Direcció Tècnica
LA COMISSIÓ
DE PUBLICACIONS

Director Delegat
JAUME FONT I MAS

Administració
VIA LAIETANA, 39
Telèfon 12425

TÈCNICA
REVISTA TECNOLÒGICO INDUSTRIAL
PUBLICADA PER
L'ASSOCIACIÓ D'ENGINYERS
INDUSTRIALS
DE BARCELONA

Es publica
el dia 15 de cada mes

Número solt
1'50 ptes.

Subscripció anual
12 ptes.

Demaneu
la tarifa d'anuncis

Any LVIII - Núm. 193 • Adherida a l'Associació Espanyola de la Premsa Tècnica • Febrer 1935

SUMARI:

SECCIÓ TÈCNICA

TRAÇAT DE CORRONS DE FRICCIÓ NO CIRCULARS

per **Jaume Nonell i López,** enginyer industrial

Generalmente en els tractats de màquines el traçat dels corrons no circulars, que giren a l'entorn d'eixos fixos no produint-se lliscament en la seva superfície, sinó sols rodament, es fa pel cas en que conegut el perfil d'un corró, trovar el de l'altre, problema que suposerem conegut, així com també la seva teoria.

Nosaltres resoldrem els següents problemes:

Primer. Donada una velocitat angular constant amb un eix, trovar els perfils dels dos corrons, perquè la velocitat angular de l'altre eix, segueixi una llei determinada, funció del temps, o de l'angle girat pel primer corró.

Segon. Donada la velocitat angular constant amb un dels corrons i la relació entre les velocitats angulars màxima i mínima entre els dos corrons, fixant el temps que han de durar aquestes relacions, traçar els corrons de tal manera que el perfil que faci el trànsit d'una relació de velocitats a l'altre, dongui una acceleració angular constant a l'eix de velocitat variable.

El primer problema podem considerar-lo com solució general cinemàtica del traçat de corrons, el segon es una solució dinàmica, ja que el que ens proposem es obtindre un par d'inèrcia constant, problema que interessarà quan els elements que han de variar de velocitat angular tinguin molt moment d'inèrcia, ja que de traçar els perfils a caprici, encara que forçosament s'hagin de dentar els corrons, es poden produir esforços tan grans sobre una dent, que causin la seva ruptura.

Primer problema:

Suposem coneguda la distància dels dos eixos (fig. 1), que designarem per d, sabem que el contacte sempre d'ha de fer sobre la línia dels centres, i que la relación de velocitats angulars ve donada per:

$$\frac{r}{r'} = \frac{\omega'}{\omega} = \rho \qquad (1)$$

essent

$$r + r' = d \qquad (2)$$

si la llei de la relació de velocitats angulars la expressem per:

$$\frac{\omega'}{\omega} = f(\varphi) = f_1(t) \qquad (3)$$

ja que

$$\varphi = \omega t$$

φ és l'angle girat pel corró de velocitat angular constant.

Entre (1), (2) i (3) tindrem:

$$r = d\,\frac{f(\varphi)}{1 + f(\varphi)} \quad (4) \qquad\qquad r' = d\,\frac{1}{1 + f(\varphi)} \quad (5)$$

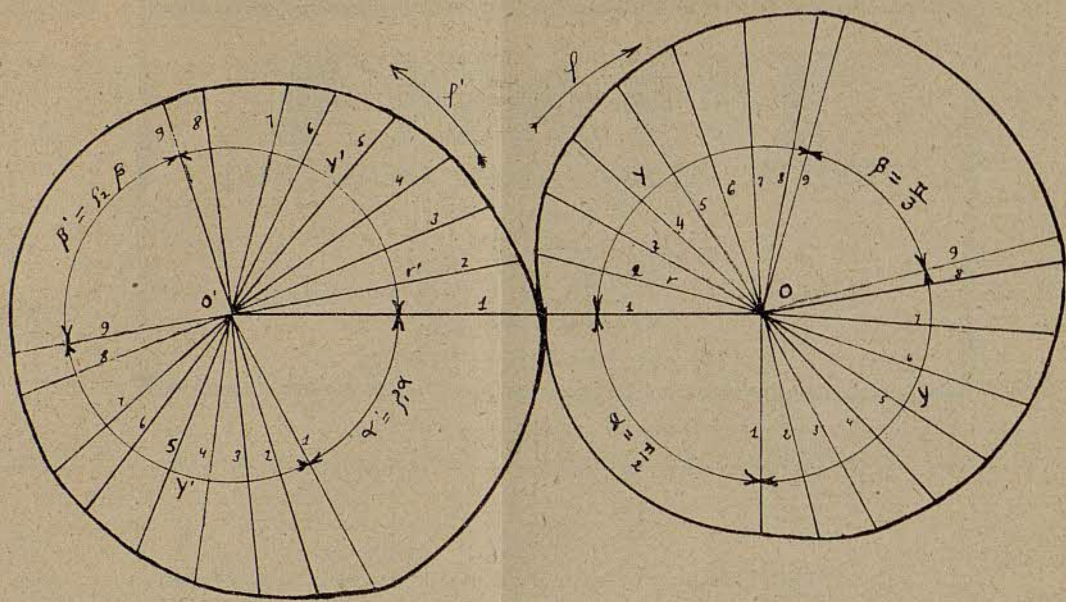

Fig. 1

tenint els radis en funció del paràmetre φ, anem a trovar l'angle φ' funció del mateix paràmetre, sabem que:

$$r d\varphi = r' d\varphi'$$

que és la condició de rodament sense lliscament, i d'aquesta: tenint en compte les (4) i (5) es té:

$$d\varphi' = f(\varphi) d\varphi$$

integrant resulta:

$$\varphi' = \int f(\varphi) d\varphi + C \qquad (6)$$

o sigui que tenim totes les magnituds en funció de un sol paràmetre, el problema queda resolt.

Hem de tenir en compte que els sentits positius dels angles són de sentit contrari.

Exemple numèric. Suposem que la equació (3) val:

$$\frac{\omega'}{\omega} = 1 + 0{,}2 \text{ sen } \varphi$$

tindrem de la (6):

$$\varphi' = \varphi - 0{,}2 \cos \varphi + C$$

si per $\varphi = 0$, $\varphi' = 0$ resulta:

$$C = 0{,}2$$

o sigui

$$\varphi' = \varphi + 0{,}2 (1 - \cos \varphi)$$

de la (4) i (5) resulta:

$$r = d \frac{1 + 0{,}2 \text{ sen } \varphi}{2 + 0{,}2 \text{ sen } \varphi} \qquad r = d \frac{1}{2 + 0{,}2 \text{ sen } \varphi}$$

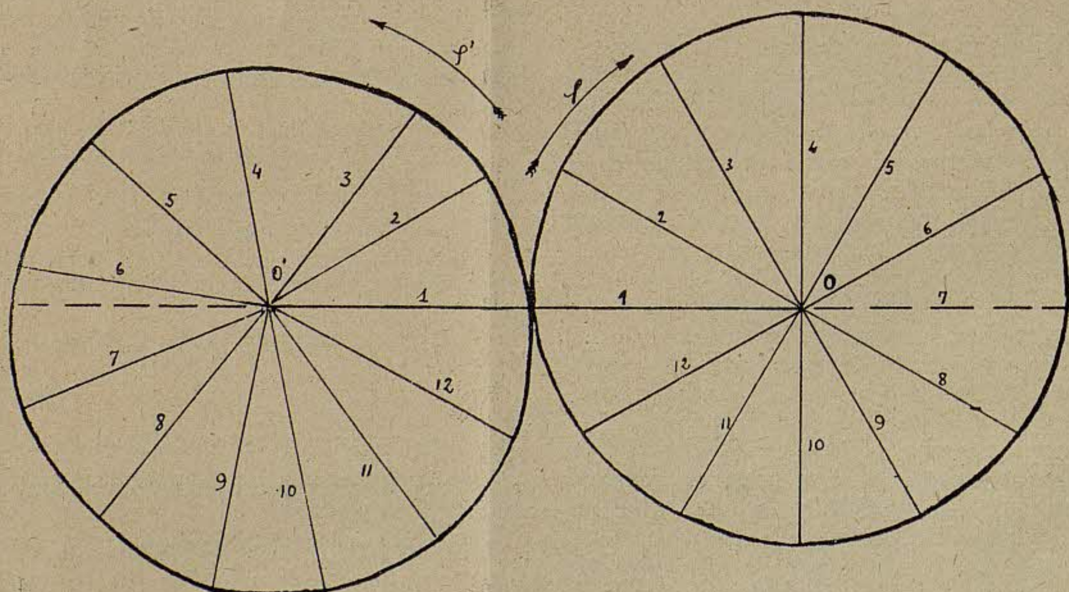

Fig. 2

fent $d = 300$ m/m. podem calcular les següents valors:

Núm. d'ordre	φ	φ	$\cos\varphi$	$1-\cos\varphi$	$0{,}2(1-\cos\varphi)$	$\varphi' = \varphi + 0{,}2(1-\cos\varphi)$	φ' graus	Núm. d'ordre	φ	$\operatorname{sen}\varphi$	$0{,}2\operatorname{sen}\varphi$	$2+0{,}2\operatorname{sen}\varphi$	$r' = \frac{300}{2+0{,}2\operatorname{sen}\varphi}$	$r = d - r'$
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2	150	150
2	$\frac{\pi}{6}$	0,525	0,866	0,134	0,0268	0,5518	31°35′	2	$\frac{\pi}{6}$	0,5	0,1	2,10	143	157
3	$\frac{\pi}{3}$	1'05	0,5	0,5	0,1	1,15	65°45′	3	$\frac{\pi}{3}$	0,866	0,1732	2,1734	138	162
4	$\frac{\pi}{2}$	1,57	0	1	0,2	1,77	101°25′	4	$\frac{\pi}{2}$	1	0,2	2,20	136	164
5	$\frac{2\pi}{3}$	2,095	—0,5	1,5	0,3	2,395	137°10′	5	$\frac{2\pi}{3}$	0,866	0,1734	2,1734	138	162
6	$\frac{5\pi}{6}$	2,62	—0,866	1,866	0,3732	2,9932	171°20′	6	$\frac{5\pi}{6}$	0,5	0,1	2,10	143	157
7	π	3,142	—1	2	0,4	3,542	203°00′	7	π	0	0	2	150	150
8	$\frac{7\pi}{6}$	3,57	—0,866	1,866	0,3732	4,0432	231°35′	8	$\frac{7\pi}{6}$	—0,5	0,1	1,90	158	142
9	$\frac{4\pi}{3}$	4,19	—0,5	1,5	0,3	4,49	257°10′	9	$\frac{4\pi}{3}$	—0,866	0,1734	1,8266	164	136
10	$\frac{3\pi}{2}$	4,72	0	1	0,2	4,92	281°25′	10	$\frac{3\pi}{2}$	—1	0,2	1,80	167	133
11	$\frac{5\pi}{3}$	5,24	0,5	0,5	0,1	5,34	305°45′	11	$\frac{5\pi}{3}$	—0,866	0,1734	1,8266	164	316
12	$\frac{11\pi}{6}$	5,77	0,866	0,134	0,0268	5,7968	333°	12	$\frac{11\pi}{6}$	—0,5	0,1	1,90	158	142
13=1	2π	6,284	1	0	0	6,284	360°	13=1	2π	0	0	2	150	150

podent traçar els perfils segons indica la figura 1.

Segon problema. Suposem coneguda la distància dels centres d, la relació de velocitats angulars sigui $m = \frac{\rho_2}{\rho_t}$, calent mantenir la relació ρ_1 durant un angle α del primer corró, i la relació ρ_2 durant un angle β del mateix corró.

En primer lloc resoldrem d'una manera general el cas del traçat de corrons de tal manera que, donada amb un d'ells la velocitat angular constant, trovar l'altre que tingui una acceleració angular constant. Les equacions dels perfils es poden deduir de la forma següent, la condició és que:

$$\frac{d^2\varphi'}{dt^2} = a \qquad (7)$$

integrant resulta:

$$\varphi' = \frac{at^2}{2} + bt + C$$

sabem que $t = \frac{\varphi}{\omega}$, i sustituint:

$$\varphi' = \frac{a\varphi^2}{2\omega^2} + \frac{b}{\omega}\varphi + C \qquad (8)$$

si fem per

$$\varphi = 0 \qquad \varphi' = 0$$

resulta:

$$C = 0$$

i en definitiva

$$\varphi' = \frac{a\varphi^2}{2\omega^2} + \frac{b}{\omega}\varphi \qquad (9)$$

pels radis tindrem que:

$$\frac{r}{r'} = \frac{d\varphi'}{d\varphi}$$

i de (8) i (2)

$$r = d\,\frac{\frac{a}{\omega^2}\varphi + \frac{b}{\omega}}{\frac{a}{\omega^2}\varphi + \frac{b}{\omega} + 1} \qquad (10)$$

$$r' = d\,\frac{1}{\frac{a}{\omega^2}\varphi + \frac{b}{\omega} + 1} \qquad (11)$$

el problema queda resolt d'una manera general, ara hem d'exposar la forma pràctica de fer-ho.