

5X

— DIRECTOR DELEGADO —
JAIME FONT MAS

Admón.: Vía Layetana, n.º 39
Teléfono 541 A. - BARCELONA



ÓRGANO OFICIAL
DE LA
ASOCIACIÓN DE
INGENIEROS IN-
DUSTRIALES DE
BARCELONA

Año LI — Núm. 109

(Adherida a la Asociación Española de la Prensa Técnica)

Enero 1928

SUMARIO

Las fórmulas para el cálculo de las tuberías forzadas de cualquier diámetro. — Crónica de la Agrupación. — Bibliografía.



Las fórmulas para el cálculo de las tuberías forzadas de cualquier diámetro ⁽¹⁾

Este trabajo que ha merecido el primer premio en el último Concurso anual de la Asociación de Ingenieros Industriales de Barcelona, es sin duda la obra póstuma de nuestro malogrado y querido compañero D. José Gali Fabra (e. p. d.) profesor de Hidráulica de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona. Sirva esta publicación de respetuoso homenaje a la memoria de quien dedicó su vida entera a la enseñanza. —

La Comisión de Publicaciones.

Preliminares.

La utilización de grandes caudales de agua hace hoy día preciso la construcción de tuberías de gran diámetro, siendo el objeto de este trabajo original la investigación de las fórmulas que han de servir al ingeniero para el cálculo de las mismas. En nuestra revista *TÉCNICA* aparecieron (Junio y Julio 1927) los principales resultados de mis investigaciones que hice públicos con el objeto de poder acreditar el haberlas obtenido en la creencia de haber sido el primero.

Con el fin de hacer más clara la exposición de mi trabajo me ocuparé previamente de algunas cuestiones básicas en nuestros razonamientos.

Unidades.

Con el fin de simplificar las fórmulas adoptamos las siguientes unidades, advirtiéndole que en el Resumen final aparecerán las fórmulas de cálculo referidas al sistema industrial.

- Las longitudes en dm.
- Las superficies en dm.²

- Los volúmenes en dm.³
- Los pesos en kgs.
- Los momentos en kgs. dm.
- Las fuerzas en kgs.
- Las fatigas en kgs. por dm.².
- Los momentos se consideran positivos en el sentido de las agujas del reloj.

Tubos de pared delgada.

Entenderemos por tubos de pared delgada aquellos para las cuales se cumple la condición:

$$\frac{e}{R} \leq \frac{1}{20}$$

siendo R el radio medio del tubo y e su espesor.

Observemos que cumplen esta condición la casi totalidad de las tuberías forzadas y desde luego las de gran diámetro.

Nuestra teoría es sólo aplicable con suficiente aproximación mientras se cumpla la anterior condición o sea a tubos de pared delgada.

Nos proponemos estudiar la resistencia de los tubos teniendo en cuenta el peso propio de sus paredes y el del agua en ellas contenida.

(1) En este trabajo no se detallan los cálculos por no perjudicar al lector con largos desarrollos que un calculista hará con facilidad.

R. 41388

Momento debido a la presión del agua (fig. 1).

Consideremos en el tubo un anillo elemental de longitud dl y calculemos el momento producido por la presión del agua en la pared interna del mismo, y en el recorrido correspondiente al arco OA (correspondiente al ángulo α), respecto a un eje paralelo al del tubo y que pase por el punto A .

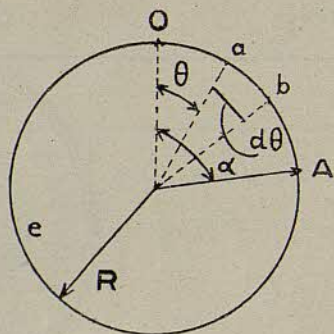


Fig. 1

Sean h la altura o carga de agua sobre el centro del anillo elemental y β el ángulo de inclinación de su eje, o sea del tubo respecto a una horizontal contenida en el plano diametral vertical del mismo.

La presión elemental que actúa sobre el elemento ab de pared vale (teniendo en cuenta las notaciones de la figura).

$$(1) \quad (h - R \cos \theta \cdot \cos \beta) (R d\theta \cdot dl)$$

ya que la ley de la presión a lo largo de la sección recta del anillo debido a la inclinación β es:

$$h - R \cos \theta \cdot \cos \beta$$

El momento de dicha presión elemental respecto al eje antes indicado es:

$$(h - R \cos \theta \cdot \cos \beta) (R d\theta \cdot dl) \cdot R \sin (\alpha - \theta)$$

y en consecuencia el momento total buscado, que designaremos por H , será:

$$H = R^2 dl \int_0^\alpha (h - R \cos \theta \cdot \cos \beta) \sin (\alpha - \theta) d\theta$$

integrando y simplificando, resulta finalmente:

$$(2) \quad H = R^2 dl \left[h (1 - \cos \alpha) - R \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \cos \beta \right]$$

Momento debido a la pared del tubo.

Si μ es la densidad de la pared del tubo, el peso del elemento de anillo elemental antes considerado correspondiente al arco ab (fig. 1) es,

con sobrada aproximación, por tratarse de pared delgada:

$$\mu R e dl d\theta$$

y su momento respecto el eje paralelo al del tubo y que pasa por A :

$$-\mu R e dl d\theta \cdot R (\sin \alpha - \sin \theta) \cos \beta$$

luego el momento respecto dicho eje de la porción de anillo correspondiente al arco OA , será:

$$A = -\mu R^2 e dl \cos \beta \int_0^\alpha (\sin \alpha - \sin \theta) d\theta$$

resultando:

$$(3) \quad A = -\mu R^2 e dl [\alpha \sin \alpha + \cos \alpha - 1] \cos \beta$$

Momento debido al esfuerzo cortante (fig. 2).

Sea C el esfuerzo cortante en una sección recta cualquiera que se considere del tubo. La parte dC de esfuerzo cortante correspondiente a la superficie elemental $cbcd$ tiene por valor, aplicando la conocida fórmula de resistencia de

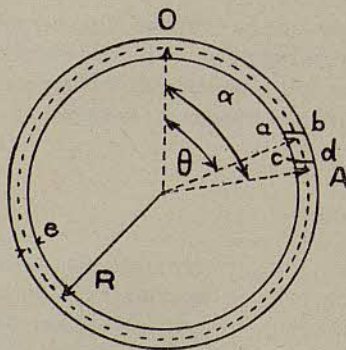


Fig. 2

materiales relativa a la repartición del esfuerzo cortante:

$$dC = \frac{C}{I} dy \int zy dy \quad (z = \bar{ab})$$

la integral, como sabemos, hace referencia al momento estático respecto al diámetro horizontal de la porción de área correspondiente al ángulo θ , y por ser e pequeña respecto R , el valor de dicho momento es con sobrada aproximación:

$$\int_0^\theta R \cos \theta \cdot (R d\theta \cdot e)$$

También de un modo suficientemente aproximado tenemos para valor del momento de inercia I :

$$I = \frac{1}{2} (2\pi R \cdot e) R^2 = \pi R^3 e$$

luego después de integrar sustituir y tener en cuenta que $y = R \cos \theta$ resulta para valor absoluto de dC :

$$(4) \quad dC = \frac{C}{\pi} \operatorname{sen}^2 \theta \cdot d\theta$$

y el momento de dC respecto el eje paralelo al del tubo y pasando por A , es:

$$R (\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \theta) dC$$

luego el momento total respecto el eje antedicho de la porción de esfuerzo cortante de la superficie correspondiente al arco \widehat{oA} , será designándolo por T y en valor escolar:

$$T = R \int_0^\alpha (\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \theta) dC$$

que da, teniendo en cuenta el valor de dC , después de integrar y reducir:

$$(5) \quad T = \frac{CR}{\pi} \left[\frac{\alpha \operatorname{sen} \alpha}{2} + \cos \alpha \left(\frac{2}{3} - \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{6} \right) - \frac{2}{3} \right]$$

que es una de las más importantes fórmulas de nuestro estudio.

Diferencia de esfuerzos cortantes totales.

Sean C' y C'' los esfuerzos cortantes totales correspondientes a las secciones extremas del anillo elemental anteriormente considerado. Tratamos de hallar la diferencia $C' - C''$. Al considerar aislado dicho anillo lleno de agua del resto de la tubería, aparecerán como fuerzas exteriores además del peso del anillo y el del agua contenida entre la pared interna del anillo y los planos de sus bases, los esfuerzos cortantes mencionados (de los cuales supondremos es C' el que tiene el sentido hacia arriba), las fuerzas correspondientes a los momentos flectores longitudinales de cada sección, los esfuerzos longitudinales debidos a la compresión a lo largo del tubo y las presiones del agua sobre los círculos situados en las secciones extremas, equilibrándose todas estas fuerzas. Si las proyectamos sobre un eje perpendicular al del anillo y situado que las únicas fuerzas que tienen proyección son con él en un mismo plano vertical, fácil es ver los esfuerzos cortantes y el peso del anillo y del agua. La proyección de dichos pesos es:

$$[\pi R^2 dl + (2\pi R dl) \mu] \cos \beta$$

o sea, designando por p el peso del tubo y agua en él contenida por unidad de longitud:

$$p dl \cos \beta$$

ya que con suficiente aproximación:

$$(6) \quad p = \pi R^2 dl + \mu (2\pi R dl)$$

La proyección de los esfuerzos cortantes es

$$C' - C''$$

luego fácil es ver (teniendo en cuenta el signo de C'') que:

$$(7) \quad C' - C'' = p dl \cos \beta$$

Diferencia entre los valores de T .

Refiriéndonos al anillo elemental considerado y teniendo en cuenta la fórmula (5), designemos por T' y T'' los valores de T correspondientes a C' y C'' , y además teniendo en cuenta el valor de $C' - C''$, fácil es ver que se verifica:

$$(8) \quad T' - T'' = \frac{p \cos \beta}{\pi} R \left[\frac{\alpha \operatorname{sen} \alpha}{2} + \cos \alpha \left(\frac{2}{3} - \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{6} \right) - \frac{2}{3} \right]$$

ESTUDIO de la tubería en su parte libre

Cálculo de M .

Consideremos el anillo elemental de tubería y cortémoslo por el plano vertical que pasa por el eje del mismo; se formarán dos semianillos, de los cuales consideraremos uno de ellos (fig. 3) y en él la porción correspondiente al arco \widehat{oA} , y designemos por M el momento de todas las fuer-

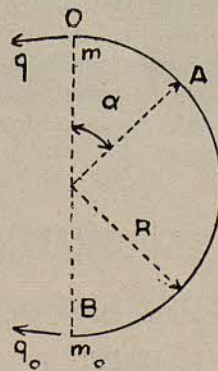


Fig. 3

zas que en dicho recorrido actúan sobre el semicírculo respecto a un eje paralelo al del tubo o anillo y pasando por A .

Por lo anteriormente estudiado, el momento debido a la presión del agua es H (según la fórmula (2)); el momento debido al peso de la porción de semianillo es A (fórmula 3); el momento



debido a los esfuerzos cortantes es $(T' - T'')$ (fórmula 8). Además en la sección o aparecerán un momento flector m y un esfuerzo q normal a la sección, cuyos momentos son respectivamente m y $qR (\cos \alpha - 1)$, luego el valor de M será:

$$M = qR (\cos \alpha - 1) + m + H + A + (T' - T'')$$

Sustituyendo los valores de H , A , $(T' - T'')$ y recordando el valor de p (fórmula 6), resulta finalmente después de todas las simplificaciones y reducciones:

$$(9) \quad M = qR (\cos \alpha - 1) + m + R^2 dl (1 - \cos \alpha) \left(h - \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{Rp \cos \beta}{6\pi} (\cos \alpha^3 - 1) dl$$

Esta para $\alpha = \pi$ da:

$$(10) \quad M\pi = -ZqR + m + 2R^2 dl \left(h - \frac{R}{2} \cos \beta \right) - \frac{Rp \cos \beta}{3\pi} dl$$

valor que luego necesitaremos.

Determinación de q , q_0 , m y m_0 (fig. 3).

Así como en la sección o del semianillo ha habido que considerar la fuerza q y el par m , del mismo modo en la sección B habrá que considerar la fuerza normal a la sección, o sea la fuerza q_0 y el momento m_0 , teniendo en cuenta que por razones de simetría en dichas secciones no puede haber esfuerzo cortante.

Proyectemos todas las fuerzas que actúan sobre el semianillo (fig. 3), sobre una horizontal normal al eje del anillo. Las únicas fuerzas que se proyectan son los esfuerzos q y q_0 y la presión del agua sobre la pared interna del anillo cuya proyección vale recordando el valor (1) de la presión elemental:

$$\int_0^\pi (h - R \cos \theta \cos \beta) (R d\theta \cdot dl) \sin \theta$$

o sea después de integrar y reducir:

$$2hRdl$$

En virtud del equilibrio entre todas las fuerzas que actúan sobre el semianillo se tendrá al proyectarlas sobre dicho eje, teniendo en cuenta los signos:

$$(11) \quad q + q_0 = 2hRdl$$

Tomando momentos de todas las fuerzas que actúan sobre el semianillo respecto un eje pasando por B y paralelo al del tubo, fácil es ver

que tenemos, teniendo en cuenta el equilibrio de dichas fuerzas:

$$M_o + M_\pi = 0$$

o sea teniendo en cuenta el valor de M (fórmula 10):

$$(12) \quad 2qR = m + m_0 + 2R^2 dl \left(h - \frac{R}{2} \cos \beta \right) - \frac{Rp \cos \beta}{3\pi} dl$$

Nos faltan todavía dos condiciones, y para obtenerlas nos valdremos del teorema de Castigliano. Para ello observaremos que en virtud de la simetría las secciones en O y B del semianillo no salen del plano vertical en que se encuentran antes de la deformación transversal; por lo tanto, la aplicación de dicho teorema nos da las condiciones:

$$\int_0^\pi M \frac{\delta M}{\delta m} d\alpha = 0 \quad \int_0^\pi M \frac{\delta M}{\delta m_0} d\alpha = 0$$

Ahora por la (12) se tiene:

$$\frac{\delta q}{\delta m} = \frac{1}{2R} \quad \frac{\delta q}{\delta m_0} = \frac{1}{2R}$$

Luego:

$$\frac{\delta M}{\delta m} = R (\cos \alpha - 1) \frac{\delta q}{\delta m} + 1 = \frac{\cos \alpha + 1}{2}$$

$$\frac{\delta M}{\delta m_0} = R (\cos \alpha - 1) \frac{\delta q}{\delta m_0} = \frac{\cos \alpha + 1}{2}$$

y las anteriores condiciones son:

$$\int_0^\pi M (\cos \alpha + 1) d\alpha = 0 \quad \int_0^\pi M (\cos \alpha - 1) d\alpha = 0$$

las cuales se reducen a las siguientes:

$$\int_0^\pi M d\alpha = 0 \quad \int_0^\pi M \cos \alpha d\alpha = 0$$

Sustituyendo en ellas el valor (9) de M integrando y simplificando, resultan después de una larga serie de operaciones:

$$(13) \quad -qR + m + R^2 dl \left(h - \frac{R}{2} \cos \beta \right) - \frac{Rp \cos \beta}{6\pi} dl = 0$$

$$(14) \quad q - Rdl \left(h - \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{p \cos \beta}{8\pi} dl = 0$$

Estas ecuaciones (13) y (14) junto con las (11) y (12), forman el sistema que nos da los

valores de q , q_0 , m y m_0 , el cual, resuelto y hechas todas las simplificaciones, nos da finalmente:

$$(15) \quad \begin{cases} q = Rdl \left(h - \frac{R}{2} \cos \beta \right) - \frac{p \cos \beta}{8\pi} dl \\ q_0 = Rdl \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{p \cos \beta}{8\pi} dl \\ m = m_0 = \frac{Rp \cos \beta}{24\pi} dl \end{cases}$$

Estudio de M.

Teniendo en cuenta los valores de q y m , el valor de M (fórmula 9) es después de todas las reducciones:

$$M = \frac{Rp \cos \beta}{24\pi} [4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha] dl$$

Los ceros de M corresponden a la condición:

$$4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha = 0$$

que determina los ángulos:

$$\alpha = 30^\circ \dots 90^\circ \dots 150^\circ$$

Los valores absolutos máximos de M vienen determinados por la condición:

$$\frac{\delta M}{\delta \alpha} = 0 \quad \text{o sea:} \quad (4 \cos \alpha - 1) \sin \alpha = 0$$

la cual determina los ángulos:

$$\alpha = 0^\circ \dots 60^\circ \dots 120^\circ \dots 180^\circ$$

y para todos estos ángulos el valor absoluto de M es el mismo e igual a:

$$(16) \quad VE M_{max.} = \frac{Rp \cos \beta}{24\pi} dl = m = m_0.$$

Estudio del esfuerzo tangencial Q (fig. 4).

Obtendremos su valor proyectando sobre la dirección de Q todas las fuerzas que se equilibran en la porción \widehat{oA} del semianillo.

La proyección de q es:

$$-q \cos \alpha$$

La proyección de la presión del agua sobre la pared interna, es:

$$\int_0^\pi (h - R \cos \theta \cos \beta) (R d\theta) dl \cdot \sin(\alpha - \theta)$$

La proyección del trozo \widehat{oA} del semianillo es:

$$\mu \alpha R dl \cos \beta \sin \alpha.$$

La proyección de la porción de esfuerzos cortantes es, teniendo en cuenta la (4) y la (7):

$$-p \frac{\cos \beta}{\pi} dl \cdot \sin \alpha \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta$$

y la ecuación antes mencionada será:

$$\begin{aligned} Q - q \cos \alpha + \mu R \alpha dl \cos \beta \sin \alpha - \\ - R dl \int_0^\alpha (h - R \cos \theta \cos \beta) \sin(\alpha - \theta) d\theta - \\ - \frac{p \cos \beta}{\pi} dl \sin \alpha \int_0^\alpha \sin^2 \theta d\theta = 0 \end{aligned}$$

la cual después de resueltas las integrales, sustituir el valor de q y hacer todas las reduccio-

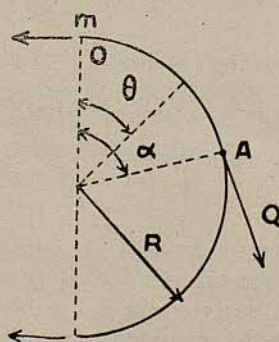


Fig. 4

nes teniendo en cuenta el valor (6) de p , da tras una laboriosa serie de operaciones:

$$\begin{aligned} Q = Rdl \left(h - \frac{R}{2} \cos \alpha \cos \beta \right) - \\ - \frac{p \cos \beta dl}{8\pi} (1 + 4 \sin^2 \alpha) \cos \alpha. \end{aligned}$$

Los valores absolutos máximos de Q corresponden a la condición:

$$\frac{\delta Q}{\delta \alpha} = 0$$

o sea después de suprimir los valores constantes:

$$[4\pi R^2 + 5p - 12p \cos^2 \alpha] \sin \alpha = 0$$

lo que da:

$$\sin \alpha = 0 \quad \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{5}{12} + \frac{\pi R^2}{3p}}$$

la primera condición nos define los ángulos 0 y π para los cuales como así debe ser, y su valor escalar:

$$Q = q \quad Q = q_0$$

En cuanto a la segunda condición, define un ángulo variable según sea el valor del término $\frac{\pi R^2}{3p}$. Ahora bien

$$\frac{\pi R^2}{3p} = \frac{R}{3R + 6\mu e}$$

y por ser $R > 20e$ y μ a lo más igual a la densidad del acero, fácilmente se ve que se tiene:

$$\frac{1}{3} > \frac{\pi R^2}{3p} > \frac{1}{6}$$

con lo cual resulta que el ángulo α oscila poco alrededor de 30° y 150° , y a estos ángulos sabemos que les corresponde un momento flector nulo. Además los valores de Q correspondientes a dichos ángulos discrepan poco de los valores q y q_0 , de manera que prácticamente podemos casi decir que el valor mayor de Q es q_0 .

Esfuerzo cortante transversal.

Su valor es por tratarse de cargas continuas:

$$\frac{1}{R} \frac{\delta M}{\delta \alpha} = \frac{p \cos \beta dl}{8\pi} (1 - 4 \cos \alpha) \sin \alpha$$

No nos entretendremos en estudiar la ley y variación de este esfuerzo, ya que desde el punto de vista de la resistencia del tubo no nos interesa, por ser nulo su valor donde M es máximo.

Resultado final.

De todo lo estudiado fácilmente se desprende que la sección peligrosa del anillo tantas veces considerado en cuanto a la deformación transversal, es la correspondiente al punto B de la figura 3, o sea a la sección más baja, la cual deberá calcularse teniendo en cuenta el momento flector y esfuerzo normal a ella correspondientes, y cuyos valores son como ya hemos visto:

$$(17) \quad \begin{cases} m_0 = \frac{Rp \cos \beta dl}{24\pi} \\ q_0 = Rdl \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + p \cos \beta dl \end{cases}$$

Fatiga máxima.

El área de la sección peligrosa es edl y el módulo correspondiente $\frac{e^2 dl}{6}$, luego la fatiga máxima será designándola por p :

$$p = \frac{q_0}{edl} + \frac{m_0}{\frac{e^2 dl}{6}}$$

o sea substituyendo valores:

$$p = \frac{R}{e} \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{Rp \cos \beta}{4\pi e^2} + \frac{p \cos \beta}{8\pi e}$$

Teniendo en cuenta que $R \rightarrow 20e$, resulta que el penúltimo término es por lo menos 40 veces mayor que el último; por lo tanto, y dado la aproximación de nuestra teoría, podemos substituir la expresión anterior por la siguiente, más sencilla:

$$(18) \quad \boxed{p = \frac{R}{e} \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{Rp \cos \beta}{4\pi e^2}}$$

fórmula que, una vez fijada la fatiga a consentir, sirve para calcular el espesor, substituyendo en ella los espesores comerciales hasta encontrar el adecuado. Observemos lo errónea que es la fórmula de uso corriente

$$p = \frac{Rh}{e}$$

dada la influencia que tiene la deformación transversal a medida que aumenta R , y en consecuencia p , como nuestra fórmula exacta pone de manifiesto.

Fatiga en las secciones de momento nulo.

Como sabemos, éstas vienen definidas por los ángulos 0° , 90° y 150° , siendo conveniente colocar las roblonadas longitudinales a lo largo de las generatrices correspondientes a dichos ángulos. Teniendo en cuenta lo anteriormente dicho, puede tomarse con suficiente aproximación para valor de la fatiga en dichas secciones, designando por Ψ el módulo del roblonado longitudinal:

$$(19) \quad \boxed{\frac{q_0}{\Psi edl} = p = \frac{R}{\Psi e} \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{p \cos \beta}{8\pi \Psi e}}$$

Aros angulares de refuerzo.

En las tuberías de gran diámetro es en muchos casos mejor, desde el punto de vista económico, el cinchar la tubería con aros angulares de refuerzo, con el fin de resistir la deformación transversal, y de su cálculo pasamos a ocuparnos.

Sea s la separación de dichos aros, que en seguida veremos cómo se calcula. Empezaremos por fijar el espesor mínimo del tubo, teniendo

en cuenta la (1), como es fácil comprender, o sea la relación:

$$(19') \quad \rho = \frac{R}{\Psi e} \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{p \cos \beta}{8 \pi \Psi e}$$

Una vez fijado el espesor del tubo o virola, se procede al cálculo del aro angular, el cual se hará teniendo en cuenta que la sección in-

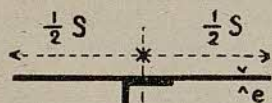


Fig. 5

dicada en la figura 5, o sea la constituida por la superficie *se* de la plancha y la correspondiente *a* la sección del aro, debe resistir el momento flector M' y el esfuerzo normal Q' :

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} M' &= \frac{s}{dl} m_o = \frac{Rsp \cos \beta}{24\pi} \\ Q' &= \frac{s}{dl} \cdot q_o = Rs \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{ps \cos \beta}{8\pi} \end{aligned} \right.$$

deducidas de las (17) por proporcionalidad, ya que la longitud es s en lugar de d' , como fácilmente se comprende.

Separación de los aros angulares.

Para conseguir una fórmula que nos dé s , podemos seguir el criterio siguiente: Consideremos en la parte inferior del tubo una tira longitudinal de sección $e(Rd\theta)$, la cual podremos considerar como empotrada en las secciones de los aros de refuerzo y sujeta a la acción de su propio peso y a una presión sobre su cara interna correspondiente a una altura de agua ($R \cos \beta$), ya que la carga h produce en el tubo un esfuerzo constante tangencial. En estas condiciones las conocidas fórmulas de resistencia de materiales no dan, designando por p , la fatiga máxima a dichos esfuerzos correspondiente:

$$\rho \frac{e^2 \cdot Rd\theta}{5} = \frac{s^2}{12} (\mu e + R) \cos \beta \cdot Rd\theta.$$

de la que:

$$(21) \quad s = e \sqrt{\frac{(R + \mu e) \cos \beta}{2\rho}}$$

Al aplicar esta fórmula hay que tener en cuenta que si p' es la fatiga debida al momento flector longitudinal, más la debida a la compresión longitudinal, y p'' la máxima fatiga a consentir, se tiene:

$$p = p'' - p'.$$

Observemos también que a mayor espesor correspondiente, menos aros, lo que indica que tendrá que estudiarse el espesor más conveniente económicamente, y a partir del espesor mínimo a que antes nos hemos referido.

ESTUDIO de la resistencia de la tubería en sus apoyos

Apoyo circular (fig. 6).

Como indica la figura, la tubería se apoya sobre la pila (con una plancha de acero intermedia), según una superficie de apoyo cuyas dimensiones son a y $2R\varphi$, siendo el ángulo φ en la práctica de 60° generalmente.

Consideremos la porción de tubo o virola que limita los planos de las secciones rectas de la misma, CD y $C'D'$, la cual forma un anillo de espesor e y longitud a , teniendo su eje la inclinación β .

Las fuerzas que actúan sobre dicho anillo son: El peso del anillo; los esfuerzos cortantes y flector correspondientes a las secciones CD y $C'D'$; la presión del agua sobre la pared in-

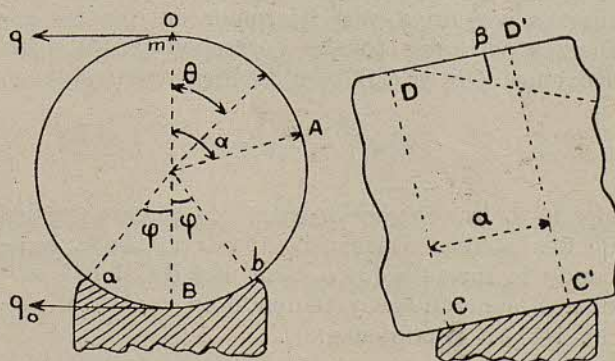


Fig. 6

terna del anillo; el esfuerzo longitudinal de compresión correspondiente a dichas secciones; la reacción proveniente del apoyo, la cual, dada la pequeñez del ángulo φ , podremos sin error sensible suponerla uniformemente repartida en la superficie de apoyo.

Con el fin de no complicar inútilmente el estudio de la deformación transversal, tendremos en cuenta que la altura de agua sobre cada punto de la arista superior del anillo (la cual es variable debido a la inclinación β) no tiene ninguna influencia en dicha deformación transversal por depender ésta solamente del peso del agua contenida en el tubo y de sus paredes. Dicha altura de agua variable produce sobre cada sección de la tubería una acción tangencial que luego calcularemos. Prescindiremos, por lo tanto, de dicha altura en todo lo referente a

la deformación transversal, para luego, como ya hemos dicho, tenerla en cuenta.

Procederemos de un modo análogo a los casos anteriores, considerando un eje de momento paralelo al del anillo y que pasa por A , y tomaremos momentos de las diversas fuerzas que actúan sobre el anillo correspondientes al arco \widehat{oA} (al cual corresponde el ángulo α).

El momento del peso del anillo correspondiente al ángulo α es, aplicando la fórmula 3 y teniendo en cuenta que la longitud de dl es aquí a , como fácil es comprenderlo, ya que todos los anillos elementales se hallan en idénticas condiciones, desde el momento que hemos prescindido de la carga de agua sobre la generatriz superior de dicho anillo:

$$A' = -\mu R^2 ea (\alpha \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha - 1) \cos \beta.$$

El momento debido a la presión del agua se obtiene substituyéndolo en la fórmula (2) y, por lo dicho antes, h por $R \cos \beta$ y además cambiar dl por a , con lo cual resulta

$$H' = R^3 a \left(1 - \cos \alpha - \frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} \alpha \right) \cos \beta$$

Para encontrar el momento debido a los esfuerzos cortantes, nos fijaremos en que los esfuerzos cortantes totales correspondientes a las secciones CD y $C'D'$ son iguales entre sí y a:

$$P = \frac{L-a}{2} \rho \cos \beta$$

siendo L la separación entre los planos medios de dos apoyos consecutivos; por lo tanto, aplicando la fórmula (5) a cada una de dichas secciones, sumándolas y teniendo en cuenta el signo, resulta finalmente:

$$T' = -\frac{2PR}{\pi} \left[\frac{\alpha \operatorname{sen} \alpha}{2} + \cos \alpha \left(\frac{2}{3} - \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{6} \right) - \frac{2}{3} \right]$$

Calculemos ahora y para cuando el punto A cae dentro del ángulo φ el momento A_0 correspondiente a la porción de reacción del apoyo. Por repartirse dicha reacción uniformemente y tener por valor

$$Q = 2P + pa \cos \beta$$

el valor de A_0 es:

$$A_0 = \int_{\pi-\varphi}^{\alpha} -\frac{Q}{2\varphi R} (Rd\theta) (R \operatorname{sen} \theta - R \operatorname{sen} \alpha)$$

o sea:

$$A_0 = \frac{QR}{2\varphi} [\cos \varphi + \cos \alpha - (\pi - \varphi - \alpha) \operatorname{sen} \alpha]$$

Las restantes fuerzas no tienen momento.

Ahora, análogamente a casos anteriores, consideraremos la intersección del anillo con un plano vertical pasando por su eje y designaremos por q , q_0 , m y m_0 los esfuerzos normales y momentos flectores transversales que se desarrollan respectivamente en las secciones superior e inferior de dicha intersección, ya que por simetría no hay en ellas esfuerzo cortante. Hemos de procurarnos los valores de dichos esfuerzos, y para ello necesitaremos, como en casos anteriores, la aplicación de los teoremas de Castigliano.

Designando por M el momento de todas las fuerzas que actúan en el trozo de anillo comprendido entre la sección O y la A , tenemos:

$$M = qR (\cos \alpha - 1) + m + A' + H' + T' \quad , \quad \text{de } \alpha = 0 \text{ a } \alpha = \pi - \varphi$$

$$M = qR (\cos \alpha - 1) + m + A' + H' + T' + A_0 \quad , \quad \text{de } \alpha = \pi - \varphi \text{ a } \alpha = \pi.$$

El teorema de Castigliano dá, como anteriormente, y por razones análogas:

$$\int_0^{\pi} M \frac{\delta M}{\delta m} d\alpha = 0 \quad \int_0^{\pi} M \frac{\delta M}{\delta m_0} d\alpha = 0$$

Tomando momentos de todas las fuerzas que actúan sobre el semianillo de la derecha (fig. 6) respecto al eje paralelo al del tubo y pasando por el punto más bajo B , tenemos:

$$m_0 + M_{\alpha=\pi} = 0$$

ahora el valor de M para $\alpha = \pi$ es:

$$M_{\alpha=\pi} = -2qR + m + \mu R^2 ea + 2R^3 a \cos \beta + \frac{8}{3\pi} PR - \frac{QR}{2\varphi} (1 - \cos \varphi)$$

luego la anterior será:

$$(22) \quad 2qR = m + m_0 + \mu R^2 ea \cos \beta + 2R^3 a \cos \beta + \frac{8}{3\pi} PR - \frac{QR}{2\varphi} (1 - \cos \varphi)$$

de la que:

$$\frac{\delta q}{\delta m} = \frac{1}{2R} \quad \frac{\delta q}{\delta m_0} = \frac{1}{R}$$

Ahora de los anteriores valores de M deducimos:

$$\frac{\delta M}{\delta m} = R (\cos \alpha - 1) \frac{\delta q}{\delta m} + 1 \quad \frac{\delta M}{\delta m_0} = R (\cos \alpha - 1) \frac{\delta q}{\delta m_0}$$

o sea:

$$\frac{\delta M}{\delta m} = \frac{\cos \alpha + 1}{2} \quad \text{y} \quad \frac{\delta M}{\delta m_0} = \frac{\cos \alpha + 1}{2}$$

y las anteriores condiciones serán:

$$\int M (\cos \alpha + 1) da = 0 \quad \int M (\cos \alpha - 1) da = 0$$

o sean:

$$\int M da = 0 \quad \int M \cos \alpha da = 0$$

que teniendo en cuenta los valores de M , se reducen a las siguientes:

$$\int_0^\pi [qR (\cos \alpha - 1) + m + A' + H' + T'] da + \int_{\pi-\varphi}^\pi A_0 da = 0$$

$$\int_0^\pi [qR (\cos \alpha - 1) + m + A' + H' + T'] \cos \alpha da + \int_{\pi-\varphi}^\pi A_0 \cos \alpha da = 0$$

las cuales sustituyendo en ellas los valores de H' , A' , T' , A_0 resolviendo las integrales y simplificando, tras una serie de operaciones tenemos finalmente:

$$(23) \left\{ \begin{aligned} -\pi qR + \pi m + \frac{\pi}{2} R^3 a \cos \beta + \frac{PR}{3} + \\ + \frac{QR}{2} \left(1 + \cos \varphi - \frac{2 \operatorname{sen} \varphi}{\varphi} \right) &= 0 \\ \frac{\pi}{2} qR - \frac{3}{8} \pi R^3 a \cos \beta - \frac{\pi}{4} \mu R^2 a e \cos \beta - \\ - \frac{3}{8} PR + \frac{QR}{2} \left[\frac{1}{4} - \frac{\operatorname{sen} 2\varphi}{\varphi} \right] &= 0 \end{aligned} \right.$$

Proyectando todas las fuerzas que actúan sobre el semianillo, sobre una horizontal perpendicular a su eje, tenemos:

$$(24) \quad q + q_0 = 2R^2 a \cos \beta$$

que se deduce de la (11) sustituyendo h por $R \cos \beta$ y dl por a .

Las relaciones (22), (23) y (24) forman el sistema de ecuaciones que determina q , q_0 , m y m_0 .

Dada la disposición de las fuerzas que actúan sobre el anillo, es evidente que el valor máximo del momento flector transversal es el que co-

rresponde a la sección en el punto más bajo y, por lo tanto, su valor escalar será el mismo de m_0 dado por el anterior sistema. Nosotros hemos hecho el cálculo, por cierto laborioso, del valor de m_0 para $\varphi = 30^\circ$, que es lo usual en la práctica, resultando en este caso su valor escalar:

$$m_0 = 0.286 PR + 0.131 pRa \cos \beta$$

y para q_0 el valor en magnitud y signo:

$$q_0 = \frac{3}{2} R^2 a \cos \beta - 0.211 P - 0.31 pa \cos \beta$$

la fatiga máxima correspondiente a dichos esfuerzos es:

$$\frac{q_0}{ae} \pm \frac{6}{ae^2} m_0$$

Ahora hemos de tener en cuenta la fatiga máxima correspondiente a la altura de agua que no hemos tenido en cuenta, y que hay que restituir, y para ello operaremos del modo siguiente: Evidentemente dicha altura de agua produce una fatiga unitaria variable según la sección que consideremos, pero evidentemente también la fatiga máxima corresponde a la sección más baja, y para hallar su valor nos referiremos al anillo elemental de longitud dl correspondiente a la sección \overline{CD} , y para este anillo elemental la fatiga vale como es fácil ver:

$$\frac{(H - R \cos \beta) 2Rdl}{2edl} = \frac{R}{e} (H - R \cos \beta)$$

siendo H la altura de agua sobre el c. d. g. de la sección \overline{CD} .

La fatiga máxima buscada será pues:

$$\rho = \frac{R}{e} (H - R \cos \beta) + \frac{q_0}{ae} \pm \frac{6}{ae^2} m_0$$

sustituyendo en esta los valores de q_0 y m_0 , tenemos después de las reducciones, teniendo en cuenta el valor de P :

$$\rho = \frac{R}{e} \left(H + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{L}{a} \frac{p \cos \beta}{e} \left(\pm 0.858 \frac{R}{e} - 0.105 \right) - \frac{p \cos \beta}{e} \left[\pm 0.072 \frac{R}{e} - 0.205 \right]$$

la que despreciando la pequeñez de ciertos términos, por ser $R > 20e$ y $L > a$, resulta finalmente la fórmula sobradamente aproximada en la práctica:

$$(25) \quad \rho = \frac{R}{e} \left(H + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + 0.86 \frac{p \cos \beta \cdot R}{e^2} \cdot \frac{L}{a}$$

que es una de las fórmulas más interesantes de nuestro estudio, ya que liga la separación de apoyos L con el espesor e y la longitud de apoyo a (con $2\varphi = 60^\circ$). Deja, por consiguiente, en nuestra fórmula de ser empírica la separación de apoyos, ya que con su auxilio podemos saber siempre a qué atenernos. (Ver Resumen final).

Aros angulares de apoyo con apoyo circular.

La tubería puede ir apoyada sobre las pilas por uno o varios aros angulares, los cuales apoyan en un ángulo 2φ que consideraremos de 60° , como así es corriente.

Las fórmulas para este caso se obtienen de los valores de q_0 y m_0 del caso anterior, haciendo en ellos $a=0$, ya que la acción del peso propio y la del agua en el recorrido de apoyo es despreciable ante la influencia de P , que en este caso, y después de lo dicho, vale:

$$\frac{1}{2} pL \cos \beta.$$

Tendremos, pues, para este caso:

$$(26) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Momento flector transversal máximo} \\ \quad \quad \quad = 0.143 pLR \cos \beta \\ \text{Esfuerzo normal} = 0.11 pL \cos \beta \end{array} \right.$$

y con los valores de este momento y esfuerzo normal se calcularía la sección del aro o sistema de aros de apoyo.

Haremos observar que el cálculo de la sección del aro o sistema de aros puede hacerse ateniéndose solamente al valor del momento flector, ya que la influencia del esfuerzo normal es prácticamente despreciable.

Aros angulares de apoyo con apoyos libres.

Consideremos el caso de realizar el apoyo mediante un aro angular (o un sistema de aros) que se apoya libremente sobre dos apoyos tal como esquemáticamente está indicado en la figura 7.

En los apoyos sin empotramiento se desarrollarán reacciones cuyas componentes verticales tendrán el siguiente valor:

$$P = \frac{1}{2} pL \cos \beta$$

siendo como anteriormente L la longitud de la tubería entre dos apoyos consecutivos y cuyos componentes horizontales o de empuje los designaremos por Z .

Cortemos el aro (o sistema de aros) por el plano vertical que pasa por el eje del tubo. En la sección de intersección correspondiente al

punto más alto B aparecerán un momento flector m_0 y un esfuerzo normal q_0 , y análogamente un momento y un esfuerzo normal m y q en la sección correspondiente al punto O .

Las fuerzas que actúan sobre el semiaro (o conjunto de semiaros) son: dichos esfuerzos moleculares m , m_0 , q y q_0 ; la reacción en el apoyo, cuyas componentes son P y Z , y los esfuerzos cortantes correspondientes a los cortantes totales P , uno a cada lado del aro o conjunto de

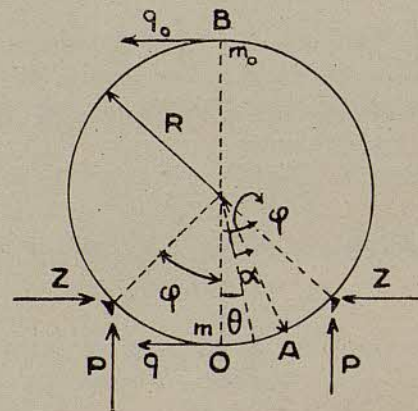


Fig. 7

aros. En el recorrido de apoyo y en el sentido del eje del tubo, la acción del agua, así como del peso propio son evidentemente despreciables ante la influencia de P , y por lo tanto no la tendremos en cuenta.

Tratamos de hallar los valores de q , q_0 , m , m_0 y Z , y para ello operaremos análogamente a los casos ya tratados.

El momento respecto el eje pasando por A y paralelo al del tubo de la parte de esfuerzos cortantes totales P correspondiente al recorrido oA , o sea al ángulo α , es designándolo por E :

$$E = -\frac{2PR}{\alpha} \left[\frac{\alpha \operatorname{sen} \alpha}{2} + \cos \alpha \left(\frac{2}{3} - \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{6} \right) - \frac{2}{2} \right]$$

que se obtiene aplicando la fórmula (5) a cada uno de los esfuerzos P y haciendo la suma con el signo correspondiente.

El momento de todas las fuerzas que actúan en el recorrido oA (ángulo α) respecto al eje anteriormente mencionado es designándolo por M en el recorrido o a φ , y por M' en el recorrido φ a π :

$$\begin{aligned} \alpha = 0 \text{ á } \alpha = \varphi \quad \dots \quad M &= qR(1 - \cos \alpha) + m + E \\ \alpha = \varphi \text{ á } \alpha = \pi \quad \dots \quad M' &= qR(1 - \cos \alpha) + m + E + \\ &+ PR(\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \varphi) + ZR(\cos \varphi - \cos \alpha) \end{aligned}$$

Proyectando todas las fuerzas que actúan sobre el semiaro (o conjunto de semiaros) sobre

una horizontal perpendicular al eje del tubo, resulta la ecuación:

$$(27) \quad q + q_0 + Z = 0$$

Tomando momentos de las mismas fuerzas respecto al eje paralelo al del tubo, y pasando por el punto B se tiene, como es fácil ver:

$$m_0 + M'(\alpha = \pi) = 0$$

o sea teniendo en cuenta el valor de M' para $\alpha = \pi$:

$$(28) \quad m_0 + 2qR + m + \frac{8}{3\pi} PR - PR \sin \varphi + ZR(\cos \varphi + 1) = 0.$$

Las tres relaciones que faltan, además de las (27) y (28), las suministra el teorema de Castigliano, ya que el no variar de dirección en virtud de la simetría las secciones en las que se desarrollan los pares m y m_0 , suministra las condiciones:

$$\int_0^\varphi M \frac{\delta M}{\delta m} d\alpha = 0 \quad \int_0^\pi M \frac{\delta M}{\delta m_0} d\alpha = 0$$

y la fijez de la apoyo la otra condición:

$$\int_0^\pi M \frac{\delta M}{\delta Z} d\alpha = 0$$

o sean:

$$\int_0^\varphi M \frac{\delta M}{\delta m} d\alpha + \int_\varphi^\pi M' \frac{\delta M'}{\delta m} d\alpha = 0$$

$$\int_0^\varphi M \frac{\delta M}{\delta m_0} d\alpha + \int_\varphi^\pi M' \frac{\delta M'}{\delta m_0} d\alpha = 0$$

$$\int_0^\varphi M \frac{\delta M}{\delta Z} d\alpha + \int_\varphi^\pi M' \frac{\delta M'}{\delta Z} d\alpha = 0$$

Ahora:

$$\frac{\delta M}{\delta m} = R(1 - \cos \alpha) \frac{\delta q}{\delta m} + 1 \quad \frac{\delta M'}{\delta m_0} = R(1 - \cos \alpha) \frac{\delta q}{\delta m_0} + 1$$

$$\frac{\delta m}{\delta m_0} = R(1 - \cos \alpha) \frac{\delta q}{\delta m_0} \quad \frac{\delta M'}{\delta m_0} = R(1 - \cos \alpha) \frac{\delta q}{\delta m_0}$$

$$\frac{\delta M}{\delta Z} = R(1 - \cos \alpha) \frac{\delta q}{\delta Z}$$

$$\frac{\delta M}{\delta Z} = R(1 - \cos \alpha) \frac{\delta q}{\delta Z} + R(\cos \varphi - \cos \alpha)$$

y la (28) da:

$$\frac{\delta m}{\delta q} = -\frac{1}{2R} \quad \frac{\delta q}{\delta m_0} = -\frac{1}{2R} \quad \frac{\delta q}{\delta Z} = -\frac{1 + \cos \varphi}{2}$$

y las anteriores condiciones serán en consecuencia:

$$\int_0^\varphi M \left[R(1 - \cos \alpha) \left(-\frac{1}{2R} + 1 \right) \right] d\alpha +$$

$$+ \int_\varphi^\pi M' \left[R(1 - \cos \alpha) \left(-\frac{1}{2R} + 1 \right) \right] d\alpha = 0$$

$$\int_0^\varphi MR(1 - \cos \alpha) \left(\frac{1}{2R} \right) d\alpha +$$

$$+ \int_\varphi^\pi M'R(1 - \cos \alpha) \left(-\frac{1}{2R} \right) d\alpha = 0$$

$$\int_\pi^\varphi MR(1 - \cos \alpha) \left(-\frac{1 + \cos \varphi}{2} \right) d\alpha +$$

$$+ \int_\varphi^\pi M \left[R(1 - \cos \alpha) \left(-\frac{1 + \cos \varphi}{2} \right) + R(\cos \varphi - \cos \alpha) \right] d\alpha = 0$$

las cuales se reducen a las siguientes:

$$(a) \quad \int_0^\varphi M d\alpha + \int_\varphi^\pi M' d\alpha = 0$$

$$\int_0^\varphi M \cos \alpha d\alpha + \int_\varphi^\pi M' \cos \alpha d\alpha = 0$$

$$\int_\varphi^\pi M' \cos \alpha d\alpha = \cos \varphi \int_\varphi^\pi M' d\alpha$$

y ésta última, en virtud de las anteriores, debe sustituirse por la:

$$(b) \quad \int_0^\varphi M \cos \alpha d\alpha = \cos \varphi \int_0^\varphi M d\alpha$$

ya que en ésta la parte algebraica es menos complicada.

Las dos condiciones (a) y la condición (b), después de sustituir en ellas los valores de M y M' , resolver la larga serie de integrales que intervienen y tras una laboriosa serie de reducciones trigonométricas, dan finalmente:

$$\begin{aligned}
& -\pi qR - \pi m - ZR [\text{sen } \varphi + (\pi - \varphi) \cos \varphi] \\
& = PR \left[\frac{3}{4} + \cos \varphi - (\pi - \varphi) \text{sen } \varphi \right] \\
& -\pi qR - ZR \left[\pi - \varphi + \frac{\text{sen } 2\varphi}{2} \right] = \\
& = PR \left[\frac{3}{4} \text{sen } 2\varphi \right] \\
(29) \quad & -\pi qR \left[\text{sen } \varphi + \frac{\text{sen } 2\varphi}{4} - \varphi \left(\frac{1}{2} + \cos \varphi \right) \right] - \\
& - \pi m [\text{sen } \varphi - \varphi \cos \varphi] = \\
& = 2PR \left[\frac{2}{3} \text{sen } \varphi + \frac{17}{48} \text{sen } 2\varphi - \frac{\varphi \cos 2\varphi}{4} + \right. \\
& \left. + \frac{\text{sen } 4\varphi}{192} - \frac{7}{16} \varphi - \left(\frac{2}{3} \varphi + \frac{\text{sen } 3\varphi}{18} \right) \cos \varphi \right]
\end{aligned}$$

Estas tres relaciones, junto con las (27) y (28), dan los valores de q , q_0 , m , m_0 y Z .

Podríamos ahora hallar algebraicamente dichos valores, pero llegaríamos a expresiones tan complejas, que resulta mucho más práctico en cada caso particular sustituir en las (29) el valor correspondiente de φ y resolver numéricamente el sistema anterior por medio de determinantes, con lo cual conocemos los valores numéricos de q , m y Z y las (27) y (28) dan luego las de q_0 y m_0 .

El estudio de la variación del momento flector transversal (expresiones M y M') tampoco puede ser hecho analíticamente ni aun por métodos aproximados, dada la extraordinaria complicación de las expresiones que resultarían, de manera que es muchísimo mejor una vez conocidas q , m y Z , sustituir sus valores numéricos en las expresiones que nos dan M y M' , y representarlas luego gráficamente para estudiar su variación y hallar el valor max, maximorum escalar del momento flector, que es el que nos servirá para el cálculo de la sección del aro o aros, ya que la fatiga correspondiente al esfuerzo normal es prácticamente tan pequeña respecto la producida por dicho momento flector, que prácticamente es despreciable, y en consecuencia nos ahorramos el estudio de la variación del esfuerzo normal, el cual sería largo y complicadísimo.

La sección del aro (o aros) será calculada teniendo sólo en cuenta el valor max, maximorum escalar del momento flector, sin preocuparnos en absoluto del esfuerzo normal. En comprobación de lo que acabamos de decir, haremos constatar que la fatiga correspondiente al esfuerzo normal no llega nunca al 3% de la producida por el momento flector.

El estudio gráfico de M y M' se hace con pocos puntos, ya que las expresiones trigonométricas que intervienen tienen formas de sobras conocidas.

El valor máximo del momento flector se encuentra en la región de 0 a φ , lo cual ahorra el estudio de M' en casi todos los casos de apoyar, como así es práctico, en el semicírculo inferior de la tubería.

Apoyos libres en los extremos de un diámetro horizontal.

Es interesante estudiar el caso en que los apoyos están situados en los extremos de un diámetro, ya que en este caso intuitivamente se comprende que el empuje Z es nulo y en consecuencia la reacción de cada uno de los dos apoyos mínima e igual a P .

En este caso debemos hacer $\varphi = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ en las ecuaciones generales (29), las cuales se reducen a las siguientes:

$$\begin{cases}
-\pi qR - \pi m - ZR = PR \frac{4}{3} - \frac{\pi}{2} \\
-\pi qR - \frac{\pi}{2} Z = -\frac{PR}{4} \\
-\pi qR \left[1 - \frac{\pi}{4} \right] - \pi m = 2PR \left[\frac{2}{3} - \frac{7}{32} \pi \right]
\end{cases}$$

las cuales, resueltas nos dan $Z = 0$, como ya habíamos indicado, y además:

$$q = \frac{P}{4\pi} \cong 0.08 P \quad \text{y} \quad m = -\frac{19 - 6\pi}{12\pi} PR \cong 0.004 PR$$

El estudio gráfico de la variación del momento flector nos da para el mayor momento en valor escalar

$$(30) \quad M \cong 0.01 PR = 0.005 pLR \cos \beta$$

que es, como anteriormente hemos dicho, el valor del momento que se utilizará para el cálculo de la sección de total de los aros o del aro.

Observemos de paso que la influencia del valor de q sobre la fatiga máxima es prácticamente despreciable.

Esta manera de apoyar el aro o aros de apoyo es ciertamente la mejor, pues no produce empuje y además el valor de M es muy pequeño; sin embargo, económicamente tiene la contra cuando el diámetro es grande, de ocupar mucha faja de terreno.

RESUMEN FINAL

A continuación hacemos el resumen de nuestras fórmulas para las tuberías forzadas, refiriéndolas al sistema de unidades siguiente, que es el que creemos más adecuado para las aplicaciones industriales. (Las fórmulas del resumen llevan los mismos números.)

Unidades.

R, L, A y S en metros.
 h y H en metros de columna de agua.
 e en milímetros.
 p en kgs. por metro corriente (p = peso de 1^m de tubo y agua).
 ρ en kgs. por mm.
 Los momentos en kg. cm.
 Las fuerzas en kgs.

Tubería sin aros de refuerzo.

$$(18) \quad \rho = \frac{R}{e} \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + 0.08 p \frac{R}{e^2} \cos \beta$$

$$(19) \quad \rho = \frac{R}{e\psi} \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + 0.04 \frac{\alpha}{\psi e} \cos \beta$$

$$(25) \quad \rho = \frac{R}{e} \left(H + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + 0.86 \frac{Rp \cos \beta}{e^2} \cdot \frac{L}{a}$$

La (18) sirve para calcular el espesor en función de la fatiga que se estime oportuna. La (19) da la fatiga en las generatrices de momento nulo, según las cuales debe colocarse el roblonado. La (25) da la fatiga máxima en el apoyo y es la que *debe usarse* para calcular L , teniendo siempre el cuidado de ver si la tubería resiste por flexión longitudinal, aunque siempre (menos quizás en algún caso de pequeño diámetro) la L que la (25) determina es menor que la calculada por flexión. La H se refiere a la altura de agua sobre el c. d. q. de la sección \widehat{CD} de la figura 6. La (19) puede sustituirse por la siguiente: $\rho = \frac{R}{8\psi e} (8h + 5R \cos \beta)$, teniendo en cuenta el valor de p y despreciando e ante R .

Tubería con aros de refuerzo.

Al ir aumentando R llegue el caso de usar aros de refuerzo.

$$(19') \quad \rho = \frac{R}{\psi e} \left(h + \frac{R}{2} \cos \beta \right) + \frac{p \cos \beta}{8000\pi\psi e}$$

o bien teniendo en cuenta el valor de p y el cambio de unidades:

$$(19') \quad \rho = \frac{R}{8\psi e} \left[8h + \left(5R + \frac{2\mu e}{1000} \right) \cos \beta \right] \cong \frac{R}{8\psi e} [8h + 5R \cos \beta]$$

ya que $5R$ es mucho mayor en general que $\frac{2\mu e}{1000}$

$$(21') \quad s = 0.045e \sqrt{\frac{\rho}{R \cos \beta}}$$

que se obtiene de la (21) despreciando la influencia de μ ante R .

$$(20) \quad \begin{cases} M' = 1.33 R s p \cos \beta \\ Q' = 1000 R s \left(\frac{R}{2} \cos \beta \right) + 0.04 p s \cos \beta \end{cases}$$

La (19') da el espesor mínimo, pudiéndose adoptar un espesor mayor si así conviene. La (21) da la separación de los aros y en ella ρ es el exceso de fatiga sobre la máxima fatiga longitudinal. Las (20) sirven para el cálculo de los aros. Prácticamente y atendiendo a que $R > 20e$, se puede tomar para valor de Q' :

$$Q' = 125 R s (8h + 5R \cos \beta).$$

Aros de apoyo.

En el caso de apoyo circular con $\varphi \cong 30^\circ$ para el cálculo de la sección del aro o sección total del sistema de aros, se considera el momento flector máximo, cuyo valor es:

$$(26) \quad M = 14.3 p L R \cos \beta$$

Cuando el apoyo se realiza según los extremos de un diámetro horizontal, se utiliza para el cálculo:

$$(30) \quad M = \frac{1}{2} p L R \cos \beta$$

Con las anteriores fórmulas y las generales (29), con lo a ellas referente, puede calcularse cualquier tubería forzada.

JOSE GALI FABRA.

Agosto de 1927.



CRÓNICA DE LA AGRUPACIÓN

Don José Galí y Fabra

En las columnas que anteceden ha reproducido *TECNICA* el notable trabajo, premiado en el Concurso Anual de 1927, que como apunta la Comisión de Publicaciones en las líneas que le preceden, es de creer sea el último que ocupó la actividad de quien fué nuestro ilustre compañero D. José Galí y Fabra, fallecido el 24 de noviembre último.

La publicación, en diciembre siguiente, del número extraordinario dedicado a la inauguración del nuevo local de nuestra Escuela de Ingenieros Industriales, ha imposibilitado, hasta hoy, que pudiéramos patentizar desde estas columnas, el hondo dolor que nos ha causado la muerte de tan esclarecido compañero, que tantas veces honró nuestra revista con el fruto de sus estudios.

Recordamos haber dado a conocer los siguientes trabajos: Caso general de la flexión simple y líneas modulares (1912); Aplicación del método infinitesimal a la Geometría (1907); Sobre presiones y depresiones en las tuberías forzadas (Diciembre 1920); Números característicos en las Francis (Enero 1923); Funcionamiento de una Francis en salto variable (Mayo 1923); Números característicos en las Pelton (Marzo 1923); Intensidad de la presión (Octubre 1923); Estudio de una modificación en las chimeneas piezométricas (Diciembre 1923); Nota relativa a las tuberías forzadas (Marzo 1924); Consecuencias de la intensidad de la presión (Febrero 1925); Los golpes de ariete (Marzo 1925); Diámetro económico en las tuberías forzadas (Abril 1925); Teoría elemental de los golpes de ariete (Febrero 1926); Fuerza de inercia total de torsión (Marzo 1926); Turbinas Hélice (Octubre 1926).

Había nacido en nuestra capital, D. José Galí, el día 28 de Enero de 1877, cursando en nuestro Instituto y Universidad, con extraordinaria brillantez, los estudios del bachillerato y la licenciatura en ciencias, habiendo revalidado sus estudios de ingeniero industrial el día 12 de Octubre de 1900. Al año de terminar estos últimos estudios fué nombrado, en virtud de oposición, profesor de «Cálculo Integral y Mecánica general», de la Escuela de Ingenieros Industriales de Bilbao, cuyo cargo desempeñó hasta el día 12 de Diciembre de 1913, en cuya fecha lo dimitió por haberle obligado a ausentarse de Bilbao asuntos particulares. En 29 de Junio de 1916 fué nombrado, también como resultado de unas oposiciones, catedrático de nuestra Escuela de «Teoría general de las máquinas y especial de las máquinas», cargo que desempeñaba al ocu-

rir su muerte. Estuvo por tanto dedicado a la enseñanza durante más de 23 años.

Fué también profesor de Análisis matemático en la Escuela de Ingenieros Industriales de Bilbao; de Mecánica aplicada, Termotecnia y Elementos de máquinas, en la Escuela de Artes y Oficios y Capataces de la citada población; de Matemáticas en la Escuela Técnica de Oficios de Barcelona y en la Escuela Elemental del Trabajo, de nuestra ciudad, de la que actualmente era vicedirector.

En la industria particular prestó sus servicios en los talleres Damians y fué consultor de la Sociedad Productora de Fuerzas Motrices.

Cuantos fueron sus discípulos habrán de recordar siempre sus esfuerzos en su cátedra, coronados por el éxito, de hacer sus explicaciones claras, amenas e interesantes, sin apartarse jamás del rigurismo científico que presidió su total labor cultural.

Cuantos fueron sus amigos no podrán olvidar los atractivos de su conversación, ni las pruebas que recibieron de su amistad y de sus bondades.

Cuantos le conocieron en el seno de la Junta Directiva de nuestra Asociación, de la que fué vicepresidente en 1920-1922, recordarán siempre su labor continuada y entusiasta en defensa de nuestra carrera y de sus prerrogativas y presigios.

D. José Galí y Fabra acomodó su vida a un puro ideal de caballerosidad y compañerismo.

La muerte nos lo ha arrebatado cuando más parecía hallarse en posesión de la plenitud de su vigor físico e intelectual.

¡Descanse en paz!

Reciban sus familiares, reciba nuestra Escuela, la expresión de nuestro pesar.

DE LA BIBLIOTECA

Artículos de interés publicados en diferentes Revistas

Electrolytic Zinc Production. — «Electrical World», 22 Octubre 1927.

Fabrication mecanique du verre a vitres. — «Chimie et Industrie», Septiembre 1927.

Vagones volquetes. — Railway Mechanical Eng., Septiembre 1927.

Aisladores de porcelana y esteatita; su ensayo y propiedades. — «V. D. I.», 29 Octubre 1927.

Cables huecos para líneas eléctricas. — Fuchs. — «El Progreso de la Ingeniería», Noviembre 1927.

Propulsión eléctrica de los buques. — J. González de A. — «Rta. Gral. de Marina», Noviembre 1927.

Nuevos métodos de cementación. «Savage». — «Revue Universelle des Mines», 15 Noviembre 1927.

Manómetros normales (Tomas de). — «V. D. I.», 24 Noviembre 1927.

Project du supercentrale établie au bassin houillère de la France. Etude Economique. — Blum Picard. — «Le Genie Civil», 24 Noviembre 1927.

Ensayo con modelos de canales de refrigeración para centrales de fuerza motriz. — «El Progreso de la Ingeniería», Enero 1928.

Transmission Line Insulation. — Austin. — «Electrical World», 24 Noviembre 1927.

Le nouveau barrage de Bezon. — «La Technique Moderne», 1 Noviembre 1927.

Calcul de la perte de charge due aux tuyaux

coniques. — Restlicher. — «Revue Universelle des Mines», 1 Noviembre 1927.

Nouveaux element pour l'établissement des coudes dans les conduites. — Wirt. — «Revue Universelle des Mines», 1 Noviembre 1927.

La centrale de Vernayaz. — Revista «B. B. C.» Noviembre 1927.

Ultimos adelantos norteamericanos en producción de energía eléctrica. — «Ingeniería y Construcción», Diciembre 1927.

Standard Motor Dimensions. — «Electrical World», 26 Noviembre 1927.

L'Unification Industrielle. Etude de Normalisation. — Androuin. — «Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'industrie nationale», Junio 1927.

F. NOGUER.

BIBLIOGRAFIA

Protection des métaux contre la corrosion, por M. G. de Lattre, doct. en Sciences. — Un volumen de 208 páginas. Edición de L'Usine (Paris).

La importancia de los fenómenos de corrosión, que ocasionan una pérdida considerable de productos metalúrgicos, ha incitado a la industria al estudio de los medios de defensa y últimamente algunos técnicos se han ocupado de la ordenación racional de estos medios de defensa.

La obra que nos ocupa, es hija de las recientes investigaciones sobre la materia y de los resultados técnicos obtenidos, y está ordenada en forma de dar para cada sistema industrial de protección, todas las explicaciones de orden práctico para su funcionamiento, con fundamento científico, de manera de guiar al que lo practica hacia un empleo racional y justificado de estos diversos métodos. No creemos que hasta ahora se haya hecho un estudio parecido a este, pues la documentación existente sobre este asunto es antigua e incompleta.

Entre los procedimientos de protección, la parte más interesante está constituida por la metalización, es decir, el revestimiento corroible (por la atmósfera, el agua del mar o al contacto de diversos fluidos) por un metal menos o nada corroible.

Se ha pasado revista a los diversos procedimientos: en caliente, por electrolisis, por cementación, por proyección, por reacción de sustitución, etc.; y para los metales más o menos usuales hasta el presente: zinc (galvanización), plomo, estaño, níquel, a los cuales se ha añadido los metales de uso más corriente: cadmio, aluminio, cromo, cobalto, etc. De un modo especial se estudia como aplicación de estos métodos el caso de productos trabajados en serie,

como las planchas, alambres, tubos, etc., que dan lugar en particular al empleo de interesantes dispositivos mecánicos.

Esta obra da, sin duda por vez primera, una información sobre los procedimientos de protección por oxidación, tanto a alta como a baja temperatura, así como la protección por ciertas operaciones químicas simples.

Este libro puede rendir sin duda muy útiles servicios a los industriales y fabricación de productos metálicos diversos: hierro, fundición de acero, cobre, latón, bronce, aleaciones ligeras de aluminio y magnesio, etc., y de complejos a base de zinc, estaño, antimonio, etc., permitiéndoles un estudio racional de una protección eficaz de sus productos contra la corrosión, como también a los especialistas de estas operaciones de protección, pues podrán con él estar al corriente de las investigaciones más corrientes sobre los procedimientos que ellos emplean.

P. PALOMAR.

• • •

Estadística de los Salarios y Jornadas de Trabajo. — Ministerio de Trabajo, Comercio e Industria.

Sumamente interesantes para los ingenieros directores de industrias, se hace el examen de este libro que acabamos de recibir de la Dirección General de Trabajo y Acción Social, del Ministerio del Trabajo.

La difícil tarea de recopilar datos estadísticos ha sido llevada a cabo con un éxito más que regular por la citada Dirección General, y aunque es lamentable que de algunas regiones los datos sean escasos, solamente a la falta de cultura deben achacarse, siendo muy grato el ver citada entre las regiones modeló en el facilitamiento de los datos citados, a la nuestra.

La veracidad de los datos comprobados y el bien ordenado y original método de sacar partido a los mismos, son factores que han de influir en el ánimo de sus compañeros para cumplimentar debidamente los cuestionarios que tan frecuentemente se reciben en las fábricas y de cuya utilidad casi nunca se tienen noticias.

Hora es ya de que las estadísticas españolas y por tanto útiles, empiecen a existir.

P. PALOMAR.

•••

«Curso Teórico-Práctico de Electricidad Industrial», por Henry Gerard. — Versión española, por D. Juan Grau, director de la Sección Técnica de la «Electric Supplies».

Empezando por el estudio de las diversas formas de energía y unidades empleadas para su medición y siguiendo por el desarrollo de las teorías fundamentales de la electricidad, trata los más importantes problemas referentes a máquinas y aparatos, con la claridad y competencia característicos de su autor. Por el gran número de materias que abarca y sencillez del plan de exposición, es una publicación que responde a la finalidad a que va destinada.

I. T.

•••

«American Society of Civil Engineers». — Publicación número 1,649.

Se refiere a un trabajo del Dr. J. A. L. Waddell sobre cantidades de materiales y costes por unidad de superficie de puentes colgantes para grandes luces. En el mismo se dan fórmulas y tablas para calcular rápidamente (en dos o tres horas) el precio de coste y las cantidades de materiales de una obra de esta naturaleza.

La competencia del Dr. Waddell y la claridad del método expuesto hacen este folleto interesante en extremo.

I. T.

•••

«Die Trockentechnik», por el Dip. Ing. M. Hirsch. — Editado por Verlag von Julius Springer. — Berlín, 1927. Precio, 31.80 mk.

Esta importantísima obra está dividida en dos partes: la primera estudia de un modo teórico y práctico todo lo referente a los fundamentos

del secado en los diferentes aspectos en que puede ser considerado y el cálculo de los elementos principales para las distintas formas de efectuarlo (al aire, por calentamiento, por renovación de aire, etc., etc.), acompañando este extenso estudio, de gran número de gráficos, diagramas, etc., que hacen más comprensivo el conjunto. La segunda parte comprende todo lo referente a instalaciones en general y detalles y disposiciones especiales adaptadas a un gran número de casos industriales prácticos.

La extensa documentación que contiene la obra, la multitud de casos prácticos y el rigorismo con que están estudiados cada uno de los elementos que considera, hacen la obra altamente recomendable para los que se interesan por las cuestiones de la técnica del secado.

R. G.

•••

«Manual Práctico de Electricidad», de «Ingeniería Internacional».

Con la publicación de este manual, «Ingeniería Internacional» ha prestado un excelente servicio a los técnicos electricistas de habla española. Desde la exposición de los principios generales de electricidad, por los que empieza el libro, hasta la descripción de máquinas, aparatos e instalaciones, manejo y reparación de los mismos, trata las diversas materias con un sentido práctico y claridad de plan que lo hacen recomendable por todos conceptos.

Este manual está destinado a ser un precioso auxiliar para cuantos se dedican a la construcción, instalación o reparación de maquinaria y aparatos eléctricos.

I. T.

•••

«Les Aciers de Construction», Leslie Aitchison. — Paris et Liege, Ch. Béranger, 1925.

Aunque se trata de una obra de metalurgia, las propiedades de los aceros están tratadas bajo el punto de vista de su aplicación a la construcción. El estudio de los procedimientos de obtención es breve, y en cambio se estudian a fondo las propiedades mecánicas, así como las variaciones de éstos por el calor y demás tratamientos. Completan la obra numerosas relaciones de arroyos de diversos aceros y microfotografías de los mismos.

I. T.

TAPAS para la encuadernación de «Técnica», años 1926 y 1927 en un solo volumen.

Se ruega a nuestros lectores interesados en adquirirlas se dirijan a la Secretaría de la Asociación, Vía Layetana, 39 - Tel. 541 A