Paris, Hermann (2 vol.).

EUCLIDE (1992-2001) *Les Éléments - Introduction générale par M. Caveing - Traduction et commentaires par Bernard Vitrac*, Paris, PUF (4 vol.).

GAULLIEUR, Ernest (1874) *Histoire du Collège de Guyenne d'après un grand nombre de documents inédits*, Paris, Sandoz et Fischbacher.

GELIDA, Jean (1571) *Joannis Gelidae Valentini, Burdigalensis ludimagistri, epistolae aliquot et carmina. Arnoldi Fabricii […], epistolae etiam aliquot* […], La Rochelle, B. Berton.

JORDAN DE NEMORE (1533) *Liber jordani Nemorarii viri clarissimi De ponderibus propositionis XIII & earundem demonstrationes, multarumque rerum rationes sanè pulcherrimas complectens, nunc in lucem editus*, Ingolstadt, P. Apian.

LOGET, François (2000) *La querelle de l'angle de contact (1554-1685). Constitution et autonomie de la communauté mathématique entre Renaissance et Âge baroque*, Paris, EHESS.

LOGET, François (2002) « Jacques Peletier du Mans, mathématicien : l'angle de contact », *Nouvelle revue d'histoire du XVI[e] siècle*, vol. 20, num 1, 37-55.

MAIERÙ, Luigi (1984) « La polemica fra J. Peletier e C. Clavio circa l'angolo di contatto », *Atti del Convegno su Storia degli studi sui fondamenti della Matematica e connessi sviluppi interdisciplinari*, Luciani, 226-256.

MAIERÙ, Luigi (1990) « *In Christophorum Clavium De Contactu Linearum Apologia*. Considerazioni attorno alla polemica fra Peletier e Clavio circa l'angolo di contatto (1579 - 1582) » *Archive for History of exact Sciences*, 41, 115-137.

NUÑEZ, Pedro (1567) *Libro de algebra en arithmetica y geometria. Compuesto por el Doctor Pedro Nuñez, Cosmographo Mayor del Rey de Portugal, y Cathedratico lubilado en la cathedra de Mathematicas en la Universidad de Coymbra*, Anvers, A. Birckman.

NUÑEZ, Pedro (1946) *Obras. Nova edição revista e anotada por una comissão de socios da Academia das ciències*, Lisbone, Impressa national de Lisboa, vol. VI : *Libro de algebra en arithmetica y geometria*.

NUÑEZ, Pedro (1537) *Tratado da sphera com a theorica do sol e da lua […]*, Lisbonne, G. Galharde.

PELETIER, Jacques (1550) *Dialogue de l'ortografe e prononciation francoese, departi an deus livres*, Poitiers J. et E. de Marnef.

PELETIER, Jacques (1554) *L'algebre de Jaques Peletier du Mans, departie en deus livres* […], Lyon, J. de Tournes.

PELETIER, Jacques (1557) *Jacobi Peletarii Cenomani In Euclidis Elementa Geometrica Demonstrationum Libri sex* […], Lyon, J. Tornese et G. Gaza.

PELETIER, Jacques (1563) *Jacobi Peletarii Cenomani Commentarii tres: I De Dimensione Circuli; II. De Contactu linearum & de duabus lineis in eodem plano neque parallelis neque concurrentibus; III. De constitutione horoscopi*, Bâle, J. Oporin.

PELETIER, Jacques (1579) *Jacobi Peletarii Cenomani In Christophorum Clavium, de Contactu linearum apologia. Ejusdem Demonstrationes tres : I. de Anguli rectilinei et curvilinei aequalitate ; II. de Lineae rectae in treis parteis continue proportionales sectione ; III. de Areae trianguli ex numeris aestimatione*, Paris, H. de Marnef et G. Cavellat.

ROMMEVAUX, Sabine (2005) *Clavius : une clé pour Euclide au XVIe siècle*, Paris, Vrin.

SIMONE, Franco (1946) « Quattro lettere di J. Peletier du Mans », *Rivista di letterature moderne*, 1, 173-188.

VINET, Elie (1556) *Sphaera Joannis de Sacro Bosco emendata. Eliae Vineti Santonis Scholia in eandem Sphaeram, ab ipso auctor restituta […] et Petri Nonii demonstrationem eorum quae in extreme capite des climatibus Sacroboscius scribit de inaequali cimatum latitudine, eodem Vineto interprete*, Paris, Cavellat.

* La publicación de este trabajo se incluye en la Acción Complementaria HAR 2008-04795-E del Ministerio de Ciencia e Innovación.