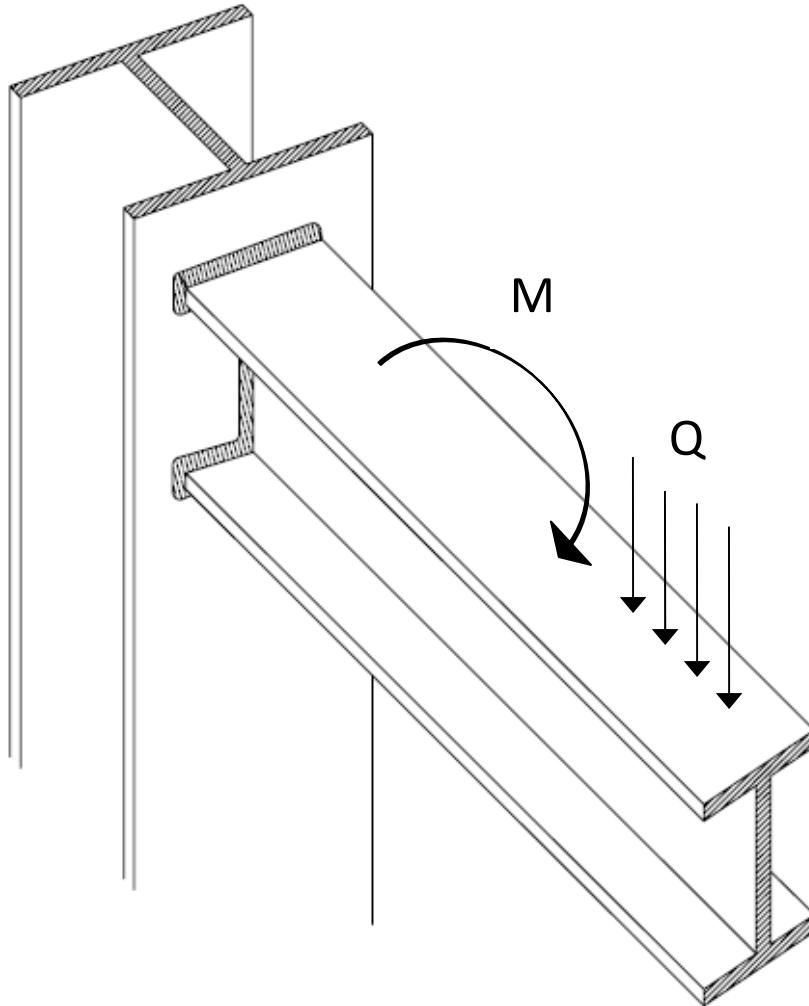


# DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS

Roberto Guerra Fontana



11

CORTADURA



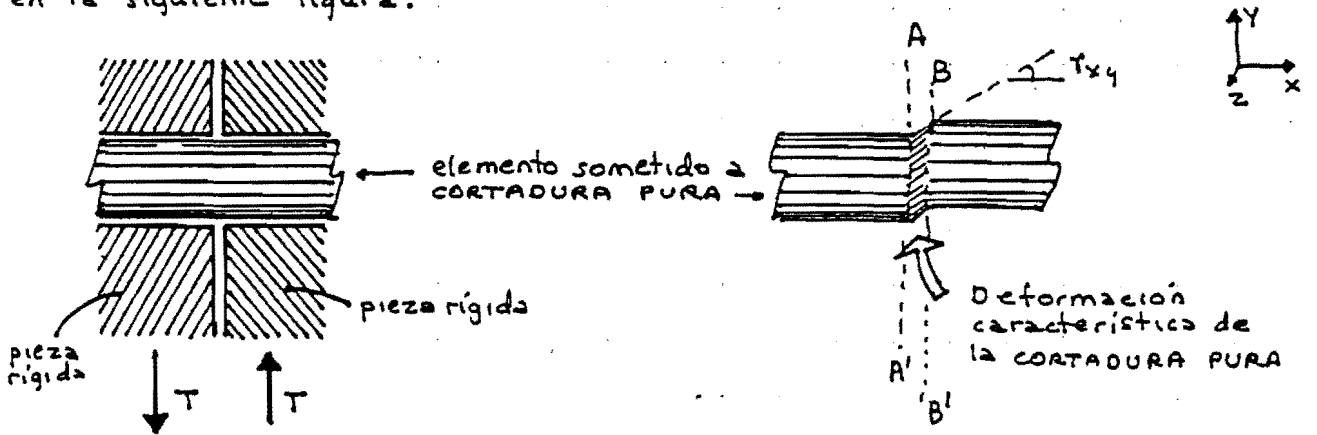
11. CORTADURA



11.1. TEORIA ELEMENTAL DE LA CORTADURA PURA

Anteriormente hemos estudiado la distribución de tensiones tangenciales que produce un esfuerzo cortante cuando el mismo se produce por variación del momento flector, en una sección exenta en su contorno.

Ahora vamos a estudiar el caso de que el contorno de la sección esté empotrada en el interior de una pieza rígida, tal como se indica en la siguiente figura.

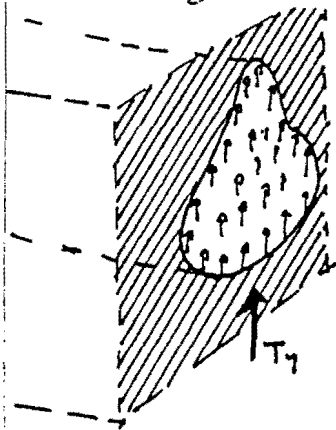


En el espacio comprendido entre los dos bloques que empotran al elemento a analizar, y a través de los cuales se transmite el esfuerzo cortante, se produce una distorsión o variación angular  $\gamma_{xy}$ , que supondremos constante, lo cual equivale a establecer la hipótesis de que las secciones AA' y BB' permanecen planas, utilizando nuevamente la HIPÓTESIS DE BERNOULLI para la cortadura pura.

Si la variación angular es constante, lo será también la tensión tangencial, ya que se debe verificar:

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$$

Esto exige que los puntos del contorno sufran tensión tangencial  $\tau_{xy}$ , lo cual es factible, porque dicho contorno no es exento, en cuyo caso dicha tensión tendría que ser nula, como acontecía en la FLEXIÓN SIMPLE.



Para que exista equilibrio deberá verificarse:

$$T_y = \int_S \tau_{xy} ds = \int_S G_T \gamma_{xy} ds$$

Como tanto el módulo de elasticidad transversal  $G_T$ , como la variación angular es constante en todos los puntos de la sección, resulta:

$$T_y = G_T \gamma_{xy} \int_S ds = G_T \gamma_{xy} A$$



$$\gamma_{xy} = \frac{T_y}{G_T A} \quad \tau_{xy} = \frac{T_y}{A}$$

En la flexión simple, también se establece:

$$\gamma_{xy} = \frac{T_y}{G_T A_R}$$

donde  $A_R$  es un área reducida, es decir:  $A_R = A \cdot \alpha$

siendo  $\alpha$  un coeficiente cercano a la unidad, que depende de la sección.

Concluyendo; cuando existe cortadura con contorno no exento, se supone constante la ley de tensiones tangenciales, y estas valen:

$$\tau_{xy} = \frac{T_y}{A}$$

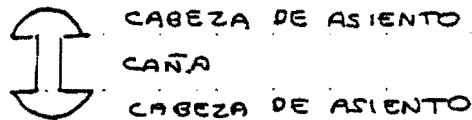
A continuación vamos a estudiar el dimensionado de elementos cuya sollicitación fundamental es la CORTADURA PURA, como son las UNIONES REMACHADAS Y ATORNILLADAS, o el caso mixto de UNIONES SOLDADAS



## 11.2 CÁLCULO DE UNIONES REMACHADAS Y ATORNILLADAS

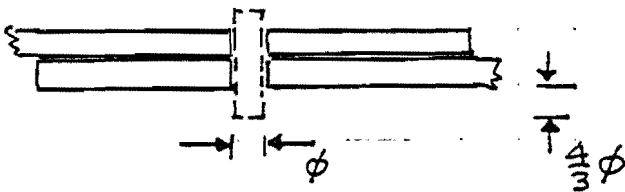
A este tipo de uniones se le aplica la teoría de la cortadura pura, puesto que la experiencia demuestra que con la misma se obtienen buenos resultados.

Los elementos que integran el roblón o remache son la CAÑA y la CABEZA DE ASIENTO según se indica en la figura siguiente:



El roblón se introduce calentado al ROJO NARANJA o al ROJO CEREZO CLARO lo que corresponde a temperaturas comprendidas entre 950 a 1050 °C

Una vez introducido el roblón se golpea mediante un martillo neumático a la vez que se ejerce presión en el otro extremo, con lo que se produce la DOBLE CABEZA que asegura la unión, puesto que al enfriarse apretarán fuertemente las chapas que unen, lo que produce una oposición a posibles deslizamientos mediante fuerzas de rozamiento, que pese a poder llegar a ser muy importantes, se desprecian.



Se adopta como diámetro de la caña a efectos de cálculo es de los taladros de las chapas a unir.

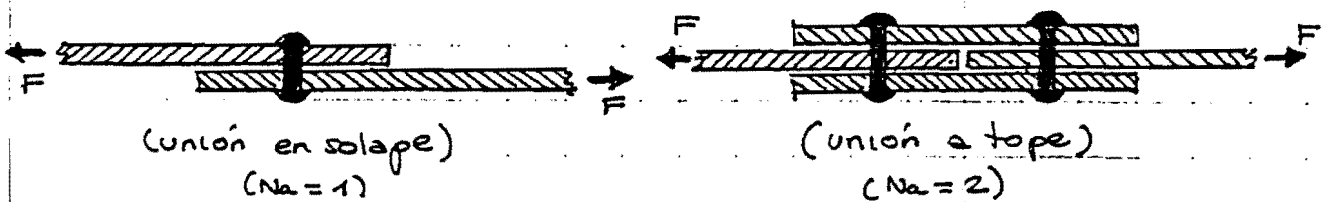
La normativa que regula las uniones atornilladas está desarrollada en la MV 106, desarrollándose a continuación únicamente los conceptos básicos que condicionan el dimensionado de los mismos.

Las posibles causas que pueden COLAPSAR una unión roblonada son:

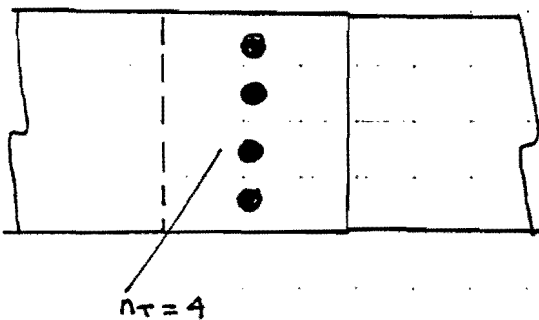
- \* ROTURA DEL ROBLÓN POR CORTADURA DEL MISMO.
- \* ROTURA POR APLASTAMIENTO DE LA CHAPA
- \* ROTURA DE LA CHAPA POR DESGARRAMIENTO.
- \* ROTURA DE LA CHAPA EN EL SOLAPE (rotura marginal)

Veamos como cada una de ellas puede evitarse con un correcto dimensionado.

### ROTURA DEL ROBLÓN POR CORTADURA PURA DEL MISMO.



Simbolizemos por  $n_t$  el número de roblones existentes en una misma alineación



Si simbolizamos por  $N_a$  el número de alineaciones, el total de roblones existentes será:

$$N_b = n_t \cdot N_a$$

Suponiendo que mayoramos las acciones, y minoramos la resistencia, se podrá dimensionar la unión para la rotura en tales circunstancias, lo que exige que la tensión de cada roblón sea la tensión tangencial de fluencia, en cuyo caso:

$$F^* = N_a n_t A \bar{\sigma}_{f1}$$

( $A \rightarrow$  área de un roblón)

Por lo tanto:

$$(\bar{\sigma}_{f1} = \sigma_{f1} / \sqrt{3} \alpha)$$

$$N_a n_t \geq \frac{F^*}{A \bar{\sigma}_{f1}}$$

Teóricamente la tensión tangencial de fluencia es  $\sigma_{f1} / \sqrt{3}$ , no obstante se adoptan valores superiores, por el hecho ya indi-



caso de que se desprecian la colaboración de las fuerzas de rozamiento, lo que motiva que se adopte como  $\alpha$  para:

- ROBLONES  $\alpha = 1.39$
- TORNILLOS  $\alpha = 1.13$

Lo que equivale a que se adopte como tensión tangencial de fluencia, los valores:

$\tilde{\sigma}_{fi} = 0.8 \bar{\sigma}_{fi}$	en ROBLONES
$\tilde{\sigma}_{fi} = 0.65 \bar{\sigma}_{fi}$	en TORNILLOS

Si deseamos expresar el AREA A en  $cm^2$  y utilizar como  $\phi$  el símbolo expresivo de diámetro en milímetros, la relación entre ambas magnitudes es:

$$A = \frac{\phi^2}{127.32} \quad \begin{array}{l} A \text{ en } cm^2 \\ \phi \text{ en mm} \end{array}$$

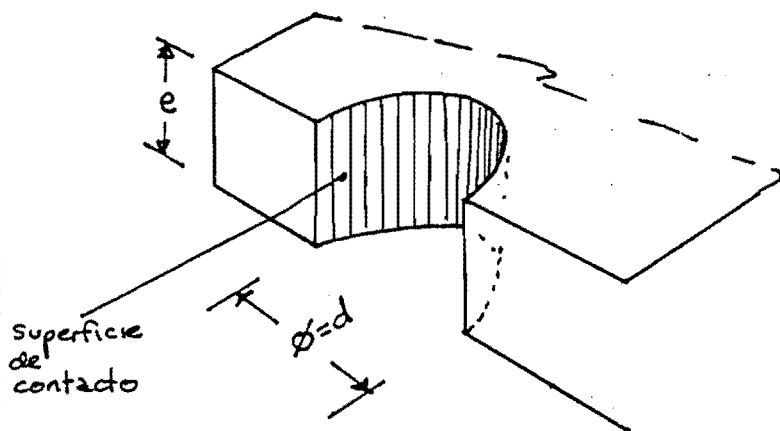
Sustituyendo, resultará:

$N_a n_t \geq \frac{159,15 F^*}{\phi^2 \tilde{\sigma}_{fi}}$	(ROBLONES)
$N_a n_t \geq \frac{195,88 F^*}{\phi^2 \tilde{\sigma}_{fi}}$	(TORNILLOS)

$F^*$  en Kg  
 $\tilde{\sigma}_{fi}$  en Kg/cm<sup>2</sup>  
 $\phi$  en mm

## ROTURA POR APLASTAMIENTO DE LA CHAPA

Se supone una presión uniforme en la superficie de contacto roblón - chapa.



El coeficiente  $\alpha$ , con el que mayoraremos la tensión admisible de la placa, por el citado hecho de prescindir de las fuerzas de rozamiento, serán mayores que los utilizados en la verificación anterior, puesto que serán:

$\alpha = 2.5$	ROBLONES
$\alpha = 2$	TORNILLOS

Por lo tanto:

$$F^* \leq N_a n_t d e \alpha \bar{\sigma}_{f1}$$

Si expresamos el diámetro en mm y en tal caso lo simbolizamos por  $\phi$ , resultará:

$$(d = \phi / 10)$$

$$N_a n_t \geq \frac{10 F^*}{\alpha \phi e \bar{\sigma}_{f1}}$$

$$\begin{array}{l} \phi \text{ en mm} \\ e \text{ en cms} \end{array} \quad \begin{array}{l} \bar{\sigma}_{f1} \text{ en kg/cm}^2 \\ F^* \text{ en kg} \end{array}$$



$$N_a n_t \geq \frac{4 F^*}{\phi e \bar{\sigma}_{f1}} \quad \text{ROBLONES}$$

$$N_a n_t \geq \frac{5 F^*}{\phi e \bar{\sigma}_{f1}} \quad \text{TORNILLOS}$$

La relación óptima entre el diámetro y el espesor de la placa, será:

$$\frac{159,15 F^*}{\phi^2 \bar{\sigma}_{f1}} = \frac{4 F^*}{\phi e \bar{\sigma}_{f1}} \quad (\text{en roblones})$$

$$\frac{195,88 F^*}{\phi^2 \bar{\sigma}_{f1}} = \frac{5 F^*}{\phi e \bar{\sigma}_{f1}} \quad (\text{en tornillos})$$



pasando e también en mm

$\frac{\phi}{e} = 4$	en roblones y en tornillos	$\phi$ y e en las mismas unidades
----------------------	----------------------------	-----------------------------------

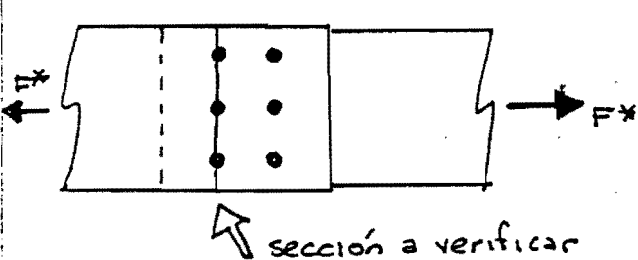
### ROTURA POR DESGARRAMIENTO DE LA CHAPA

Puede acontecer que la disminución de la superficie útil que producen los taladros, haga que la tensión supere el valor admisible, así pues se deberá verificar que:

$$\frac{F^*}{A - n_t \phi^2 / 12732} < \bar{\sigma}_{f1}$$

siendo:

- $\bar{\sigma}_{f1}$  en kg/cm<sup>2</sup>
- $F^*$  esfuerzo normal en kg
- $A$  área inicial de la chapa en cm<sup>2</sup>
- $\phi$  diámetro en mm de los roblones o tornillos
- $n_t$  número de roblones en una alineación







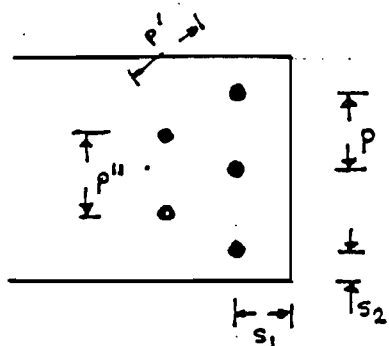
## ROTURA DE LA CHAPA EN EL SOLAPE (ROTURA MARGINAL)

Si el roblón se situa cercano al borde de la chapa, se producen concentración de tensiones, (según los análisis que se efectuaron para el estudio de las tensiones que generan esfuerzos normales), y en consecuencia puede alcanzarse la rotura.

Para evitar la rotura por excesiva aproximación del taladro a los bordes, estos deben alejarse como mínimo el doble del diámetro de los citados taladros. para bordes frontales y 1.5 si el borde es lateral,

La instrucción señala que la máxima distancia de un taladro extremo a su correspondiente borde lo determina el mínimo de los dos valores siguientes:

$$\begin{cases} 6e & (e \text{ espesor de la chapa}) \\ 3\phi & (\phi \text{ diámetro del taladro}) \end{cases}$$



En consecuencia:

$$s_1 \in (2\phi, \min \{6e\})$$

$$s_2 \in (1.5\phi, \min \{6e\})$$

Por razones análogas se limita la distancia entre ejes de taladros consecutivos, lo que suele denominarse PASO, los cuales deben tener valores comprendidos entre los siguientes límites:

ROBLONES	TORNILLOS
$p \in (3\phi, \min \{8\phi\})$	$p \in (3.5\phi, \min \{8e\})$

En la unión de barras traccionadas el límite máximo del paso, puede adoptarse el  $\min \{25e, 15\phi\}$



Con lo expuesto, pueden dimensionarse los roblones si se calcula la fuerza que deben soportar, la cual puede proceder de un esfuerzo cortante  $T$  o de un momento situado en el plano de los roblones, hecho que motiva que se les denomine a los citados momentos como torsores, aunque procedan de una flexión.

La fuerza cortante se supone que se distribuye por igual entre todos los roblones, tal como se ha indicado en las verificaciones anteriormente desarrolladas.

Para determinar la fuerza  $f$  que actúa sobre cada roblón como consecuencia de un torsor  $M$ , se procede de la forma siguiente:

1º Se adoptan dos ejes de referencia  $Z$  e  $Y$

2º Se calcula el área que definen todos los taladros

$$A = \sum \frac{\phi_i^2}{127.32} \quad \begin{matrix} A \text{ en cm}^2 \\ \phi \text{ en mm} \end{matrix}$$

3º Se obtiene el momento estático del conjunto de roblones respecto a los ejes  $Z$  e  $Y$ .

$$U_z = \sum y_i \phi_i^2 / 127.32 \quad \begin{matrix} y_i, z_i \text{ en cms} \\ U_z \} \text{ en cms}^3 \\ U_y \} \end{matrix}$$

$$U_y = \sum z_i \phi_i^2 / 127.32$$

4º Se calcula el momento de inercia del conjunto de roblones respecto a los citados ejes:

$$I_z = \sum y_i^2 \phi_i^2 / 127.32 \quad \begin{matrix} y_i, z_i \text{ en cms} \\ I_z \} \text{ en cms}^4 \\ I_y \} \end{matrix}$$

$$I_y = \sum z_i^2 \phi_i^2 / 127.32$$

5º Se obtiene las coordenadas del C. de G. del conjunto de roblones:

$$Z_G = U_y / A \quad Y_G = U_z / A$$

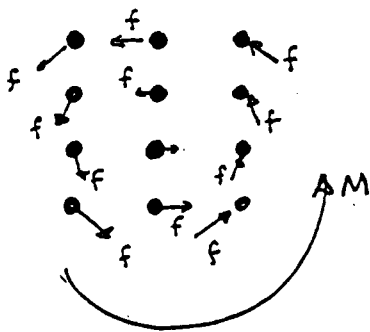
6º Se calcula el momento de inercia polar de todos los roblones respecto al C. de G.



$$I_0 = I_z + I_y - A(z_G^2 + y_G^2) \quad (I_0 \text{ en cm}^4)$$

La fuerza  $f$ , que se producirá en un roblón de coordenadas  $(z_i; y_i)$ , será:

$$f_i = \frac{\phi_i^2}{127.32} \frac{M}{I_0} \sqrt{(z_i - z_G)^2 + (y_i - y_G)^2}$$



- M en Kg.cm
- $\phi_i$  en mm
- $I_0$  en cm<sup>4</sup>
- $z_i, y_i, z_G, y_G$  en cms
- $f_i$  en Kg

El proceso descrito, tiene como fundamento teórico el suponer que el C.de G. del conjunto de taladros, será a su vez el centro de rotación como consecuencia del momento torsor  $M$ , y por lo tanto el movimiento de la chapa será proporcional a la distancia al citado centro, y ello implicará que la tensión tangencial que se genera como consecuencia de la citada tendencia de movimiento, en cada roblón, será proporcional a su distancia al centro de gravedad, lo cual permite conjuntamente con la condición de equilibrio estático deducir que el coeficiente de proporcionalidad es:  $M/I_0$ , por lo que la tensión tangencial en el centro del taladro será:  $f_i = \frac{M}{I_0} r_i$ , siendo  $r_i$  la distancia entre dicho centro y el de gravedad. Conocido  $z_i$ , para obtener  $f_i$  solo se precisa multiplicar por el área del roblón, la cual es en efecto  $\phi_i^2/127.32$  teniendo en cuenta el cambio de unidades.

$$(r_i = \sqrt{(z_i - z_G)^2 + (y_i - y_G)^2})$$

Hoy en día, se tiende a la eliminación de las uniones ro-  
bionadas por las soldadas, por lo que a continuación vamos a es-  
tudar estas.

## 11.3. UNIONES SOLDADAS

El calor generado por un arco eléctrico o un soplete oxiace-  
tileno, que al fundir el electrodo proporciona el METAL DE  
APORTACIÓN que se deposita entre las piezas a unir, lo cual  
se consigue por fusión, formandose el denominado CORDÓN  
DE SOLDADURA.

Existen dos tipos fundamentales de unión por soldadura  
que son:

SOLDADURA A TOPE

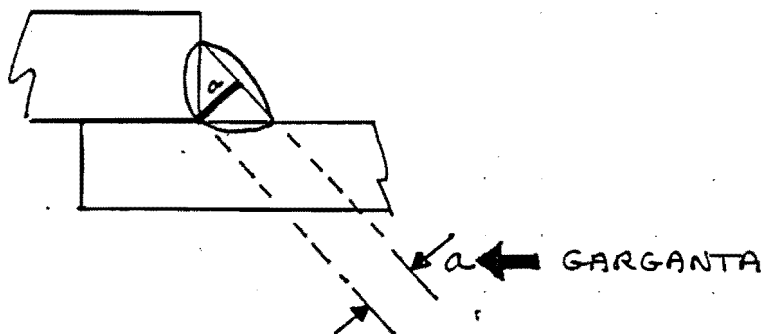


SOLDADURA EN ÁNGULO

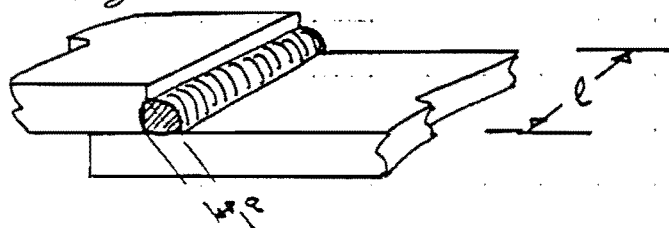


La soldadura a tope no precisa desde el aspecto de cálculo  
verificación alguna, por lo que no vamos a analizarla en este  
estudio de las uniones soldadas.

En las uniones por soldadura en ángulo es preciso defi-  
nir en primer lugar lo que se entiende por: GARGANTA, la  
cual es la cota  $a$  de la figura siguiente.



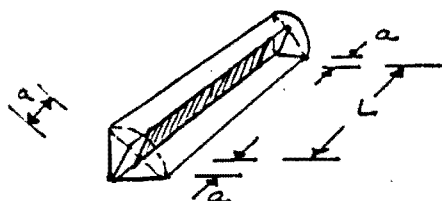
La longitud eficaz de un cordón de soldadura, se obtiene  
descontando la longitud de dos gargantas de la longitud real del cordón



$$L = l - 2a$$

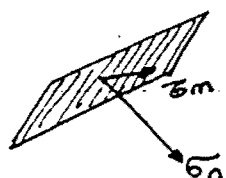
L LONGITUD EFICAL

La superficie eficaz de un cordón de soldadura la definen la GARGANTA Y LA LONGITUD EFICAZ



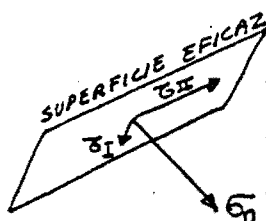
La verificación de la resistencia última de un cordón de soldadura se efectua mediante la expresión:

$$\sigma^* \geq \sqrt{\sigma_n^2 + 1,8 \sigma_m^2}$$



(Recuerdese que el criterio de Von Mises establecía:

$$\sigma^* \geq \sqrt{\sigma_x^2 + 3\sigma_{xy}^2}$$



Como:  $\sigma_m = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2}$

se suele indicar que:

$$\sigma^* \geq \sqrt{\sigma_n^2 + 1,8(\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2)}$$

Así pues, la verificación de un cordón de soldadura se reduce a deducir las tensiones  $\sigma_n$ ,  $\sigma_I$ , y  $\sigma_{II}$  que se producen en la SUPERFICIE EFICAZ como consecuencia de las ACCIONES EXTERIORES.

Los Cordones de soldadura pueden resistir los siguientes tipos de sollicitaciones:

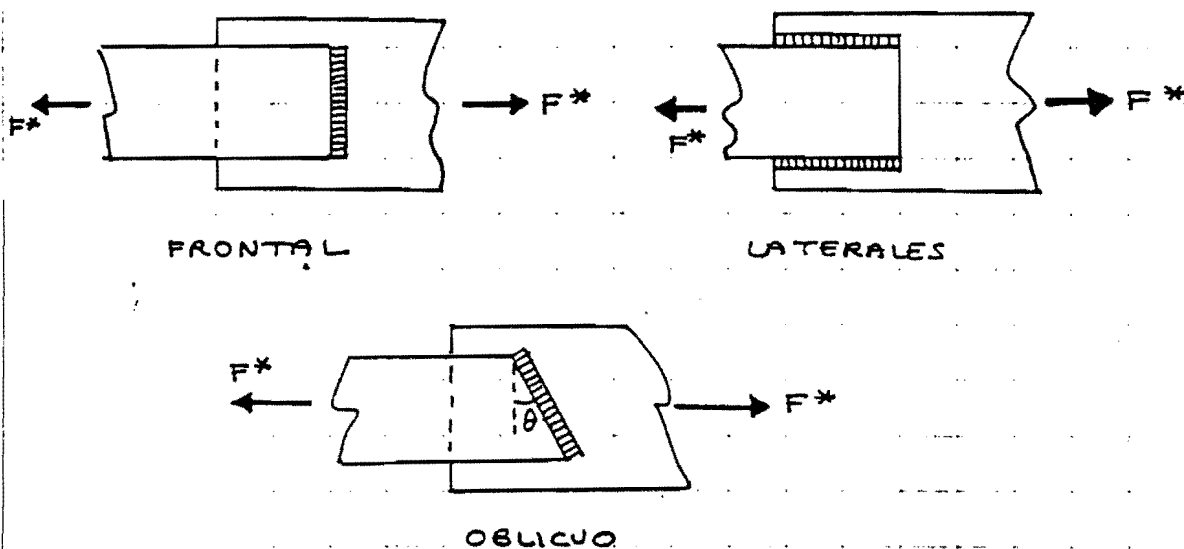
- ESFUERZOS NORMALES
- ESFUERZOS CORTANTES
- MOMENTOS FLECTORES
- MOMENTOS TORSORES.



## ESFUERZOS NORMALES Y CORTANTES. —

Los esfuerzos normales y cortantes actúan sobre los cordones de soldadura de forma análoga, siendo el factor principal la disposición del cordón con respecto a dichas sollicitaciones, lo que permite distinguir 3 casos fundamentales, que son:

- CORDONES FRONTALES
- CORDONES LATERALES
- CORDONES OBLICUOS



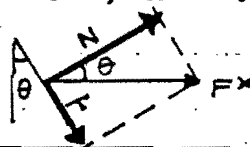
Las chapas unidas mediante cordones de soldadura, en las figuras anteriores están todas sollicitadas a esfuerzo normal, no obstante, según la disposición del citado cordón, este podría decirse que trabaja a esfuerzo normal (caso del frontal), o a esfuerzo cortante (en los LATERALES), o de forma mixta en el caso de cordón oblicuo.

Vamos a estudiar exclusivamente el caso del cordón oblicuo, puesto que el FRONTAL y el LATERAL pueden considerarse casos particulares del mismo, adoptando  $\theta = 0$  ó  $\theta = 90$  respectivamente.

Las sollicitaciones del cordón oblicuo, serán:

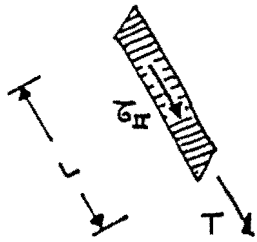
$$N = F^* \cos \theta$$

$$T = F^* \sin \theta$$



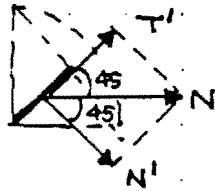


Si simbolizamos por  $L$  la longitud eficaz y por  $a$  la garganta del cordón,  $T$  producirá una tensión tangencial  $\sigma_{II}$  de valor:



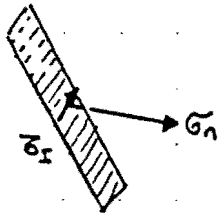
$$\sigma_{II} = \frac{T}{La}$$

La acción  $N$  actúa en planta normalmente al cordón, pero en sección puede observarse que no es así, por lo que descompondremos dicha acción en dos, una normal a la superficie eficaz, y otra contenida en la misma



$$T' = N' = N \cdot \cos 45 = \frac{N\sqrt{2}}{2}$$

$T'$  y  $N'$  producirán tensiones tangenciales  $\sigma_I$  y tensión normal  $\sigma_n$ , en la superficie eficaz de valor:



$$\sigma_I = \sigma_n = \frac{T'}{La} = \frac{N'}{La} = \frac{N\sqrt{2}/2}{La}$$

Aplicando la expresión correspondiente a la verificación de la resistencia de un cordón, resultará:

$$\sigma^* \geq \sqrt{\left(\frac{N\sqrt{2}/2}{La}\right)^2 + 1.8 \left(\left(\frac{N\sqrt{2}/2}{La}\right)^2 + \left(\frac{T}{La}\right)^2\right)}$$

Operando:

$$\sigma^* \geq \frac{1}{La} \sqrt{1.4 N^2 + 1.8 T^2}$$

Sustituyendo  $N$  y  $T$  por la relación que presentan en este caso con  $F^*$ , resultará:

$$\sigma^* \geq \frac{F^*}{La} \sqrt{1.4 \cos^2 \theta + 1.8 \sin^2 \theta}$$



Roberto Guerra Fontana

CORTADURA

11.14.

$$F^* = \frac{\sigma^* n L a}{\sqrt{1,4 + 0,4 \sin^2 \theta}}$$

n número de cordones oblicuos  
de longitud eficaz L  
de garganta a  
y ángulo  $\theta$

$\sigma^*$  tensión característica del acero  
 $F^*$  fuerza máxima capaz de absorber por la unión soldada

Si  $\theta = 0 \Rightarrow \sin \theta = 0 \Rightarrow$

$$F^* = 0,845 \sigma^* L a n$$

CORDÓN FRONTAL

Si  $\theta = 90 \Rightarrow \sin \theta = 1 \Rightarrow$

$$F^* = 0,745 \sigma^* L a n$$

CORDÓN LATERAL

Así pues el cordón frontal es más favorable que el lateral.

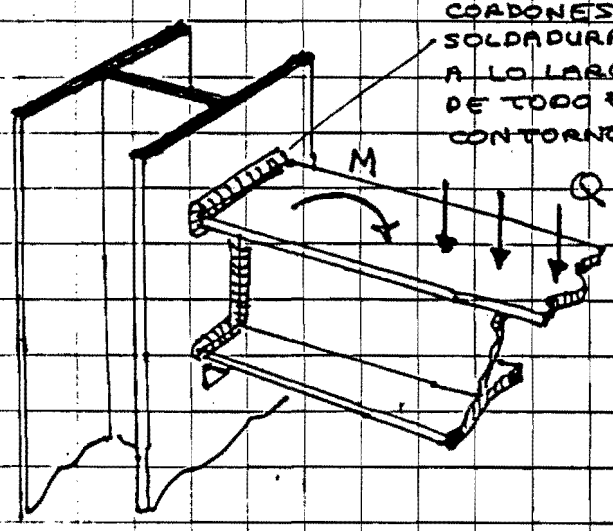
Si existen varios cordones de distinto tipo, se produce un problema hiperestático, que puede resolverse calculando la fuerza  $F_m$  que sección capaces de equilibrar todos trabajando a  $\sigma^*$ , y de ello se deduce que la tensión real de trabajo de todos los cordones es:

$$\sigma_R = \sigma^* F^* / E_m$$

lo cual constituye una solución aproximada

MOMENTOS FLECTORES.-

Si una barra se une a otra, mediante la soldadura de su contorno, como acontece en la figura, estos deberán absorber



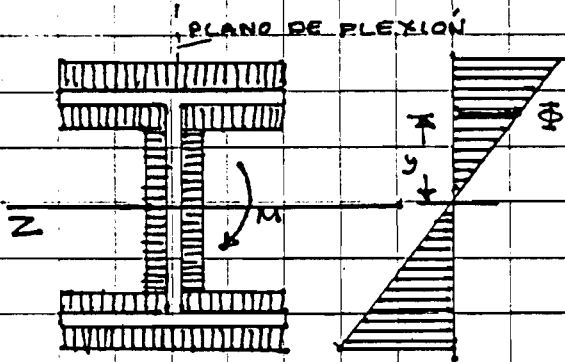
un cierto momento M que efectúan las cargas Q actuantes sobre la barra unida por soldadura.

(La determinación del momento M, corresponde al capítulo de ANÁLISIS ESTRUCTURAL)





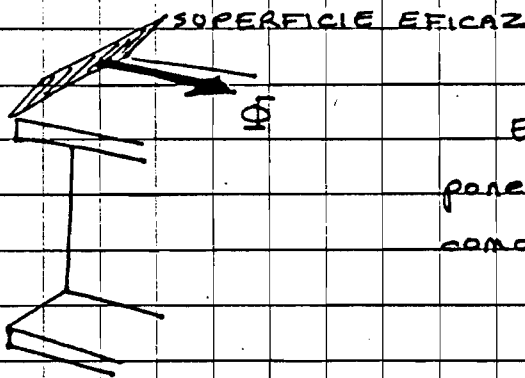
La determinación de la tensión  $\Phi$  que se produce en cada punto del cordón de soldadura, se efectúa abatiendo las superficies eficaces, y considerando el conjunto de estas superficies abatiadas como una sección, a la que aplicaremos la TEORÍA GENERAL DE LA FLEXIÓN, en consecuencia:



$$\Phi = \frac{M_z}{I_z} y$$

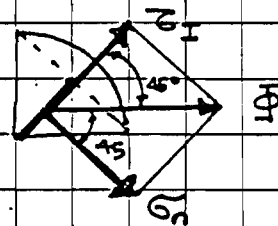
$I_z$  es el momento de inercia del conjunto de SUPERFICIES EFICACES

Hemos simbolizado la tensión en un punto por  $\Phi$ , puesto que esta es oblicua respecto a la superficie eficaz, por lo que no puede considerarse ni como  $\sigma_n$  ni como  $\sigma_z$ :



Esto nos obliga a descomponer  $\Phi$  en dos tensiones, tal como se indica en la figura:

$$\sigma_s = \sigma_n = \frac{\Phi}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Por lo cual:

$$\sigma_n = \sigma_s = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{M_z}{I_z} y$$

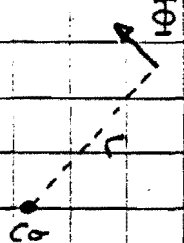
Si la unión está también solicitada por un esfuerzo cortante, se determinarán las tensiones  $\sigma_n$ ,  $\sigma_s$  y  $\tau$  que como consecuencia del mismo se producen en cada cordón, utilizando el método anteriormente indicado.

Conocidas todas las tensiones que se producen en cada uno de los cordones se utilizará la expresión que verifica la resistencia de un cordón:  $\sigma^* > \sqrt{\sigma_n^2 + 1.2(\sigma_s^2 + \tau^2)}$

## MOMENTOS TORSORES (MOMENTOS CONTENIDOS EN EL PLANO DE LA SOLDADURA)

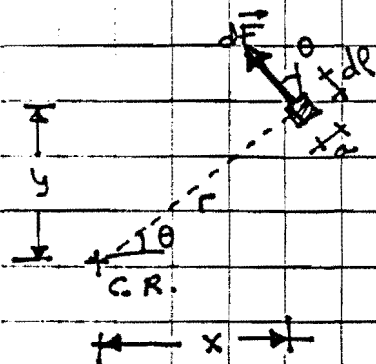
Para el análisis de las uniones soldadas, consideramos momentos torsores aquellos que actúan en el plano de la soldadura, (cuyo origen puede ser una flexión).

El planteamiento teórico que resuelve este problema es análogo al que se expuso para la resolución de uniones roblonadas, consistente en suponer que el momento  $M$  actuante provocará un giro  $\alpha$  del conjunto por deformación, siendo las tensiones que se producirán en cada punto, proporcionales al movimiento que generan dichas deformaciones, y estos movimientos lo serán a su distancia al centro de rotación, que se sitúa en el C.d.G. del conjunto. Por lo tanto:



$$\Phi = k r \quad \text{siendo } k \text{ el coeficiente de proporcionalidad.}$$

El hecho de que el centro de rotación sea coincidente con el C.d.G., surge de imponer que la resultante de las fuerzas que originan las tensiones  $\Phi$  debe ser nula. En efecto



$$dF = \Phi da = k r a dl$$

$$dF_x = -k r a dl \sin \theta$$

$$dF_y = k r a dl \cos \theta$$

$$dF_x = -k a dl y$$

$$dF_y = +k a dl x$$

$$F_x = 0 \Rightarrow -k \int y a dl = 0 \Rightarrow U_x = 0$$

$$F_y = 0 \Rightarrow +k \int x a dl = 0 \Rightarrow U_y = 0$$

Si el momento estático respecto a los ejes  $x$  e  $y$  es nulo, es que dichos ejes contienen el CENTRO DE GRAVEDAD, por lo cual



el centro de rotación es coincidente con él.

La constante se determina imponiendo la condición de equilibrio estático  $\Sigma M = 0$ , puesto que:

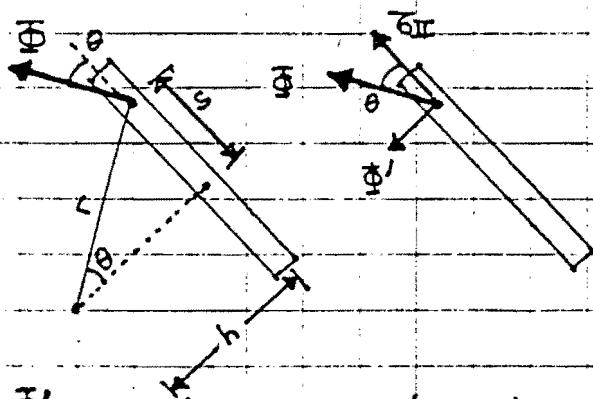
$$M_T = \int_S r dF = \int_S r k r adl = k \int_S r^2 adl = k I_0$$

(La integral  $\int_S r^2 adl$  es el momento de inercia polar, del conjunto de superficies eficaces abatidas, con respecto al centro de rotación o centro de gravedad.)

$$k = \frac{M_T}{I_0}$$

y por lo tanto: 
$$\Phi = \frac{M_T}{I_0} r$$

La tensión  $\Phi$  se tendrá que descomponer en  $\sigma_n, \sigma_T$  y  $\sigma_{II}$ ,

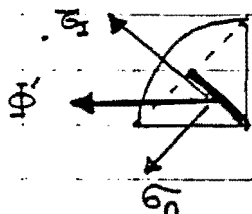


para lo cual, descomponeremos previamente  $\Phi$  en  $\Phi'$  y  $\sigma_{II}$

$$\Phi' = \Phi \operatorname{sen} \theta$$

$$\sigma_{II} = \Phi \operatorname{cos} \theta$$

Pero  $\Phi'$  es oblicua respecto a la superficie eficaz, lo que nos obliga a descomponerla en  $\sigma_n$  y  $\sigma_T$ .



$$\sigma_n = \Phi' \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sigma_T = \Phi' \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Por lo que: 
$$\sigma_n = \sigma_T = \frac{M_T}{I_0} r \operatorname{sen} \theta \frac{\sqrt{2}}{2}$$

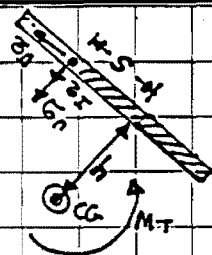
$$\sigma_{II} = \frac{M_T}{I_0} r \operatorname{cos} \theta$$

Puesto que:  $r \operatorname{cos} \theta = h$  y  $r \operatorname{sen} \theta = s$ , resulta:

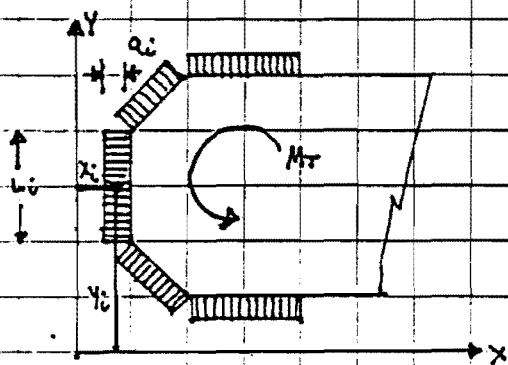


$$\sigma_n = \sigma_x = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{M_T}{I_0} s$$

$$\sigma_{II} = \frac{M_T}{I_0} h$$



Nos queda por resolver la obtención del c.d.e.G. del conjunto de superficies eficaces, y el momento de inercia polar de las mismas, respecto al citado punto, lo cual puede efectuarse siguiendo la metodología que a continuación se indica.



Se obtienen los siguientes parámetros geométricos:

$$A = \sum a_i L_i$$

$$U_x = \sum y_i a_i L_i$$

$$U_y = \sum x_i a_i L_i$$

$$I'_0 = \sum a_i L_i \left( x_i^2 + y_i^2 + \frac{L_i^2 + a_i^2}{12} \right)$$

De los cuales se deduce la posición del centro de gravedad y el momento de inercia polar

$$x_G = \frac{U_y}{A} \quad y_G = \frac{U_x}{A}$$

$$I_0 = I'_0 - A(x_G^2 + y_G^2)$$

$$\sigma_n = \sigma_x = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{M_T}{I_0} s$$

$$\sigma_{II} = \frac{M_T}{I_0} h$$

Si simultáneamente a  $M_T$  actúa un esfuerzo cortante, se calcularán las tensiones que producen en cada punto las dos sollicitaciones, y tras sumarlas, se verificará si se cumple la ecuación o condición de resistencia de un cordón.

$$\sigma^* \geq \sqrt{\sigma_n^2 + 1.8(\sigma_x^2 + \sigma_{II}^2)}$$