EXPOSITION INTERNATIONALE D'AMSTERDAM

1883

EXPOSITION

DE LA

MAISON BEER

A JEMEPPE, PRÈS LIÈGE

(Belgique)

(THÉORIE DE LA POMPE JONVAL)

LIÈGE
IMPRIMERIE DE H. DESSAIN
RUE TRAPPÉ, N° 7

1883

GROUPE VIII. — CLASSE 47.

Pompe Jonval.

Lorsqu'on doit élever de grands volumes d'eau à de petites hauteurs, on fait usage des pompes centrifuges, des roues élévatrices, des vis d'archimèdes etc.; les pompes Jonval n'ont reçu dans ces cas, que peu d'applications et cependant leur emploi pourrait être très avantageux.

L'abandon qui semble frapper la pompe Jonval provient peut être de cette circonstance, que la théorie de cette pompe n'a pas encore été publiée.

La Maison Beer s'est proposé de tirer la pompe Jonval de l'oubli et à cet effet, elle expose un spécimen de cette pompe et dans la présente notice, elle donne le résumé d'un théorie de la pompe, telle qu'elle l'a conçue.

Les données qui caractérisent la pompe exposée sont :

diamètre moyen de la roue à aubes	640 millimètres
nombre de tours par minute	200
volume d'eau élevé par heure	720 M^3
hauteur totale d'élévation de l'eau	1500 $^{m.m.}$

Théorie de la pompe Jonval.

Si l'on fait tourner en sens contraire les aubes d'une turbine Jonval, on obtient une pompe rotative qui peut élever un volume d'eau W à une hauteur H. La pompe est composée de la manière suivante :

Description. ABCD, directrices supérieures fixes et inclinées, se terminant verticalement à la partie supérieure. (fig. 1).

CDEF, aubes mobiles fixées sur un noyau N, calé sur l'arbre IK.

EFGH, directrices inférieures, fixes, verticales, destinées à éviter les tourbillons d'eau qui se produiraient par entraînement de la roue à aubes.

ABLM, espace annulaire servant au dégagement de l'eau élevée et s'évasant au fur et à mesure de son élévation, afin de diminuer autant que possible la vitesse ascensionnelle de l'eau au moment où elle quitte l'appareil.

nn, niveau inférieur de l'eau ; dans le cas de la fig. 1, la pompe n'aspire pas. L'aspiration pourra cependant s'effectuer et les aubes se trouver au-dessus de *nn*, ainsi que nous le verrons plus loin.

Tracé des directrices et des aubes. Soient : T la hauteur des directrices supérieures ; t la hauteur des aubes ; $\varrho = \frac{R + r}{2}$ le rayon de deux nappes cylindriques ayant respectivement pour hauteur T et t.

Développons ces deux nappes, nous obtiendrons deux rectangles fig. 2, ayant pour longueur $2 \pi \varrho$ et pour hauteurs T et t.

Après avoir déterminé le nombre des directrices et des aubes, ainsi que les angles qu'elles font avec les longs côtés des rectangles, on recherchera par tâtonnement ou par le calcul, les rayons de cercles tels qu'on puisse d'un trait de compas tracer les aubes et les directrices sur les nappes. Après avoir tracé ces lignes, on reformera les deux nappes cylindriques dans leurs positions respectives autour de l'axe de la machine.

Les arcs de cercles décrits sur les nappes figureront les traces des directrices et des aubes sur ces deux nappes.

Si nous assujettissons une ligne droite à suivre ces traces en passant par l'axe et en restant perpendiculaire à cet axe, cette ligne sera la génératrice de nos deux systèmes de surfaces courbes.

Dans la suite de ce travail, nous considérerons les directrices et les aubes rapportées au rayon moyen ρ ; il en résultera une petite erreur que nous signalerons plus loin.

Fonctionnement de la pompe. Les aubes inclinées provoquent l'ascension de l'eau : elles lui donnent sur toute leur longueur, une suite d'impulsions qui déterminent sa vitesse ascensionnelle.

Si au lieu d'agir sur un corps continu comme l'eau, l'aube agissait sur un mobile libre, la vitesse verticale de ce mobile varierait en chaque point de l'aube et dépendrait des inclinaisons de cette aube ; mais il n'en est pas ainsi dans la pompe Jonval, parce que l'eau est une matière continue et si une partie de cette matière a une tendance à s'élever plus rapidement que celle qui la suit, la première entraînera la seconde, si non, elle formerait le vide à sa suite.

Dans ces conditions si les canaux formés par les aubes ont une section horizontale constante, la vitesse ascensionnelle de l'eau sera constante dans les aubes et cette vitesse dépendra de la somme des impulsions que l'eau aura reçue pendant tout le temps qu'elle aura séjourné dans les aubes.

Première condition. Afin d'éviter les contractions des veines fluides, les remous, les chocs, afin de simplifier les calculs, on s'impose la condition de rendre *constante* la vitesse ascensionnelle de l'eau dans les aubes, ainsi qu'au moment de son entrée dans les directrices.

Si donc W est le volume de l'eau à élever, S la surface libre *en projection horizontale* de la roue à aubes et de l'entrée libre dans les directrices supérieures, on doit avoir $\frac{W}{S} = V =$ constante en désignant par V la vitesse verticale de l'eau.

Forme de l'enveloppe des directrices et des aubes. Les directrices supérieures et les aubes sont inclinées, mais leurs inclinaisons ne sont pas constantes de sorte que $a\ b$ fig. 2 est plus petit que $c\ d$ si l'épaisseur e reste constante et afin de satisfaire à la condition précédente, on est obligé pour conserver S constant, *sans trop varier l'épaisseur e,* de varier R et r, et on arrive ainsi à la forme de la fig. 1.

Cette forme se prête bien du reste au mouvement de l'eau.

Nombre d'aubes et de directrices. Le nombre d'aubes et le nombre de directrices ne sont pas les mêmes afin que les parties supérieures des aubes ne se trouvent pas toutes en même temps en dessous des parties inférieures des directrices. Le nombre des aubes est plus grand que celui des directrices et les deux nombres doivent être premiers entre eux.

Entrée de l'eau dans les aubes fig. 3. La somme des impulsions données par la rotation des aubes déterminera la vitesse verticale absolue V de l'eau dans les aubes ; soit v la vitesse de rotation des aubes et θ, l'angle que fait la verticale avec la direction du premier élément de l'aube ; on devra, pour éviter le choc de l'aube contre l'eau, avoir la relation suivante :

$$v = V \operatorname{tg} \theta; \quad \text{mais } V = \frac{W}{S} \quad \text{d'où } v = \frac{W}{S} \operatorname{tg} \theta.$$

Sortie de l'eau des aubes fig. 3. D'après le genre de construction admis précédemment la vitesse verticale V de l'eau reste constante ; soit v_1 la vitesse horizontale de l'eau *par rapport à l'aube ;*

δ l'angle du dernier élément de l'aube avec la verticale; l'eau sortira de l'aube suivant *om* tangente à l'aube en o et dans des conditions telles que l'on aura : $v_1 = V \operatorname{tg} \delta = \frac{W}{S} \operatorname{tg} \delta$.

La vitesse horizontale *absolue* de l'eau à la sortie de l'aube sera $v - v_1$ et l'eau sortira réellement de

Fig. 1.

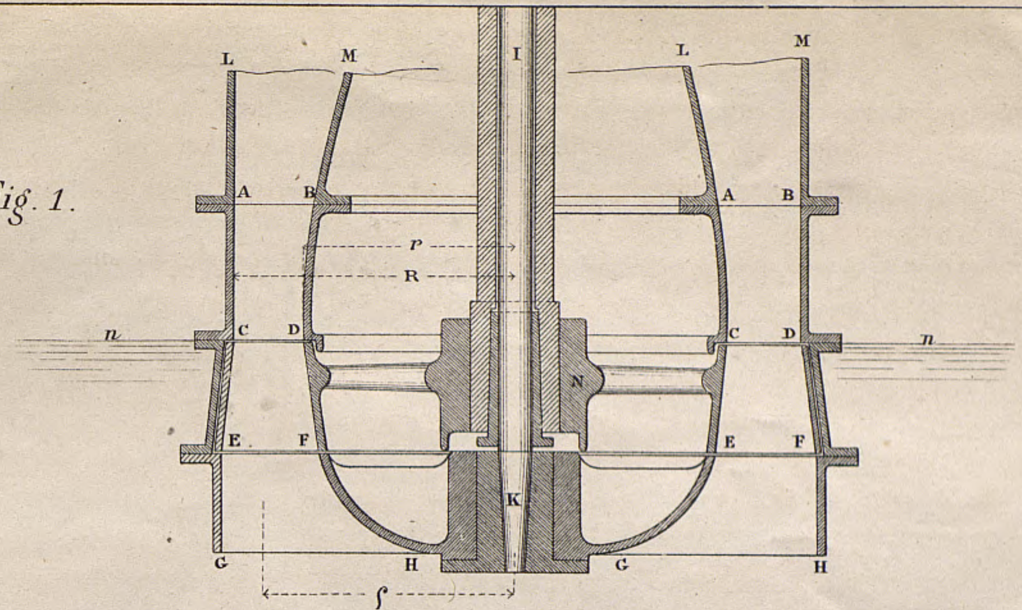


Fig. 2.

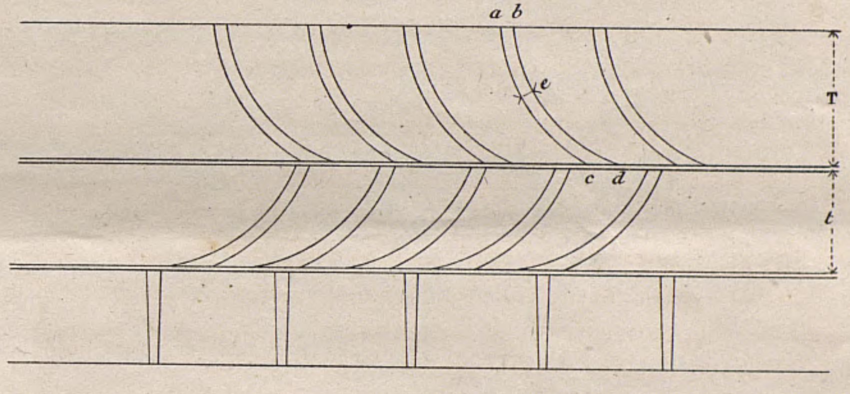
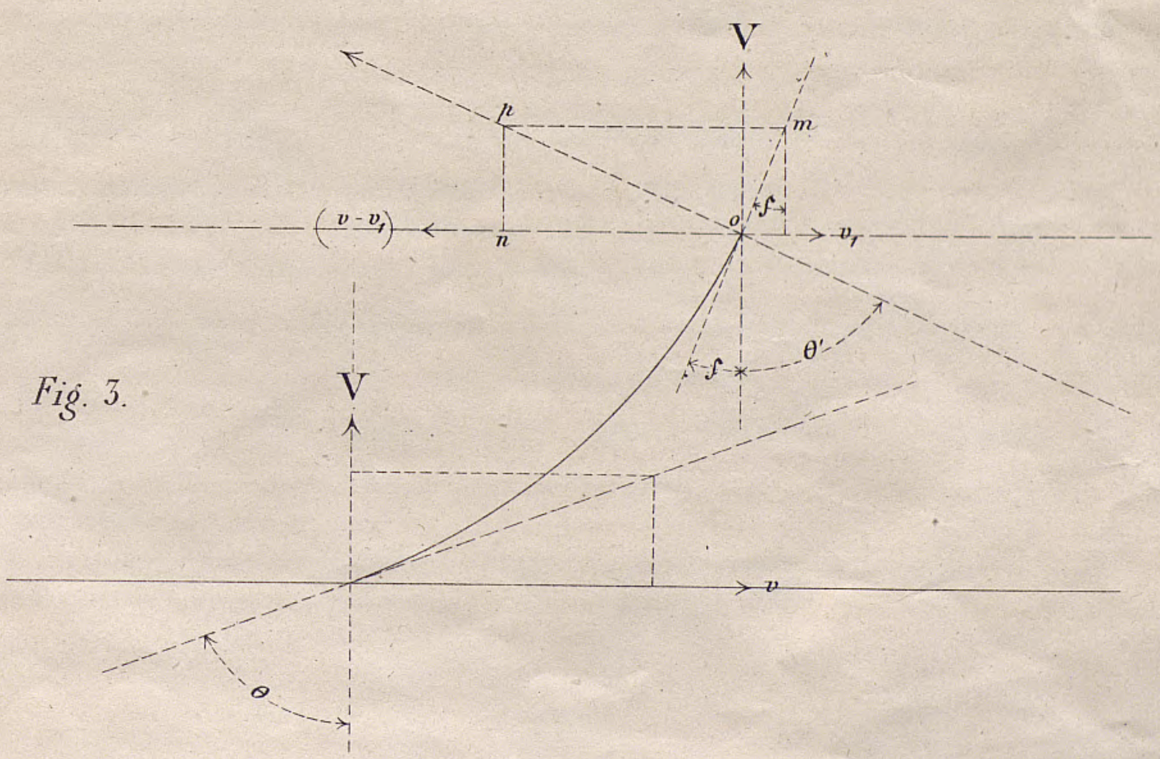


Fig. 3.



l'aube avec la vitesse absolue op résultante de V et $v-v_1$ et pour éviter le choc à l'entrée des directrices, celle-ci devront à leur naissance, avoir la direction op.

Soit θ' l'angle que fait le premier élément de la directrice avec la verticale on doit avoir

$$v-v_1 = \mathrm{V}\ \mathrm{tg}\ \theta' = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{S}}\mathrm{tg}\ \theta'.$$

Résumé des formules précédentes.

Entrée de l'eau dans les aubes	Vitesse verticale absolue.	$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{S}}$
	id. horizontale par rapport à l'aube . .	$v = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{S}}\ \mathrm{tg}\ \theta$
	id. id. absolue.	zéro.
Sortie de l'eau des aubes.	Vitesse verticale absolue	$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{S}}$
	id. horizontale par rapport à l'aube . .	$v_1 = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{S}}\ \mathrm{tg}\ \delta$
	id. id. absolue	$v-v_1 = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{S}}\ \mathrm{tg}\ \theta'$

Deuxième condition. Substituant à v et v_1 leurs valeurs dans la dernière formule et réduisant on obtient :

$$\mathrm{tg}\ \theta - \mathrm{tg}\ \theta' = \mathrm{tg}\delta.$$

Telle est la relation qu'il est nécessaire d'observer entre les trois angles θ, θ', δ.

On sera donc libre de se donner deux angles et le troisième sera déterminé par la relation ci-dessus.

Calcul du diamètre de la roue à aubes.

Le mouvement des aubes a provoqué en fin de compte:

1° La vitesse verticale absolue $\mathrm{V} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{S}}$ dont la hauteur motrice théorique est : $h = \frac{\mathrm{W}^2}{2\,\mathrm{S}^2 g}$

2° La vitesse horizontale absolue $v - v_1 = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{S}}\mathrm{tg}\ \theta'$ dont la hauteur motrice théorique est :

$$h' = \frac{\mathrm{W}^2\ \mathrm{tg}^2\ \theta'}{2\,\mathrm{S}^2\ g}$$

Abstraction faite des frottements et des contractions des veines liquides la somme $(h + h')$, doit être égale à la somme de :

1° H, hauteur d'élévation de l'eau.

2° h'' hauteur motrice de la vitesse u que l'eau conserve au moment de quitter le tuyau ascendant de la pompe, et on aura pour l'expression théorique de cette hauteur motrice : $h'' = \frac{u^2}{2g}$

La valeur de u sera $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{S}_1}$, S_1 étant la surface de l'orifice de sortie de l'eau.

Théoriquement, sans tenir compte des causes de perte signalées précédemment, on aura :

$$h + h' = \mathrm{H} + h''$$

$$\text{ou} \quad \frac{\mathrm{W}^2}{2\,\mathrm{S}^2\ g} + \frac{\mathrm{W}^2\ \mathrm{tg}^2\theta'}{2\,\mathrm{S}^2\ g} = \mathrm{H} + \frac{u^2}{2g} = \mathrm{H} + h''.$$

Afin de rendre la formule précédente utile au praticien, nous devons y introduire des coëfficients d'expérience qui tiennent compte :

1° des contractions des veines fluides qui ont pour effet de diminuer le volume d'eau W.

2° Des frottements, qui correspondent à une augmentation de la hauteur H.

On tiendra compte de ces circonstances en affectant W et H d'un coëfficient déterminé par l'expérience ; et la formule précédente deviendrait ainsi :

$$\frac{K^2 W^2}{2 S^2 g}\left(1 + tg^2 \theta'\right) = K_1 H + \frac{u^2}{2g},$$

d'où on déduit :

$$S = K W \sec \theta' \sqrt{\frac{1}{2g H K_1 + u^2}} \qquad (3).$$

Nous n'avons pas tenu compte de la correction à apporter à la hauteur motrice $\frac{u^2}{2g}$, parce que u est très petit dans une pompe bien faite et la valeur de u^2 n'a ainsi qu'une influence insignifiante sur celle de S.

La surface horizontale de l'entrée de l'eau dans les aubes, avec la vitesse verticale V, a pour valeur : $S = \pi (R^2 - r^2) - ne (R - r)$, n, étant le nombre d'aubes.

On se donne le rapport entre R et r ; soit M ; on aura : $r = MR$,

$$\text{d'où } S = \pi R^2 (1 - M^2) - ne\, R\, (1 - M) \qquad (4).$$

Substituant cette valeur de S dans (3) on obtiendra une équation qui déterminera R.

Travail. Le travail utile sera $Tu = W \gamma H$, en désignant par γ le poids du mètre cube d'eau.

Le travail dépensé, sans tenir compte des frottements des pièces mécaniques et des autres résistances passives sera :

$$K W \gamma K_1 H = T.$$

Enfin en tenant compte des causes de perte ci-dessus on aura pour le travail total dépensé :

$$Tt = (K W \ \gamma K_1 H) K_2.$$

Le coëfficient d'effet utile sera donné par :

$$\frac{Tu}{Tt} = \frac{1}{K \times K_1 \times K_2}; \quad K = 1.05, \quad K_1 = 1.10.$$

Si l'on admet que le travail des frottements des pièces mécaniques, etc., est d'environ 10 °/₀ du travail T, on aura $K_2 = 1.10$ et $\frac{Tu}{Tt} = \frac{1}{1.05 \times 1.10 \times 1.10} = 0.787.$

Ainsi donc, une pompe Jonval bien construite rendrait les 0.787 du travail emprunté à un moteur.

Il semble qu'on a obtenu pour des turbines Jonval des rendements de 80 °/₀ : cependant, il sera prudent *pour un constructeur* de ne compter que sur 70 °/₀.

Discussion des formules et observations. 1° En restant dans le cas de la pompe Jonval, on déduit de (2) : $\theta \overset{=}{>} \theta'$; pour $\theta = \theta'$ on a $\delta = \theta$.

2° Si dans (1) on remplace S par sa valeur (3) on obtient :

$$v = \frac{Tg\, \theta \sqrt{2g\, H K_1 + u^2}}{K \sec \theta'} \qquad (5).$$

De cette expression on déduit :

v augmente lorsque θ augmente.

v diminue lorsque θ' augmente.

Il pourrait y avoir avantage à augmenter θ' pour diminuer v, mais la plus grande valeur de θ' est θ ; donc v est minimum lorsqu'on a $\theta = \theta'$ et dans ce cas v diminuera avec θ et θ'.

3° Si dans la formule $V = \frac{W}{S}$ on remplace S par sa valeur (3), on obtient :

$$V = \frac{\sqrt{2g\, H K_1 + u^2}}{K \sec \theta'} \qquad (6).$$

Si θ' augmente, θ doit augmenter aussi, lorsqu'on est arrivé à la limite $\theta' = \theta$. Alors V diminue et S augmente ; la hauteur motrice de V diminuera et la hauteur d'aspiration de la pompe augmentera, en effet :

Soit A la pression atmosphérique en colonne d'eau ;

H_1 la hauteur d'aspiration de la pompe ;

K_2 un coëfficient expérimental, plus grand que l'unité.

On devra avoir pour la valeur maximum de V

$$\left.\begin{array}{l} V = \sqrt{2g\,(A - H_1\,K_2)} \\ \text{d'où } K_2\,H_1 = A - \dfrac{V^2}{2g} \end{array}\right\} \quad (7)$$

H_1 augmentera donc très rapidement quand V diminuera. Nous en concluons que, pour les grandes hauteurs d'aspiration, θ et θ' devront être grands, parce qu'alors V diminue.

La formule (7) ne donne cependant pas la limite maximum de V ; il est des cas où les valeurs de V déterminées par cette formule seraient beaucoup trop grandes ; ces cas se présentent lorsque les hauteurs de refoulement sont petites ; en effet :

Si la vitesse V est grande pour une petite hauteur de refoulement, l'eau pourrait s'élever à une plus grande hauteur que celle prévue. La limite extrême de V serait donnée alors par

$$V = \sqrt{2g[K_1(H - H_1) + h'']} \qquad (8).$$

En pratique on restera bien en dessous de cette limite parce qu'elle suppose $v = 0$.

On voit que V peut osciller dans de grandes limites ; pour les grandes aspirations, V devra être inférieur à la valeur (7) et pour les petites hauteurs de refoulement, V devra être inférieure à la valeur (8).

Si l'on admet avec nous, la restitution de la force vive par l'espace annulaire ABLM, on n'aurait pas à s'inquiéter d'une trop grande valeur à donner à V parce qu'on choisirait pour LM une valeur assez grande et telle que u serait très petit. Cependant, si la hauteur de refoulement était petite, l'évasement de l'espace annulaire ABLM devrait s'effectuer sur une petite hauteur et alors les tranches liquides pourraient ne plus s'élever parallèlement en s'épanouissant, mais s'élever d'une façon désordonnée qui donnerait lieu à des bouillonnements et à des valeurs exagérées de u en certains points de la surface liquide.

4° Pour $\delta = o$, alors $v_1 = o$ et on a entre V et v la relation

$$V^2 + v^2 = 2g\,(H\,K_1 + h'') \qquad (9).$$

Les vitesses V et v varieraient donc l'une par rapport à l'autre, suivant la relation (9).

La surface S augmente quand V ou v diminue.

Au point de vue du coût de la construction, il y aura avantage à rendre S minimum et ce résultat sera atteint si l'on tend vers la limite $V = v$. (limite extrême car alors $\theta = 45°$).

Si cette limite peut être atteinte alors (9) devient :

$$V^2 = g\,(H\,K_1 + h'') \qquad (10)$$

On cherchera si la valeur de V donnée par la relation (10) est inférieure à celles qui seraient fournies par les relations (7) et (8) ; dans ce cas on prendrait la valeur (10) de V.

Dans le cas contraire on devra diminuer la vitesse V jusqu'à ce qu'elle soit inférieure à l'une des deux vitesses données par les relations (7) et (8).

Après avoir fixé la valeur de V, on déterminera v par la relation (9).

6° Tous nos calculs ont été basés sur cette circonstance que les angles θ, θ', δ, restent constants sur toute la largeur des aubes et des directrices ; il n'en est cependant pas ainsi ; ces angles diminuent en se rapprochant de l'axe de rotation et grandissent en s'en écartant. Cependant, si l'on adopte la relation $\dfrac{r}{R} = 0{,}7$, l'erreur commise est très petite.

7° Quelle que soit H_1 la hauteur H mesure la différence des niveaux supérieur et inférieur de l'eau ; en effet :

Si A est la pression atmosphérique en hauteur d'eau, la pression sur l'aube sera mesurée par $A + H - H_1$.

La pression sous l'aube sera mesurée par $A - H_1$.

La pression résultante aura pour valeur : $A + H - H_1 - (A - H_1) = H$.

8° Entre les vitesses V et v on a encore la relation $\frac{v}{V} = \operatorname{tg} \theta$.

9° Si on maintient toutes les dimensions de la pompe, si la vitesse v est portée à nv alors : V devient nV, le volume W devient nW, la hauteur H s'élève à n^2H, le travail Tt atteint n^3Tt. On suppose que la condition (7) est remplie.

Si on peut évaser convenablement le tuyau de refoulement et maintenir pour nW la vitesse de sortie u du volume W, alors : si v devient nv, V devient nV, H reste constant, W se change en nW et Tt en nTt.

10° La vitesse de rotation v s'obtiendra directement en fonction des angles θ et θ' et de la hauteur H, comme suit :

$$V = \frac{v}{\operatorname{tg} \theta.}$$

$$v - v_1 = V \operatorname{tg} \theta'.$$

$$(v - v_1)^2 + V^2 = 2\,g\left(H\,K_1 + h''\right)$$

De ces équations on déduit :

$$v^2 \left(\frac{1 + \operatorname{Tg}^2 \theta'}{\operatorname{Tg}^2 \theta.}\right) = 2g\left(H\,K_1 + h''\right)$$

Marche à suivre dans le calcul d'une pompe.

[redacted].

La relation (1) d'une part et les relations (3) et (4) combinées d'autre part, fourniront deux équations en θ et R, qui permettront de déterminer ces valeurs.

[redacted].

Données pratiques.

$K = 1.05$.

$K_1 = 1.20$.

$K_2 = 1.10$.

$\delta = 0$.

$\theta = \theta'$.

$e = \frac{1}{40} \cdot \frac{R + r}{2}$. Si l'épaisseur devient trop faible pour la fonte, on construira les cloisons en tôle.

$r = 0.7$ R. Si le rapport des rayons augmentait, il conviendrait de diviser les aubes et les directrices par des anneaux concentriques et de construire les aubes et les directrices pour chaque espace annulaire.

Les nombres des aubes et des directrices seront premiers entre eux.

La distance des aubes varie de 120 à 300 millimètres ; jusque trois mètres d'élévation d'eau on pourra admettre 300 millimètres ; à 12 mètres on donnera 150 millimètres ; pour des hauteurs intermédiaires on choisira des chiffres proportionnels aux précédents.

La hauteur des aubes varie entre $\frac{R}{5}$ et $\frac{R}{3}$.

On admet la première valeur jusqu'à 3 mètres d'élévation de l'eau et la dernière pour 12 mètres.

Il convient d'admettre un nombre pair d'aubes afin de pouvoir boucher les aubes symétriquement si on voulait diminuer le volume d'eau sans rien changer à la vitesse de rotation et à la hauteur de refoulement.