

REVISTA
TECNOLÓGICO-INDUSTRIAL

1916



REVISTA TECNOLÓGICO-INDUSTRIAL

PUBLICACION MENSUAL

DE LA

ASOCIACION DE INGENIEROS INDUSTRIALES
AGRUPACIÓN DE BARCELONA

PREMIADA CON MEDALLA DE ORO EN LA EXPOSICIÓN UNIVERSAL DE BARCELONA DE 1888
Y EN LA DE BOSTON DE 1883; Y CON MEDALLA DE PLATA EN LA DE PARÍS DE 1889 Y
EN LA DE BRUSELAS DE 1897.

AÑO XXXIX — 1916



BARCELONA

La Redacción y Administración, en el local de la Asociación: Calle Pelayo, n.º 9, entl.º

Telefono 541

R. 36129

ÍNDICE DE MATERIAS DEL AÑO 1916



	<u>Páginas</u>
I. — CONSTRUCCIONES CIVILES E INDUSTRIALES	
Nota respecto a los puentes, por A. Gaya y Busquets	74
Prevención de la electrolisis en las construcciones de cemento armado	78
Dos grandes puentes sobre el Ohio	131
Elevación de los tramos de un puente sin interrumpir el tráfico	273
El accidente del puente de Quebec	286
Mástil de cemento armado en el Canal de Panamá	296
El puente de Cernavoda sobre el Danubio	323
II. — ELECTRICIDAD Y SUS APLICACIONES	
Horno eléctrico sistema, Wile	38
Las propiedades magnéticas de las aleaciones de hierro y cobalto	39
Prevención de la electrolisis en las construcciones de cemento armado	78
Juntas para cables de alta tensión	158
Reseña sobre algunas aplicaciones y tendencias nuevas en mecánica y electricidad en los Estados Unidos	178
Conductores aéreos de metales diversos	242
El cobaltaje por depósito electrolítico	239
Los relojes eléctricos	328
III. — FERROCARRILES Y TRANVÍAS	
Grandes locomotoras Baldwin	100
Las locomotoras Compound con recalentamiento de vapor	177
Recalentadores para locomotoras	294
Carriles de sección pesada	349
Material móvil para transportes rápidos	350
IV. — FÍSICA INDUSTRIAL	
Calor específico y calor de fusión del hielo	97
Empleo de una mezcla de alcohol-benzol para reemplazar la esencia en los motores en Alemania	127

	<u>Páginas</u>
Un nuevo combustible para automóviles	182
El servicio de aguas de Londres	183

V.—ENSEÑANZA INDUSTRIAL

La enseñanza teórico-práctica de la electricidad en la Universidad de Cincinnati (E. U.)	157
La enseñanza técnica superior en Francia y en el extranjero	314

VI.—MECÁNICA APLICADA Y CONSTRUCCIÓN DE MÁQUINAS

Cojinetes de suspensión de bolas para turbinas de eje vertical	39
Grandes locomotoras Baldwin	106
Un gran motor Diesel	102
La eficacia de las herramientas de acero	151
Sobre el pandeo de las barras cargadas de punta, por José Serrat y Bonastre	161
Las locomotoras Compound con recalentamiento de vapor	177
Bombas de gas Humphrey colosales	180
Conservación y duración de las correas de transmisión	183
Cálculo de columnas armadas con arriostrado incompleto, por José Serrat y Bonastre	185-217-249
El crecimiento de las paredes de los cilindros en los motores de combustión interna	215
Especificaciones y series inglesas	243
Volantes de acero moldeado como estabilizadores giroscópicos	271
Los engranajes a doble hélice y su talla mecánica, por J. S. B.	277
Recalentadores para locomotoras	294
Motores de alta presión en los Estados Unidos	295
Máquina para cortar barras cilíndricas	322
Turbinas accionadas por el vapor de escape de los martillos pilones	324
El motor Southwark-Harris	348
La propulsión aérea de los buques	351

VII.—TECNOLOGÍA MECÁNICA, QUÍMICA Y METALÚRGICA

Maquinaria para comprobar la regularidad de los pavimentos	38
Introducción al estudio de la Química-catalítica, por A. Gimeno	41-81-105
Alteración del acero debajo del agua	79
La fijación del nitrógeno del aire	126
Fundiciones de acero moldeado para piezas de buques	176
Una aleación resistente a los ácidos	180
Empleo de la soldadura oxiacetilénica en las carrocerías de aluminio	181
Conservación y duración de las correas de transmisión	183
El análisis espectral en la industria química	241

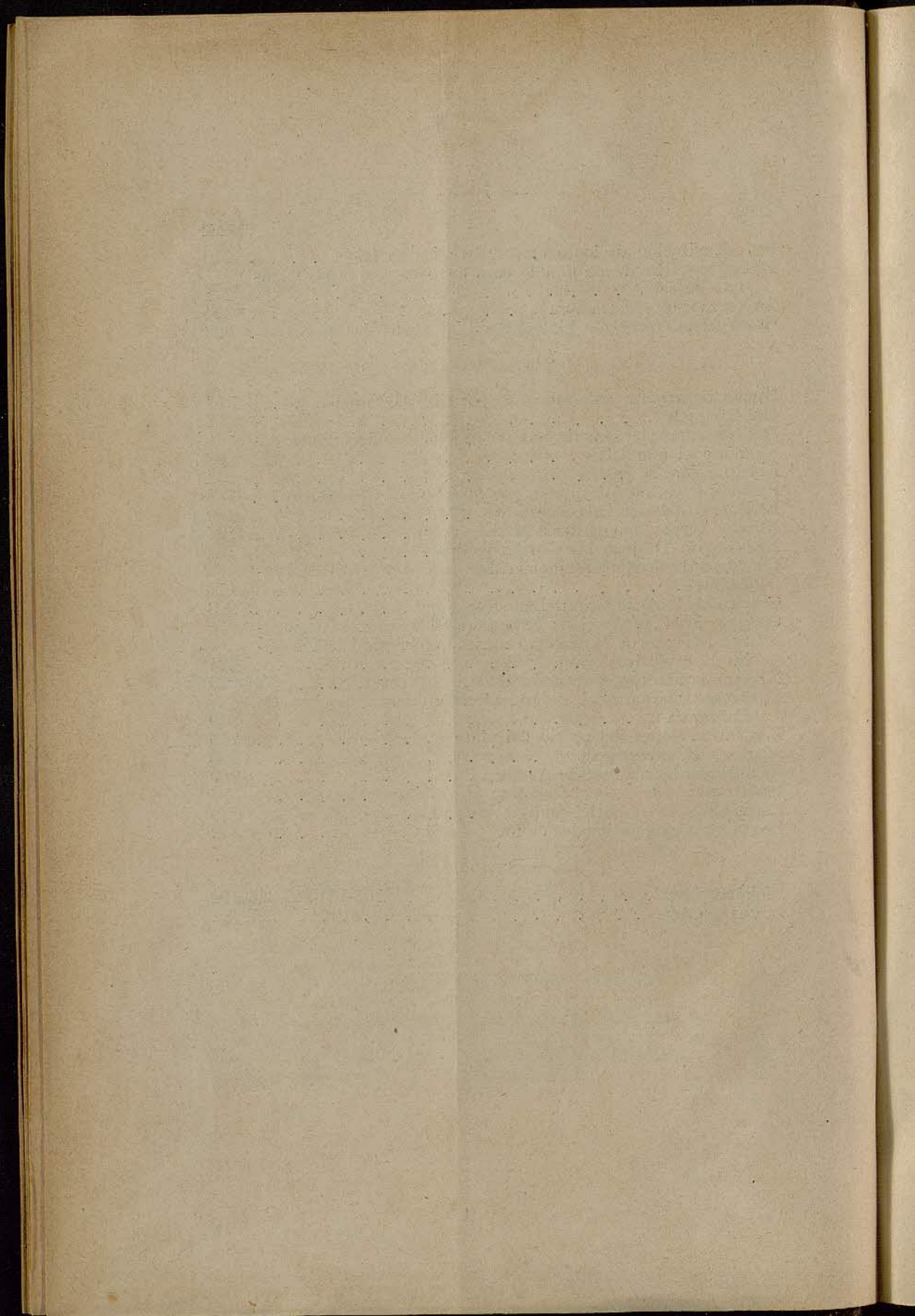
	<u>Páginas</u>
La cristalización de los aceros trabajados en frío	270
El empleo del oxígeno líquido para los barrenos en las minas nas de sal	271
La extracción del radium	324
Coste de la corrección biológica de las aguas de cloacas . . .	326

VIII. — VARIOS

Nuevo taquimetro auto-reductor, por Sixto Ocampo	1-54
Un banquete	77
Las exportaciones americanas de productos sidurúrgicos du- rante el año 1915	98
Rectificación	104
Para los expensionados (trad. por José Serrat y Bonastre) . .	118
El tráfico del canal de Panamá	129
Nuevas curvas geométricas, por A. Gaya	137
Necrología: D. José M ^a Cornet y Mas	154
Concurso de la Real Academia de Ciencias y Artes de Bar- celona	157
Crónica de la Agrupación: Banquete anual	173
Crónica de la Agrupación: Exposición elevada al Excmo. se- ñor Ministro de Hacienda contra la prórroga del Monopo- lio de explosivos	205
Nuestra producción y la defensa nacional, por J. S.	196-229
Congreso Internacional de Ingeniería en San Francisco de California	209
Las fluctuaciones del precio del platino	216
¿Qué es la experiencia?	263
Las fuerzas hidráulicas de América	269
Protección de las cosechas contra el granizo	296
Especialización o enciclopedia?	329
Los laboratorios nacionales de investigación científica	340

IX. — BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía	103-134-159-246-274
Libros nuevos	290-301



REVISTA TECNOLÓGICO-INDUSTRIAL

PUBLICADA POR LA

ASOCIACIÓN DE INGENIEROS INDUSTRIALES

Barcelona, Enero 1916



NUEVO TAQUIMETRO AUTO-REDUCTOR

En el mes de julio del año pasado aparecía un trabajo en la REVISTA TECNOLÓGICO-INDUSTRIAL, firmado por el que suscribe, describiendo ligeramemente una disposición que permitía determinar directamente las reducidas horizontales y verticales de los puntos observados desde una estación, mediante lecturas hechas en una mira y en una sola posición del anteojo del aparato. En el mencionado trabajo se hacía una exposición sucinta del fundamento del auto-reductor de don Alejandro Más y Zaldúa, considerándolo como el más perfecto de cuantos fueron construídos, y se llegaba a la consecuencia de que el mecanismo de auto-reducción, es causa de errores inadmisibles en trabajos topográficos de mediana precisión. Allí también quedaba demostrada la posibilidad de un dispositivo libre de los errores producidos por los mecanismos empleados en todos los auto-reductores hasta el día conocidos; allí se demostraba la posibilidad de un auto-reductor sin mecanismo de auto-reducción; hoy es ya llegado el momento de demostrar la practicabilidad de un aparato hijo del allí bosquejado, y no otro es el objeto de este trabajo.

Muchas, muchísimas disposiciones podrían ser ideadas, todas ellas resolviendo el problema de la auto-reducción a base de diagramas polares fijos; pero entre todas las disposiciones posibles, las descritas más adelante parecen ser las más ventajosas, no obstante requerir un anteojo acodado, forma de anteojo que sólo en los primeros días de práctica puede producir alguna pequeña

pérdida de tiempo, al buscar los puntos que deben ser observados.

No estará demás desde luego afirmar que con la disposición de los diagramas y el empleo de la mira más adelante descritos, se podrán leer, no ya las reducidas horizontales y verticales de los puntos, sino que en vez de estas últimas podrán ser leídas directamente las cotas de los mismos, lo cual producirá una economía de más del 50 por ciento del tiempo empleado en los levantamientos taquimétricos ordinarios, sin que la precisión resulte por ello perjudicada, antes al contrario, si no mayor, será por lo menos la conseguida en taquimetría ordinaria, y desde luego, las equivocaciones en los cálculos de gabinete quedarán eliminadas en absoluto, ya que tales cálculos quedarán suprimidos de hecho.

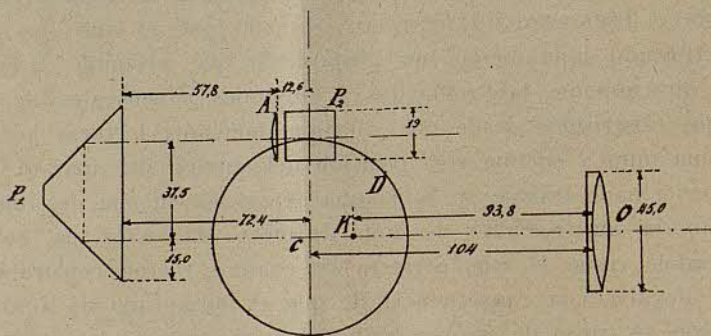


Fig. 1.

En las figuras 1 y 2 va representado en proyección vertical y horizontal respectivamente un esquema de una de las disposiciones. La luz refractada por el objetivo O sufre dos reflexiones en el prisma P_1 , del cual sale en dirección paralela pero opuesta a la de entrada, encontrando a la lente analítica A y después al prisma P_2 que la refleja en sentido perpendicular. La imagen producida por el sistema de lentes O, A viene a formarse en el plano del diagrama D , que es de cristal de caras paralelas y hace el papel de limbo vertical. La imagen es observada por un ocular ortoscópico, según puede apreciarse en la proyección horizontal, formado por la lente compuesta o_1 y la simple, biconvexa, o_2 .

Una vez expuesto el fundamento, se puede pasar a describir los detalles esenciales del aparato. La figura 3 representa en corte la disposición del anteojo; el objetivo O va montado en un tubo t_2 que enchufa en otro t_1 que le sirve de guía, y este tubo

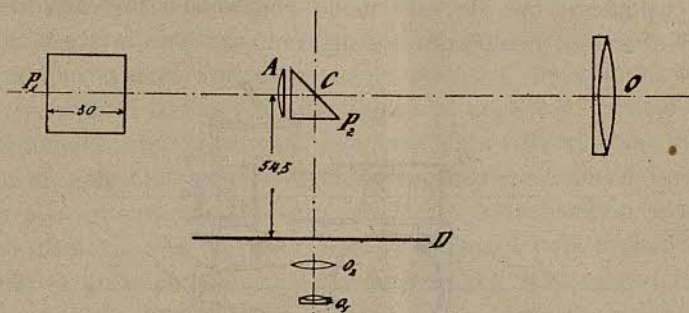


Fig. 2.

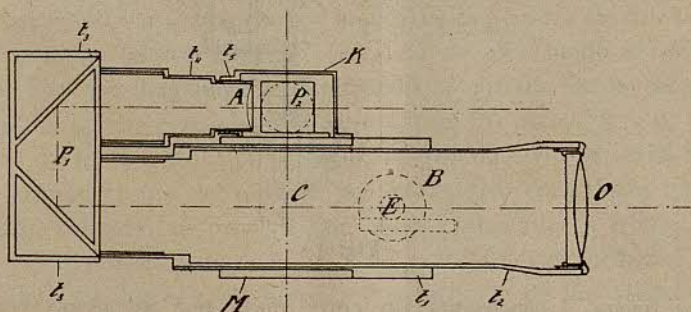


Fig. 3.

t_1 va a su vez enchufado y sujeto al manguito M , el cual va fundido en una pieza con el eje de rotación, como en todos los aparatos topográficos. El prisma P_1 va montado en t_3 , sujeto invariablemente a los tubos t_2 y t_4 ; de estos tubos, el t_4 lleva la lente analítica A invariablemente sujeta al mismo, y enchufa en t_5 que pertenece a la cámara K , que protege al prisma P_2 , yendo cámara y prisma invariablemente unidos al manguito M . En E va indicado el engranaje de piñón y cremallera, que es accionado mediante el botón B que va al exterior y sirve para enfocar los objetos observados; al accionar el botón B el sistema formado por

los tubos t_2 , t_3 y t_4 se desliza a frotamiento suave en el tubo t_1 , con relación a las demás partes del aparato, variando así el camino óptico entre el objetivo y el plano de los diagramas, pudiendo por tanto llevar a coincidir con este plano la imagen de un objeto cualquiera, que de este modo podrá ser observada con el ocular al mismo tiempo que los diagramas.

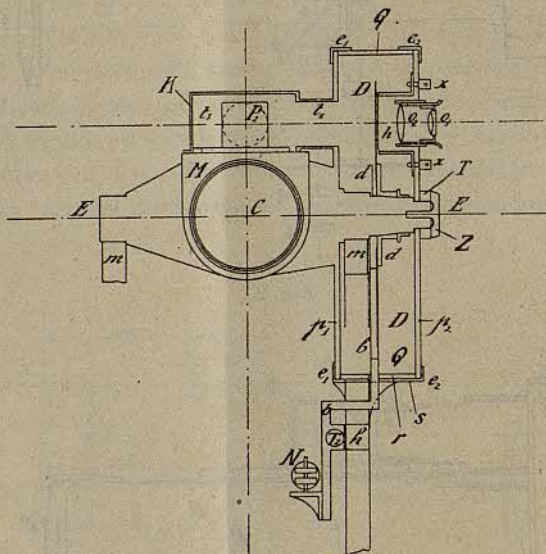


Fig. 4.

La figura 4 representa un corte dado por un plano vertical que pasa por el eje de rotación EE ; sobre el manguito M va montado el prisma P_2 guardado en la cámara K ; de esta cámara parten el tubo t_5 indicado de puntos, que es el mismo t_5 de la figura 3, y el tubo t_6 fijo a la cámara K y al plato p_1 que va montado, también fijo, en el eje EE de rotación; este eje apoya sobre el cojinete según va indicado en la figura 5, que representa una vista y corte lateral del montante que guarda los diagramas. A continuación del soporte m van montados los diagramas DD , grabados en un disco de cristal de caras paralelas, que lleva una montura central dd con ajuste cónico en el eje EE , para asegurar un buen centrado y al par permitir el giro del antejo a frotamiento dulce. Los diagramas van mantenidos en posición

mediante la barra b de forma conveniente, que va invariablemente unida a la armadura central dd , y que por la parte inferior va fija en posición por un juego de corrección T_2T_3 ; de modo que una vez asegurados, los diagramas quedan fijos no obstante el movimiento de rotación del antejo.

En la extremidad exterior del eje EE va fijado el plato p_2 que gira al par que el antejo; en este plato va montado el ocular o_1o_2 , y entre el ocular y los diagramas va un hilo h , vertical cuando el antejo está horizontal, que sirve para fijar el plano de colimación; este hilo o trazo va unido a una pieza especial sujeta al plato p_2 mediante tornillos xx para corregir la posición, y queda a una distancia muy pequeña de los diagramas, para reducir en lo posible el error de colimación producido por la paralaje; la distancia del hilo o trazo h a los diagramas permanece invariable.

El montante, según se puede acabar de apreciar en la figura 5, va fundido de una pieza que en la parte superior forma una capacidad cilíndrica Q abierta por ambos lados; contra los bordes de Q ajustan los platos p_1 y p_2 , cerrando de este modo el espacio donde van los diagramas e impidiendo la entrada de la luz exterior y del polvo; pero como el ajuste entre los platos p_1 y p_2 y los bordes de Q no puede ser perfecto, ya que de serlo se vería estorotado el movimiento del antejo por el excesivo rozamiento que en tal caso existiría, se procura que queden ajustados a frotamiento muy dulce, y la entrada de la luz y del polvo se evita mediante unas escuadras circulares e_1e_1 , e_2e_2 ; la e_1e_1 formada de dos piezas para poderla montar, y la exterior e_2e_2 de una sola pieza; estas escuadras van fijas a Q y sirven para solapar las juntas circulares de los plattillos p_1 y p_2 (*).

La barra b atraviesa al tambor Q por su parte inferior; este tambor lleva una ranura r para permitir la entrada de la barra b , al calar los diagramas en el eje; como por esta ranura entraría luz, se tapa mediante la chapa s que se fija después de corregida la posición de los diagramas; para permitir los ligeros movimientos que la corrección requiere, los agujeros de la chapa s que permiten el

(*) Las figuras 1, 2 y 3 están dibujadas a escala; las figuras 4 y 5 lo están también, excepto la cámara Q representada de un diámetro mucho mayor que el verdadero para hacer más claras las figuras; el diámetro exterior de esta cámara no llegará a 10 centímetros.

paso de los tornillos que la fijan, no son circulares; los tornillos van atornillados a Q , y s queda asegurada por la presión de las cabezas de los mismos. Podría bastar la chapa s , asegurada según queda dicho, para fijar la posición de los diagramas, pero es mejor indudablemente prolongar la barra b hacia abajo, haciéndola pasar por detrás de la traviesa T_1 del montante y sujetarla mediante un juego de corrección $T_2 T_3$; de este modo queda perfectamente asegurada la posición de los diagramas y se puede montar un nivelto N en la misma barra b ; este nivel indicará cualquier descorrección accidental que pueda producirse sin necesidad de otra verificación.

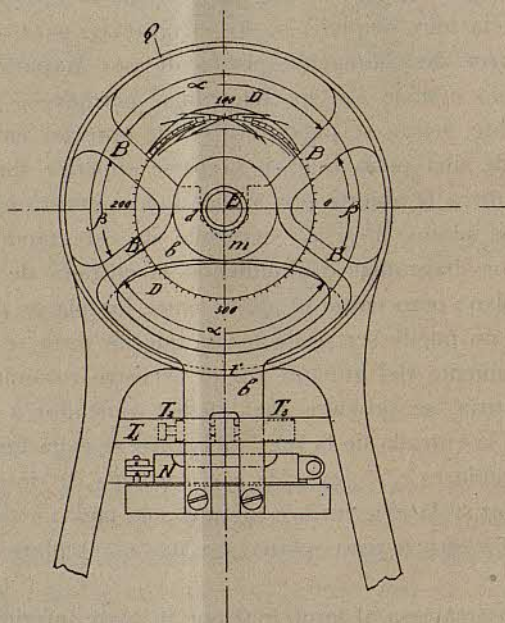


Fig. 5

En la fig. 5 se puede apreciar la disposición del soporte m en el interior de la cámara Q ; cuatro Brazos $B B$ mantienen al soporte en el centro; como estos brazos interceptan el campo de la visión para ciertas inclinaciones del anteojo, van dispuestos en la forma indicada para permitir el empleo del aparato como auto-reductor en toda la extensión angular α ; la abertura inferior α sirve para permitir las lecturas cuando se invierte al anteojo, caso de que se

quiera usar el aparato como teodolito; esta abertura puede suprimirse sin ningún inconveniente en los taquímetros ordinarios. Los sectores $\beta\beta$ laterales sirven para observaciones estelares cerca del zenit y observaciones nadirales; a este último objeto el plato azimutal del aparato debe llevar una abertura circular en el centro, para permitir mirar a través de ella, como en algunos teodolitos de anteojo acodado; esta disposición es muy conveniente en los aparatos empleados en las minas, para en algunos casos resolver el problema de la orientación de planos de labores mineras (*), y es también muy útil para comprobar y corregir la horizontalidad del eje de rotación mediante la observación nadiral. Es de notar que en este aparato la cruz filar o eje de la visual, viene definida por la intersección del hilo h con el trazo central o circunferencia media de las diagramas; como esta circunferencia debe quedar perfectamente centrada, su posición es invariable y por consiguiente ha de ser recorrida por el eje óptico del sistema, en su giro alrededor del eje de rotación EE ; esta condición sólo debe bus-

(*) La determinación del azimut de una línea en el fondo de un pozo, cuando la mina no tiene otra comunicación con la superficie, constituye el problema más delicado de la topografía minera; en los tratados especiales se describen los procedimientos empleados para la resolución del problema. Con el aparato descrito en este trabajo, lo mismo que con otro teodolito que permita mirar verticalmente, como los de anteojo acodado, el problema puede ser resuelto con relativa facilidad empleando el procedimiento siguiente que hemos ideado: hágase estación en el fondo del pozo como mejor se pueda, y si el aparato permite mirar hacia abajo, hágase estación, mejor que en el fondo, en la boca del pozo sobre un entramado; en el fondo del pozo se dispone una lámpara eléctrica formada por un filamento metálico, rectilíneo, como de un metro o más de longitud, manteniendo tenso en el interior de un tubo de cristal en el que se ha hecho el vacío; bien fijado este tubo en la dirección de una galería, inclinado a 45° , se cierra el circuito y se mueve transversalmente hasta que el filamento corte al retículo en el centro; no hará falta mayor voltaje que el necesario para hacer visible al hilo desde el aparato. Se hace girar el aparato hasta que el hilo vertical cubra exactamente al filamento de la lámpara en toda la carrera posible de rotación del anteojo alrededor de su eje; una vez conseguido esto, basta llevar el plano de colimación a la superficie, haciendo girar el anteojo alrededor del eje de rotación; el azimut del plano de colimación se puede medir ahora fácilmente, haciendo una lectura en el limbo, si el aparato estaba previamente orientado. Bájese al fondo del pozo; hágase estación a la mayor distancia posible del tubo y en la dirección de éste, y estando el aparato sobre un soporte móvil, desplácese hasta conseguir cubrir con el trazo vertical del retículo la imagen del filamento; el plano de colimación tiene ahora el mismo azimut que el de la superficie. En el fondo de la mina puede observarse el filamento sin dar corriente; bastará disponer una luz en alto en el sentido de la longitud, para que sea visible el filamento si el aparato no está muy lejos. La exactitud que puede conseguirse con este procedimiento es probable no sea alcanzada por ningún otro. En vez de lámpara eléctrica se podría emplear un hilo de platino enrojecido por la corriente o un colimador análogo.

carse sea satisfecha por construcción, para no dejar a cargo del operador una corrección que con toda seguridad sería incapaz de hacer; no queda pues otra corrección en cuanto a la coincidencia de los ejes ópticos y de colimación que la correspondiente al hilo o trazo h . Según se dijo, este hilo o trazo va en una pieza fija al plato p_2 mediante tornillos de corrección que permiten llevarle a la posición central; el plato p_2 va asegurado por la tuerca T y el tornillo Z ; además, el agujero central del plato p_2 es cuadrado y cuadrado también el extremo del eje donde enchufa; por consiguiente, será muy difícil o imposible cualquier giro del plato con relación al eje.

Es probable que la observación nadiral no pueda practicarse con este aparato, debido al gran número de reflexiones que debe sufrir la luz; pero aunque el plato azimutal no lleve agujero que permita mirar hacia abajo, podrá ser empleada la observación zenital para la verificación y corrección de la horizontalidad del eje de rotación. Para practicar la observación zenital es preciso que antes se haya verificado y corregido la perpendicularidad(*) del

(*) Conviene hacer observar que lo que se suele de ordinario comprobar es la perpendicularidad del plano de colimación, determinado por el centro óptico del objetivo y el hilo o trazo vertical del retículo, y el eje de rotación; la cruz filar puede hallarse en cualquier punto del hilo o trazo vertical, suponiéndole centrado, sin que el aparato deje de estar corregido para la medida de los ángulos horizontales. Para la medida de los ángulos en un plano vertical, es necesario que la cruz filar caiga en el plano horizontal que contiene al eje óptico del objetivo, pues de no ser así, con el movimiento de enfocación del anteojo, variaría, aunque muy poco, la distancia angular de la cruz filar al plano horizontal que contiene al eje óptico; por esto es necesario que en los aparatos destinados a la medida de ángulos horizontales y verticales, el eje de colimación coincida con el eje del objetivo.

Sólo en los aparatos en que el anteojo puede girar alrededor de su eje de figura, es posible verificar la coincidencia del eje de colimación con el eje óptico del objetivo; pero en tal caso el eje de rotación debe ser perpendicular al eje de colimación por construcción; pues si al verificar esta perpendicularidad se comprobase que no existía, habría que mover el retículo para conseguirla, y entonces dejaría de existir la coincidencia del eje óptico con el de colimación. Lo mejor es que el aparato salga perfectamente corregido de manos del constructor y dispuesto de modo que difícilmente pueda descorregirse; esta fué la tendencia iniciada y seguida por el genial Porro en la construcción de aparatos topográficos.

La mejor manera de verificar y corregir la perpendicularidad del plano de colimación y del eje de rotación es la siguiente: hágase estación entre dos muros algo distanciados o en su defecto delante de un muro, como a 30 metros, o menos, según la potencia del anteojo, y en terreno poco inclinado; con el anteojo horizontal apúntese a una línea vertical trazada con un lápiz en el muro de enfrente; fíjese el plato azimutal y dése al anteojo la vuelta de campana; llevándole a la horizontal léase en una reglilla dispuesta horizontalmente, sujeta con dos clavos en el muro a que ahora se mira, que era el que estaba antes a nuestra espalda; la reglilla puede ser una de las ordinarias, un

eje óptico y del eje de rotación, pues de no hacer las correcciones por este orden, nos expondríamos a atribuir a defecto de horizontalidad del eje, lo que podría ser producido por la falta de perpendicularidad del mismo y del eje de colimación.

La observación zenital puede ser practicada disponiendo el aparato bajo una mira o reglilla colocada horizontalmente con la graduación hacia abajo; con el anteojo se apunta verticalmente, y se hace girar al aparato hasta que el trazo vertical del retículo corte perpendicularmente a la escala; se hace una lectura en esta posición, y se imprime una semi-revolución al aparato, volviendo a leer de nuevo; si las dos lecturas son iguales, el eje de rotación es horizontal; si las lecturas no son iguales se lleva la visual al

doble decímetro o una regla de cálculo puesta de modo que se vea el borde graduado; una vez hecha la lectura, no se vuelve a tocar la reglilla hasta terminada la operación; anótese la lectura y hágase girar al aparato alrededor del eje vertical hasta que, manteniéndose el anteojo horizontal, quede enfocado el trazo del primer muro; fíjese de nuevo el plato azimutal, y haciendo bascular al anteojo, véngase a observar otra vez la reglilla puesta en el segundo muro, el anteojo permaneciendo horizontal; si la segunda lectura es igual a la primera, el plano de colimación es perpendicular al eje de rotación; si las lecturas no son iguales, mediante los tornillos de corrección del retículo, desplácese éste hasta que la visual caiga a *un cuarto* de la distancia que separa las dos lecturas. Por este procedimiento la corrección se consigue sin tener que leer ángulos azimutales o desmontar el anteojo como otros procedimientos requieren, y se obtiene el máximo de perfección, ya que la potencia del anteojo es superior siempre a la que permitiría apreciar la última fracción angular que puede ser estimada sobre el limbo. A defecto del primer muro se puede emplear una plomada cuyo hilo sustituya a la señal, o una estaquita muy delgada. Si tampoco se encuentra segundo muro en el lugar de observación, se puede colocar la escalilla sujeta o clavada en una banderola, encima de una piedra, etc.; lo que importa es que las visuales se aparten lo menos posible de la horizontal. En los pocos tratados en que se describe este procedimiento, se suele decir que la visual debe llevarse a la mitad de la distancia entre la primera y la segunda lectura; se comprende que los autores no se tomaron nunca la molestia de hacer esta corrección, o caso de hacerla tal cual dicen, no comprobaron si estaba bien hecha, repitiendo las observaciones; al llevar la visual al punto medio, la descorrección se hace igual y de signo contrario a la primitiva; es precisamente *al cuarto* de la distancia entre las dos primeras observaciones, adonde hay que llevar el hilo vertical, para que la corrección quede realizada; como podrá comprobar el lector sobre el adjunto esquema, en el cual las visuales van numeradas por el orden en que son hechas, E representa el error de perpendicularidad, y E_1 , E_1' , E_2 , E_2' las posiciones del eje de rotación.

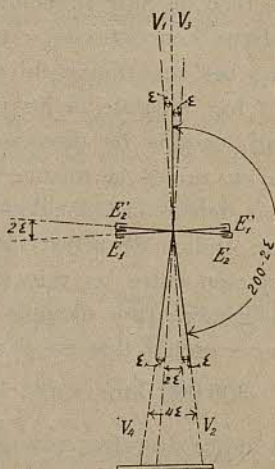


Fig. A.

punto medio subiendo o bajando el soporte corregible. Se comprende que si el eje de rotación es horizontal y el plano de colimación perpendicular a él, este plano será vertical y cortará a la reglilla en el mismo punto en ambas posiciones. En este aparato se podrá verificar el centrado de la visual por el procedimiento anterior; bastará ver si una vez dispuesto el antejo vertical, la visual permanece constantemente en el mismo punto para cualquier giro que se imprima al aparato; en semejante posición, el eje de colimación debe coincidir con el eje vertical de rotación, y al girar el aparato azimutalmente, la visual debe conservar la misma dirección.

A título de ilustración se da más adelante un bosquejo del cálculo de las dimensiones principales del aparato, para así hacer resaltar la posibilidad de construcción del mismo; pero, antes de empezar, será conveniente recordar algunos principios de óptica, que han de servir de base a las determinaciones posteriores, y aún a trueque de ser pesados, séanos permitido empezar por la deducción de las fórmulas fundamentales de las lentes.

Todo el mundo sabe que la luz es debida a vibraciones del éter; se llama superficie de onda a la superficie normal a todos los rayos de luz de un haz; la luz se propaga en dirección rectilínea normal a las superficies de onda. Cuando la luz es emitida por un foco de muy reducidas dimensiones, las superficies de onda son esferas concéntricas; cuando se trata de un haz de rayos paralelos, las superficies de onda son planos normales a la dirección del haz. Cuando la luz pasa de un medio a otro de distinta densidad, cambia de dirección; esto es debido a que la velocidad de la luz no es la misma en un medio que en otro; en los medios más densos la velocidad de la luz es menor que en los menos densos. Índice de refracción de un medio con respecto a otro, es la relación entre las velocidades de la luz en el segundo medio y en el primero; por ejemplo, la velocidad de la luz en el agua es 1,33 veces menor que en el aire, si la velocidad de la luz en el aire es V (300.000 kms. $\times 1''$), la velocidad en el agua es $V' = \frac{V}{1,33}$ y el índice de refracción del agua con relación al aire será: $n = \frac{V}{V'} = \frac{V}{\frac{V}{1,33}} = 1,33$; la luz cambia de dirección al pasar de un medio

a otro, porque en su propagación sigue la trayectoria que requiere el mínimo tiempo para ser recorrida. Basta expresar analíticamente esta condición, para hallar la relación $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n$ entre el índice y los ángulos de incidencia y refracción.



Fig. 6.

Cuando un haz de luz paralela encuentra a una lente biconvexa, la superficie de onda que es plana antes de la lente L (figura 6) es curva después de ella; se comprende que sea curva y que presente la convexidad hacia la lente, porque debido a la menor velocidad de la luz en el vidrio que en el aire, los rayos centrales que tienen que atravesar mayor espesor, quedarán más retrasados que los marginales. Cuando una lente es de poca abertura y poco espesor, y la curvatura de sus caras es relativamente pequeña, las superficies de onda de un haz paralelo después de atravesar la lente son esféricas, y por lo tanto todo el haz de luz refractado viene a converger en un punto que es el foco F ; la distancia $\overline{LF} = f$ es la distancia focal de la lente. Queda por consiguiente demostrado que una lente biconvexa modifica la curvatura de la superficie de onda en una cantidad $\frac{1}{f}$, pues antes de la entrada de un haz paralelo la curvatura de la superficie de onda es cero, y a la salida del haz la superficie de onda es esférica, de radio igual a f , siendo $\frac{1}{f}$ la curvatura de esta superficie.

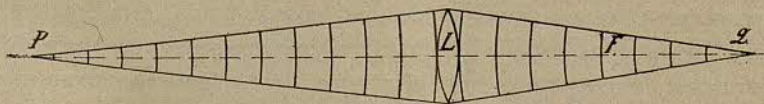


Fig. 7.

Cuando la luz proviene de un punto P (figura 7) situado en el eje principal de una lente, a una distancia $\overline{PL} = d_1$, la super-

ficie de onda incidente tiene ya una curvatura de $\frac{1}{d_1}$; la lente, según antes se demostró, imprime a la superficie de onda una curvatura $\frac{1}{f}$; pero las superficies de onda a la entrada tienen curvatura opuesta a las de salida; por consiguiente la curvatura de la superficie de onda refractada será $\frac{1}{f} - \frac{1}{d_1}$, y este valor será igual a la inversa de la distancia $LQ = d_2$, o sea a $\frac{1}{d_2}$, que es la curvatura de la superficie de onda refractada; en consecuencia se podrá establecer la igualdad

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{d_1} = \frac{1}{d_2} \quad \text{o bien} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \quad (\text{a})$$

que es la fórmula de las lentes convergentes.

Las lentes divergentes son más delgadas en el centro que en los bordes; los rayos centrales, después de atravesar, no quedan tan retardados como los marginales, y la superficie de onda refractada presenta su concavidad hacia la lente; si se conviene en considerar negativa a la curvatura $\frac{1}{f}$ que estas lentes imprimen a la superficie de onda, lo mismo que a la $\frac{1}{d_1}$, se tendrá

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{d_1} = -\frac{1}{d_2} \quad \text{o bien} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}$$

que es la fórmula de las lentes divergentes. En estas fórmulas d_1 y d_2 representan respectivamente las distancias del punto y de su imagen a la lente. Si se considera dividido el espacio en dos regiones por el plano principal de una lente delgada, estas regiones son denominadas espacio-objeto y espacio-imagen; pues bien, las distancias se cuentan desde el centro de la lente positivamente para los objetos hacia el espacio-objeto, y positivamente para las imágenes hacia el espacio-imagen; así las fórmulas anteriores adquieren toda su generalidad, debiendo, sí, tener presente que la

distancia focal de las lentes convergentes es positiva, y negativa la de las divergentes*).

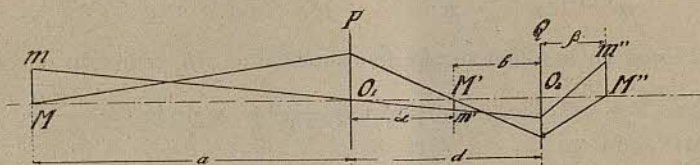


Fig. 8.

Sea ahora (figura 8) un sistema de dos lentes P y Q , convergentes que pueden ser representadas sin ningún inconveniente por sus planos principales, desde el momento en que se hace caso omiso del espesor; sean p y q las distancias focales de estas lentes; según el trazado de la figura, la lente P forma una imagen M' del punto M , y otra m' del punto m ; la lente Q forma las nuevas imágenes $M'' m''$. Sea

$$\overline{O_1 M} = a, \quad \overline{O_1 M'} = \alpha, \quad \overline{O_2 M'} = b, \quad \overline{O_2 M''} = \beta;$$

(*) Podría parecer de poco rigorismo científico el método seguido para deducir las fórmulas de los lentes. Hay ciertos espíritus, por desgracia un tanto abundantes, que confunden el fin con el medio, considerando a las matemáticas como elemento esencial y no como instrumento. Algo parecido es lo que ocurre con ciertos músicos que creen en el pentágrama y sus signos como si fuesen la misma música; a estos señores cabe decirles, «no señores, música no es el pentágrama y sus signos; música es lo que se oye»; como a nuestros rigoristas científico-matemáticos se les puede decir, «a fuerza de tanto y tanto rigorismo matemático puede ocurrir, y ocurre con relativa frecuencia, que se olvida la esencia de un fenómeno confundiendo con los cálculos a que da lugar». Ya que de Óptica se trata, podremos citar un ejemplo óptico que corrobora la aseveración anterior. Es raro el tratado de Óptica en que no se llegue a la conclusión de que dos lentes convergentes, situadas a una distancia igual a la semisuma de sus distancias focales, constituyen un sistema acromático para todos los colores; a esta consecuencia se llega por aplicar el método de Gauss, todo lo elegante y científico que se quiera pero que no sirve para evitar que los autores más competentes, incurran en un error tan de bulto como el señalado; cuando se estudia Óptica por el método de Gauss, parece más bien que lo que se estudia es Geometría Analítica; no tiene pues nada de particular que olvidando la esencia del fenómeno se deduzcan resultados que están en oposición abierta con el sentido común; pero lo peor es que el sentido común no sirva para discutir los resultados. Dos lentes convergentes hechas de la misma substancia no pueden constituir un sistema acromático; basta considerar las lentes como constituidas por un número muy grande de prismas, para darse cuenta de que, por el contrario, en vez de acromatizar color alguno, el sistema tendrá una gran dispersión. No puede menos de sorprender que al deducir la consecuencia mencionada, los autores no hayan pensado que en los prismas, como caso particular de las lentes, debiera ocurrir algo parecido. Salmoiraghi en su magistral obra «Instrumenti e metodi moderni di Geometria applicata». T. I nota de la pág. 290 y siguientes, demuestra claramente el origen del error

se tendrá aplicando la fórmula (a)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} \quad (1) \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} \quad (2);$$

entre estas ecuaciones se pueden eliminar α y β , teniendo en cuenta que $\alpha + \beta = d$. De la (1) sale $\alpha = \frac{ap}{a-p}$, y de la (2) $\frac{\beta q}{\beta - q}$,

luego

$$\alpha + \beta = d = \frac{ap}{a-p} + \frac{\beta q}{\beta - q};$$

esta ecuación sirve para determinar β , una vez conocidos p , q y d ; en general sirve para determinar uno de los cuatro valores β , p , q , d en función de los otros tres.

El tamaño $\overline{M''m''}$ de la imagen es fácil de calcular en función de \overline{Mm} y de los demás datos; sea

$$Mm = Z, \quad M'm' = Z', \quad M''m'' = Z'';$$

aludido, cometido por el profesor Lang, y deduce la verdadera condición de acromatismo del sistema formado por dos lentes, diciendo de paso del método de Gauss lo que indudablemente merece; a la referida obra enviamos al lector deseoso de conocer a fondo la cuestión del acromatismo, expuesta de una manera poco común por lo clara.

Hemos comprobado el error señalado sobre el acromatismo de un sistema de dos lentes en las siguientes obras: Drude, Précis d'Optique, T. I págs. 99 y 141; Wallon, Leçons d'Optique Géométrique, pág. 331; Whittaker, The theory of optical instruments, pág. 51; probablemente, hasta en la misma obra de Mascart, que lamentamos no tener a mano en este momento, se incurre en el mismo error, si la memoria no nos engaña. Es muy probable que al terminar el estudio de la mayoría de las obras de Optica nos encontremos con la cabeza llena de cálculos y sin saber calcular un mal catalejo. La experiencia nos permite hablar así, y sólo después del estudio de la obra de Salmoiraghi hemos adquirido ideas un tanto claras sobre los principios de Optica, tratándose de una obra que no es de Optica principalmente.

En la historia del progreso de la humanidad son muchos los errores que han sido sostenidos por los sabios más eminentes simplemente por creer a ojos cerrados en los resultados de sus cálculos. Newton dedujo la ley del seno cuadrado para la resistencia del aire contra superficies inclinadas; Navier apoyado en esta fórmula demostraba que una golondrina para volar debía desarrollar una energía de 4'4 kilogrametros. A este tenor se podrían citar muchos ejemplos. Generalmente las máquinas y todos los grandes inventos aparecieron y no se era capaz de calcular nada de ellos o muy poca cosa.

Para terminar esta nota diremos que el método seguido aquí para la deducción de las fórmulas de las lentes, es con poca diferencia el empleado por Silvanus P. Thompson en sus «Optical tables and data for the use of opticians»; este método será poco matemático, pero de poco claro nadie se atreverá a tacharle; su claridad es la que nos ha determinado a seguirle para recordar unas fórmulas, que dicho sea sin ofender a nadie, deben ser muy pocos quienes recuerden la deducción.

de la figura se deduce

$$\frac{Z}{Z'} = \frac{a}{\alpha} \quad \frac{Z'}{Z''} = \frac{b}{\beta} \quad \text{o bien} \quad Z' = \frac{\alpha}{a} Z$$

$$\text{y} \quad Z'' = \frac{\beta}{b} Z' = \frac{\alpha \beta}{a b} Z$$

Sentado lo anterior, se puede ya pasar al estudio del analatismo central (*). Sea (figura 9) P el objetivo, Q la lente llamada por Porro analática, mn la posición de los hilos a trazos del retículo correspondiente a una posición MN de la mira; $m'n'$ la po-

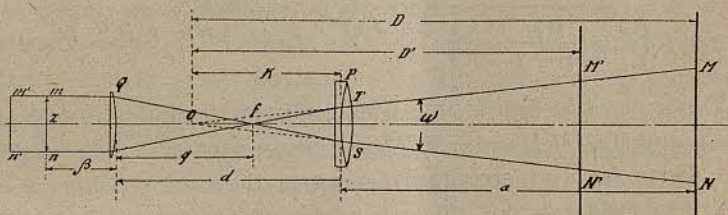


Fig. 9.

sición de los trazos para otra posición $M'N'$ de la mira; de modo que la imagen de MN coincide con $m'n$, y la de $M'N'$ con $m'n'$. Sean además p y q las distancias focales respectivas de las dos lentes, y d la separación de las mismas; por construcción debe verificarse $p > d > q$.

Las fórmulas encontradas anteriormente son aplicables al caso actual, con la sola variación de que ahora b es negativa, puesto que la imagen formada por la lente P cae detrás de la lente Q , por ser $p > d$. Siguiendo las notaciones de la figura y aplicando las fórmulas anteriores, se tendrá

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} \quad \text{de donde} \quad \alpha = \frac{ap}{a-p} \quad \text{,,} \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q}$$

$$\text{luego} \quad \beta = \frac{bq}{b-q}, \quad \text{pero} \quad b = d - \alpha, \quad \text{luego} \quad \beta = \frac{q(d-\alpha)}{d-\alpha-q}.$$

(*) El razonamiento anterior referente a un sistema de dos lentes y todo el que sigue referente al analatismo central, pertenecen a la obra ya citada «Instrumenti e metodi moderni di Geometria applicata» de A. Salmoiraghi, ingeniero director de «La Filotécnica» de Milán, sucesor de Porro.

Anteriormente se encontró la fórmula

$$Z'' = \frac{\alpha \beta}{a b} Z;$$

aquí $Z'' = z$ y α , β , a y b conservan el mismo significado; sustituyendo en la fórmula anterior los valores de α y β encontrados, resulta

$$\begin{aligned} z &= \frac{\frac{a p}{a - p} \cdot \frac{q (d - \alpha)}{d - \alpha - q}}{a (d - \alpha)} Z = \frac{p q}{(a - p) (d - \alpha - q)} Z = \\ &= \frac{p q}{(a - p) \left(d - \frac{a p}{a - p} - q \right)} Z = \frac{p q}{d (a - p) - a p - q (a - p)} Z. \quad (3) \end{aligned}$$

Volviendo a la figura 9 se comprende que cuando la mira pasa de la posición MN a la $M'N'$, su imagen pasa de mn a $m'n'$, y la distancia \overline{mn} permanece constante. Si por los puntos mn o $m'n'$ se consideran dos rayos paralelos al eje óptico, después de refractados por la lente Q vendrán a concurrir en el foco f de la misma; siguiendo la marcha de estos rayos, que se supone provienen del lado del ocular para facilitar la explicación, se ve que, sea cual fuere la posición del retículo mn , después de refractados por Q , formarán siempre el mismo ángulo con el eje principal, y por consiguiente encontrarán a la lente P siempre bajo el mismo ángulo; estos rayos, después de refractados por la lente P , saldrán siempre igualmente inclinados con respecto al eje óptico, siguiendo las direcciones SN , TM . Supóngase ahora la marcha de la luz invertida; los rayos NS y MT , después de refractados por la lente P , pasarán por el foco f de la lente Q , que los refractará en dirección paralela al eje. El ángulo $\widehat{NOM} = \omega$, formado por los rayos NS y MT , es constante y puede servir de ángulo diastimométrico, contándose las distancias a partir del punto O en que concurren las prolongaciones de dichos rayos; este punto O fué llamado por Porro, punto analítico (de $\alpha\lambda\alpha\sigma\sigma\omega$, allaso, variable, y $\alpha\eta$, negación), puesto que permanece fijo, lo mismo que los rayos que le determinan. De la figura se deduce, llamando D y D' a las distancias del punto O a la mira puesta en

$M\bar{N}$ o $M'N'$, $\frac{\overline{MN}}{D} = \frac{\overline{M'N'}}{D'} = 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega$; la distancia D o la D' de la mira al punto O , se puede deducir conociendo la magnitud \overline{MN} o la $\overline{M'N'}$, y dividiéndola por $2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega$, ya que $D = \frac{\overline{MN}}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega}$; pero \overline{MN} es la porción de mira comprendida entre los trazos del retículo, y si se escoge el valor de ω de modo que $2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega = 0,01$, resultará $D = \frac{\overline{MN}}{0,01} = 100 \overline{MN}$ y cada centímetro de mira equivaldrá a un metro de distancia; las distancias así, serán leídas en la mira, con sólo llamar a los centímetros metros.

Para conocer la distancia $D = a + K$, se precisa calcular la distancia K del punto analítico al plano principal del objetivo; pero el punto O es el conjugado virtual del punto f respecto a la lente P , pues los rayos que antes de atravesar el objetivo vienen a concurrir en O , concurren en f después de refractados. La distancia del punto f a la lente P es $d - q$, luego se podrá escribir la ecuación

$$-\frac{1}{K} + \frac{1}{d - q} = \frac{1}{p};$$

la distancia K figura negativamente por tratarse de un punto virtual, o más claro, por ser O el punto objeto y estar en el lado del espacio imagen. De la anterior ecuación resulta

$$K = \frac{p(d - q)}{p - d + q} \quad (4)$$

Ahora se puede ya calcular el valor $D = a + K$, que resulta ser

$$D = a + \frac{p(d - q)}{p - d + q} = \frac{-d(a - p) + ap + q(a - p)}{p - d + q}$$

El numerador del valor anterior es igual y de signo contrario al denominador del valor z dado por la ecuación (3); multiplicando estas dos ecuaciones, se obtiene

$$Dz = \frac{pq}{p - d + q} Z;$$

pero si se atiende al signo, atribuyendo a z signo negativo por ser la imagen invertida, resulta

$$D = \frac{pq}{p-d+q} \frac{Z}{z};$$

fórmula que determina la distancia en función de la separación z de los trazos del retículo, de la porción Z de mira interceptada, y de las distancias focales y separación del objetivo y la lente analítica.

De la fórmula anterior se deduce

$$Z = \frac{pq}{p-d+q} \cdot \frac{Z}{D}, \quad \text{pero} \quad \frac{Z}{D} = 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega,$$

$$\text{luego} \quad Z = \frac{2pq \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega}{p-d+q} \quad (5)$$

que es la fórmula que se emplea para calcular la separación de los trazos del retículo en función del ángulo diastimométrico y de las constantes ópticas del sistema.

Anteriormente se encontraron los valores de α y β

$$\alpha = \frac{ap}{a-p} \quad ,, \quad \beta = \frac{bq}{b-q} = \frac{q(d-\alpha)}{d-\alpha-q};$$

sustituyendo el valor de α en esta igualdad, se obtiene

$$\beta = \frac{q \left(d - \frac{ap}{a-p} \right)}{d - \frac{ap}{a-p} - q} = \frac{q \left(d - \frac{p}{1 - \frac{p}{a}} \right)}{d - \frac{p}{1 - \frac{p}{a}} - q},$$

fórmula que da la distancia de la imagen a la lente analítica, en función de las constantes ópticas del sistema y de la distancia a de la mira al objetivo; cuando esta distancia a es muy grande, la fórmula anterior se convierte en la siguiente:

$$\beta = \frac{q(d-p)}{d-p-q}$$

y cambiando el signo en ambos términos, se obtiene por fin

$$\beta = \frac{q(p-d)}{p-d+q} \quad ,, \quad (6)$$

Con los anteriores razonamientos y los nuevos que se harán donde sea necesario, es posible ya pasar a determinaciones numéricas.

Se llama pupila emergente o disco ocular de un anteojo, a la imagen del objetivo formada por el ocular; el haz emergente del ocular presenta un diámetro mínimo en el punto donde se forma la imagen del objetivo, o sea el disco ocular; si se toma un anteojo y se apunta a un objeto luminoso, colocando un papel detrás del ocular, se verá un círculo iluminado que varía de diámetro según se acerca o se separa el papel; el diámetro mínimo corresponde al disco ocular. En el punto donde se forma el disco ocular es donde ponemos la pupila cuando miramos los objetos con un anteojo; así, todo el haz emergente es recogido por el ojo; pero para que todo el haz de luz que entra por el objetivo sea recogido por el ojo, es necesario que el diámetro del disco ocular no sea mayor que el de la pupila del observador; si este diámetro es menor que el de la pupila, el ojo recogerá, sí, todo el haz luminoso que entra por el objetivo, pero como puede recoger un haz mayor, convendrá aumentar el diámetro del disco ocular. El diámetro del disco ocular puede ser aumentado de dos modos, 1º aumentando el diámetro del objetivo sin modificar el ocular, 2º aumentando la distancia focal del ocular sin modificar el objetivo; del primer modo se aumenta la claridad de la imagen sin modificar la ampliación del anteojo; del segundo modo se aumenta la claridad de la imagen a costa de disminuir la ampliación del anteojo. La claridad máxima se obtendrá cuando el diámetro del disco ocular sea igual al de la pupila, pues mayor no puede ser, porque entonces el ojo no puede recibir todo el haz luminoso, y menor no debe ser, porque haciéndole mayor, aumentando el diámetro del objetivo, se aumenta la claridad sin disminuir la ampliación.

El diámetro de la pupila es variable, pero se conviene en asignarle un valor de 1,5 a 2 mm., sea 1,8 mm. El aumento normal de un anteojo, es aquél para el cual la claridad es máxima, y viene dado por la relación entre el diámetro del objetivo y el del disco ocular. Si el anteojo ha de permitir estimar dos milímetros a cien metros de distancia, o sea una magnitud angular de

$$\frac{2}{100.000} \cdot \frac{180 \cdot 60 \cdot 60}{\pi} = \frac{2}{100.000} \cdot 206265'' = 4'',12$$

y el ángulo límite de percepción de nuestra vista se admite sea $90''$, el aumento debe ser de

$$\frac{90''}{4'',12} = 21,8 \text{ diámetros.}$$

Adoptemos un aumento de 25 diámetros; para este aumento la abertura útil del objetivo deberá ser de $25 \times 1,8 = 45$ mm. La distancia focal del objetivo no debe ser menor de ocho veces su abertura, para producir imágenes exentas de aberración; por lo tanto el objetivo deberá ser de una distancia focal

$$p = 8 \cdot 45 = 360 \text{ mm.}$$

Por la disposición del aparato, el valor de β , o sea la distancia entre el plano del diagrama y la lente analítica, no debe ser menor de 60 mm. En la fórmula (6) ya son conocidos β y p faltan determinar q y d ; de estos valores uno podría escogerse arbitrariamente, pero las condiciones del aparato fijan el valor de K , dado por la fórmula (4), ya que el punto analítico debe coincidir con el eje de rotación del antejo; como en este antejo se enfoca por el lado del objetivo, el centro de analatismo no permanece fijo y conviene situarle de modo que su posición media coincida con el centro de rotación; de este modo quedan determinados todos los valores.

Después de diversos tanteos entre los valores anteriores y otros, como son, el lado y altura del prisma P_2 (figs. 1 y 2), la distancia focal y la abertura de la lente analítica, el diámetro del manguito y las condiciones de equilibrio del antejo, se llega a los valores $q = 200$ mm. y $d = 274,4$ mm. de donde resulta

$$\beta = \frac{200(360 - 274,4)}{360 - 274,4 + 200} = \frac{200 \cdot 85,6}{285,6} = 60 \text{ mm.}$$

según se había supuesto, y

$$K = \frac{360(274,4 - 200)}{360 - 274,4 + 200} = \frac{360 \cdot 74,4}{285,6} = 93,8 \text{ mm.}$$

Si el campo del antejo ha de ser 0,03, la imagen producida por el objetivo sólo tendrá $0,03 \cdot 360 = 10,8$ mm. de diámetro; la len-

te analítica ha de tener abertura suficiente para interceptar el cono luminoso producido por el objetivo, y este cono tiene una base de 45 mm. de diámetro y otra de 10,8 mm.; yendo la lente analítica a 274,4 mm. del objetivo, le corresponde una abertura útil de 18,64 mm. o sea 19 mm.; como la distancia focal de esta lente debe ser $q = 200$, se ve que no alterará las buenas condiciones de la imagen formada por el objetivo, pues su distancia focal, 200, es mayor que diez veces su abertura.

Si se calcula el valor de β para una distancia $a = 3$ metros, de la mira al objetivo, se obtiene $\beta_3 = 80,5$ mm.; la diferencia entre β_3 y β , o sea 20,5 mm., representa la carrera de enfocación desde el infinito hasta 3 metros de distancia; la mitad de esta carrera de enfocación, sean 10,2 mm., agregada al valor de K , sean 93,8 mm., da 104 mm. para distancia del eje de rotación al objetivo. El prisma P_1 cuya cara de delante queda a 70,4 mm. del eje de rotación, debe tener una arista de 28,5 mm. según se puede comprobar, pero se adoptan 30 mm. El prisma P_2 debe tener una arista de 19 mm. igual al diámetro de la lente analítica; este prisma puede quedar sin inconveniente a 3,1 mm. de la lente analítica ya que ésta irá fija, haciéndose la corrección del ángulo diastimométrico moviendo el objetivo. La luz recorre por el interior del prisma P_1 un camino de $37,5 + 30 = 67,5$ mm.; si se divide(*) esta longitud por el índice de refracción de la sus-

(*) Sea un rayo de luz MNP' que forma con el eje óptico del sistema un ángulo i ; este rayo iría a cortar al eje en el punto P' si no fuese por la in-

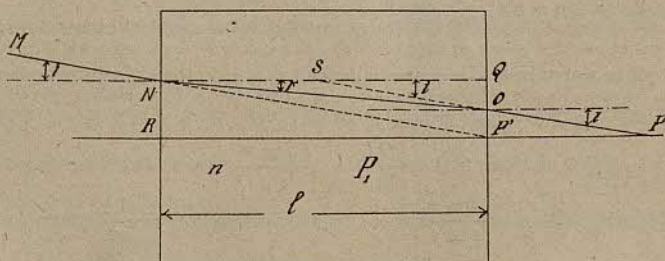


Fig. B.

terposición del cuerpo P_1 de índice n . Conviene tener presente que un prisma de reflexión total, para los efectos de la refracción, puede ser considerado como un paralelepípedo, pues no deforma la superficie de onda; es decir, que

tancia del prisma que se supone ser flint glass de $n=1,6$, se obtienen 42,2 mm., que es la longitud del camino aparente, que debe ser considerada. Resulta, siguiendo las cotas de las figuras, que desde la lente analítica al objetivo la luz recorre un camino de $104 + 70,4 + 42,2 + 57,8 = 274,4$ mm., que es efectivamente el valor encontrado para d .

La distancia 37,5 mm. que separa los ejes ópticos del objetivo y de la lente analítica viene deducida de consideraciones de diversa índole, entre las cuales, las de orden constructivo juegan papel muy importante; aquí no se exponen, porque ocuparían mucho espacio.

El sistema formado por el objetivo y la lente analítica tiene una distancia focal F resultante, que se deduce de la ecuación

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} - \frac{d}{pq}$$

si el haz incidente es paralelo, paralelo seguirá siendo después de la emergencia; así pues, el paralelepípedo P_1 equivale en cuanto a la refracción al prisma P_1 del anteojo, si el lado l es igual a la longitud que la luz recorre por el interior del prisma.

El rayo MN al penetrar en P_1 es refractado formando un ángulo r con la normal a la cara de entrada, y como esta cara es normal al eje óptico RP , el rayo refractado formará un ángulo r con dicho eje; el ángulo r se deduce de la relación $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n$, que da $\text{sen } r = \frac{\text{sen } i}{n}$. En la cara de salida el fenómeno es inverso, el rayo es separado de la normal y sale en dirección OP paralela a la MN de entrada, puesto que se debe verificar $\frac{\text{sen } r'}{\text{sen } i'} = \frac{1}{n}$ ya que ahora $r' = r$ es el ángulo de incidencia e i' el de refracción; y se obtiene para el ángulo de salida $\text{sen } i' = n \text{sen } r = \text{sen } i$.

Desde el punto N al P' , el camino óptico—que sería el camino real de no estar interpuesto P_1 —en el sentido del eje vale $RP' = l$; en una longitud l el rayo NO se aproxima al eje una longitud $\overline{OQ} = l \cdot \text{tg } r$; la interposición del prisma ha tenido por efecto trasladar el punto P' a P , o sea convertir la distancia $\overline{RP'}$ en \overline{RP} ; pero $\overline{RP} = \overline{RP'} + \overline{P'P}$ y $\overline{P'P} = \overline{NS} = l - \overline{SQ}$; en el triángulo SQO se tiene $\overline{SQ} = \frac{\overline{OQ}}{\text{tg } i} = \frac{l \cdot \text{tg } r}{\text{tg } i}$; para ángulos pequeños se puede admitir $\frac{\text{tg } r}{\text{tg } i} = \frac{\text{sen } r}{\text{sen } i} = \frac{1}{n}$, y así resulta $\overline{SQ} = \frac{l}{n}$, luego

$$\overline{P'P} = l - \frac{l}{n};$$

si donde hay l de longitud se cuenta $\frac{l}{n}$, el camino habrá aumentado en $l - \frac{l}{n}$, lo que está de acuerdo con el aumento $\overline{P'P}$ calculado.

de donde sale

$$F = \frac{pq}{p - d + q};$$

ocuparía mucho espacio la deducción directa de la ecuación anterior, pero se puede dar idea de su certitud recordando que si la distancia focal del objetivo de un anteojo no analítico es F , la separación de los trazos del retículo debe ser $z = F \cdot 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} w$ y comparando este resultado con la igualdad (5), se llega al valor de F dado antes. Aplicando los datos numéricos del caso actual, resulta

$$F = \frac{360 \cdot 200}{360 - 274'4 + 200} = 252'1 \text{ mm.}$$

Si el anteojo ha de ser de 25 diámetros y la distancia focal del sistema objetivo es de 252,1 mm., el sistema ocular debe ser de una distancia focal de $\frac{252,1}{25} = 10,08$ mm., sean 10 mm. Si la distancia de la visión distinta se admite sea 200 mm., los trazos de los diagramas y la graduación serán vistos por el ocular con un aumento de $\frac{200}{10} = 20$ diámetros.

Sea f la fracción angular de un limbo de radio R que puede ser estimada a simple vista; si la distancia de la visión distinta es de 200 mm., el ángulo visual bajo el cual será vista la fracción f de limbo, será $\frac{R}{200} \cdot f$; se admitió antes que el límite de la percepción visual es de $90''$, o sea de $\frac{90}{3'24}$ miligrados centesimales, ya que cada miligrado equivale a $3'',24$; este valor límite de la percepción visual, dividido por la amplificación M de la lupa que se emplea para hacer la lectura, debe ser igual al ángulo $\frac{R}{200} \cdot f$ bajo el cual es vista la fracción angular f ; luego se podrá establecer

$$\frac{90}{3'24} = \frac{Rf}{200} \quad \text{,, de donde } MRf = 5555$$

viniendo f expresado en miligrados centesimales y R en milíme-

tros. En el caso actual $M=20$, según se acaba de calcular, y $R=37,5$ mm.; luego

$$f = \frac{5555}{MR} = \frac{5555}{20 \cdot 37,5} = 7,4 \text{ miligrados;}$$

por consiguiente será posible leer directamente el minuto centesimal, $0,01^\circ$; bastará que cada grado vaya dividido en diez partes, como en los «clepes», para facilitar la estima.

El radio de los diagramas es, según se acaba de ver, mayor que el necesario para permitir la estima del minuto centesimal; el radio requerido para la apreciación de 10 miligrados es

$$R = \frac{5555}{20 \cdot 10} = 27,75 \text{ mm.}$$

Podría adoptarse el radio de 27,75 mm., disponiendo el eje de rotación a $37,5 - 27,75 = 9,75$ mm. por encima del eje óptico del objetivo; esta ligera excentricidad produciría un error completamente despreciable en los desniveles y tendría en cambio la ventaja de aproximar el centro de rotación al centro de gravedad del antejo.

Para terminar este bosquejo de cálculo, bastará consignar que el plano de los diagramas debe ser situado a una distancia de 54,5 mm. del eje óptico del antejo, según es fácil comprobar; como el manguito resulta de 26 mm. de radio exterior, desde el contorno de éste a los diagramas restan $54,5 - 26 = 28,5$ mm, espacio suficiente para poder intercalar el plato p_1 de 2 mm. de grueso, el montante m de 12 mm. y la pieza b de 2 mm., y aún quedan $28,5 - (12 + 2 + 2) = 12,5$ mm. para separación entre el manguito y el plato p_2 y para los necesarios huelgos. En caso de ser reducida la distancia de 54,5 mm., se la puede aumentar sin modificar el valor de β , prolongando al prisma P_2 en dirección al ocular, ya que el camino óptico aparente en el interior del prisma, equivale al mismo camino en el aire dividido por el índice de refracción, según quedó demostrado en la nota anterior.

El aparato es, pues, perfectamente realizable y sobre sus ventajas como auto-reductor, que más adelante acabarán de ser expuestas al tratar de la generación de los diagramas, presenta las de su reducido peso y reducidas dimensiones y la de ser cómodas

las observaciones por la situación del ocular; bastará decir que el anteojo, no obstante sus 25 diámetros de aumento y su objetivo de 45 mm. de abertura tiene tan sólo unos 22 cms. de longitud total exterior. El único inconveniente que podría tener este aparato es el de la poca luminosidad de las imágenes, las cuales, digámoslo aquí ya que antes no se dijo, serán vistas derechas; pero, comparando la disposición óptica con la de unos gemelos prismáticos, se llega a la conclusión de que la luminosidad en este anteojo será a poca diferencia, la misma que en unos gemelos prismáticos de buena calidad; sobre este punto volveremos a insistir más adelante.

El error de paralaje, debido a que el hilo vertical que fija el plano de colimación no coincide con el plano de la imagen, puede ser de importancia, y merece especial cuidado reducirlo a un mínimo, acercando lo más posible el hilo a los diagramas. Si la distancia del hilo a los diagramas es de 0,1 mm., en el campo de la visión la imagen será vista como a 200 mm. de distancia y el hilo a 198 mm.; si se admite que la pupila del observador pueda desplazarse del centro del disco ocular hasta la mitad del radio de dicho disco, o sea, que la pupila pueda desplazarse lateralmente $\frac{1,8}{4} = 0,45$ mm., el hilo colimador se proyectará sobre los diagramas a una distancia de

$$\frac{0,45}{198} \cdot 2 = 0,00455 \text{ mm.}$$

de la posición central; y a este desplazamiento corresponde un error angular

$$\varepsilon = 0,00455 \cdot \frac{20000}{\pi \cdot 37,5} = 0,77 \text{ (*) minutos centesimales.}$$

(*) En realidad este error debe ser menor que el calculado. El centro de la pupila del observador puede ocupar cualquier posición alrededor del centro del disco ocular; pero el error de paralaje sólo depende del desplazamiento de la pupila en sentido horizontal. Sea r el radio medio de la circunferencia en que puede situarse la pupila y α el ángulo del radio correspondiente a una posición cualquiera con el diámetro horizontal; el desplazamiento horizontal correspondiente a esta posición es $d = r \cos \alpha$; la probabilidad de que α esté comprendido entre α y $\alpha + d\alpha$, o sea la probabilidad de que el desplazamiento valga d , es $\frac{d\alpha}{\pi}$, ya que entre cero y π hay π direcciones posibles.

Como se ve, el error de paralaje no llega a valer $0,01^{\circ}$; pero, cuando se trate de observaciones de precisión, convendrá reducirle en lo posible moviendo el ojo a un lado y a otro, y empleando la posición media aparente del hilo para hacer las lecturas.

El error de paralaje puede ser eliminado en absoluto con el empleo de un anteojo auxiliar, cuyo eje óptico sea paralelo al del anteojo principal, estando ambos ejes en el mismo plano vertical; este nuevo anteojo podría ser también acodado, o no serlo; el hilo vertical del retículo de este nuevo anteojo serviría para fijar el plano de colimación, y en tal caso podría suprimirse el hilo vertical de delante de los diagramas. Si este nuevo anteojo ha de permitir la lectura del minuto centesimal en el limbo azimutal, servirá sobradamente si su potencia permite separar objetos vistos bajo un ángulo de $3,5$ miligrados; el aumento de un anteojo de esta potencia debe ser $\frac{90}{3,24 \cdot 3,5} = 8$ diámetros, aproximadamente.

y entre α y $\alpha + d\alpha$, hay $d\alpha$ direcciones, que son las probables. El valor probable del desplazamiento para los valores de α que producen desplazamientos positivos, que son los comprendidos entre 0 y $\frac{\pi}{2}$, será

$$d_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} r \cos \alpha \frac{d\alpha}{\pi} = \frac{r}{\pi}$$

Para los valores de α que producen desplazamientos negativos, que son los comprendidos entre $\frac{\pi}{2}$ y π , se tendrá de igual modo $d_2 = -\frac{r}{\pi}$, y el desplazamiento probable positivo o negativo será

$$D_p = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \frac{r}{\pi} \sqrt{2}$$

Adoptando para valor del desplazamiento máximo el doble del desplazamiento probable,

$$D_m = 2 D_p = 2 \sqrt{2} \frac{r}{\pi}$$

y admitiendo que r tenga el valor $0,45$ mm. supuesto en el texto, el desplazamiento máximo será

$$D_m = 2 \sqrt{2} \frac{0,45}{\pi} = 0,405 \text{ mm.},$$

y a este desplazamiento corresponde un error angular máximo

$$\Sigma = \frac{0,405 \cdot 2}{198} \cdot \frac{20000}{\pi \cdot 37,5} = 0,69 \text{ minutos centesimales.}$$

El error angular medio valdrá la mitad del anterior, o sea $0,35$ minutos.

Para este aumento corresponde un objetivo de 15 mm. de abertura por 120 mm. de distancia focal; las reducidas dimensiones y por consiguiente el poco peso de este anteojito, permitirían adoptarlo, aunque probablemente haría perder al aparato algo de su carácter de auto-reductor.

Las figuras 10 y 11 representan en planta y alzado el esquema de un aparato auto-reductor del mismo fundamento que el

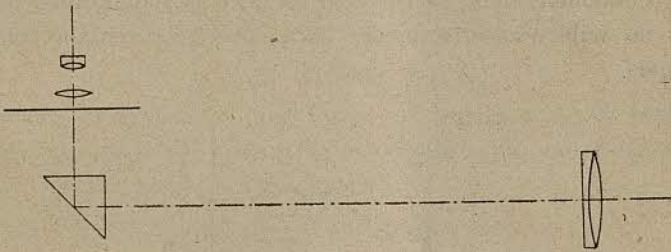


Fig. 10.

anterior, pero en el cual la luz sufre una sola reflexión; con esta disposición no es de temer la falta de claridad. Tiene sin embargo esta disposición el inconveniente de no permitir el empleo de

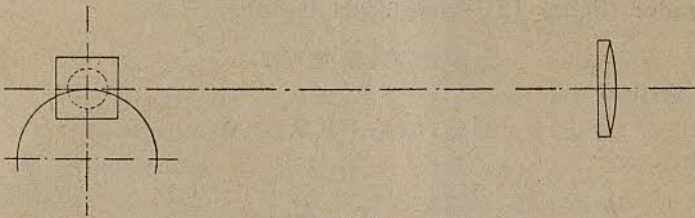


Fig. 11.

lente analítica, ya que es imposible llevar el centro de analatismo a coincidir con el centro de rotación. Este antejo requiere un contrapeso del lado del prisma para equilibrarle. Por lo demás, esta solución no ofrece dificultad alguna de construcción, y hasta se podrían grabar graduaciones en el plato del ocular, análogo en un todo al plato p_2 de la figura 4; estas graduaciones darían para cada posición del antejo, las cantidades que habría que agregar a las reducidas leídas en la mira, para obtener las reducidas o las cotas exactas de cada punto; estas cantidades leídas en el plato p_2 no serían sino la proyección horizontal y vertical de la

distancia comprendida entre el eje de rotación del anteojo y el centro de analatismo, que en este caso coincide, según ya es sabido, con el foco anterior del objetivo. Pero el analatismo central permite, según se verá más adelante, leer no ya las reducidas verticales, sino directamente las cotas de los puntos observados, sin necesidad de suma ni cálculo alguno, y es de tal importancia la economía de tiempo y de equivocaciones que esto supone, que, a nuestro entender, debe sacrificarse un poco la luminosidad del anteojo, no habiendo otro medio para conseguir ventajas tan importantes.

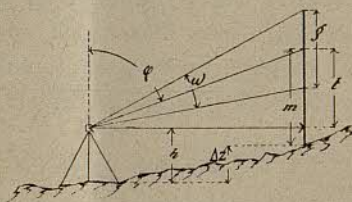


Fig. 12.

Sabido es que cuando el ángulo zenital es φ , y g el número generador (figura 12), la reducida horizontal vale

$$D = K_1 g_1 \operatorname{sen}^2 \varphi,$$

y la vertical

$$t = K_2 g_2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$$

siendo

$$K_1 = \frac{1}{2 \operatorname{tg}^{1/2} \omega_1} \quad \text{y} \quad K_2 = \frac{1}{2 \operatorname{tg}^{1/2} \omega_2};$$

ω_1 y ω_2 son los ángulos diastimométricos empleados para la medida de las distancias y de las alturas respectivamente, ángulos que se supone sean distintos, aunque en la figura no aparezca mas que uno, denominado ω .

Si en vez de leer en la mira el valor g_1 , se leyese $g_1 \operatorname{sen}^2 \varphi$, bastaría multiplicarlo por K_1 para obtener el valor de D ; lo mismo que para las alturas, bastaría multiplicar por K_2 el valor leído en la mira, si en vez de leer g_2 se leyese $g_2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$. Estos resultados son fáciles de conseguir haciendo variable la separación de los trazos del retículo.

La figura 13 representa el diagrama de las reducidas horizontales; la generación de este diagrama no puede ser más sencilla;

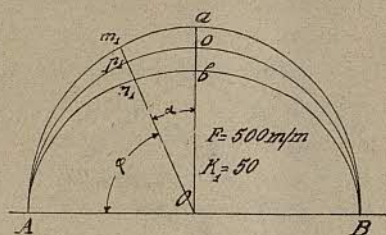


Fig. 13.

si se traza un radio $O m_1$ que forme un ángulo α con el radio inicial $O a$ que sirve de origen, la magnitud $\overline{m_1 n_1}$ interceptada entre las curvas $A a B$ y $A b B$ vale

$$\overline{m_1 n_1} = \overline{a b} \cdot \cos^2 \alpha.$$

Como aquí α representa ángulos de elevación o depresión, es complementario de φ y por esto figura el coseno en vez del seno; más claro, los ángulos zenitales pueden contarse a partir del radio $o B$ según indica la figura, y entonces la igualdad anterior se convierte en

$$\overline{m_1 n_1} = \overline{a b} \cdot \text{sen}^2 \varphi.$$

Al hacer las lecturas en la mira, formando el anteojo un ángulo φ con la vertical, se emplean los puntos m_1 y n_1 del diagrama; si la separación de los trazos fuese $a b$, como cuando el anteojo es horizontal, en la mira se leería g_1 ; pero ahora la separación de los trazos es $\overline{a b} \cdot \text{sen}^2 \varphi$, luego en la mira se leerá en vez de g_1 el valor $g_1 \cdot \text{sen}^2 \varphi$.

La separación de los trazos correspondiente a la posición horizontal del anteojo se deduce de la fórmula

$$\overline{a b} = z_1 = \frac{2 p q \text{tg. } 1/2 \omega}{p - d + q},$$

deducida anteriormente (5), y el valor de K_1 se deduce

$$K_1 = \frac{1}{2 \text{tg } 1/2 \omega_1}.$$

Para las distancias conviene escoger $K_1 = 100$ o $K_1 = 50$, y la mira va dividida en centímetros en el primer caso, y en dobles cen-

tímetros en el segundo; en ambos casos una unidad de la mira equivale a un metro de distancia.

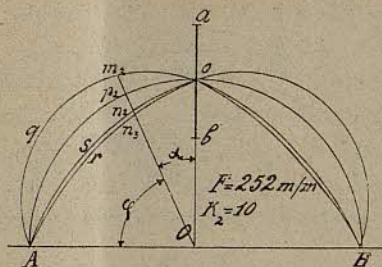


Fig. 14.

La figura 14 representa el diagrama de las reducidas verticales; un radio $O m_2$ que forme un ángulo φ con el radio $O B$, determina entre las curvas $A q m o_2 B$ y $A s o n_2 B$ un segmento $\overline{m_2 n_2}$ cuyo valor es

$$\overline{m_2 n_2} = \overline{a b} \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha = \overline{a b} \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi.$$

Si la separación de los trazos fuese $\overline{a b}$, en la mira se leería g_2 ; pero cuando el anteojo forma un ángulo φ con la vertical, como la separación de los trazos es $\overline{a b} \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$, en vez de g_2 se leerá $g_2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$ que, multiplicado por K_2 , da la reducida vertical.

El valor de $\overline{a b}$ para este caso viene dado por

$$Z_2 = \frac{2 p q \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega_2}{p - d + q}, \quad \text{siendo} \quad K_2 = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega_2}.$$

Para las reducidas verticales conviene escoger ω_2 de modo que K_2 valga 10 o 20; si $K_2 = 10$ cada decímetro de mira equivale a un metro de altura; cuando $K_2 = 20$, un decímetro de mira equivale a dos metros de altura; siendo de 4 metros la altura de la mira, con $K_2 = 10$ se podrán alcanzar puntos hasta 40 metros de desnivel; con $K_2 = 20$ el desnivel puede llegar a ser de 80 metros.

Para las distancias basta un valor de K_1 que es $K_1 = 50$, porque, según se verá inmediatamente, equivale a dos valores; el otro valor es $K_1 = 100$. Para las alturas hacen falta dos o tres valores de K_2 , que serán 10, 20 y 50; con el valor $K_2 = 10$, admitiendo que la tirada sea de 200 metros, se podrá llegar a una

inclinación del anteojo del 20 por ciento por encima y por debajo de la horizontal, que equivale a un ángulo de $12,82^\circ$ de inclinación; cuando $K_2 = 20$, el ángulo de inclinación puede llegar a ser de $24,23^\circ$, y cuando $K_2 = 50$ este ángulo podrá ser hasta de 50° , límite que no alcanzan ni las tablas taquimétricas que suelen llegar a 30° . La mayoría de las reducidas verticales se comprende podrán ser leídas empleando la relación $K_2 = 10$, pues el ángulo límite de inclinación $12,82^\circ$, para este caso, es más que suficiente para los trabajos de taquimetría ordinaria. En la figura 5 se puede apreciar el aspecto de los diagramas.

Pero hasta el presente no ha sido por completo definida la generación de los diagramas, pues, con sólo conocer la magnitud $\overline{m_1 n_1}$ o la $\overline{m_2 n_2}$ (figuras 13 y 14), no hay bastantes elementos para trazar las curvas. Si se conviene en que $\overline{m_1 n_1}$ y $\overline{m_2 n_2}$ queden divididos en dos partes iguales por la circunferencia $A \circ B$ que es el trazo axial, entonces sí quedan definidas las curvas de los diagramas; pero nada nos obliga a hacer $\overline{m_1 p_1} = \overline{n_1 p_1} = \frac{\overline{m_1 n_1}}{2}$, y

precisamente de la libertad que tenemos para escoger los valores de $\overline{m_1 p_1}$ y $\overline{n_1 p_1}$ vamos a sacar un partido de excepcional importancia para el empleo del aparato.

Comencemos por el diagrama de las reducidas horizontales. Consideremos (figura 15) una observación en que el ángulo de inclinación es α , complementario de φ ; el ángulo diastimométrico ω_1 es el determinado por el intervalo $m_1 n_1$ de los diagramas. El valor g_1 multiplicado por la constante K_1 da la distancia horizontal. El ángulo ω_1 vale $\omega_1 = \omega'_1 + \omega''_1$; este ángulo está ya determinado por la condición de que el intervalo de mira g_1 , multiplicado por K_1 , ha de dar D ; pero de ω'_1 y ω''_1 podemos disponer a nuestro antojo, y éste va a ser, que se cumpla la condición $g'_1 = g''_1 = \frac{1}{2} g_1$; bajo tal supuesto el trazo axial cortará siempre a la mira, a la mitad de la distancia entre los trazos extremos; así se podrá disponer de dos ángulos diastimométricos, empleando los trazos extremos o el central y un extremo, sin que las observaciones vengán afectadas de error, como ocurre en los taquímetros ordinarios cuando se emplea el hilo axial y un hilo extremo para hacer las lecturas; sobre esta ventaja, tiene otra la disposición que se es-

tudia, y es la de reunir dos diagramas en uno solo, evitando así tanta complicación de curvas como aparecerían en el campo de la visión y por consiguiente las equivocaciones posibles de tomar un trazo por otro.

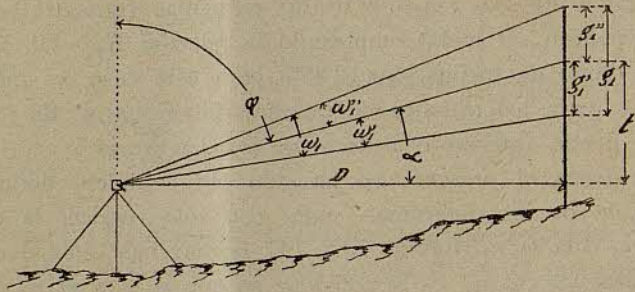


Fig. 15.

Estableciendo analíticamente la condición enunciada, se tienen las ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} D [\operatorname{tg} (\alpha + \omega''_1) - \operatorname{tg} \alpha] &= D [\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} (\alpha - \omega'_1)] \\ D [\operatorname{tg} (\alpha + \omega''_1) - \operatorname{tg} (\alpha - \omega'_1)] &= \frac{D}{K_1} \end{aligned} \right\} \text{que equivalen}$$

$$\text{respectivamente a } \begin{cases} g'_1 = g''_1 \\ g_1 = \frac{D}{K_1} \end{cases}$$

Simplificando, se tienen las dos ecuaciones siguientes para determinar ω'_1 y ω''_1

$$\operatorname{tg} (\alpha + \omega''_1) + \operatorname{tg} (\alpha - \omega'_1) = 2 \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} (\alpha + \omega''_1) - \operatorname{tg} (\alpha - \omega'_1) = \frac{1}{K_1}$$

que sumadas y restadas producen las siguientes

$$2 \operatorname{tg} (\alpha + \omega''_1) = 2 \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{K_1} \quad (\text{A})$$

$$2 \operatorname{tg} (\alpha - \omega'_1) = 2 \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{K_1} \quad (\text{B})$$

De la ecuación (A) se deduce $\operatorname{tg} \omega''_1$ como sigue

$$2 \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \omega''_1}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \omega''_1} = 2 \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{K_1},$$

quitando denominadores sale

$$2 \operatorname{tg} \alpha + 2 \operatorname{tg} \omega''_1 = 2 \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{K_1} - 2 \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg} \omega''_1 - \frac{1}{K_1} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \omega''_1$$

y reduciendo y despejando se obtiene

$$\operatorname{tg} \omega''_1 = \frac{1}{2 K_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + \operatorname{tg} \alpha};$$

del mismo modo se obtiene de la ecuación (B) el valor de $\operatorname{tg} \omega'_1$, que es

$$\operatorname{tg} \omega'_1 = \frac{1}{2 K_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \operatorname{tg} \alpha}$$

Según la ecuación (5) $z_1 = \frac{2 p q \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega_1}{p - d + q} = F \cdot 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega_1$,

siendo F la distancia focal resultante del sistema formado por el objetivo y la lente analítica. Considerando los ángulos ω''_1 y ω'_1 se tendrá

$$Z''_1 = \overline{m_1 p_1} = F \cdot \operatorname{tg} \omega''_1 = \frac{F}{2 K_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + \operatorname{tg} \alpha}$$

$$Z'_1 = \overline{n_1 p_1} = F \cdot \operatorname{tg} \omega'_1 = \frac{F}{2 K_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \operatorname{tg} \alpha}$$

y las emanaciones de las curvas $a m_1 A$ y $b n_1 A$, en coordenadas polares, serán respectivamente

$$\rho''_{a_1} = R + \frac{F}{2 K_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + \operatorname{tg} \alpha}$$

$$\rho'_{a_1} = R - \frac{F}{2 K_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \operatorname{tg} \alpha}$$

y así queda perfectamente definida la forma del diagrama de las reducidas horizontales, (*) cuando la visual es ascendente; caso

(*) Puesto que el trazo axial ha de cortar la mira al centro de la distancia interceptada entre los trazos extremos, se ocurre a primera vista pensar si esta condición no podría servir para verificar la verticalidad de la mira; esto sería miel sobre hojuelas, como suele decirse, pues no obstante el empleo del nivel esférico, muchas veces el peón portamira descuida el poner la mira vertical, ya por abandono, ya por simples ganas de fastidiar; el espíritu de perversión se encuentra en casi todos los hombres. El error producido

de ser la visual descendente se tiene $\rho'_{d1} = R - Z''_1$ y $\rho''_{d1} = R + Z'_1$ según es fácil comprobar. En los diagramas aparece un trazo continuo por ser insignificantes las diferencias.

La misma figura 15 va a servirnos para establecer las condiciones que sirven para determinar los segmentos $m_2 p_2$ y $n_2 p_2$ del diagrama de las reducidas verticales; en el caso de visuales ascendentes bastará emplear el subíndice 2 en todos los valores acotados en la figura, para no confundir los resultados con los obtenidos para el diagrama de las reducidas horizontales.

por la falta de verticalidad de la mira en las distancias, es aproximadamente $\delta = D \cot \varphi \operatorname{sen} i$ en que i representa el ángulo que la mira forma con la vertical; si $i = 1^\circ$, $\varphi = 90^\circ$ y $D = 100$ metros, $\delta = 0.25$ metros. El error en las alturas es aproximadamente $\varepsilon = D \cot^2 \varphi \operatorname{sen} i$, que para los valores anteriores llega a ser $\varepsilon = 4$ cms. Visto que el ángulo de inclinación considerado es relativamente pequeño, se comprende el cuidado que debe tenerse de que la mira esté lo más cerca posible de la vertical.

Los cálculos que van a continuación demuestran que la verticalidad de la mira no puede ser verificada desde el aparato.

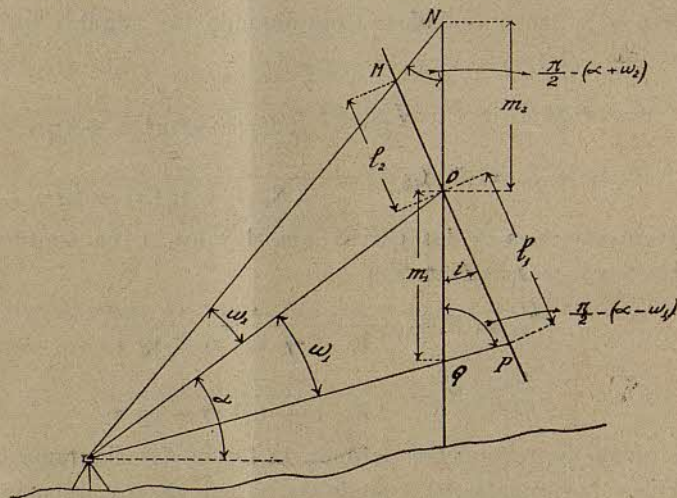


Fig. C.

En el triángulo MNO de la figura adjunta se verifica

$$\frac{l_2}{m_2} = \frac{\operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{2} - (\alpha + \omega_2) \right]}{\operatorname{sen} \left\{ \pi - \left[\frac{\pi}{2} - (\alpha + \omega_2) \right] - i \right\}} = \frac{\cos (\alpha + \omega_2)}{\operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{2} + (\alpha + \omega_2) - i \right]}$$

Si el trazo axial ha de dividir en dos partes iguales a la porción de mira interceptada, se deberán verificar las condiciones

$$\left. \begin{aligned} D[\operatorname{tg}(\alpha + \omega''_2) - \operatorname{tg} \alpha] &= D[\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}(\alpha - \omega'_2)] \\ D[\operatorname{tg}(\alpha + \omega''_2) - \operatorname{tg}(\alpha - \omega'_2)] &= \frac{D}{K_2} \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \right\} \text{que equivalen}$$

$$\text{respectivamente a } \begin{cases} g''_2 = g'_2 \\ g_2 = \frac{D}{K_2} \operatorname{tg} \alpha = \frac{t}{K_2} \end{cases}$$

Simplificando, se obtienen las dos ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha + \omega''_2) + \operatorname{tg}(\alpha - \omega'_2) &= 2 \operatorname{tg} \alpha \\ \operatorname{tg}(\alpha + \omega''_2) - \operatorname{tg}(\alpha - \omega'_2) &= \frac{1}{K_2} \operatorname{tg} \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos(\alpha + \omega_2)}{\cos[(\alpha + \omega_2) - i]} &= \frac{\cos(\alpha + \omega_2)}{\cos(\alpha + \omega_2) \cos i + \operatorname{sen}(\alpha + \omega_2) \operatorname{sen} i} = \\ &= \frac{1}{\cos i + \operatorname{tg}(\alpha + \omega_2) \operatorname{sen} i} \end{aligned}$$

y como i es pequeño, se puede considerar $\cos i = 1$ y queda

$$\frac{l_2}{m_2} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}(\alpha + \omega_2) \operatorname{sen} i}$$

En el triángulo OPQ se verifica igualmente

$$\begin{aligned} \frac{l_1}{m_1} &= \frac{\operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{2} - (\alpha - \omega_1) \right]}{\operatorname{sen} \left\{ \pi - \left[\frac{\pi}{2} - (\alpha - \omega_1) \right] - i \right\}} = \frac{\cos(\alpha - \omega_1)}{\operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{2} + (\alpha - \omega_1) - i \right]} = \\ &= \frac{\cos(\alpha - \omega_1)}{\cos[(\alpha - \omega_1) - i]} = \frac{\cos(\alpha - \omega_1)}{\cos(\alpha - \omega_1) \cos i + \operatorname{sen}(\alpha - \omega_1) \operatorname{sen} i} = \\ &= \frac{1}{1 + \operatorname{tg}(\alpha - \omega_1) \operatorname{sen} i} \end{aligned}$$

Calculando el valor $l_1 l_2$ teniendo en cuenta que $m_1 = m_2 = \frac{1}{2} g$, resulta

$$\begin{aligned} l_1 - l_2 &= \frac{1}{2} g \frac{1 + \operatorname{tg}(\alpha + \omega_2) \operatorname{sen} i - 1 - \operatorname{tg}(\alpha - \omega_1) \operatorname{sen} i}{[1 + \operatorname{tg}(\alpha - \omega_1) \operatorname{sen} i][1 + \operatorname{tg}(\alpha + \omega_2) \operatorname{sen} i]} = \\ &= \frac{1}{2} g \operatorname{sen} i \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \omega_2) - \operatorname{tg}(\alpha - \omega_1)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha - \omega_1) \operatorname{sen} i + \operatorname{tg}(\alpha + \omega_2) \operatorname{sen} i}; \end{aligned}$$

que sirven para determinar ω''_2 y ω'_2 . Sumándolas y restándolas, resulta

$$2 \operatorname{tg}(\alpha + \omega''_2) = \left(2 + \frac{1}{K_2}\right) \operatorname{tg} \alpha \quad (C)$$

$$2 \operatorname{tg}(\alpha - \omega'_2) = \left(2 - \frac{1}{K_2}\right) \operatorname{tg} \alpha \quad (D)$$

La primera de estas dos ecuaciones da

$$2 \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \omega''_2}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \omega''_2} = \left(2 + \frac{1}{K_2}\right) \operatorname{tg} \alpha ;$$

quitando denominadores, sale

$$2 \operatorname{tg} \alpha + 2 \operatorname{tg} \omega''_2 = \left(2 + \frac{1}{K_2}\right) \operatorname{tg} \alpha - \left(2 + \frac{1}{K_2}\right) \operatorname{tg} \omega''_2 \operatorname{tg}^2 \alpha$$

y simplificando y despejando $\operatorname{tg} \omega''_2$, se obtiene

$$\operatorname{tg} \omega''_2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2 K_2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + \operatorname{tg}^2 \alpha} ;$$

de igual modo se puede obtener de la segunda ecuación el valor de $\operatorname{tg} \omega'_2$, que es

$$\operatorname{tg} \omega'_2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2 K_2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \operatorname{tg}^2 \alpha} ;$$

en el denominador se ha despreciado el término de $\operatorname{sen}^2 i$ por su pequeño valor relativo. Continuando el desarrollo se obtiene

$$l_1 - l_2 = \frac{1}{2} g \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \omega_2) - \operatorname{tg}(\alpha - \omega_1)}{\frac{1}{\operatorname{sen} i} + \operatorname{tg}(\alpha - \omega_1) + \operatorname{tg}(\alpha + \omega_2)}$$

Pero según las ecuaciones de condición sentadas en el texto para el diagrama, $\operatorname{tg}(\alpha + \omega_2) - \operatorname{tg}(\alpha - \omega_1) = \frac{1}{K}$, y $\operatorname{tg}(\alpha - \omega_1) + \operatorname{tg}(\alpha + \omega_2) = 2 \operatorname{tg} \alpha$, luego

$$l_1 - l_2 = \frac{1}{2} g \frac{\frac{1}{K}}{\frac{1}{\operatorname{sen} i} + 2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{g}{2 K} \cdot \frac{\operatorname{sen} i}{1 + 2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{sen} i}$$

que para valores pequeños de α y de i se puede considerar como si fuese

$$l_1 - l_2 = \frac{g}{2 K} \operatorname{sen} i. \text{ Si } g = 200 \text{ cms., } K = 50 \text{ e } i = 3^\circ, \text{ se tiene}$$

$l_1 - l_2 = 0.094$ cms., valor que el antejo no permite estimar a 100 metros, que sería en este caso la distancia.

y teniendo en cuenta la igualdad $Z_2 = F \cdot 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega_2$, resulta

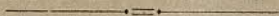
$$Z''_2 = \overline{m_2 p_2} = F \operatorname{tg} \omega''_2 = \frac{F \operatorname{tg} \alpha}{2 K_2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$Z'_2 = \overline{n_2 p_2} = F \operatorname{tg} \omega'_2 = \frac{F \operatorname{tg} \alpha}{2 K_2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Conocidos los valores de $\overline{m_2 p_2}$ y $\overline{n_2 p_2}$ se podrían deducir las ecuaciones de las ramas de curva $o m_2 A$ y $o n_2 A$, que sirven para visuales ascendentes; pero conviene hacer alto por el momento, para tratar otra cuestión de mayor importancia; esta cuestión no es otra que la de buscar la disposición de los trazos y de la mira, que permitan la lectura directa de las cotas de los puntos.

SIXTO OCAMPO.

(Concluirá).



NOTICIAS

HORNO ELÉCTRICO SISTEMA WILE.—En el *Iron Age* del 14 de Octubre pasado vienen indicadas las ventajas de un horno eléctrico construido por la Wile Electric Furnace Co de Pittsburgh (Pennsylvania, E. U.) y que sólo se diferencia del horno Héroult trifásico por la inserción de uno de los tres electrodos en el fondo del crisol. Los otros dos electrodos atraviesan la envolvente del horno y éste está montado sobre sectores circulares que le permiten bascular.

Esta disposición del electrodo inmerso en el fondo del crisol facilita considerablemente la salida de los gases del baño sin necesidad de recalentamiento importante. Se reducen, por otra parte, las oscilaciones de intensidad de la corriente consumida por el horno, cuando los materiales son cargados fríos, en especial si se toma la precaución de depositar los pedazos mayores del metal directamente sobre el fondo del crisol, las partes más frías en la superficie e igualar las capas de material. El montaje trifásico ha sido adoptado para este horno por ser esta clase de corriente, la más extendida por América y ser su transformación en otras fases perjudicial por las pérdidas de que va acompañada.

La transformación de chatarra fría, conteniendo 0,061 % de azufre, 0,04 de fósforo, 0,09 de silicio, 0,28 de carbono y 0,31 de manganeso, en un acero que contenga 0,018 % de azufre, 0,024 de fósforo, 0,11 de silicio, 0,12 de carbono y 0,31 de manganeso se efectúa en 4 horas 20 minutos, consumiendo 863 kilowatios-hora por tonelada de acero y con un gasto de electrodos de 2 francos 65 por tonelada de acero.

MÁQUINA PARA COMPROBAR LA REGULARIDAD DE LOS PAVIMENTOS.—El *Engineering News* del 14 de Octubre pasado, describe ligeramente una máquina ideada por M. Kneale para comprobar el grado de compacidad de la superficie de un pavimento. Dicha máquina se compone de dos largueros embutidos, entre los cuales están montados, por una parte una rueda móvil verticalmente y constantemente mantenida en contacto del piso por medio de un resorte y por otro lado, un segmento metálico elástico representando la llanta de una rueda de coche.

El aparato es arrastrado horizontalmente sobre el piso, de manera que la rueda recibe un movimiento de rotación que se transmite a un tambor registrador. Además, las oscilaciones verticales de esta rueda y del segmento metálico, debidas a las desigualdades del pavimento, son comunicadas a dos palancas horizontales móviles debajo del tambor registrador y a dos cuadrantes totalizadores de la amplitud de dichas oscilaciones.

El aparato registra pues dos curvas; la que corresponde al segmento metálico representa las oscilaciones sufridas por una rueda de coche y el cuadrante correspondiente indica la caída total de esta rueda durante el trayecto del aparato. Esta caída total por unidad de longitud itineraria, es el coeficiente de rugosidad de la superficie del pavimento.

Este coeficiente puede ser el mismo para dos caminos que den dos curvas muy diferentes; es, pues, necesario tener en cuenta la naturaleza de estas curvas, al mismo tiempo que la suma de oscilaciones que representan.

COJINETES DE SUSPENSIÓN DE BOLAS PARA TURBINAS DE EJE VERTICAL.—En el *Schweiz. Bauzeit.* de 30 de Octubre pasado, M. Schock describe uno de los principales tipos de cojinetes de suspensión de bolas empleados por los constructores suizos de turbinas hidráulicas.

Los primeros cojinetes de este tipo eran de un solo anillo de bolas con el disco inferior colocado sobre una rotula esférica, a fin de ajustar automáticamente; estos cojinetes dieron un resultado satisfactorio trabajando con cargas relativamente elevadas, llegando a 15 y 20 toneladas y a velocidades de 60 a 300 vueltas por minuto.

Para cargas más elevadas, ciertos constructores emplean cojinetes con dos filas de bolas. A dicho efecto, dichos aparatos están constituidos por dos cojinetes concéntricos completos y enteramente distintos, cuyos discos inferiores descansan directamente sobre una rotula común.

El cuerpo del soporte fijado sobre el árbol de la turbina se apoya por otra parte, en los discos superiores de estos soportes por medio de una serie de balancines, que reparten la carga entre los dos discos. El punto de apoyo del conjunto de dichos balancines está colocado de tal manera, que la fila de bolas exterior, que es la que contiene mayor número de las mismas, soporta la carga mayor.

Una variante de este tipo de soporte consiste en dos coronas anulares semejantes superpuestas y fácilmente accesibles del exterior. Los balancines se apoyan directamente sobre el cojinete superior y por otra parte, sobre un aro apoyado sobre el disco superior del soporte inferior. En este caso, naturalmente, la carga debe ser igualmente repartida entre los dos cojinetes.

El autor termina dando un diagrama que muestra las variaciones de carga admisible por cojinete en función de la velocidad de rotación. Se admite, hoy día, para los cojinetes dobles, una carga de 120 toneladas y de 80 a 85 vueltas por minuto para los árboles.

LAS PROPIEDADES MAGNÉTICAS DE LAS ALEACIONES DE HIERRO Y COBALTO.—Se había creído hasta hace poco, que las propiedades magnéticas del hierro puro eran superiores a las de sus aleacio-

nes, pero los resultados obtenidos en los ensayos verificados por M. T. Jensen, de la Universidad de Illinois, demuestran lo contrario. M. T. Jensen ha procedido en sus ensayos comparativos con pedazos de hierro puro doblemente refinado electrolíticamente, diversas clases de hierro del comercio y una aleación de hierro conteniendo 33,30 % de cobalto, es decir, correspondiendo a la fórmula $Fe^2 Co$. Esta aleación ya había sido señalada en 1912 por M. P. Weiss de Zurich.

Según el *Electrician* del 15 de Octubre, la saturación para esta aleación es de 13 % más elevada que para el hierro puro; para campos medios de 50 a 200 gauss, es por el contrario, un 25 % más elevado.

La pérdida por histéresis de la aleación es menor que la de los hierros comerciales, para campos débiles, y es casi la misma para campos intensos. El empleo de esta aleación estará muy indicado para piezas de máquinas eléctricas, en las cuales la densidad del flujo eléctrico sea elevado, como por ejemplo en los dientes de los inducidos y piezas polares, pero desgraciadamente dicho metal es frágil y de precio elevado.

Hay que hacer presente que una adición de cobalto aumenta las propiedades magnéticas del hierro, mientras que con el níquel se observa, al contrario, una disminución de dichas propiedades.

