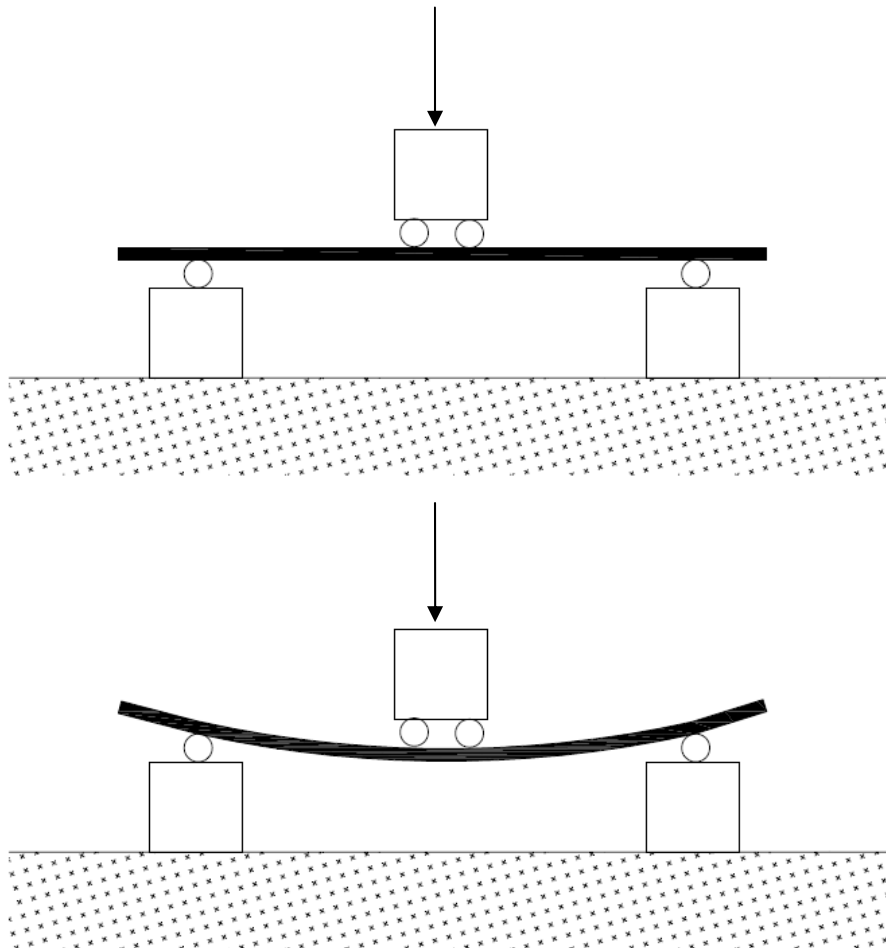


DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS

Roberto Guerra Fontana



13

FLEXIÓN SIMPLE

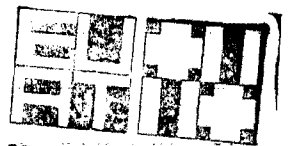


Roberto Guerra Fontana

1400261819
C 624.04 Gul

13. FLEXIÓN SIMPLE

BIBLIOTECA



ESCUELA UNIVERSITARIA
DE ARQUITECTURA TÉCNICA

BIBLIOTECA
Registro N.º 5.552

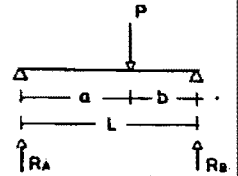
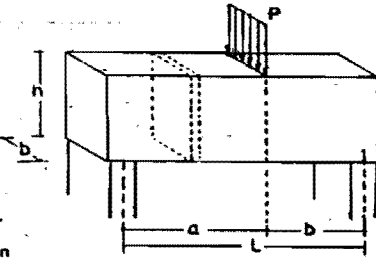


13.1. EL TEOREMA DE COLIGNON O DE ZHURAVSKI

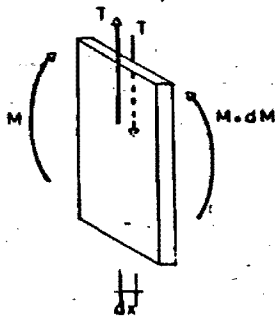
182 - Po

ANÁLISIS CONCEPTUAL

Analicemos lo que acontece en una viga simplemente apoyada sometida a una carga puntual P y de sección rectangular



Si aislamos una rebanada tendremos que someterla a las siguientes solicitaciones para que se mantenga en el mismo estado que si perteneciera a la viga.



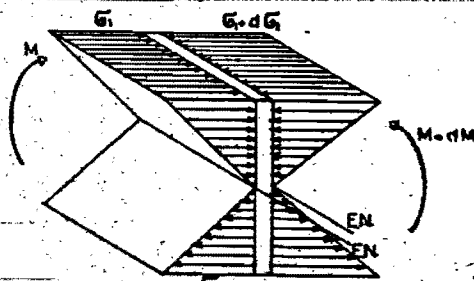
Dicha rebanada estará en equilibrio puesto que:

$T dx = dM$ tal como yo se indicó.

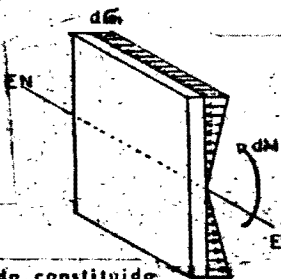
Conocemos la ley de tensiones que genera el momento flector pero desconocemos las que origina el esfuerzo cortante T.

Si las solicitaciones están en equilibrio, las tensiones que originan M y T también lo deben estar, siendo esta imposición la que nos va a permitir la determinación de las tensiones originadas por el esfuerzo cortante.

En efecto, las tensiones originadas sobre cada una de las caras de la rebanada por el momento flector son:

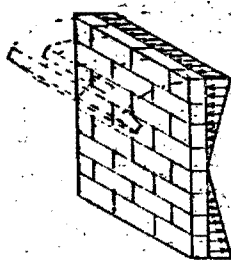


Lo que equivale es:



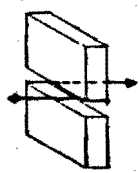
Ante este estado de tensiones es evidente que en cuanto a la condición de suma de fuerzas igual a cero, esta se verifica pero sufriendo la rebanada una tendencia de giro dM que deberá ser equilibrada por las tensiones originadas por el esfuerzo cortante.

Si nos imaginamos la rebanada constituida por bloques ligeros dispuestos en hileras, sin mortero que los une solidariamente, intuiremos que éstos se desplomarán ante la acción de las tensiones indicadas.



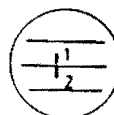
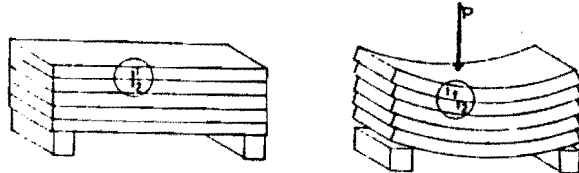
No obstante, si en vez de tratarse de bloques ligeros se dispusieran pesados macizos de piedra lo más probable es que el efecto de desplome no se produjese. ¿por qué? Muy sencilla, al ser pesados las fuerzas de rozamiento aumentan y son capaces de equilibrar los dG.

Las indicadas fuerzas de rozamiento nos demuestran la existencia de tensiones tangenciales que evitan el deslizamiento de una capa con su contigua.



Fuerzas de rozamiento en oposición al desplazamiento cruzado anteriormente.

La existencia de tendencias al deslizamiento de unas copas con respecto a sus contiguas es algo que fácilmente puede comprenderse si nos imaginamos una serie de tablones colocados unos encima de los otros, sin ninguna clase de conexión.



Si flexionamos el conjunto, cada tablón lo hará independientemente implicando ello que la superficie superior a cada tablón se comprimirá y se acortará, y las caras inferiores se traccionarán y se alargarán tal como indicamos en la figura.

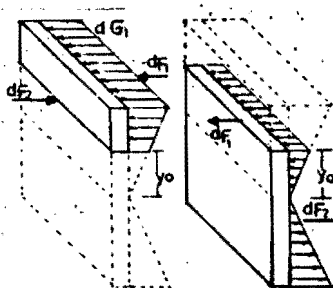
Si inicialmente hubiésemos pintado una recta sobre el tablón uno y dos, observaríamos que puesto que la cara inferior del primero se tracciona la señal se desplazaría hacia la izquierda, mientras que al comprimirse la cara superior del segundo la marca efectuada sobre el mismo se desplazaría a la derecha, lo cual nos delata un deslizamiento entre dichas caras.

En un vigo monolítico ello no acontece por que el material se opone por su cohesión a dicho deslizamiento mediante tensiones tangenciales.

Las tensiones tangenciales - descritos en los bloques de piedra, y en los tablones - son las mismas.

Para determinar dichas tensiones tangenciales utilizemos el principio del corte, seccionando la rebanada paralelamente al E.N. a una distancia y_0 del mismo.

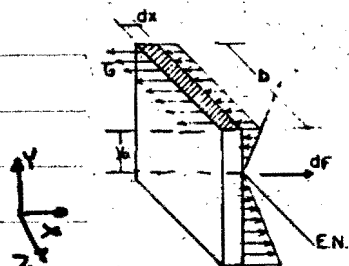
Al aislar la parte superior de la inferior, el conjunto de dG no se equilibra lo que nos delata que cada zona recibe por medio de la sección de contacto una fuerza que deberá establecer el equilibrio de la misma, por lo que esta condición nos permitirá su cálculo.



$$dF = dF_1 = dF_2$$

dF es pues la resultante del paquete de tensiones que queda por encima o por debajo del corte efectuado.

El dF producirá tensiones tangenciales en la superficie de contacto entre las dos zonas que hemos cortado.



CÁLCULO ANALÍTICO

La tensión tangencial media que se produce en dicho corte lo determinará el cociente:

$$\tau_{xy} = \frac{dF}{b_w dx}$$

$$\tau_{xy} = \frac{-dF}{b_w dx}$$



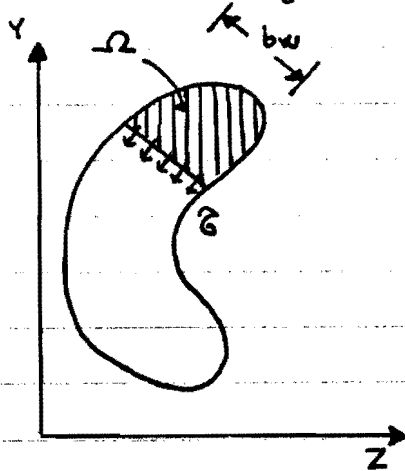
Para calcular el dF , integraremos el diferencial de tensiones en la zona que queda a un lado del corte en que calcularemos la tensión tangencial media.

$$dF = \int_{\Omega} d\sigma dA \quad (dA \text{ es un diferencial de superficie})$$

Sabemos que: $\sigma_x = [z^* \ y^* \ 1] \begin{bmatrix} I_y^* & P_{zy}^* & U_y \\ P_{zy}^* & I_z^* & U_z \\ U_y^* & U_z^* & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ N \end{bmatrix}$

siendo: $(m_1 = M \cdot n_z = N \cdot e_z)$
 $(m_2 = M \cdot n_y = N \cdot e_y)$

Sustituyendo: $dF = \left[\int_{\Omega} z^* dA \quad \int_{\Omega} y^* dA \quad \int_{\Omega} dA \right] \begin{bmatrix} I_y^* & P_{zy}^* & U_y \\ P_{zy}^* & I_z^* & U_z \\ U_y^* & U_z^* & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} dm_1 \\ dm_2 \\ dN \end{bmatrix}$



$(dm_1 = dM \cdot n_z = dN \cdot e_z)$
 $(dm_2 = dM \cdot n_y = dN \cdot e_y)$

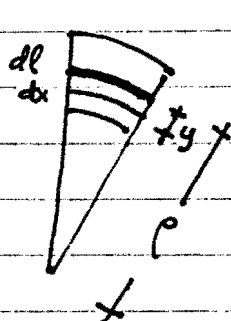
Simbolizando las integrales referentes a la zona Ω , por:

$$\begin{aligned} U_{\Omega z}^* &= \int_{\Omega} y^* dA & A_{\Omega} &= \int_{\Omega} dA \\ U_{\Omega y}^* &= \int_{\Omega} z^* dA \end{aligned}$$

Sustituyendo en la expresión de la tensión tangencial media:

$$\tau = \frac{-1}{bw dx} [U_{\Omega y}^* \ U_{\Omega z}^* \ A_{\Omega}] \cdot \begin{bmatrix} I_y^* & P_{zy}^* & U_y \\ P_{zy}^* & I_z^* & U_z \\ U_y^* & U_z^* & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} dm_1 \\ dm_2 \\ dN \end{bmatrix}$$

Por otra parte, si la barra es de directriz curva:



$$dx = dl \left(1 - \frac{y_0}{\rho}\right)$$

lo que nos permite establecer:

$$\frac{dm_1}{dl} = \frac{dM}{dl} n_z = -T n_z = -T_z$$

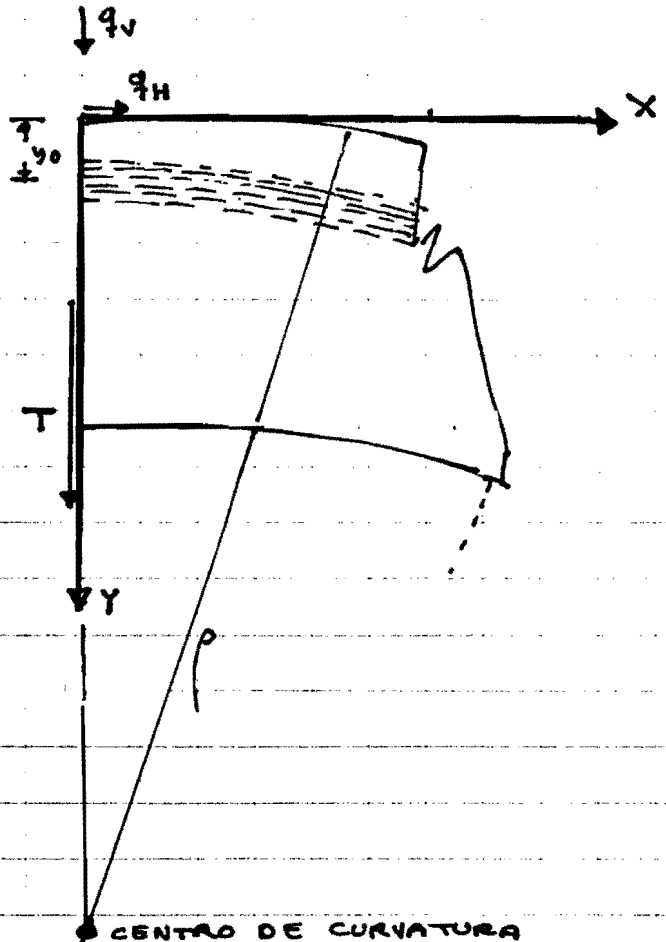
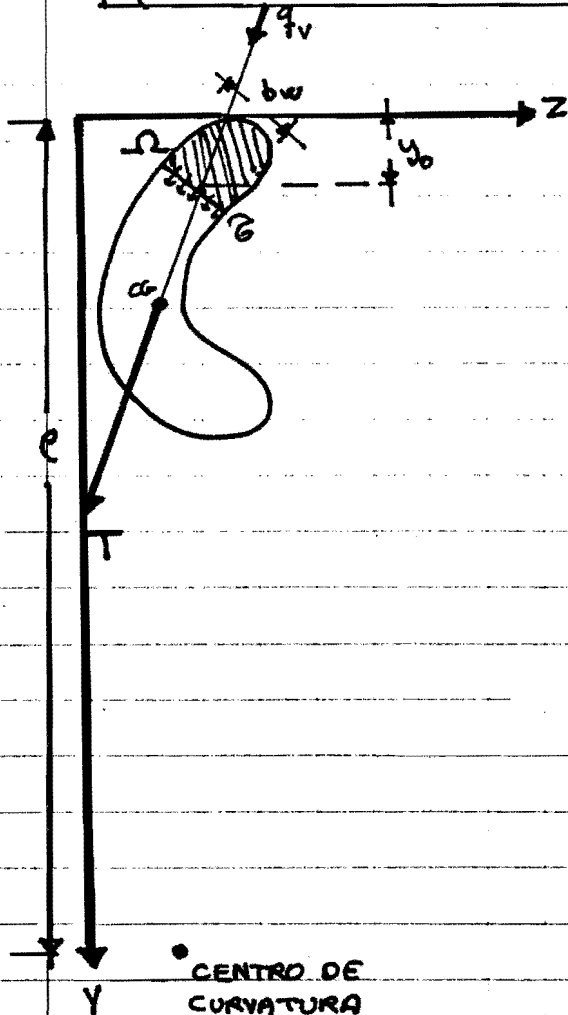
$$\frac{dm_2}{dl} = \frac{dM}{dl} n_y = -T \cdot n_y = -T_y$$

$$\frac{dN}{dl} = -q_H$$



$$\delta_w = \frac{1}{bw \left(1 - \frac{y_0}{\rho}\right)} \begin{bmatrix} U_{\Omega y}^* & U_{\Omega z}^* & A_{\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_y^* & P_{zy}^* & U_y \\ P_{zy}^* & I_z^* & U_z \\ U_y^* & U_z^* & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_z \\ T_y \\ q_H \end{bmatrix}$$

(BARRAS CURVAS - EJES GENERICOS (y coincidente con el plano de curvatura)



Si la barra no es curva, ρ tiende a infinito, y en consecuen-

cia:

$$\delta = \frac{1}{bw} \begin{bmatrix} U_y^* & U_z^* & A_{\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_y & P_{zy} & U_y \\ P_{zy} & I_z & U_z \\ U_y & U_z & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_z \\ T_y \\ q_H \end{bmatrix}$$

DIRECTRIZ RECTA - EJES GENERICOS

Estableciendo el origen de coordenadas en el centro de gravedad se simplifica la expresión anterior, al ser nulos U_y y U_z

$$\delta = \frac{1}{bw} \begin{bmatrix} U_y^* & U_z^* & A_{\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_y & P_{zy} & 0 \\ P_{zy} & I_z & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_z \\ T_y \\ q_H \end{bmatrix}$$

Invertiendo la matriz resultará:

$$\sigma = \frac{q_H}{bw} \frac{A\alpha}{A} + \frac{1}{bw} \frac{1}{J_2} [U_Y^2 \ U_Z^2] \begin{bmatrix} I_Z & -P_{ZY} \\ -P_{ZY} & I_Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_Z \\ T_Y \end{bmatrix}$$

$$J_2 = \begin{vmatrix} I_Z & -P_{ZY} \\ -P_{ZY} & I_Y \end{vmatrix}$$

BARRA DE DIRECTRIZ RECTA - EJES CON ORIGEN en el C. de G.

Si el sistema de ejes son los CENTRALES Y PRINCIPALES DE INERCIA, y el ESFUERZO CORTANTE ES COINCIDENTE CON EL EJE Y, resultará:

$$\sigma = \frac{q_H}{bw} \frac{A\alpha}{A} + \frac{1}{bw} \frac{1}{I_Z I_Y} [U_Y^2 \ U_Z^2] \begin{bmatrix} I_Z & 0 \\ 0 & I_Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ T_Y \end{bmatrix}$$

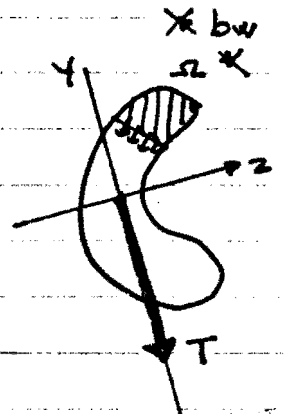
($T_Y = T$)

$$\sigma = \frac{q_H}{bw} \frac{A\alpha}{A} + \frac{T}{bw} \frac{U_Z^2}{I_Z}$$

EJES PRINCIPALES Y CENTRALES DE INERCIA (Y coincidente con T)

Si $q_H = 0$, resultará:

$$\sigma = \frac{T}{bw} \frac{U_Z^2}{I_Z}$$



Expresión que se conoce como teorema de COLIGNON o de ZHURAVSKI

Conocidas las tensiones tangenciales rasantes que tienden a deslizar las capas con respecto a sus contiguas, conocemos las tensiones tangenciales cortantes que tienden a deslizar las secciones puesto que según el teorema de CAUCHY ambas deben ser iguales.

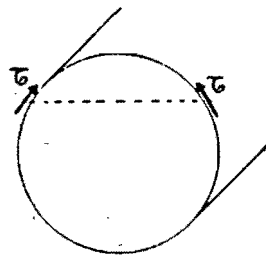
El teorema de Colignan nos proporciona la tensión tangencial medio que existe en una capa de fibras según la cual cortamos, y consecuentemente solo será exacto el valor que nos proporciona cuando dicha tensión tangencial sea constante a lo largo de dicha capa en la sección analizada.

Ello no siempre sucede puesto que la tensión tangencial en algunas secciones varía de dirección, hecho que fácilmente podemos comprender si tenemos en cuenta que la tensión tangencial existente en los bordes de una sección debe ser tangente al indicado borde.

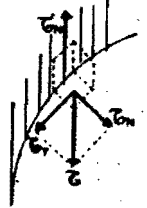
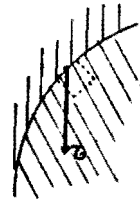




Para razonar esta última afirmación nos basta con demostrar que si existiesen tensiones tangenciales oblicuas con respecto al borde, en el propio borde, exigirían para su existencia tensiones tangenciales en las paramentos exteriores de la barra, lo que corresponde a un tipo de acción exterior muy poco frecuente. En efecto:



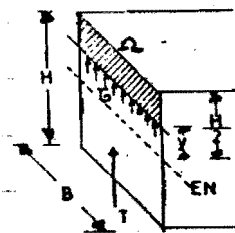
τ puede descomponerse en dos tensiones, una tangente al borde τ_T y otra normal al mismo τ_N , esta última según el teorema de CAUCHY exige la existencia de τ'_N en el paramento exterior.



Si $\tau'_N = 0$ implica que la tensión $\tau \cong \tau_T$

13.2. DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES TANGENCIALES, EN LAS SECCIONES MÁS USUALES

Veamos en primer lugar la sección rectangular para la que ya obtuvimos su ley de distribución de tensiones tangenciales en "NOCIONES DE LA TEORÍA DE LA ELASTICIDAD y de la RESISTENCIA DE MATERIALES", como aplicación de la función de Airy.



$$\tau = \frac{T}{b} \frac{U_{EN}'}{I_{EN}}$$

$$b = B$$

$$I_{EN} = \frac{B \cdot H^3}{12}$$

$$\tau = \frac{T}{B} \frac{\frac{B}{2} \left(\left(\frac{H}{2} \right)^2 - y^2 \right)}{BH^3/12}$$

$$U_{EN}' = B \left(\frac{H}{2} - y \right) \frac{1}{2} \left(\frac{H}{2} + y \right)$$

$$= \frac{B}{2} \left(\frac{H}{2} \right)^2 - y^2$$

Expresión coincidente con la que por Airy fue calculada.

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{T}{BH} \left(1 - \left(\frac{y}{H/2} \right)^2 \right)$$

La ecuación anterior corresponde a la ecuación de una parábola en el plano (τ, y) y fácilmente puede comprobarse que:

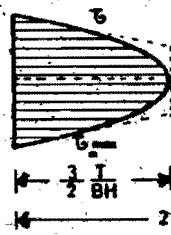
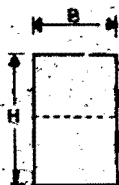
$$y = H/2 \Rightarrow \tau = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow \tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{T}{BH} = \frac{3}{2} \frac{T}{A} = \tau_{max}$$

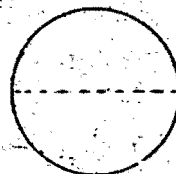
$$y = -H/2 \Rightarrow \tau = 0$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{T}{A} = \tau_{max}$$

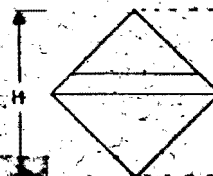
(A área de la sección)



Si siguiendo un proceso análogo pueden deducirse los siguientes valores para la sección circular y en rombo.



$$\tau_{max} = \frac{4}{3} \frac{T}{A}$$

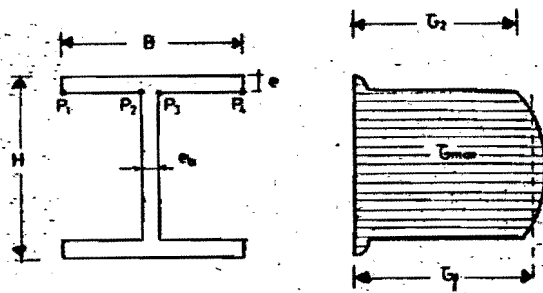


$$\tau_{max} = \frac{9}{8} \frac{T}{A}$$

(En las capas de fibras que no sean la mediana la distribución de tensiones tangenciales no es constante por lo expuesto anteriormente.)



Aplicando el teorema de Colignon a una sección en doble T, se obtendrá el diagrama de tensiones tangenciales que se indica.



Simbolizando por α y β los coeficientes:

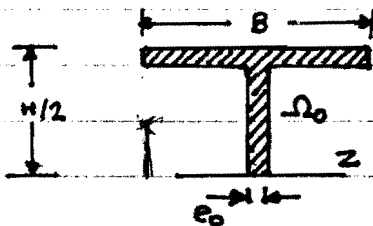
$$\alpha = e/H$$

$$\beta = e_0/B$$

Puesto que:

$$I_z = \frac{BH^3}{12} - \frac{(B-e_0)(H-2e)^3}{12} = \frac{BH^3}{12} \left(1 - (1-\frac{e_0}{B})(1-2e/H)^3 \right) = \frac{BH^3}{12} [1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^3]$$

$$U_{z_{max}}^{Q_0} = \frac{B}{2} \frac{H}{2} \frac{H}{4} - (B-e_0) \frac{(H/2 - e)}{2} \frac{(H/2 - e)}{2} = \frac{BH^2}{8} (1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^2)$$

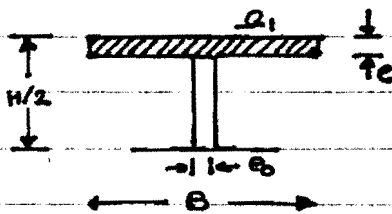


$$\tau_{max} = \frac{T}{bw} \frac{U_{z_{max}}^{Q_0}}{I_z}$$

$$\tau_{max} = \frac{T}{e_0} \frac{\frac{BH^2}{8} (1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^2)}{\frac{BH^3}{12} [1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^3]}$$

$$\tau_{max} = \frac{3T}{2He_0} \frac{(1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^2)}{(1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^3)}$$

La tensión tangencial en la capa P_2P_3 , será:



$$U_z^{Q_1} = B e (H - e) \frac{1}{2} = \frac{BH^2}{2} \alpha (1 - \alpha)$$

$$\tau_2 = \frac{T}{bw} \frac{U_z^{Q_1}}{I_z} = \frac{T}{e_0} \frac{BH^2 \alpha (1 - \alpha) / 2}{\frac{BH^3}{12} [1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^3]}$$

$$\tau_2 = \frac{6T}{e_0 H} \frac{\alpha (1 - \alpha)}{(1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^3)}$$

Es frecuente adoptar como valor aproximado:

$$\tau_1 = \frac{T}{(H-2e)e_0} = \frac{T}{HB} \frac{1}{(1-2\alpha)\beta} = \tau_1$$



En la figura siguiente puede interpretarse fácilmente el origen de las tensiones tangenciales τ_{xz} en el ala de una doble te, efectuándose un corte en una de las alas

(con objeto de equilibrar dF)

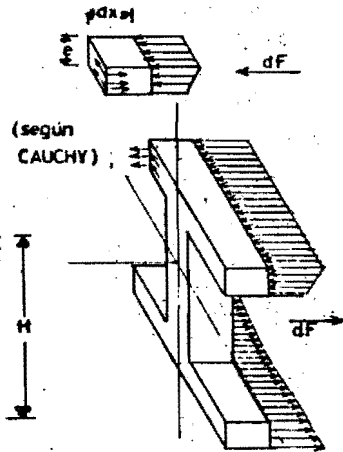
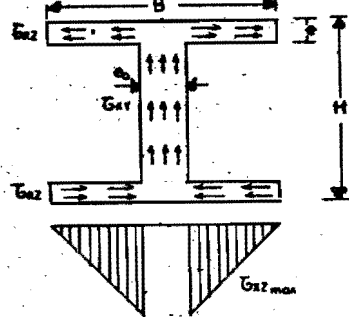
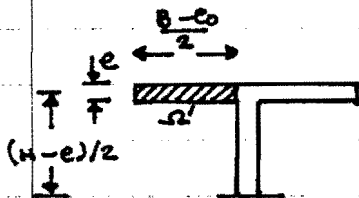


DIAGRAMA DE LAS TENSIONES TANGENCIALES

τ_{xz}



$$U_z^{e'} = e \frac{(B-e)}{2} \frac{H-e}{2} = \frac{BH^2}{4} \alpha(1-\alpha)(1-\beta)$$

$$\tau_{xz,max} = \frac{T}{bW} \frac{U_z^{e'}}{I_z}$$

$$\tau_{xz,max} = \frac{T}{e} \frac{\frac{BH^2}{4} \alpha(1-\alpha)(1-\beta)}{\frac{BH^3}{12} [1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^2]}$$

$$\tau_{xz,max} = \frac{3T}{eH} \frac{\alpha(1-\alpha)(1-\beta)}{1 - (1-\beta)(1-2\alpha)^2}$$

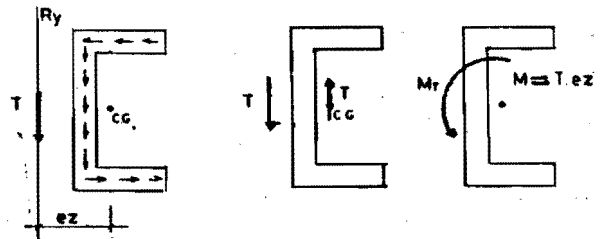
Luego $\tau_{xz,max} = \tau_2 \frac{e_0}{e_0} \frac{1-\beta}{2}$



13.3. CENTRO DE CIZALLADURA

Según lo expuesto, en una sección solicitada por un esfuerzo cortante T según el eje Y , se producen tensiones tangenciales τ_{xy} y en ocasiones tensiones tangenciales τ_{xz} .

Si calculamos la resultante de las fuerzas que originan las mencionadas tensiones tangenciales obtendremos en módulo T , con una línea de acción según la dirección Y , distante un valor e_z del centro de gravedad de la sección.

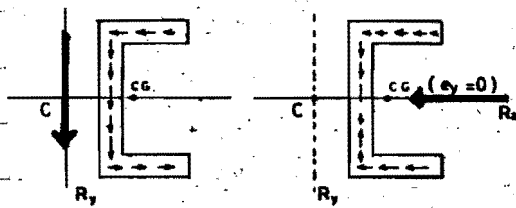


Si las fuerzas exteriores se aplican en un plano que contiene el centro de gravedad se genera una torsión que motivará que las secciones rectas giren alrededor del eje longitudinal durante la flexión.

El valor del momento torsor será $T \cdot e_z$

Para evitar la torsión es preciso que los cargas exteriores estuviesen aplicadas en el plano que contiene R_y .

Todo lo expuesto nos obliga a plantearnos el cálculo de la línea de acción R_y , como resultante de todas las tensiones tangenciales τ_{xy} y τ_{xz} que origina un esfuerzo cortante según Y .



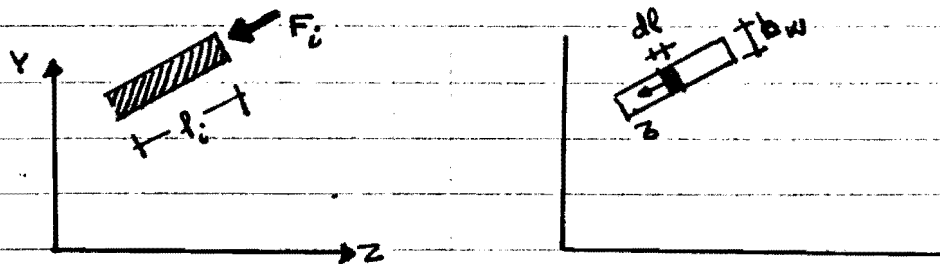
C CENTRO DE CIZALLADURA

Si el esfuerzo cortante actuase según z , obtendríamos que las tensiones tangenciales τ_{xy} y τ_{xz} tendrían una resultante R_z .

La intersección de R_y y R_z se denomina CENTRO DE CIZALLADURA y es una característica geométrica de la sección.

El centro de cizalladura está situada sobre los ejes de simetría que admita la sección.

Si la sección está constituida por brazos de fibra media recta, como suele ser usual, lo mejor es calcular la resultante de las tensiones tangenciales que se producen en cada uno de dichos brazos.



$$dF_i = \tau \cdot dA = \tau \cdot dl \cdot b_w \Rightarrow F_i = \int_0^{l_i} \tau b_w dl$$

Sustituyendo τ , resultará:



(Permutando las matrices fila y columna, resultará:)

$$F_i = [T_z \quad T_y \quad q_H] \begin{bmatrix} I_y & P_{zy} & U_y \\ P_{zy} & I_z & U_z \\ U_y & U_z & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \int_0^{l_i} U_y^2 dl \\ \int_0^{l_i} U_z^2 dl \\ \int_0^{l_i} A dl \end{bmatrix}$$

Lo que define una MATRIZ COLUMNA independiente de las solicitaciones actuante

$$F_i = [T_z \quad T_y \quad q_H] \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}_i$$

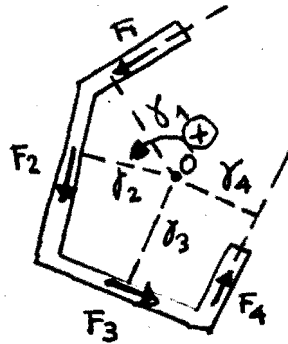
Los términos $\int_0^{l_i} U_y^2 dl$, $\int_0^{l_i} U_z^2 dl$, y $\int_0^{l_i} A dl$ expresan las áreas de los diagramas indicativos de la variación del momento estático Y, del Z, y el área parcial, en función del punto de corte, por lo cual pueden representarse por

$$\begin{bmatrix} \int_0^{l_i} U_y^2 dl \\ \int_0^{l_i} U_z^2 dl \\ \int_0^{l_i} A dl \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S U_y^2 \\ S U_z^2 \\ S A_{\Omega} \end{bmatrix}_i$$

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} I_y & P_{zy} & U_y \\ P_{zy} & I_z & U_z \\ U_y & U_z & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S U_y^2 \\ S U_z^2 \\ S A_{\Omega} \end{bmatrix}_i$$

$$F_i = [T_z \quad T_y \quad q_H] \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}_i$$

Calculadas las fuerzas F_i de cada brazo, el momento resultante de dicho sistema respecto a un punto O arbitrario

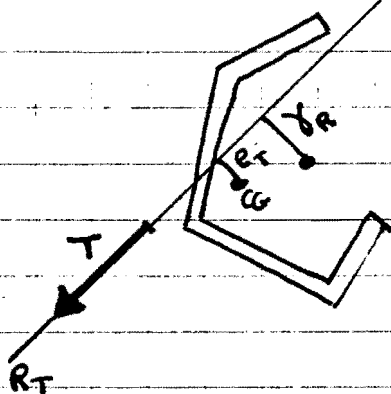


$$M_R = \sum \gamma_i F_i$$

Todos los productos $F_i \gamma_i$ se les asignarán signo de acuerdo con la tendencia de giro, que produzca F_i respecto al punto O adoptado.

El esfuerzo cortante y la resultante del sistema F_i deben poseer el mismo módulo, por lo que no es preciso el cálculo de dicha resultante salvo para verificación, pues siempre conoceremos el esfuerzo cortante.

La línea de acción de dicha resultante es desconocida, si bien conoceremos que su dirección debe ser la del esfuerzo cortante, pero desconoceremos un punto de paso de la misma, el cual se determinará imponiendo:



$$T \cdot \gamma_R = M_R$$



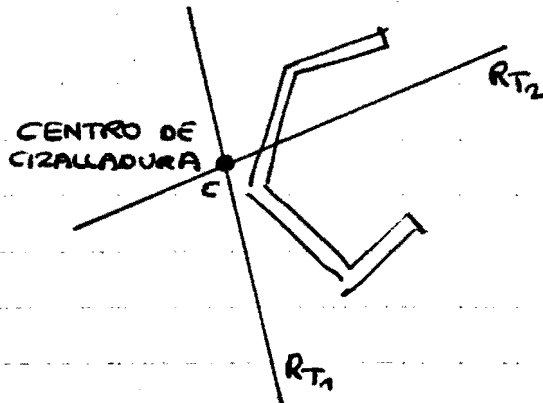
$$\gamma_R = \frac{M_R}{T} = \frac{\sum \gamma_i F_i}{T} = \gamma_R$$

Caso de que el esfuerzo cortante estuviere aplicado en el centro de gravedad, (plano de carga conteniendo dicho punto), el momento TORSOR lo determinará la distancia e_T del G. de G. a la línea de acción de la resultante R_T de las fuerzas F_i que generan en cada brazo las tensiones tangenciales, es decir:

$$M_T = T \cdot e_T$$



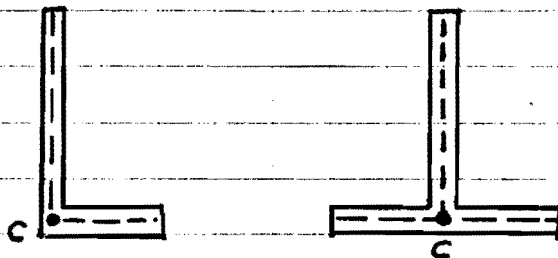
El centro de cizalladura, según ya se ha indicado se obtendrá mediante la intersección de las líneas de acción R_T correspondientes a dos esfuerzos cortantes que actúen con distinta orientación.



Si una SECCIÓN ADMITE UN EJE DE SIMETRÍA, el centro de cizalladura se encontrará sobre el mismo.

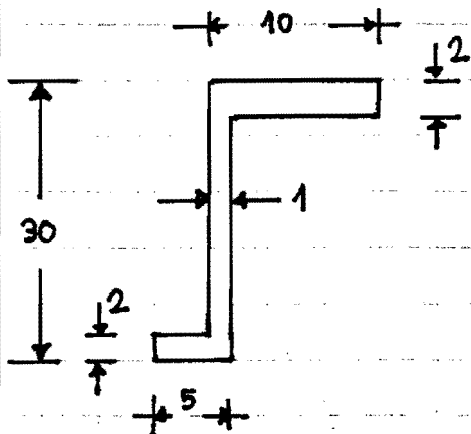
Si existe más de un eje de SIMETRÍA, el centro de cizalladura queda determinado por la intersección de los mismos.

En el caso de que la sección se componga de un conjunto de rectángulos, el CENTRO DE CIZALLADURA se encontrará en el punto de CONCURRENCIA, caso que exista un único punto de intersección de todas las fibras medias.

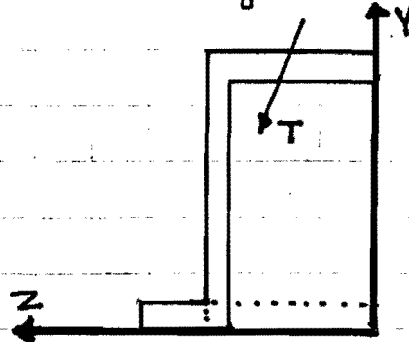



EJERCICIO 13.3.1.

Sabiendo que el esfuerzo cortante, actúa según una dirección que forma 30° con la vertical, y que su módulo es de -6000 kg , obtener la distribución de tensiones $\bar{\sigma}$ en la sección que se crochiza, así como la línea de acción de la resultante de dichas tensiones tangenciales.


SOLUCIÓN

Adoptemos como ejes Z e Y las siguientes:



$$A = 30 \cdot 10 + 4 \cdot 2 - 28 \cdot 9 = \boxed{56 = A}$$

(300 + 8 - 252)

$$U_z = 300 \cdot 15 + 8 \cdot 1 - 252 \cdot 14 = \boxed{980 = U_z}$$

$$I_z = \frac{30^3 \cdot 10}{3} + \frac{4 \cdot 2^3}{3} - \frac{9 \cdot 28^3}{3} = \boxed{24154,6 = I_z}$$

$$P_{zy} = 300 \cdot 15 \cdot 5 + 8 \cdot 1 \cdot 12 - 252 \cdot 14 \cdot 4,5 = \boxed{6720 = P_{zy}}$$

$$U_y = 28 \cdot 10 \cdot 5 - 26 \cdot 9 \cdot 4,5 + 14 \cdot 2 \cdot 7 - 9 \cdot 2 \cdot 4,5 = \boxed{462 = U_y}$$

$$I_y = \frac{28 \cdot 10^3}{3} - \frac{26 \cdot 9^3}{3} + \frac{14 \cdot 2^3}{3} - \frac{2 \cdot 9^3}{3} = \boxed{4358,6 = I_y}$$

El vector de solicitaciones es:

$$\left. \begin{aligned} T_y &= -\cos 30^\circ \cdot T = -5196,15 \\ T_z &= \sin 30^\circ \cdot T = 3000 \\ q_H &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{bmatrix} 3000 \\ -5196,15 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_z \\ T_y \\ q_H \end{bmatrix}$$

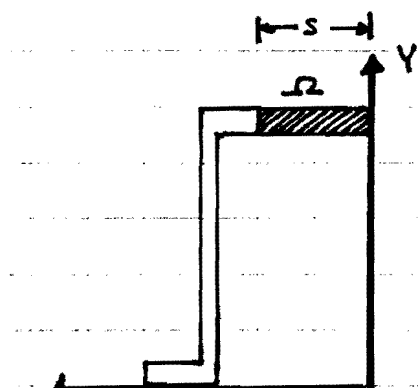
Resolvamos:

$$\begin{bmatrix} I_y & P_{zy} & U_y \\ P_{zy} & I_z & U_z \\ U_y & U_z & A \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} T_z \\ T_y \\ q_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4358,6 & 6720 & 462 \\ 6720 & 24154,6 & 980 \\ 462 & 980 & 56 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 3000 \\ -5196,15 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,07 \\ 0,64 \\ -63,44 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix}$$



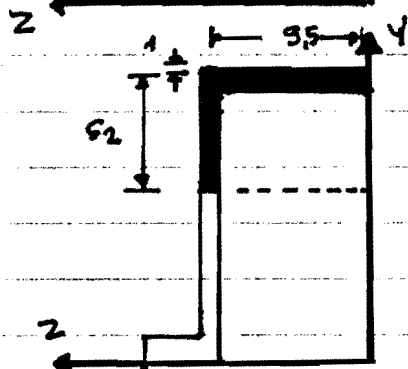
Calculemos en función de la abscisa curvilínea s , los momentos estáticos parciales U_Y^Ω , U_Z^Ω y el área parcial A_Ω .

Pueden producirse tres casos distintos, según que el corte que delimita el área parcial Ω , se produzca en uno de los tres brazos que constituyen la sección.



$$\left. \begin{aligned} U_Y^\Omega &= 2 \cdot s_1 \cdot \frac{s_1}{2} = s_1^2 = U_Y^\Omega \\ U_Z^\Omega &= 2 \cdot s_1 \cdot 29 = 58 \cdot s_1 = U_Z^\Omega \\ A_\Omega &= 2s_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [U_Y^\Omega \ U_Z^\Omega \ A_\Omega]$$

$$s_1 \in (0, 9.5) \quad [s_1^2 \ 58s_1 \ 2s_1]$$



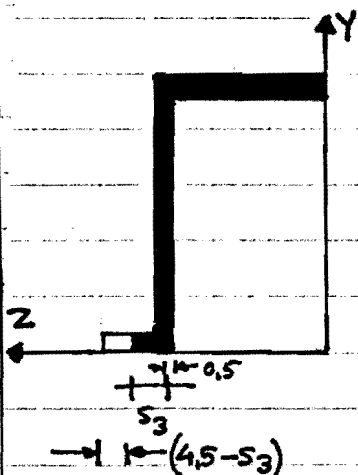
$$U_Y^\Omega = 10(s_2 + 1) \cdot 5 - 9(s_2 - 1) \cdot 4.5 = 9.5s_2 + 90.5 = U_Y^\Omega$$

$$U_Z^\Omega = 10 \cdot 30 \cdot 15 - 9 \cdot 28 \cdot 14 - 1 \cdot \frac{1}{2}(29 - s_2)^2 =$$

$$U_Z^\Omega = 551.5 + 29s_2 - 0.5s_2^2$$

$$A_\Omega = 10 \cdot 30 - 9 \cdot 28 - (29 - s_2) = 19 + s_2$$

$$s_2 \in (0, 28) \quad [(9.5s_2 + 90.5) \ (551.5 + 29s_2 - 0.5s_2^2) \ (19 + s_2)]$$



Como conocemos los momentos estáticos totales y el área total, en este caso resulta más sencillo obtener el momento estático parcial por diferencia, así:

$$U_Y^\Omega = 462 - 2(4.5 - s_3) \left(14 - \frac{1}{2}(4.5 - s_3) \right) =$$

$$= 462 - (4.5 - s_3)(18 - (4.5 - s_3)) =$$

$$= 356.25 + 19s_3 + s_3^2$$

$$U_Z^\Omega = 980 - 2 \cdot (4.5 - s_3) \cdot 1 = 971 + 2s_3 = U_Z^\Omega$$

$$A_\Omega = 56 - 2(4.5 - s_3) = 47 + 2s_3 = A_\Omega$$

$$s_3 \in (0, 4.5) \quad [(356.25 + 19s_3 + s_3^2) \ (971 + 2s_3) \ (47 + 2s_3)]$$



Como $\tau = \frac{1}{bw} [U_Y^2 U_Z^2 A_n]$ $\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$, la ley de tensiones en cada intervalo, será:

$s_1 \in (0, 9.5)$ $bw = 2$

$$\tau = \frac{1}{2} [s_1^2 \ 58s_1 \ 2s_1] \begin{bmatrix} 7.0684 \\ 0.6356 \\ -69.4379 \end{bmatrix}$$

$$\tau_1 = s_1 (3.5342 \cdot s_1 - 51.0055) \quad s_1 \in (0, 9.5)$$

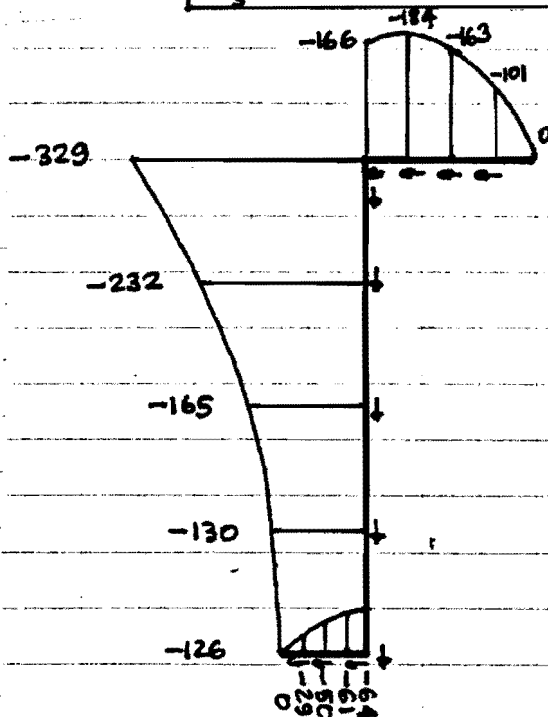
$s_2 \in (0, 28)$ $bw = 1$

$$\tau = \frac{1}{1} [(9.5s_2 + 90.5) (551.5 + 29s_2 - 0.5s_2^2) (19 + s_2)] \begin{bmatrix} 7.0684 \\ 0.6356 \\ -69.4379 \end{bmatrix}$$

$$\tau_2 = -329.0965 + 16.1443 s_2 - 0.3178 s_2^2 \quad s_2 \in (0, 28)$$

$s_3 \in (0, 4.5)$ $\tau = \frac{1}{2} [(356.25 + 19s_3 + s_3^2) (971 + 25s_3) (47 + 2s_3)] \begin{bmatrix} 7.0684 \\ 0.6356 \\ -69.4379 \end{bmatrix}$

$$\tau_3 = -64.1481 - 1.6525 s_3 + 3.5342 s_3^2 \quad s_3 \in (0, 4.5)$$



Distribución de tensiones tangenciales.

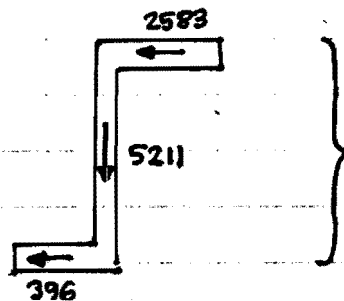


Calculamos la fuerza total que la tensión tangencial genera en cada tramo.

$$F_1 = \int_0^{9.5} 2 s_1 (3.5342 \cdot s_1 - 51.0055) ds_1 = -2583.1566$$

$$F_2 = \int_0^{28} 1 \cdot (-329.0965 + 16.1443 \cdot s_2 - 0.3178 s_2^2) ds_2 = -5211.58$$

$$F_3 = \int_0^{4.5} 2 (-64.1481 - 1.6525 \cdot s_3 + 3.5342 \cdot s_3^2) ds_3 = -396.0934$$



$$F_2 = -2979 \quad (\text{debia ser } -3000)$$

$$F_y = -5211 \quad (\text{debia ser } -5196)$$

(La no plena coincidencia entre la resultante de las fuerzas F_i y la sollicitación exterior procede del hecho de haber idealizado la sección a su fibra media en cuanto a las abscisas curvilíneas s)

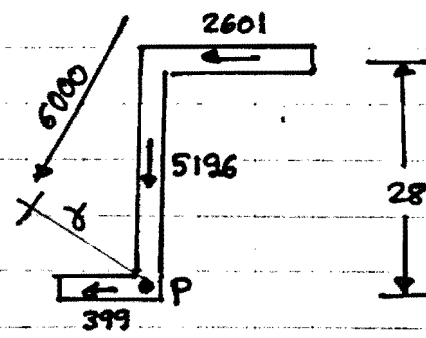
Compensando los errores:

Tomando momento respecto a P:

$$6000 \cdot \gamma = 2601 \cdot 28$$

$$\gamma = 12.138$$

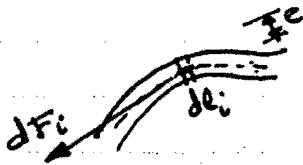
γ determina la línea de acción de la resultante de las tensiones tangenciales.





13.4 SECCIONES INTEGRADAS POR CÉLULAS

La tensión tangencial produce una fuerza F_i en cada tramo de espesor delgado de la sección, existiendo en cada punto una intensidad distinta, que puede expresarse por unidad de longitud, valor que recibe la denominación de FLUJO y se simboliza por Φ

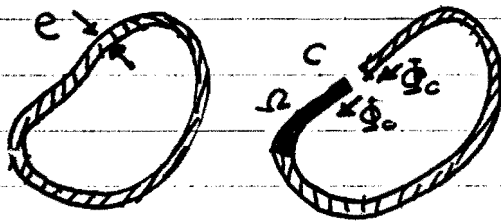


$$\Phi = \frac{dF_i}{dl_i} = \frac{\tau \cdot dl_i \cdot e}{dl_i} = \tau \cdot e$$

$$\Phi = e \frac{1}{e} [T_z \ T_y \ q_H] \begin{bmatrix} I_y & P_{zy} & U_y \\ P_{zy} & I_z & U_z \\ U_y & U_z & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_y^\Omega \\ U_z^\Omega \\ A\Omega \end{bmatrix}$$

$$\Phi = [T_z \ T_y \ q_H] \cdot \begin{bmatrix} I_y & P_{zy} & U_y \\ P_{zy} & I_z & U_z \\ U_y & U_z & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_y^\Omega \\ U_z^\Omega \\ A\Omega \end{bmatrix}$$

Una sección celular cerrada, puede transformarse a efectos de cálculo en una abierta, si adicionamos en el punto de corte el flujo que corresponde al mismo, ya que como sección abierta dicho punto tendría flujo nulo, en consecuencia:



$$\Phi = \Phi_c + [T_z \ T_y \ q_H] \begin{bmatrix} I_y & P_{zy} & U_y \\ P_{zy} & I_z & U_z \\ U_y & U_z & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_y^\Omega \\ U_z^\Omega \\ A\Omega \end{bmatrix}$$

(el flujo en un punto genérico, puede expresarse en función del flujo existente en el punto de corte C)

Si la sección es cerrada, la variación angular global debe ser nula, pues en caso contrario no se cerraría la sección nuevamente en C, y esta condición nos permitiría obtener el flujo Φ_c que desconocemos. En efecto:



$$\gamma = \frac{\sigma}{G_T}$$

$$\delta = \int_0^l \gamma dl = \int_0^l \frac{\sigma}{G_T} dl = 0 \Rightarrow \int_0^l \sigma dl = 0$$

(La integral anterior será curvilínea, extendida a lo largo de la fibra media)

$$\int_0^l \frac{\Phi}{e} dl = 0$$

$$\int_0^l \frac{\Phi}{e} dl + [T_2 \quad T_4 \quad q_H] \begin{bmatrix} I_1 & P_{21} & U_1 \\ P_{21} & I_2 & U_2 \\ U_1 & U_2 & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \int_0^l \frac{U_1^2}{e} dl \\ \int_0^l \frac{U_2^2}{e} dl \\ \int_0^l \frac{A^2}{e} dl \end{bmatrix} = 0$$

$$\Phi_c = \frac{-1}{\int_0^l \frac{dl}{e}} [T_2 \quad T_4 \quad q_H] \begin{bmatrix} I_1 & P_{21} & U_1 \\ P_{21} & I_2 & U_2 \\ U_1 & U_2 & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \int_0^l \frac{U_1^2}{e} dl \\ \int_0^l \frac{U_2^2}{e} dl \\ \int_0^l \frac{A^2}{e} dl \end{bmatrix}$$



$$\Phi = [T_2 \quad T_4 \quad q_H] \begin{bmatrix} I_1 & P_{21} & U_1 \\ P_{21} & I_2 & U_2 \\ U_1 & U_2 & A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_1^2 = \frac{\int_0^l \frac{U_1^2}{e} dl}{\int_0^l \frac{dl}{e}} \\ U_2^2 = \frac{\int_0^l \frac{U_2^2}{e} dl}{\int_0^l \frac{dl}{e}} \\ A^2 = \frac{\int_0^l \frac{A^2}{e} dl}{\int_0^l \frac{dl}{e}} \end{bmatrix}$$

$$\sigma = \frac{\Phi}{e}$$

Si la sección es multicelular, puede descomponerse el problema en la resolución de lo que acontece en cada célula que absorberá una parte α de las sollicitaciones exteriores.

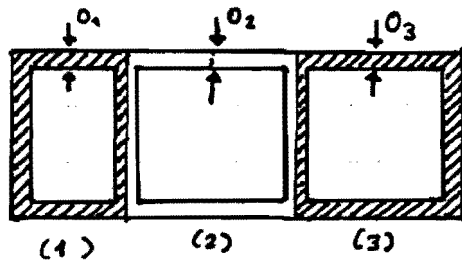
El flujo en una célula será:

$$\Phi_i = [\alpha_i T_2 \quad \alpha_i T_4 \quad \alpha_i q_H] \begin{bmatrix} I_1^i & P_{21}^i & U_1^i \\ P_{21}^i & I_2^i & U_2^i \\ U_1^i & U_2^i & A^i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_1^i = \frac{\int_0^{l_i} \frac{U_1^i}{e} dl}{\int_0^{l_i} \frac{dl}{e}} \\ U_2^i = \frac{\int_0^{l_i} \frac{U_2^i}{e} dl}{\int_0^{l_i} \frac{dl}{e}} \\ A^i = \frac{\int_0^{l_i} \frac{A^i}{e} dl}{\int_0^{l_i} \frac{dl}{e}} \end{bmatrix}$$



Imponiendo que: $\sum \alpha_i = 1$

Y que el flujo sea el mismo en todas las células; $\Phi_i = \Phi_j$,
obtendremos un conjunto de ecuaciones que nos permitirán
determinar los coeficientes α_i de cada célula.

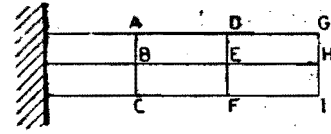


SECCIÓN MULTICELULAR
Descomposición en células o celdas.
(Indicación de posible origen O_i ,
particular de cada célula)



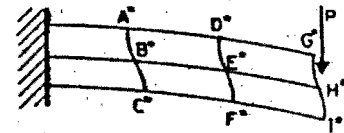
13.9. ESTADO TENSIONAL DE BARRAS SOLICITADAS A FLEXIÓN SIMPLE

Si en una viga de caucha marcamos las secciones antes de las deformaciones, observaremos que -- después de flexarlo tomarán la forma siguiente:



El alabeo de las secciones es debido a que al variar la tensión -- tangencial en cada capa de fibras, lo hace también el ángulo de cizalladura $\delta (= \tau/G_r)$

En las fibras extremas -- A' D' G' y C' F' I' no tienen tensión tangencial tal como hemos visto, y por lo tanto $\tau = 0$, lo que motiva que las secciones deformadas -- sean normales a dichas



capas de fibras, mientras que las secciones formarán un máximo ángulo con la fibra media B' E' H', puesto que en ella δ es máximo por serlo τ . Los ángulos de cizalladura en las distintas secciones en una misma capa de fibras serán iguales si lo es el esfuerzo cortante, lo que nos permite comprender intuitivamente que los -- alabeos de las secciones generados por un esfuerzo cortante constante no alteran las deformaciones longitudinales de los copos de fibras y por lo tanto las correspondientes leyes de tensiones tal como ya se demostró en "NOCIONES DE LA TEORÍA DE LA ELASTICIDAD Y DE LA RESISTENCIA DE MATERIALES" cuando se calculó por la función de Airy las leyes de tensiones en una viga ménsula en la que el esfuerzo cortante permanecía constante.

En el mencionado libro también se calculó la ley de tensión normal cuando existía esfuerzo cortante variable por carga uniformemente repartida y se pudo comprobar que si bien la mencionada ley no era exactamente la de la ECUACION DE RESISTENCIA A LA FLEXIÓN por existir términos complementarios, estos aportaban una corrección del todo despreciable por relaciones de canto/luz ordinarias, lo que nos justifica que podamos analizar el momento flector aislado (FLEXIÓN PURA) deduciendo la ley de tensiones normales, y por otra se aplique el TEOREMA DE COLIGNON para que nos proporcione la ley de tensiones tangenciales, sin que establezcamos una interdependencia entre ambas leyes, puesto que aunque existe produce -- correcciones mínimas en general.

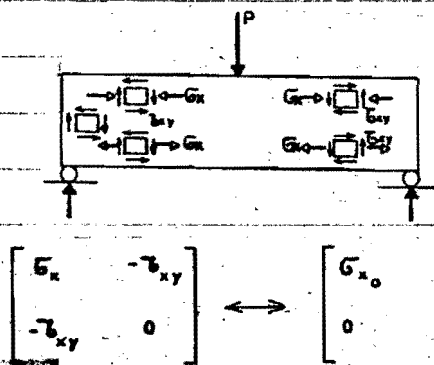
Si bien es cierto que en cuanto a tensiones la corrección que aporta el esfuerzo cortante es mínima, en cuanto a los corrimientos por flexión de la viga, puede existir una corrección significativa en casos en que el esfuerzo cortante sea variable tal como más adelante se estudiará

Según acabamos de exponer una viga solicitada a flexión simple (M_f y T) tiene dos leyes, una de tensiones normales σ generadas por el M_f y otra de tensiones tangenciales τ que origina el esfuerzo T , siendo factible su cálculo independiente, las primeras -- como si estuviésemos en un caso de flexión pura mediante la ecuación de resistencia de la flexión, y las otras mediante el teorema de Colignon.

Estamos pues en condiciones de determinar en cada punto de una viga la tensión σ y la τ

Luego el tensor de tensiones en un punto genérico tendrá la siguiente forma: (supuesto que $\sigma_y = 0$ lo cual es cierto según vimos por Airy en vigas con zos nos descargados como la croquizada, y en todos los casos σ_y es muy pequeño lo que nos permite su omisión con carácter general).

Tramé: Valencia, S. A. 7400-0





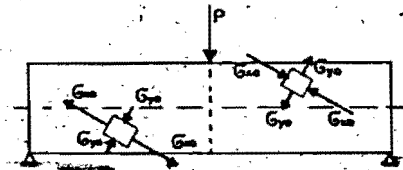
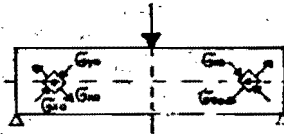
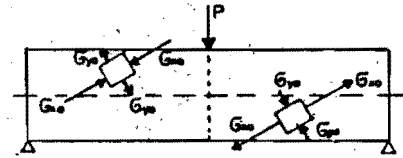
Aplicando las invariantes de los estados elásticos planos, podremos calcular las tensiones principales G_{x_0} , G_{y_0}

$$\left. \begin{aligned} I_1 = G_x = G_{x_0} + G_{y_0} \\ I_2 = 0 - I_{xy}^2 = G_{x_0} \cdot G_{y_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} G_{x_0} \\ G_{y_0} \end{aligned} \right\} = \frac{G_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{G_x}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$

La tensión principal máxima en valor absoluto le corresponderá el mismo signo que G_x , y la otra tendrá signo contrario, lo cual es una característica de los estados elásticos planos en los que $G_y = 0$

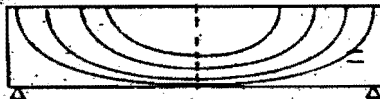
En consecuencia el estado elástico en cada punto podrá quedar definida por dos tensiones, una de tracción y otra de compresión tal como aparece en los puntos adoptados como muestra en la figura del ejemplo:



Una forma gráfica de representar la orientación de las tensiones principales de compresión o de tracción es trazar unas curvas que denominaremos isostáticas y que son tangentes en cada punto a la tensión principal correspondiente.

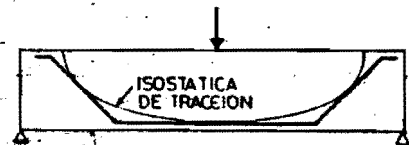
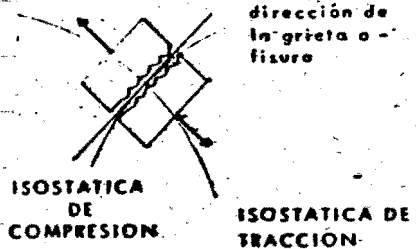
ISOSTATICAS DE LAS TENSIONES PRINCIPALES DE COMPRESION

ISOSTATICAS DE LAS TENSIONES PRINCIPALES DE TRACCION



Las isostáticas de tracción, en el caso de materiales poco resistentes a la tracción nos indican que las fisuras se producirán en dirección normal a las mismas, y por lo tanto según las isostáticas de compresión, pues ambas familias de curvas en cada punto son ortogonales.

Un armado del hormigón teóricamente idóneo, sería el intentar caser los mencionados grietas disponiendo armaduras normales a las mismas, por lo que las barras tendrían que tener las formas isostáticas de tracción.

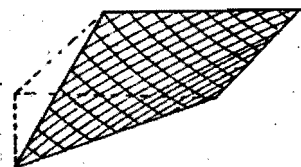


Esto de una forma aproximada se efectúa cuando se disponen barras levantados a 45° en el hormigón.

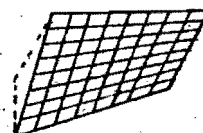
En láminas según dispone la Instrucción del Hormigón Armado E.H.-73 el armado debe seguir la isostático de las tensiones principales tanto de compresión como de tracción.

Ella exige confeccionar plantillos en forma de parábolas o de hipérbolas para dar la forma correcta a cada una de las barras.

No obstante es de señalar que especialistas de la cualificación como la del arquitecto español Félix Candela residente en México, son partidarios de disponer los armaduros en la dirección de las generatrices, con lo que las barras en tal caso son rectas dado el carácter de cuadrática reglada del paraboloides hiperbólico.



DIRECCIONES DE LAS ISOSTATICAS EN UN PARABOLOIDE HIPERBOLICO

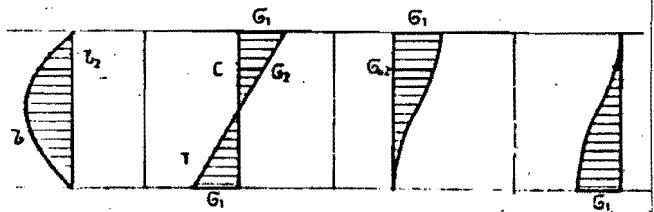


DIRECCION DE LAS GENERATRICES DE UN PARABOLOIDE HIPERBOLICO



La existencia de tensiones principales superiores a la tensión normal asignada por la ecuación de la resistencia de la flexión aparentemente nos complica el panorama de determinar la tensión máxima que condiciona el dimensionado.

EN UNA SECCION



TENSIONES

TANGENCIALES (TEOREMA DE COLIGNON)	NORMALES ASIGNADAS POR LA ECUACION DE RESISTENCIA A LA FLEXION	PRINCIPALES DE COMPRESION	PRINCIPALES DE TRACCION
---------------------------------------	--	---------------------------	-------------------------

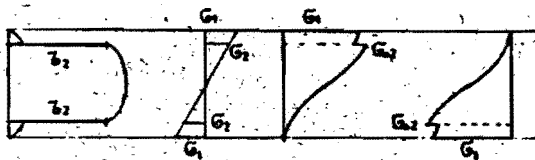
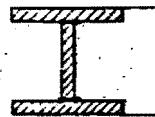
Pero en la práctica no es cierta esta dificultad debido a que en la capa de fibras en la que se produce la máxima tensión normal G_1 según la "ECUACION DE RESISTENCIA" la tensión tangencial es nula, y ello motivo que la tensión principal también valga G_1 .

En otras capas $|G_2| < |G_1|$, y aunque existe tensión tangencial τ_2 , la tensión principal resultante ($|G_2| > |\tau_2|$) sigue siendo menor que la tensión G_1 .

$$|G_2| < |G_1|$$

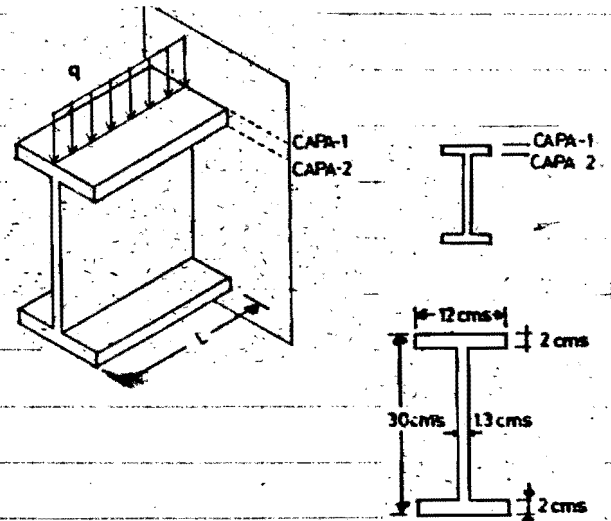
No obstante en una viga en doble te es posible que ello suceda, pero en casos de poca luz y mucha carga en los que las tensiones tangenciales serán importantes, (casos poco frecuentes en edificación).

El ejemplo siguiente es al respecto suficientemente demostrativo.



EJERCICIO 13.5.1a

Dada la sección cruciforme correspondiente a una viga ménsula de luz L sometida a una carga uniformemente repartida q y sabiendo que está estrictamente dimensionada a tensiones, con tensión admisible de 1733 Kg/cm^2 , determinar que valores de L y q hacen posible que la tensión principal máxima se produzca con igual valor en la capa de fibras 1 y 2.

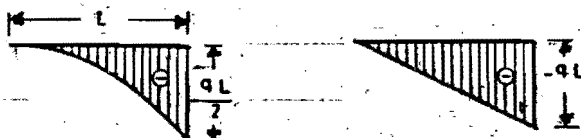


SOLUCION

Los diagramas de las solicitaciones momento flector y esfuerzo cortante son:

MOMENTOS FLECTORES

ESFUERZOS CORTANTES



Para aplicar la ecuación de resistencia de la flexión simétrica precisamos obtener el momento de inercia de dicha sección:

$$I_x = \frac{12 \cdot 30^3}{12} - \frac{10,7 \cdot 26^3}{12} = 11328 \text{ cm}^4$$

$$W_x = \frac{1}{15} = 755,2 \text{ cm}^3$$



Roberto Guerra Fontana

FLEXIÓN SIMPLE

13.23.

La condición de agotamiento en la carga de fibras-1, es:

$$1733 = \frac{qL^2/2 \cdot 10^5}{755,2}$$



$$qL^2 = 26,1752$$

(El 10^5 por cambio de unidades, si suponemos que q está en T/m y L en m.)

Para imponer la condición de agotamiento en la capa de fibras-2, hemos de calcular las tensiones σ y τ que se producen en dicha capa, en función de las cuales calcular la tensión principal e imponer que esta sea igual a 1733.

La tensión normal en la capa de fibras-2, sabiendo que en la uno, existe una tensión de 1733, puede calcularse mediante una simple proporcionalidad

$$\sigma_2 = 1733 \cdot \frac{13}{15} = 1502 = \sigma_2$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad \epsilon = \frac{T}{A}$$

La tensión tangencial según Colignon:

$$\tau_2 = \frac{T}{b} \cdot \frac{U}{I} \cdot \frac{y_o - y_{max}}{EN} = \frac{qL \cdot 10^3}{1,3} \cdot \frac{(12,2) \cdot 14}{11329} = \tau_2 = qL \cdot 22,816$$

La tensión principal valdrá:

$$\sigma_{o_2} = \frac{\sigma_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_2}{2}\right)^2 + \tau_2^2} = 1733$$

$$1733 = 751 + \sqrt{751^2 + (qL \cdot 22,816)^2} \Rightarrow qL = 27,731$$

Y por lo tanto:

$$\frac{qL^2}{qL} = \frac{26,1752}{27,731} \Rightarrow 0,9439 \text{ m} = L$$

$$q = \frac{27,731}{L} = \frac{27,731}{0,9439} = q = 29,3793 \text{ T/m}$$

Toda la viga ménsula con luz $L < 0,94$ y con carga $q > 29,38$, la capa de fibras dos será la que condicionará el agotamiento de la sección.



2/8

13.6. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE LAS TENSIONES TANGENCIALES AL DIMENSIONADO DE VIGAS MIXTAS.

Las vigas mixtas han sido ya analizadas, desde el aspecto de ser una sección constituida por dos materiales, y como tal hecho condiciona la determinación de las tensiones normales $\bar{\sigma}$, tanto en el acero como en el hormigón, y como en función de las mismas quedan condicionadas las dimensiones adecuadas de la sección.

Ahora nos vamos a restringir a la incidencia que tiene la teoría de la distribución de tensiones tangenciales generadas en la flexión simple, en las citadas VIGAS MIXTAS.

Supongamos que de acuerdo con las teorías del hormigón, queda fijada en un valor $\bar{\sigma}_{cd}$ la tensión tangencial de diseño del hormigón, (generalmente se adopta $\bar{\sigma}_{cd} = 0.5 \sqrt{f_{cd}}$, siendo f_{cd} la tensión normal de diseño del hormigón o resistencia característica minorada). Debemos pues verificar que la máxima tensión tangencial que se producirá en el hormigón bajo la acción de las solicitaciones mayoradas no debe sobrepasar el citado valor $\bar{\sigma}_{cd}$.

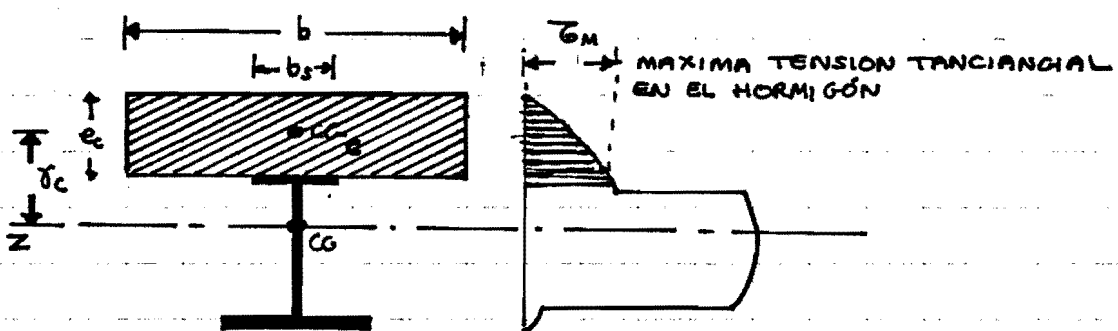


DIAGRAMA DE TENSIONES TANGENCIALES EN LA SECCIÓN MIXTA

$$\bar{\sigma}_m = \frac{T}{b_s} \frac{\frac{1}{n} b e_c \gamma_c}{I_z^i}$$

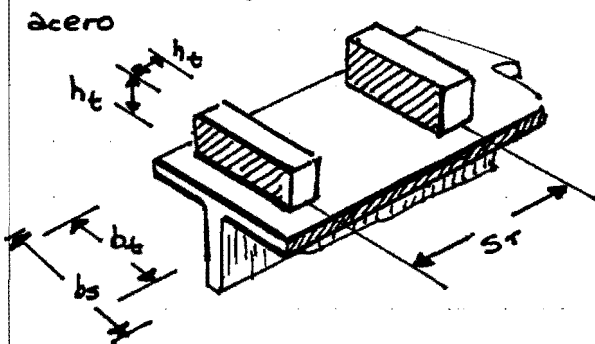
Donde n es el módulo de equivalencia (E_a/E_c)

γ_c la distancia del centro de la bsa al centro de gravedad de la sección idealizada.

I_z^i el momento de inercia de la sección idealizada, con respecto al eje Z, que contiene el c.de.g. de la misma.

Las tensiones tangenciales existentes en la superficie de conexión entre la losa de hormigón y el ala superior del perfil, indican la tendencia existente a que una se deslice sobre la otra, y para evitarlo se deben disponer de unos elementos que soldados al perfil, y que al penetrar en la losa, se opondrán a dicho movimiento de deslizamiento.

Una posible solución la constituyen la disposición de tacos de



La distancia recomendada entre los mismos es de 2,5 veces el canto de la losa, por lo que:

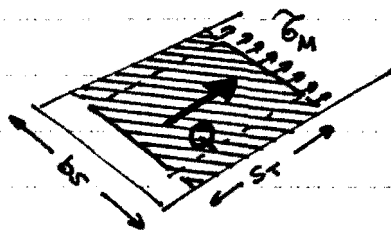
$$s_T = 2,5 \cdot e_c$$

El ancho del tango, suele ser de $b_s - 3\text{cm}$, o de $b_s - 2\text{cm}$

por lo que:

$$b_t = b_s - 2\text{cm}$$

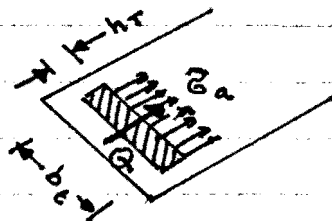
La fuerza que soportará cada taco, será la que se ejerce como consecuencia de las tensiones tangenciales entre dos de dichos elementos



$$Q = \sigma_M \cdot b_s \cdot s_T$$

Dicha fuerza deberá absorberse en la superficie de conexión entre taco y perfil, por lo que la tensión tangencial

que se producirá en la conexión, será de:



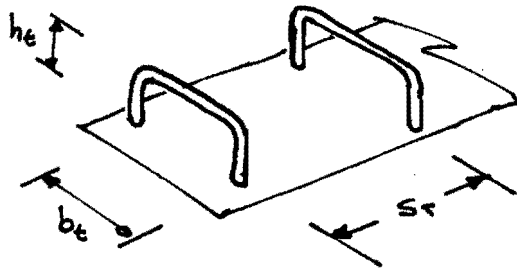
$$\sigma_a = \frac{Q}{b_t \cdot h_t}$$

fijando $\sigma_a = \sigma^*$ (tensión del acero), puede fijarse la cota h_t mediante el cociente:

$$h_t = \frac{Q}{b_t \cdot \sigma^*}$$

Se fija como altura del taco, el ancho b_t que se acaba de calcular, pero en ningún caso $h_t > \frac{1}{2} e_c$

Otra posible solución para la conexión entre la losa y el perfil, es la disposición de ganchos según la forma siguiente:

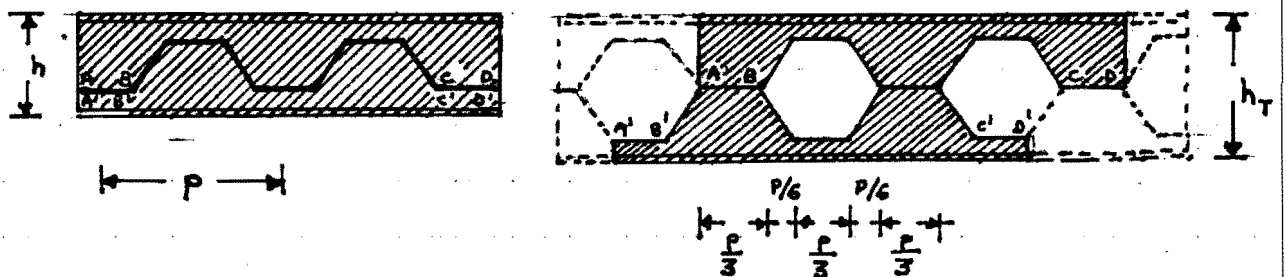




13.7. VIGAS ALVEOLADAS

Si bien el dimensionado de las vigas alveoladas no viene determinado por las tensiones tangenciales que produce directamente la cortadura, si el estado tensional que genera el ESFUERZO CORTANTE, en el entorno de las estrangulaciones que generan los alveolos, de tal forma, que la citada sollicitación determina si dichos alveolos deben o no ser macizados.

Las vigas alveoladas se obtiene cortando un perfil ordinario de la forma siguiente :



$$p \approx 0.6 h$$

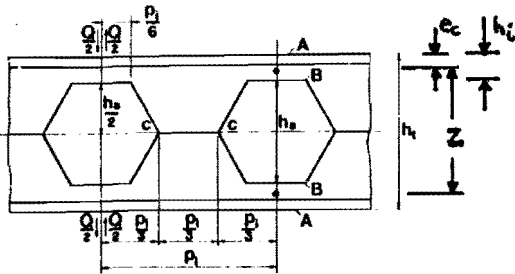
$$h_T = \frac{13}{9} h$$

La elección de perfil se efectua calculando en función del estado de cargas y del tipo de sustentación de la viga, el momento de inercia I_z preciso para que el máximo corrimiento no sobrepase un cuatrocientos o un quinientos de la luz, según lo que en cada caso señale la instrucción.

Conocido el momento de inercia, este se incrementará en un 10% para tener en cuenta el aumento que puede producir en dichos movimientos la existencia de los alveolos.

En el caso de que se utilicen vigas ALVEOLADAS Y PERALTA-
DAS el incremento del momento de inercia recomendable es del 20%.

Determinado el MOMENTO DE INERCIA preciso, se busca en las tablas adjuntas, el perfil alveolado que supera mínima-
mente el correspondiente valor.



V.2. — VALORES ESTATICOS DE UN PERFIL IPE ALVEOLADO

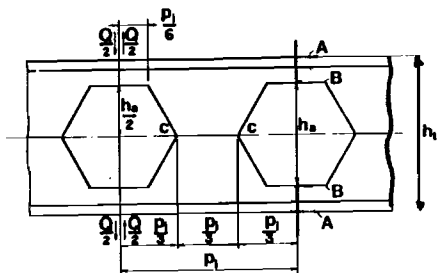
Perfil original IPE	Dimensiones totales $h_t \cdot b$ mm	Espesor del alma e mm	Dimensiones			Peso p kg/m	Referido al eje (1)				Posiciones de los ejes	
			Altura del $\frac{1}{2}$ perfil h_i mm	Paso del alveolo P_i mm	Sección del $\frac{1}{2}$ perfil $A_c (3)$ cm ²		X' — X'		C — C		Del eje baricéntrico $e_c (2)$ cm	Distancia entre X' — X' y C — C $Z/2$ mm
							$I_{x'}$ cm ⁴	$W_{x'}$ cm ³	I_c cm ⁴	W_c cm ³		
140	210 · 73	4,7	35	250	6,36	12,9	1 220	116	4,07	1,46	0,710	97,9
160	230 · 82	5,0	45	250	8,57	15,8	1 921	167	10,6	2,99	0,970	105
180	260 · 91	5,3	50	250	9,51	18,8	2 772	213	14,4	3,58	0,990	120
200	280 · 100	5,6	60	360	11,4	22,4	3 796	271	26,3	5,45	1,18	128
220	320 · 110	5,9	60	360	13,1	26,2	5 857	366	28,2	5,80	1,14	149
240	320 · 120	6,2	80	414	16,1	30,7	6 859	429	69,6	10,7	1,57	144
260	380 · 135	6,6	80	414	18,4	36,1	11 400	600	75,1	11,6	1,51	175
300	420 · 150	7,1	90	504	21,7	42,2	16 390	780	116	15,8	1,70	193
330	480 · 160	7,5	90	504	24,3	49,1	24 440	1 018	123	16,7	1,67	223
360	500 · 170	8,0	110	630	29,4	57,1	31 280	1 251	237	26,6	2,09	229
400	580 · 180	8,6	110	630	32,6	66,3	47 760	1 647	255	28,3	2,08	269
450	650 · 190	9,4	125	630	38,1	77,6	69 750	2 146	405	40,2	2,43	301
500	700 · 200	10,2	150	837	45,7	90,7	94 800	2 708	750	62,7	3,04	320
550	750 · 210	11,1	175	837	53,6	106	124 900	3 330	1 268	92,0	3,72	338
600	800 · 220	12,0	200	837	63,5	122	165 300	4 134	2 035	130	4,37	356

(1) Los valores estáticos para el eje X' — X', se refieren al perfil completo; los indicados para el eje C — C, se refieren a la semisección del perfil alveolar, que corresponde al aligeramiento máximo, respecto a su propio eje baricéntrico.

(2) e_c determina la posición del eje baricéntrico de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.

(3) Los valores tabulados son los de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.





V.1. — VALORES ESTATICOS DE UN PERFIL I ALVEOLADO

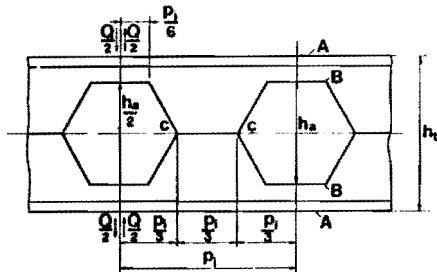
Perfil original I	Dimensiones totales $h_c \cdot b$ mm	Dimensiones				Peso p kg/m	Referido al eje (1)				Posiciones de los ejes	
		Espesor del alma e mm	Altura del $\frac{1}{2}$ perfil h_i mm	Paso del alveolo P_i mm	Sección del $\frac{1}{2}$ perfil A_c (3) cm ²		X' — X'		C — C		Del eje baricentrico e_c (2) cm	Distancia entre X' — X' y C — C $\frac{z}{2}$ mm
							$I_{x'}$ cm ⁴	$W_{x'}$ cm ³	I_c cm ⁴	W_c cm ³		
140	210 · 66	5,7	35	250	7,17	1 358	129	4,59	1,70	0,799	97,0	
160	230 · 74	6,3	45	250	9,27	2 066	179	10,9	3,14	1,02	105	
180	260 · 82	6,9	50	250	11,3	3 199	246	15,2	3,92	1,13	119	
200	280 · 90	7,5	60	360	13,7	4 428	316	32,7	7,04	1,35	126	
220	320 · 98	8,1	60	360	15,7	6 809	426	33,8	7,25	1,34	147	
240	320 · 106	8,7	80	414	19,6	7 988	499	87,2	14,1	1,84	142	
260	360 · 113	9,4	80	414	22,0	11 660	648	93,7	15,2	1,83	162	
280	400 · 119	10,1	80	414	24,5	16 340	817	99,9	16,2	1,82	182	
300	420 · 125	10,8	90	504	28,1	20 350	968	144	20,9	2,09	189	
320	460 · 131	11,5	90	504	30,8	27 260	1 182	161	23,2	2,08	209	
340	500 · 137	12,2	90	504	33,6	35 550	1 420	169	24,4	2,09	229	
360	500 · 143	13,0	110	630	39,4	40 160	1 608	330	39,4	2,61	224	
380	540 · 149	13,7	110	630	42,5	51 230	1 897	347	41,3	2,60	244	
400	580 · 155	14,4	110	630	46,0	64 580	2 225	362	43,0	2,60	264	
450	650 · 170	16,2	125	630	57,3	115 000	3 081	592	62,2	2,98	295	
500	700 · 185	18,0	150	837	72,0	143 100	4 088	1 144	101	3,65	313	
550	750 · 200	19,0	175	837	87,6	197 400	5 265	1 929	146	4,26	332	
600	800 · 215	21,6	200	837	105	263 300	6 578	3 226	216	5,05	349	

(1) Los valores estáticos para el eje X' — X', se refieren al perfil completo; los indicados para el eje C — C, se refieren a la semisección del perfil alveolar, que corresponde al aligeramiento máximo, respecto a su propio eje baricentrico.

(2) e_c determina la posición del eje baricentrico de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.

(3) Los valores tabulados son los de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.





V.3.— VALORES ESTATICOS DE UN PERFIL H ALVEOLADO

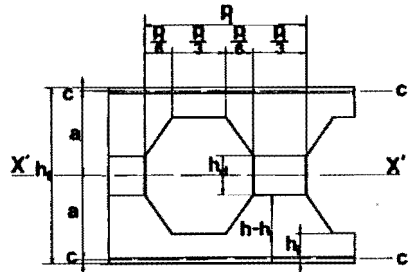
Perfil original H mm	Dimensiones totales $h_t \cdot b$ mm	Dimensiones				Peso p kg/m	Referido al eje (1)				Posiciones de los ejes	
		Espesor del alma e mm	Altura del $\frac{1}{2}$ perfil h_f mm	Paso del alveolo P_i mm	Sección del $\frac{1}{2}$ perfil A_c (3) cm ²		$X' - X'$		C - C		Del eje baricéntrico e_c (2) cm	Distancia entre $X' - X'$ y $C - C$ $Z/2$ mm
							$I_{x'}$ cm ⁴	$W_{x'}$ cm ³	I_c cm ⁴	W_c cm ³		
140	210 · 140	7	35	250	18,4	33,7	3 510	334	5,20	1,89	0,751	97,5
160	230 · 160	8	45	250	23,4	42,6	5 260	457	13,7	3,79	0,895	106
180	260 · 180	8,5	50	250	28,3	51,2	8 280	637	20,3	5,05	0,970	120
200	280 · 200	9	60	360	34,0	61,3	11 400	815	38,8	7,93	1,10	129
220	320 · 220	9,5	60	360	39,4	71,5	17 500	1 092	40,3	8,26	1,12	149
240	320 · 240	10	80	414	47,1	83,2	20 300	1 269	107	16,1	1,38	146
260	360 · 260	10	80	414	51,7	93,0	28 700	1 594	108	16,2	1,36	166
280	400 · 280	10,5	80	414	56,9	103	39 700	1 985	113	17,1	1,36	186
300	420 · 300	11	90	504	64,8	117	49 800	2 372	171	22,8	1,49	195
320	460 · 300	11,5	90	504	69,5	127	64 800	2 820	177	24,2	1,49	215
340	500 · 300	12	90	504	72,7	134	80 500	3 220	180	24,2	1,58	234
360	500 · 300	12,5	110	630	78,4	142	84 000	3 360	354	38,9	1,89	231
400	580 · 300	13,5	110	630	83,6	155	123 000	4 241	373	41,3	1,96	270
450	650 · 300	14	125	630	91,8	171	169 300	5 209	572	55,7	2,24	303
500	700 · 300	14,5	150	837	102	187	214 300	6 122	1 043	84,8	2,70	323
550	750 · 300	15	175	837	109	199	259 000	6 900	1 726	121	3,22	343
600	800 · 300	15,5	200	837	116	212	311 000	7 775	2 674	164	3,76	362

(1) Los valores estáticos para el eje $X' - X'$, se refieren al perfil completo; los indicados para el eje $C - C$, se refieren a la semisección del perfil alveolar, que corresponde al aligeramiento máximo, respecto a su propio eje baricéntrico.

(2) e_c determina la posición del eje baricéntrico de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.

(3) Los valores tabulados son los de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.





V.5. — VALORES ESTATICOS DE UN PERFIL IPE ALVEOLADO PERALTADO (1)

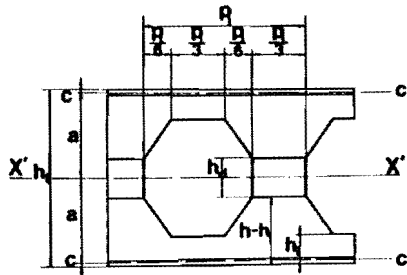
Elementos componentes		Dimensiones totales h _c · b mm	Dimensiones			Peso p kg/m	Referido al eje (2)				Posiciones de los ejes	
Perfil original IPE	≠ h _d · $\frac{P_i}{3}$ · e mm		Altura del $\frac{1}{2}$ perfil h _i mm	Paso del alveolo P _i mm	Sección del $\frac{1}{2}$ perfil A _c (4) cm ²		X' — X'		C — C		Del eje baricéntrico e _c (3) cm	Distancia entre X' — X' y C — C a mm
		I _{x'} cm ⁴				W _{x'} cm ³	I _c cm ⁴	W _c cm ³				
240	40 · 138 · 6,2	360 · 120	80	414	16,1	31,2	8 831	490	69,6	10,7	1,57	164
	100	420	>	>	>	32,2	12 290	585	>	>	>	194
	150	470	>	>	>	33,0	15 620	665	>	>	>	219
	200	520	>	>	>	33,8	19 360	744	>	>	>	244
300	40 · 168 · 7,1	460 · 150	90	504	21,7	43,0	19 910	866	116	15,8	1,70	213
	100	520	>	>	>	44,0	25 850	994	>	>	>	243
	150	570	>	>	>	45,0	31 390	1 101	>	>	>	268
	200	620	>	>	>	45,9	37 470	1 208	>	>	>	293
330	40 · 168 · 7,5	520 · 160	90	504	24,3	50,0	28 970	1 114	123	16,7	1,67	243
	100	580	>	>	>	51,2	36 490	1 258	>	>	>	273
	150	630	>	>	>	52,4	43 420	1 378	>	>	>	298
	200	680	>	>	>	53,6	50 960	1 499	>	>	>	323
400	40 · 210 · 8,6	620 · 180	110	630	32,6	67,2	55 040	1 775	255	28,3	2,08	289
	100	680	>	>	>	68,8	66 940	1 969	>	>	>	319
	150	730	>	>	>	69,6	77 750	2 130	>	>	>	344
	200	780	>	>	>	70,8	89 380	2 292	>	>	>	369
450	40 · 210 · 9,4	690 · 190	125	630	38,1	78,0	79 220	2 296	405	40,2	2,43	321
	100	750	>	>	>	80,0	94 570	2 522	>	>	>	351
	150	800	>	>	>	81,0	108 400	2 710	>	>	>	376
	200	850	>	>	>	82,0	123 200	2 899	>	>	>	401
500	40 · 279 · 10,2	740 · 200	150	837	45,7	91,6	106 800	2 887	750	62,7	3,04	340
	100	800	>	>	>	93,2	126 300	3 157	>	>	>	370
	150	850	>	>	>	94,4	143 700	3 381	>	>	>	395
	200	900	>	>	>	96,0	162 300	3 607	>	>	>	420
600	40 · 279 · 12	840 · 220	200	837	63,5	123	184 000	4 380	2 035	130	4,37	376
	100	900	>	>	>	125	213 800	4 751	>	>	>	406
	150	950	>	>	>	127	240 400	5 061	>	>	>	431
	200	1 000	>	>	>	128	268 600	5 372	>	>	>	456

(1) Los perfiles tabulados representan solamente una selección de los que se pueden formar con los perfiles originales.
 (2) Los valores estáticos para el eje X' — X', se refieren al perfil completo; los indicados para el eje C — C, se refieren a la semisección del perfil alveolar, que corresponde al aligeramiento máximo, respecto a su propio eje baricéntrico.
 (3) e_c determina la posición del eje baricéntrico de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.
 (4) Los valores tabulados son los de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.

Roberto Guerra Jordano

FLEXIÓN SIMPLE





V.4. — VALORES ESTÁTICOS DE UN PERFIL I ALVEOLADO PERALTADO (1)

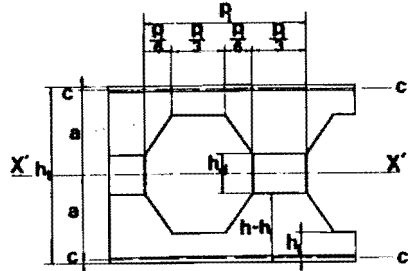
Elementos componentes		Dimensiones totales $h_1 \cdot b$ mm	Dimensiones			Peso p kg/m	Referido al eje (2)				Posiciones de los ejes	
Perfil original	$\frac{h_d \cdot P_i}{3} \cdot e$ mm		Altura del $\frac{1}{2}$ perfil h_i mm	Paso del alveolo P_i mm	Sección del $\frac{1}{2}$ perfil A_c (4) cm ²		X' — X'		C — C		Del eje baricéntrico e_c (3) cm	Distancia entre X' — X' y C — C a mm
							$I_{x'}$ cm ⁴	$W_{x'}$ cm ³	I_c cm ⁴	W_c cm ³		
240	40 · 138 · 8,7	360 · 106	80	414	19,6	37,0	10 380	577	87,2	14,1	1,84	162
	100	420	»	»	»	38,4	14 480	689	»	»	»	192
	150	470	»	»	»	39,6	18 460	786	»	»	»	217
	200	520	»	»	»	40,8	22 940	882	»	»	»	242
300	40 · 168 · 10,8	460 · 125	90	504	28,1	55,2	24 790	1 076	144	20,9	2,09	209
	100	520	»	»	»	56,8	32 400	1 247	»	»	»	239
	150	570	»	»	»	58,2	39 370	1 382	»	»	»	264
	200	620	»	»	»	59,6	47 110	1 519	»	»	»	289
340	40 · 168 · 12,2	540 · 137	90	504	33,6	69,4	41 920	1 552	169	24,4	2,09	249
	100	600	»	»	»	71,2	52 510	1 750	»	»	»	279
	150	650	»	»	»	72,8	62 550	1 924	»	»	»	304
	200	700	»	»	»	74,4	73 150	2 092	»	»	»	329
400	40 · 210 · 14,4	620 · 155	110	630	46,0	94,0	74 690	2 460	362	43,0	2,60	284
	100	680	»	»	»	96,2	91 220	2 683	»	»	»	314
	150	730	»	»	»	98,0	106 200	2 909	»	»	»	339
	200	780	»	»	»	99,8	122 300	3 140	»	»	»	364
450	40 · 210 · 16,2	690 · 170	125	630	57,3	117	114 600	3 418	592	62,2	2,98	315
	100	750	»	»	»	119	137 100	3 652	»	»	»	345
	150	800	»	»	»	121	157 700	3 940	»	»	»	370
	200	850	»	»	»	123	179 500	4 213	»	»	»	395
500	40 · 279 · 18	740 · 185	150	837	72,0	143	161 900	4 370	1 144	101	3,65	333
	100	800	»	»	»	146	191 600	4 791	»	»	»	363
	150	850	»	»	»	148	219 600	5 167	»	»	»	388
	200	900	»	»	»	150	247 100	5 490	»	»	»	413
600	40 · 279 · 21,6	840 · 215	200	837	105	201	294 260	7 006	3 226	216	5,05	369
	100	900	»	»	»	205	342 800	7 618	»	»	»	399
	150	950	»	»	»	208	385 800	8 118	»	»	»	424
	200	1 000	»	»	»	210	432 400	8 647	»	»	»	449

(1) Los perfiles tabulados representan solamente una selección de los que se pueden formar con los perfiles originales.
 (2) Los valores estáticos para el eje X' — X', se refieren al perfil completo; los indicados para el eje C — C, se refieren a la semisección del perfil alveolar, que corresponde al aligeramiento máximo, respecto a su propio eje baricéntrico.
 (3) e_c determina la posición del eje baricéntrico de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.
 (4) Los valores tabulados son los de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.

Roberto Quirós Jordana

FLEXIÓN SIMPLE





V.6. — VALORES ESTATICOS DE UN PERFIL H ALVEOLADO PERALTADO (1)

Elementos componentes		Dimensiones totales $h_t \cdot b$ mm	Dimensiones			Peso p kg/m	Referido al eje (2)				Posiciones de los ejes	
Perfil original H	$\frac{\pi \cdot P_i}{3} \cdot e$ mm		Altura del $\frac{1}{3}$ perfil	Paso del alveolo	Sección del $\frac{1}{3}$ perfil		X' — X'		C — C		Del eje baricentrico e_c (3) cm	Distancia entre X' — X' y C — C a mm
			h_1 mm	P_i mm	A. (4) cm ²		$I_{x'}$ cm ⁴	$W_{x'}$ cm ³	I_c cm ⁴	W_c cm ³		
240	40 · 138 · 10	360 · 240	80	414	47,1	83,9	26 210	1 456	107	16,1	1,38	166
	100	420	»	»	»	86,1	36 640	1 744	»	»	»	196
	150	470	»	»	»	87,5	46 120	1 962	»	»	»	221
	200	520	»	»	»	98,5	57 220	2 200	»	»	»	246
300	40 · 168 · 11	460 · 300	90	504	64,8	118	60 390	2 624	171	22,8	1,49	215
	100	520	»	»	»	120	78 180	3 006	»	»	»	245
	150	570	»	»	»	121	95 060	3 338	»	»	»	270
	200	620	»	»	»	123	113 000	3 640	»	»	»	295
340	40 · 168 · 12	540 · 300	90	504	72,7	135	87 800	3 251	180	24,2	1,58	245
	100	600	»	»	»	137	118 000	3 930	»	»	»	284
	150	650	»	»	»	138	139 400	4 280	»	»	»	309
	200	700	»	»	»	140	162 500	4 640	»	»	»	334
400	40 · 210 · 13,5	620 · 300	110	630	83,6	156	141 800	4 571	373	41,3	1,96	290
	100	680	»	»	»	158	172 200	5 065	»	»	»	320
	150	730	»	»	»	160	200 300	5 480	»	»	»	345
	200	780	»	»	»	162	230 200	5 902	»	»	»	370
450	40 · 210 · 14	690 · 300	125	630	91,8	172	192 300	5 570	572	55,7	2,24	323
	100	750	»	»	»	174	229 400	6 115	»	»	»	353
	150	800	»	»	»	176	262 600	6 560	»	»	»	378
	200	850	»	»	»	178	298 900	7 030	»	»	»	403
500	40 · 279 · 14,5	740 · 300	150	837	102	188	241 200	6 519	1 043	84,8	2,70	343
	100	800	»	»	»	191	285 400	7 140	»	»	»	373
	150	850	»	»	»	193	324 900	7 640	»	»	»	398
	200	900	»	»	»	195	366 000	8 130	»	»	»	423
600	40 · 279 · 15,5	840 · 300	200	837	116	213	345 700	8 230	2 674	164	3,76	382
	100	900	»	»	»	216	401 300	8 920	»	»	»	412
	150	950	»	»	»	218	450 500	9 480	»	»	»	437
	200	1 000	»	»	»	220	503 100	10 060	»	»	»	462

(1) Los perfiles tabulados representan solamente una selección de los que se pueden formar con los perfiles originales.
 (2) Los valores estáticos para el eje X' — X', se refieren al perfil completo; los indicados para el eje C — C, se refieren a la semisección del perfil alveolar, que corresponde al aligeramiento máximo, respecto a su propio eje baricentrico.
 (3) e_c determina la posición del eje baricentrico de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.
 (4) Los valores tabulados son los de la semisección del perfil, que corresponde al aligeramiento máximo.

Perfiles Quinsa Smlans

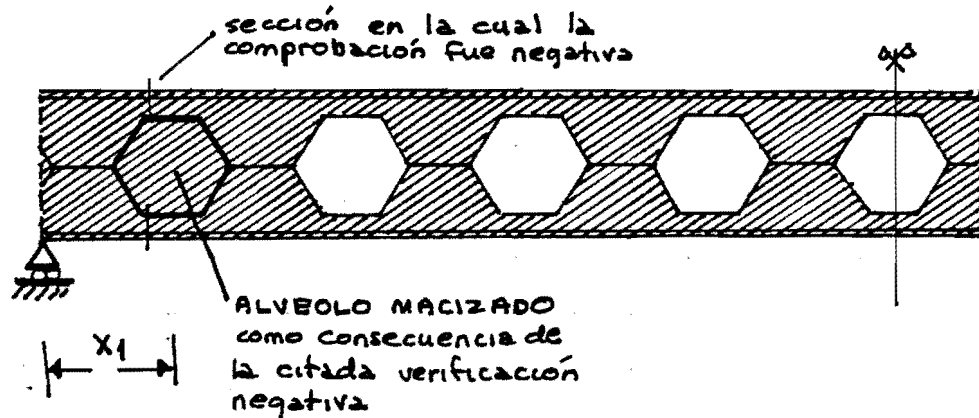
FLEXIÓN SIMPLE

13.33.

DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS



Una vez elegido el perfil, el problema que debe resolverse es la verificación de si las tensiones que se producen son admisibles, o superan las propias del tipo de acero utilizado en cuyo caso se macizará el alveolo en el que la verificación resultase negativa.



Para verificar las tensiones que se producen en cada estrangulamiento, debemos situar perfectamente los mismos, lo que nos obliga a determinar previamente el número total de alveolos, que simbolizaremos por N :

$$N = 2 * \text{parte entera} \left\{ \frac{L/2}{P} \right\}$$

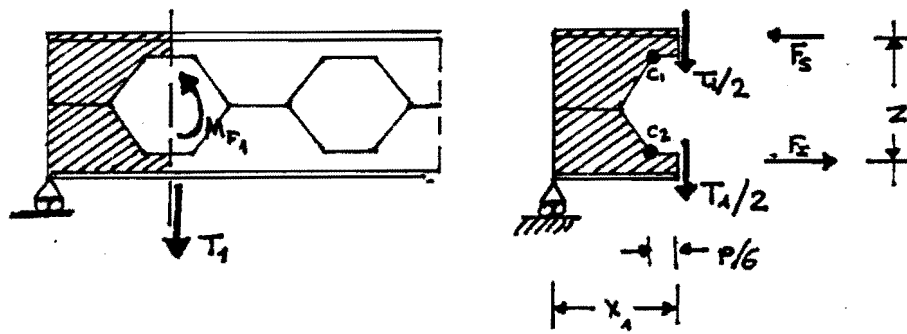
La abscisa correspondiente al centro del primer alveolo la proporciona la siguiente expresión:

$$x_1 = \frac{L}{2} - p \left(\frac{N}{2} - 0.5 \right) = \frac{1}{2} (L - p(N-1)) = x_1$$

Determinamos el momento flector y el esfuerzo cortante en la sección de abscisa x_1 , que simbolizaremos respectivamente por

$$x_1 \longrightarrow \begin{cases} M_{f_1} \\ T_1 \end{cases}$$

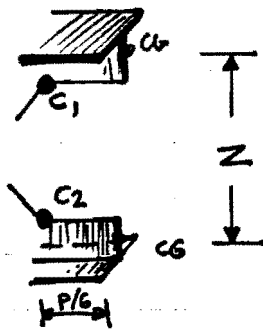
Seccionaremos la viga por la citada abscisa, y supondremos que en el tramo que estrangula el alveolo, la flexión local es tal, que el punto de inflexión está situado en su centro, en cuyo caso es posible el siguiente corte:



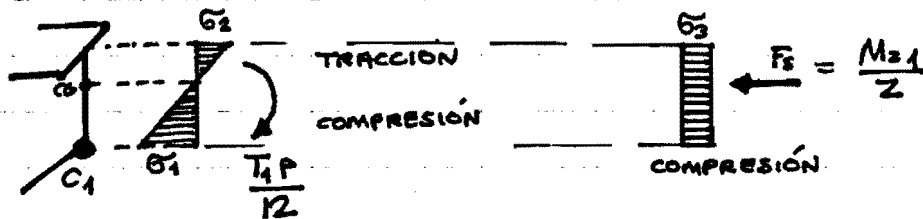
Las estrangulaciones que generan los alveolos, poseen una sección transversal tipo T, y la cota entre los centros de gravedad correspondientes a la zona superior e inferior la simbolizaremos por z

El momento flector M_{F1} , lo descomponemos en dos fuerzas F_s y F_t cuyos módulos son:

$$F_s = F_t = \frac{M_{F1}}{z}$$

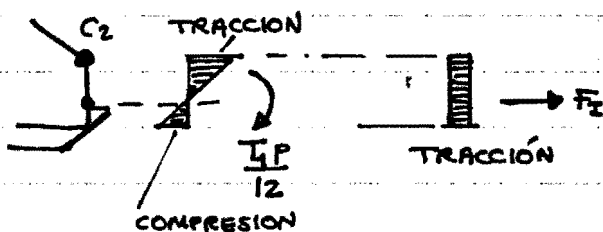


Los puntos que tendremos que verificar son C_1 y C_2 , puesto que resultan los más desfavorables, tal como se puede verificar analizando las tensiones que producirán en la sección que los engloba, el momento $\left(\frac{T_1}{2}\right) \cdot \left(\frac{P}{6}\right)$ y el axial F



$G_2 < G_1$ y además en las fibras superiores las tensiones de la flexión y de F poseen signos opuestos.

Análoga circunstancia se produce en la parte inferior





En este corte, aun no tienen importancia práctica las tensiones tangenciales, pero si en la siguiente verificación.

Las tablas nos proporcionarán el área y el momento resistente de la sección T que se produce limitando superior o inferiormente el alveolo, y que simbolizaremos por:

$$A_c \quad W_c \quad \text{---T---} \quad z \quad \text{---} \quad \gamma_c \quad \left(W_{z^c} = \frac{I_z^c}{\gamma_c} \right)$$

En consecuencia, la tensión en los puntos C a verificar, será:

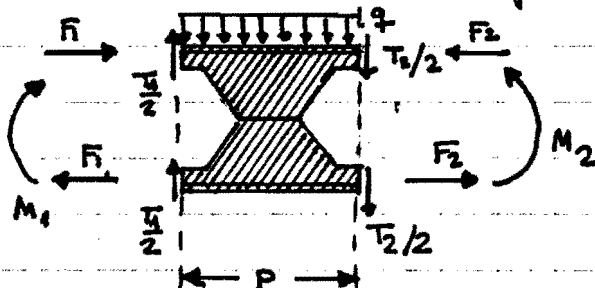
$$\sigma_c = \frac{F}{A_c} + \frac{M_F}{W_c} = \frac{M_{Fz_1}}{z A_c} + \frac{T_1 \cdot p / 12}{W_c} = \sigma_c$$

- (Donde M_{z_1} y T_1 representan la sollicitación momento flector y esfuerzo cortante en la sección central del alveolo)
- (p el paso de alveolo — lo proporcionan las tablas)
- (z la distancia entre los C. de G de la T superior e inferior)
- (A_c, W_c área y momento resistente de la T)

Si la verificación resultase negativa, se macizará el correspondiente alveolo, verificandose el siguiente de forma análoga.

Una vez determinado el número de alveolos a macizar por el apoyo izquierdo, se repetirá la operación pero desde el apoyo derecho.

Verificado los puntos C, pasaremos a verificar si resisten las estrangulaciones verticales extremas, para lo cual aislaremos inicialmente un elemento del tipo siguiente:

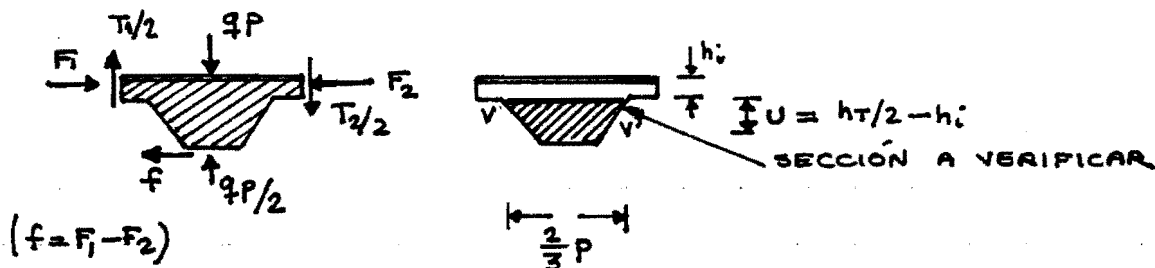


$$F_1 = M_1 / z$$

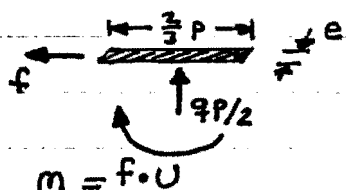
$$F_2 = M_2 / z$$



Si consideramos que las flexiones locales que recibe la pieza que hemos aislado, son tales que el momento flector en el centro es nulo, es factible realizar un nuevo corte



Las sollicitaciones que se producen en el corte VV' son:



Las tensiones normales que se producirán como consecuencia de la compresión y la flexión, serán:

$$\sigma = \frac{qP/2}{\frac{2}{3}pe} + \frac{m}{e(\frac{2}{3}P)^2/6}$$

$$\sigma = \frac{3}{4} \frac{q}{e} + \frac{27}{2} \frac{(F_1 - F_2) (\frac{h_T}{2} - h_i)}{ep^2}$$

$$\sigma = \frac{3}{4e} \left[q + g \frac{(M_1 - M_2) (h_T - 2h_i)}{zp^2} \right] \quad (*)$$

La tensión tangencial se supone con ley uniforme, en cuyo caso:

$$\tau = \frac{f}{\frac{2}{3}pe} = \frac{3}{2} \frac{F_1 - F_2}{pe} = \frac{3}{2} \frac{M_1 - M_2}{pez} = \tau$$

Para verificar si la tensión es correcta o no, en el corte VV' , se aplica el criterio de Von Mises:

$$\sigma^* > \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Caso de que no se verificase esta condición, habría que macizar el ALVEOLO situado hacia el apoyo más próximo, y verificar el siguiente.

(*) NOTA. — $h_T - 2h_i$ es la altura del ALVEOLO que se simboliza por h_a