

UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

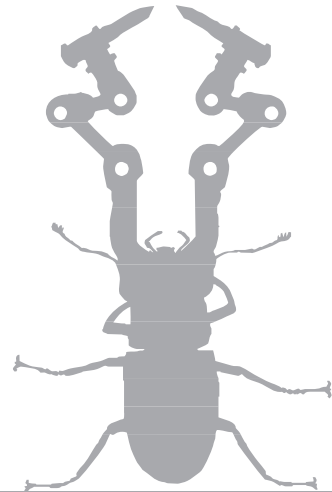
→ **UPCPOSTGRAU**

Protección de sistemas eléctricos de potencia →

Ramón M. Mujal







UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH



iniciativa  
digital politècnica  
Publicacions Acadèmiques UPC

→ **UPCPOSTGRAU**

Protección de sistemas eléctricos de potencia →

Ramón M. Mujal

Primera edición: septiembre de 2014  
Diseño y dibujo de la cubierta: Jordi Soldevila  
Diseño maqueta interior: Jordi Soldevila

© Ramón M. Mujal, 2014

© Iniciativa Digital Politècnica, 2014  
Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC  
Jordi Girona Salgado 31,  
Edifici Torre Girona, Planta 1, 08034 Barcelona  
Tel.: 934 015 885  
[www.upc.edu/idp](http://www.upc.edu/idp)  
E-mail: [info.idp@upc.edu](mailto:info.idp@upc.edu)

DL B. 17552-2014  
ISBN: 978-84-7653-973-6

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede realizarse con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista en la ley.



## Prólogo

La idea de escribir un libro sobre protección de sistemas eléctricos de potencia surgió de la necesidad de recoger, en una única obra, los aspectos teóricos y prácticos que rigen en la actualidad las disciplinas de Ingeniería de segundo ciclo que tratan temas afines. Ciertamente, ya existen excelentes libros teóricos sobre el tema, pero escasean o son prácticamente inexistentes los que lo hacen de forma práctica.

Cabe recordar que un análisis completo de los sistemas eléctricos exige no solo considerar el régimen de funcionamiento anómalo, sino también el régimen de funcionamiento normal. Para un mejor y más completo estudio global de los sistemas eléctricos de potencia, se remite al lector a la obra *Cálculo de líneas y redes eléctricas*, de la misma editorial y autor.

La presente obra es eminentemente práctica, sin más pretensiones que ofrecer, en un solo libro, los aspectos teóricos y prácticos más importantes de la técnica, la seguridad y la economía en el transporte de la energía eléctrica.

Los contenidos se estructuran en dos módulos, con un total de cuatro capítulos bien diferenciados.

El primer módulo es teórico y está formado por los capítulos primero y segundo. En él se estudian los sistemas de potencia que trabajan en régimen transitorio, es decir, en situaciones anómalas, como pueden ser las provocadas por los cortocircuitos u otros fallos eléctricos. Así, en el capítulo 1 (“Cortocircuitos en las instalaciones eléctricas”), se realiza un estudio exhaustivo de los fallos eléctricos más importantes, los cortocircuitos. Se exponen los tipos existentes de estos fallos, las variaciones temporales que



experimentan las magnitudes eléctricas, los efectos térmicos y dinámicos que se producen, y se estudian ampliamente los diferentes sistemas para limitar las corrientes de falta. Finalmente, el capítulo se completa con el cálculo de las impedancias de cortocircuito y el cálculo de las corrientes de cortocircuito mediante las directrices de la norma VDE 0102. Por su parte, el capítulo 2 (“Redes de secuencia y componentes simétricas en los sistemas de potencia”) nos introduce en el análisis de los fallos eléctricos, tanto simétricos como asimétricos, mediante el método de las redes de secuencia y las componentes simétricas. El capítulo describe las redes de secuencia (redes directa, inversa y homopolar) y posteriormente analiza las componentes simétricas, a través de las cuales se demuestran las fórmulas básicas que permiten el cálculo de los diversos tipos de cortocircuitos.

El segundo módulo, eminentemente práctico, está formado por dos capítulos bien diferenciados, ya que mientras que el capítulo 3 (“Problemas resueltos de cálculo de fallos en sistemas de potencia”) está formado por problemas completamente resueltos y razonados, el capítulo 4 (“Problemas propuestos de fallos en sistemas eléctricos de potencia”) ofrece una serie de problemas propuestos con sus correspondientes soluciones, para que el lector pueda ejercitarse en su resolución y comprobar así si ha asimilado la materia objeto de estudio. Concretamente, en el capítulo 3 se resuelven, de forma completa y razonada, diez problemas correspondientes a funcionamientos anómalos de los sistemas de potencia, es decir, con fallos eléctricos. Así, forman parte de este capítulo el cálculo de las sobrecargas, las corrientes y las tensiones de cortocircuito, el dimensionado de los sistemas de protección, las puestas a tierra, o la selectividad entre protecciones. Por su parte, el capítulo 4 nos ofrece veinte enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, de fallos eléctricos en sistemas de potencia, lo que permite afianzar y consolidar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos.

Finalmente, se incluyen al final del libro unos anexos, dedicados a las fórmulas, las tablas y los gráficos necesarios, tanto para un conocimiento general de la materia como para la correcta resolución de los problemas.

No quisiera terminar esta introducción sin dar las gracias a todos los que de alguna forma han contribuido a elaborar este libro mediante sus observaciones, rectificaciones o consejos, siempre de gran utilidad. A todos ellos, y en especial a mi esposa e hijos, por su comprensión y paciencia, les pido que acepten mi más sincera gratitud.

El autor

Terrassa. Mayo de 2013









# Índice

<b>Prólogo</b> .....	5
<b>I Fallos eléctricos y método de las componentes simétricas</b> .....	16
<b>1. Cortocircuitos en las instalaciones eléctricas</b> .....	17
1.1 Introducción a los fallos eléctricos.....	17
1.1.1 Corrientes peligrosas de cortocircuito .....	17
1.2 Tipos de cortocircuitos.....	18
1.3 Parámetros eléctricos a considerar en los cortocircuitos. Conceptos según la norma VDE 0102.....	19
1.4 Corrientes de cortocircuitos. Magnitudes y variaciones temporales.....	21
1.4.1 Red monofásica sin carga.....	22
1.4.2 Red monofásica en carga .....	26
1.4.3 Redes trifásicas .....	28
1.4.4 Constantes de tiempo.....	28
1.4.5 Influencia de los tiempos de corte .....	30
1.4.6 Reactancias a considerar en máquinas síncronas ante un cortocircuito.....	30
1.4.7 Comportamiento de los motores ante un cortocircuito .....	31
1.5 Métodos para limitar las corrientes de cortocircuito.....	32
1.5.1 Limitación de la potencia total conectada a un sector. Limitación de las potencias de los transformadores de alimentación.....	33
1.5.2 Puestas a tierra no rígidas .....	33
1.5.3 Desconexiones rápidas antes de que las corrientes de fallo alcancen valores elevados .....	34
1.5.4 Desexcitación de generadores.....	34
1.5.5 Bobinas de extinción o de resonancia (Petersen) o puesta a tierra compensante .....	34
1.5.6 Empleo de tensiones elevadas.....	38



1.5.7	Interposición de bobinas limitadoras trifásicas en serie .....	38
1.6	Efectos electrodinámicos y térmicos de las corrientes de cortocircuito .....	39
1.6.1	Efectos electrodinámicos .....	39
1.6.2	Efectos térmicos de las corrientes de cortocircuito .....	40
1.7	Determinación práctica de las corrientes de cortocircuito .....	41
1.8	Impedancias directa, inversa y homopolar .....	42
1.9	Cálculo de la impedancia de aparatos y dispositivos eléctricos y de la impedancia de cortocircuito de la red .....	43
1.9.1	Impedancias de aparatos y componentes .....	43
1.9.2	Impedancias de cortocircuito de la red .....	50
1.10	Cálculo de las corrientes de cortocircuito según las directrices de la norma VDE 0102, partes 1/11.71 y 2/11.75 .....	53
1.10.1	Cálculo de las corrientes iniciales simétricas de cortocircuito con una fuente equivalente de tensión .....	53
1.10.2	Cálculo de las corrientes de cortocircuito $I_s$ , $I_a$ e $I_k$ .....	54
1.11	Cuestiones y problemas .....	55
<b>2.</b>	<b>Redes de secuencia y componentes simétricas en los sistemas de potencia .....</b>	<b>61</b>
2.1	Introducción a las redes de secuencia .....	61
2.2	Redes de secuencia .....	63
2.2.1	Impedancias y redes de secuencia .....	63
2.2.2	Impedancias de secuencia para diversos elementos de un circuito eléctrico. ....	64
2.2.3	Redes de secuencia directa e inversa .....	66
2.2.4	Redes de secuencia homopolar .....	67
2.2.5	Redes de secuencia de generadores sin carga .....	69
2.2.6	Redes de secuencia de los transformadores .....	71
2.3	Componentes simétricas .....	74
2.3.1	Método de cálculo .....	74
2.4	Cálculo de las corrientes de cortocircuito .....	79
2.4.1	Cortocircuito trifásico .....	83
2.4.2	Cortocircuito bifásico sin contacto a tierra .....	84
2.4.3	Cortocircuito bifásico con contacto a tierra .....	87
2.4.4	Cortocircuito monofásico a tierra .....	91
2.5	Cuestiones y problemas .....	94
<b>II.</b>	<b>PROBLEMAS RESUELTOS Y PROPUESTOS DE FALLOS EN SISTEMAS DE POTENCIA .....</b>	<b>99</b>
<b>3.</b>	<b>Problemas resueltos de cálculo de fallos en sistemas eléctricos de potencia ....</b>	<b>103</b>
Problema 3.1	.....	103
Problema 3.2	.....	116
Problema 3.3	.....	130
Problema 3.4	.....	142
Problema 3.5	.....	153
Problema 3.6	.....	164
Problema 3.7	.....	173
Problema 3.8	.....	184
Problema 3.9	.....	194
Problema 3.10	.....	206

<b>4. Enunciados de problemas de fallos en sistemas de potencia</b> .....	213
Problema 4.1 .....	213
Problema 4.2 .....	216
Problema 4.3 .....	218
Problema 4.4 .....	221
Problema 4.5 .....	224
Problema 4.6 .....	226
Problema 4.7 .....	227
Problema 4.8 .....	229
Problema 4.9 .....	231
Problema 4.10.....	233
Problema 4.11.....	234
Problema 4.12.....	234
Problema 4.13.....	235
Problema 4.14.....	236
Problema 4.15.....	237
Problema 4.16.....	238
Problema 4.17.....	239
Problema 4.18.....	241
Problema 4.19.....	242
Problema 4.20.....	243
<b>ANEXO</b> .....	245
ANEXO I. Constantes de magnitudes físicas, terrestres y cuánticas .....	245
ANEXO II. Resistividad ( $\rho$ ), coeficiente de temperatura ( $\alpha$ ), punto de fusión ( $^{\circ}\text{C}$ ) y densidad ( $\delta$ ) de diversos materiales y aleaciones.....	246
ANEXO III. Coeficientes de resistividad de los aislantes .....	248
ANEXO IV. Magnitudes y unidades magnéticas.....	249
ANEXO V. Conductores eléctricos .....	250
ANEXO VI. Conductancia. Autoinducción y Susceptancia .....	251
ANEXO VII. Método de las constantes auxiliares .....	252
ANEXO VIII. Método del circuito equivalente en "T", y en "Π" .....	255
ANEXO IX. Fórmulas para el cálculo de líneas eléctricas .....	258
ANEXO X. Resumen de fórmulas de líneas eléctricas.....	262
ANEXO XI. Fórmulas para el cálculo de cortocircuitos mediante el método de las redes de secuencia y las componentes simétricas .....	263
ANEXO XII. Fórmulas, Factores correctores y Tablas para el Cálculo de las Corrientes de Cortocircuito Mediante la Norma VDE 0102 .....	269
<b>Bibliografía</b> .....	273





# FALLOS ELÉCTRICOS Y MÉTODO DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS

## Presentación

Con este primer módulo, formado por los capítulos 1 y 2, se pretende acometer el estudio de los sistemas de potencia que trabajan en régimen transitorio, es decir, ante situaciones anómalas, como pueden ser las provocadas por los cortocircuitos u otros fallos eléctricos. Así, el capítulo 1 (“Cortocircuitos en las instalaciones eléctricas”) realiza un estudio exhaustivo de los fallos eléctricos más importantes, los cortocircuitos. De estos fallos, en primer lugar, se exponen los tipos existentes y se enumeran las características que los definen y que, en definitiva, determinan su aparición. Seguidamente, se analizan las variaciones temporales de las principales magnitudes eléctricas que intervienen en los diferentes tipos de cortocircuitos, en sus regímenes de carga y vacío. Las constantes de tiempo, las diferentes reactancias iniciales de las máquinas eléctricas y los efectos térmicos y dinámicos que producen estos fallos también son objeto de análisis. Posteriormente, se estudian en profundidad los diferentes sistemas para limitar las corrientes de falta, Así, tienen cabida en este capítulo desde las diversas formas de realizar una puesta a tierra, hasta el empleo de sistemas de desconexión o el uso de bobinas de extinción o resonancia. Finalmente, el capítulo se completa con el cálculo de las impedancias de diversos componentes y dispositivos eléctricos ante un fallo eléctrico y el cálculo de las corrientes de cortocircuito mediante las directrices de la norma VDE 0102.

Por su parte, el capítulo 2 (“Redes de secuencia y componentes simétricas en los sistemas de potencia”) introduce en el análisis de fallos eléctricos, tanto simétricos como asimétricos, mediante el método de las redes de secuencia y componentes simétricas. El estudio de estos fallos mediante el método de las componentes simétricas permite disminuir, en gran medida, la dificultad que entraña su cálculo. El capítulo comienza con una exposición de las redes de secuencia, que se definen para los diversos componentes de un sistema eléctrico, y se detallan los tres tipos de redes fundamentales (di-



recta, inversa y homopolar). Merecen especial atención las redes de secuencia de los generadores sin carga y de los transformadores, que serán objeto de un profundo estudio. Seguidamente, se analizan las componentes simétricas, comenzando por su razonamiento teórico, y se demuestran las fórmulas básicas que permiten su cálculo. Con las expresiones generales así obtenidas, se pasa a las fórmulas que definirán cada uno de los diversos tipos de cortocircuito que pueden presentarse en un sistema de potencia.

El análisis de situaciones anómalas permite proteger y alargar la vida de los componentes eléctricos que forman una red, al tiempo que resultan imprescindibles para dimensionar y seleccionar los sistemas de protección más idóneos para cada fallo y situación en concreto.

Unas cuestiones y unos ejercicios al final de cada capítulo permiten al lector evaluar su nivel de asimilación de la materia, así como repasar, de forma rápida, cualquier duda o concepto sobre un tema.

### Contenidos

- Capítulo 1: Cortocircuitos en las instalaciones eléctricas
- Capítulo 2: Redes de secuencia y componentes simétricas en los sistemas de potencia

### Objetivos

#### Cortocircuitos en las instalaciones eléctricas

- Ofrecer la protección necesaria a las instalaciones eléctricas.
- Conocer las características que definen los diversos tipos de cortocircuito.
- Identificar las corrientes peligrosas de cortocircuito, y asociarlas con los diversos efectos, clases de averías y tipos de redes.
- Conocer los parámetros eléctricos que intervienen en un cortocircuito según la norma VDE 0102.
- Razonar las variaciones temporales de las magnitudes eléctricas ante un cortocircuito en régimen de carga y vacío.
- Identificar las constantes de tiempo y las reactancias que intervienen en un cortocircuito.
- Definir los efectos térmicos y electrodinámicos que se originan en un cortocircuito.
- Explicar los diversos sistemas para limitar las corrientes de cortocircuito (puestas a tierra, bobinas de resonancia, empleo de tensiones elevadas, desconexiones rápidas, etc.).



- Analizar y calcular las impedancias directas, inversas y homopolares para los diversos componentes eléctricos de una red (generadores, motores, transformadores, acometidas, líneas, etc.).
- Conocer las impedancias de cortocircuito de la red para alimentaciones múltiples y redes malladas.
- Comprender el cálculo de cortocircuitos mediante el empleo de impedancias absolutas y de impedancias adimensionales.
- Saber aplicar el cálculo de las corrientes de cortocircuito según las directrices de la norma VDE 0102.

### **Redes de secuencia y componentes simétricas en los sistemas de potencia**

- Comprender la necesidad de utilizar las redes de secuencia para calcular fallos en los sistemas eléctricos.
- Conocer las características que permiten crear las diversas redes de secuencia, así como los pasos a seguir para su conversión a otras redes.
- Saber explicar con detalle los diversos tipos de redes de secuencia existentes, indicando en cada caso las características asociadas a cada uno de los componentes eléctricos que forman una red.
- Identificar los circuitos eléctricos que permiten simular las tres redes de secuencia.
- Conocer las redes de secuencia y los circuitos monofásicos equivalentes que definen los generadores y motores eléctricos.
- Conocer las redes de secuencia y los circuitos monofásicos equivalentes que definen los transformadores.
- Saber el principio que define el método de las componentes simétricas.
- Ser capaces de representar gráficamente las componentes directa, inversa y homopolar de un sistema eléctrico, así como construir, a partir de estas componentes, sus respectivos vectores principales.
- Saber calcular las ecuaciones fundamentales que definen el método de las componentes simétricas.
- Comprender el método alternativo proporcionado por la norma VDE 0102 para el cálculo de las corrientes de cortocircuito.
- Saber obtener, a partir de las ecuaciones generales dadas para las componentes simétricas, las ecuaciones que definen los cortocircuitos: trifásico, bifásico, bifásico a tierra y monofásico a tierra.

→ 1





# Cortocircuitos en las instalaciones eléctricas

## 1.1 Introducción a los fallos eléctricos

Los cortocircuitos no son frecuentes y, cuando se producen, apenas duran unas décimas de segundo, pero sus consecuencias son tan graves e imprevisibles que obligan a estudiar y mejorar constantemente los dispositivos de protección destinados a ellos.

La mayoría de las normas de protección de las instalaciones eléctricas indican que no solo han de considerarse las corrientes y tensiones debidas a las cargas de servicio, sino también las debidas a sobrecargas producidas por los cortocircuitos. Las corrientes de cortocircuito presentan valores superiores a los nominales, circunstancia que provoca sobrecargas térmicas y electrodinámicas elevadas; además, las corrientes de cortocircuito que circulan por tierra pueden ser causa de tensiones e interferencias inadmisibles. Pero no solo son importantes las corrientes máximas de cortocircuito, sino también las corrientes mínimas, pues estas son las que, en definitiva, permiten dimensionar los dispositivos de protección de las redes.

Este comportamiento de los cortocircuitos resulta especialmente peligroso si entra en contacto con las personas, porque puede ocasionar lesiones de gravedad y causar daños en los instrumentos o las máquinas de las instalaciones afectadas. Por tanto, es de suma importancia conocer los valores que en un punto determinado del circuito puedan registrar las corrientes máximas y mínimas de cortocircuito, ya que solo de esta forma será posible proteger eficazmente las instalaciones de tan graves consecuencias.

### 1.1.1 Corrientes peligrosas de cortocircuito

A efectos de seleccionar y dimensionar los dispositivos de protección adecuados a cada red, la tabla siguiente clasifica las solicitaciones más importantes, así como la forma de calcularlas.



Tabla 1.1  
Solicitaciones  
más importantes  
en las redes  
eléctricas.  
Factores de  
diseño y cálculo

Solicitaciones	Clase de fallo	Corriente de avería					Red	
		$I_k^-$	$I_k$	$I_s$	$I_a$			
Calentamiento	3 polos	X	X			Máximas corrientes de avería	AT	BT
	1 polo	X	X				AT	BT
	EE	X					AT	
Esfuerzos	3 polos			X			AT	BT
Capacidad de conexión	3 polos			X			AT	BT
	1 polo			X				BT
Capacidad de desconexión	3 polos				X		AT	BT
	1 polo				X			BT
Tensión de puesta a tierra Tensión de contacto	1 polo	X					AT	
Influencia inductiva	1 polo	X					AT	
	EE	X				AT		
Disparo de relés de protección	3 polos		X			AT	BT	
Seguridad de actuación de los dispositivos de protección para sistemas con línea de protección para puesta a neutro	2 polos		X			Mínimas corrientes de avería		BT
	1 polo		X					BT

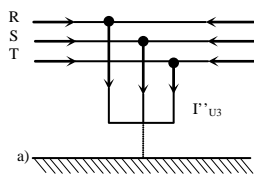
(EE = cortocircuito doble a tierra)

## 1.2 Tipos de cortocircuitos

Los tipos de cortocircuitos más frecuentes que pueden darse en una red eléctrica son cinco. (Afortunadamente, el doble contacto a tierra es poco frecuente, aunque su cálculo reviste una gran complejidad.)

En la tabla siguiente, se indican las características de estos cortocircuitos, así como su importancia y las repercusiones que tienen en las instalaciones a las que afectan.

Tabla 1.2  
Tipos de  
cortocircuitos.  
Características  
más importantes



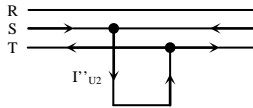
### Cortocircuito trifásico

Los cortocircuitos trifásicos son los únicos que se comportan como sistemas equilibrados, ya que todas las fases están afectadas por igual. Las tensiones en el punto de cortocircuito, tanto si este se cierra a través de tierra como si está aislado de ella, son nulas, y las intensidades presentan igual módulo pero con argumentos desfasados 120°.

Es uno de los cortocircuitos más violentos y de cálculo obligado. Al ser un sistema equilibrado, para su cálculo solo es necesario utilizar la red de secuencia directa.



### Cortocircuito bifásico sin contacto a tierra

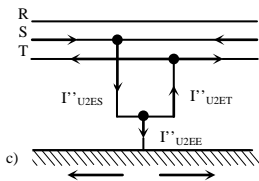


b)

Generalmente, las corrientes iniciales simétricas de cortocircuito son menores que las del fallo trifásico, pero, si el cortocircuito se produce en las inmediaciones de máquinas síncronas o asíncronas de cierta potencia, las corrientes de este fallo pueden llegar a registrar valores incluso mayores que las del cortocircuito trifásico.

Al presentarse en dos de las tres fases del sistema, este cortocircuito ya no es equilibrado y, por tanto, para su cálculo es preciso utilizar tanto la red de secuencia directa como la red de secuencia inversa.

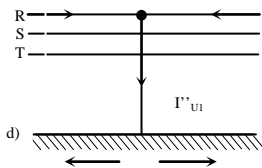
### Cortocircuito bifásico con contacto a tierra



c)

Presenta las mismas características que el cortocircuito bifásico sin contacto a tierra, pero, en este caso, con pérdida de energía hacia tierra. Ante este fallo, es necesario considerar, además de las redes de secuencia directa e inversa, la red de secuencia homopolar, debido a la pérdida de energía.

### Cortocircuito monofásico a tierra

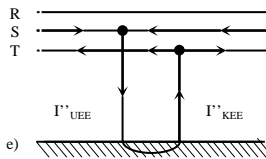


d)

Es el más frecuente y violento, y se produce con mayor frecuencia en redes rígidamente puestas a tierra, o mediante impedancias de bajo valor. Su cálculo es importante, tanto porque produce corrientes elevadas como por su conexión a tierra, lo que permite calcular las fugas a tierra, las tensiones de contacto o de paso, o valorar las interferencias que estas corrientes pueden provocar.

Para su cálculo, al tratarse de un cortocircuito desequilibrado y con pérdida de energía, son necesarias las tres redes de secuencia (directa, inversa y homopolar).

### Cortocircuito con doble contacto a tierra



e)

En redes con neutro aislado o puesta a tierra con impedancias de gran valor, puede aparecer el doble contacto a tierra.

Este cortocircuito presenta valores de corriente inferiores al resto de los cortocircuitos. Si consideramos que es poco frecuente y de cálculo complejo, se comprende que sea el menos analizado.

## 1.3 Parámetros eléctricos a considerar en los cortocircuitos. Conceptos según la norma VDE 0102

Para el estudio de los cortocircuitos, han de considerarse diferentes parámetros y magnitudes: las intensidades, las impedancias, las potencias o los tiempos de retardo en el disparo de los dispositivos de protección.

Según la norma VDE 0102, estos parámetros se definen y simbolizan de la forma siguiente:



- Corriente instantánea total de cortocircuito ( $i_k$ ).
- Corriente instantánea simétrica de cortocircuito ( $i_{\sim}$ ). Es la componente de la corriente instantánea total de cortocircuito que presenta la frecuencia de servicio.
- Corriente aperiódica de cortocircuito ( $i_g$ ). Es la componente de la corriente instantánea total de cortocircuito que representa el efecto inductivo de la bobina (a mayor inductancia, mayor permanencia de esta corriente).
- Corriente subtransitoria simétrica de cortocircuito ( $I_k''$ ). Es el valor eficaz de la corriente de cortocircuito en el instante de producirse el fallo.
- Corriente transitoria simétrica de cortocircuito ( $I_k'$ ). Es el valor eficaz de la corriente de cortocircuito cuando han transcurrido 0,1 segundos desde que se produjo el fallo.
- Corriente permanente simétrica de cortocircuito ( $I_k$ ). Es el valor eficaz de la corriente de cortocircuito que perdura después de los fenómenos transitorios (normalmente, el estado permanente aparece a partir de los 5 segundos posteriores al cortocircuito).
- En los cortocircuitos trifásicos próximos a generadores con excitación constante, la corriente permanente de cortocircuito es menor que la corriente transitoria, y esta, a su vez, es menor que la corriente subtransitoria ( $I_k'' > I_k' > I_k$ ).
- En los cortocircuitos trifásicos alejados de los generadores, las tres corrientes de cortocircuito prácticamente coinciden ( $I_k'' = I_k' = I_k$ ). Esto es debido a que, con las distancias, se amortiguan los efectos de la corriente aperiódica de cortocircuito producidos por las bobinas.
- Corriente máxima asimétrica de cortocircuito ( $I_s$ ). Denominada también *valor pico a pico*, es el valor máximo que alcanza la corriente instantánea de cortocircuito al producirse el fallo.
- Corriente simétrica de corte ( $I_a$ ). Es el valor eficaz de la corriente simétrica de cortocircuito que circula por un interruptor en el momento en que se inicia la separación de los contactos (corriente de corte).
- Impedancia directa ( $Z_1$ ). Es la impedancia equivalente de la red de secuencia directa vista desde el punto de cortocircuito.
- Impedancia inversa ( $Z_2$ ). Es la impedancia equivalente de la red de secuencia inversa vista desde el punto de cortocircuito.
- Impedancia homopolar ( $Z_0$ ). Es la impedancia equivalente de la red homopolar vista desde el punto de cortocircuito.
- Fuerza electromotriz inicial ( $E''$ ) subtransitoria. Es el valor eficaz de la fuerza electromotriz de una máquina síncrona en el instante de producirse el cortocircuito. Es un valor que ha de expresarse como tensión entre fase y neutro.
- Tensión de servicio de la red ( $U_b$ ). Es el valor medio de las tensiones de línea con que se explota la red en condiciones normales.
- Tensión nominal de la red ( $U_N$ ). Es la tensión de línea con que se designa la red.



- Potencia aparente subtransitoria de cortocircuito ( $S_k''$ ). Es el valor de la potencia aparente de línea considerando el régimen subtransitorio.
- Retardo mínimo de desconexión ( $t_v$ ). Es el tiempo que transcurre desde que se produce el cortocircuito hasta que se desconectan los polos del interruptor. Es la suma del tiempo mínimo de actuación del relé y de la apertura del mismo (sin tener en cuenta los retardos ajustables de forma voluntaria).

#### 1.4 Corrientes de cortocircuitos. Magnitudes y variaciones temporales

Cuando se produce un cortocircuito, se presentan variaciones de los parámetros de servicio y cambian las condiciones de la red. Este cambio va acompañado de fenómenos electromagnéticos y electromecánicos transitorios, de los cuales dependen la magnitud y las variaciones temporales de la corriente de cortocircuito.

Los fenómenos transitorios dependen, además, de otras muchas características: del tipo de cortocircuito, del instante en que se produce, de las fuentes de energía implicadas, del estado previo de carga, de la duración del cortocircuito y de la estructura de la red. También influyen las características y el comportamiento de los aparatos y los componentes implicados.

La situación del punto de cortocircuito en la red indica la forma en que influirán las máquinas síncronas y asíncronas en el mismo. Según la norma VDE, cabe diferenciar entre ‘cortocircuitos cercanos al generador’ y ‘cortocircuitos alejados del generador’. Además, la posición del punto de cortocircuito determina el valor del módulo y del ángulo de la impedancia de cortocircuito, valores que influyen de forma definitiva en la corriente final de cortocircuito.

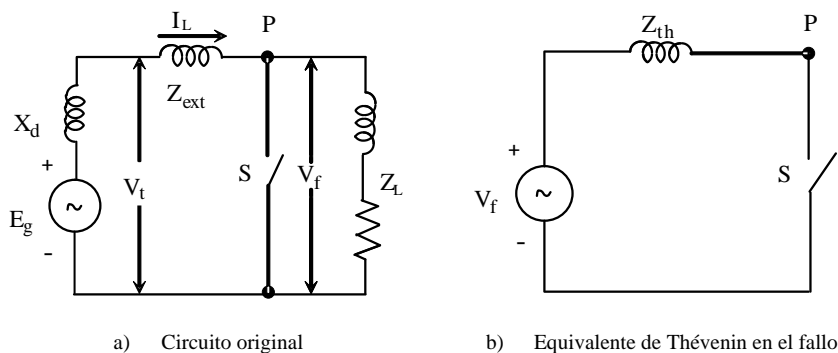


Fig.1.1  
Cambio de los parámetros y circuito eléctrico equivalente para el cortocircuito

El instante en que se produce el cortocircuito depende del azar, pero es de suma importancia, ya que de él depende el valor que tomará la corriente en el momento de producirse el fallo. Cabe señalar que la referencia con respecto a la variación temporal de tensión influye de forma determinante en el máximo que alcanzará la intensidad (valor importante para determinar el poder de corte y el poder de cierre de los dispositivos de protección).



Las fuentes de generación de energía son, generalmente, máquinas síncronas (como los turbogeneradores o las máquinas con rotor de polos salientes). Pero también son frecuentes las máquinas asíncronas (motores de inducción), así como los accionamientos alimentados por convertidores estáticos con régimen ondulatorio. Finalmente, las redes externas, bien sea una red regional de suministro de energía o redes industriales, también pueden proporcionar energía al punto de cortocircuito.

La duración del cortocircuito depende fundamentalmente de los dispositivos de protección y de los aparatos de corte empleados en la red. También introducen modificaciones en los fenómenos transitorios los reenganches rápidos, que cuentan el tiempo sin paso de corriente, y las secuencias de maniobras.

El estado previo de carga de una red determina si nos encontramos ante cargas débiles o elevadas. Es decir, informa tanto del número y la potencia de los generadores y las cargas que trabajan en paralelo, como del valor de la fuerza electromotriz de las fuentes de corriente que afectan el cortocircuito.

La forma de la red indica los caminos por donde discurrirá la corriente en caso de cortocircuito y, por tanto, informa de las impedancias implicadas en su cálculo. Su estructura depende del tipo de transporte (líneas aéreas, subterráneas o cables) y del tipo de distribución (malla, antena o radial).

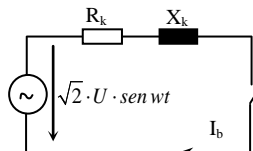
El punto de avería en la red repercute en las variaciones que las corrientes de cortocircuito experimentan con el curso del tiempo. Si el punto de la avería está situado en las proximidades de un generador síncrono (bobinas y, por tanto, inductancia), la corriente instantánea inicial de cortocircuito presenta un valor elevado con respecto al nominal y es más duradera. Por ello, las corrientes de compensación, al disminuir la componente inductiva de las corrientes de fallo, son una forma eficaz de disminuir las amplitudes de las corrientes instantáneas iniciales de cortocircuito.

A continuación, se describen las variaciones temporales de las corrientes de cortocircuito para diversos regímenes de carga. El método se ha aplicado a las corrientes de cortocircuito de una línea, pero también es aplicable a una red más extensa, con varias ramas.

### 1.4.1 Red monofásica sin carga

Veamos primero cómo se comporta un sistema monofásico sin carga con un cortocircuito alejado del generador. La Figura 1.2 representa el esquema equivalente de un circuito monofásico que incluye una fuente ideal generadora de tensión sinusoidal (valor de cresta  $\sqrt{2} \cdot V$ , con frecuencia y pulsación  $\omega = 2\pi f$  constantes). La resistencia efectiva ( $R_k$ ) y la reactancia inductiva ( $X_k = \omega L_k$ ) se consideran también constantes y lineales. El cortocircuito se produce actuando sobre el interruptor, sin resistencia en el instante ( $t=0$ ) al pasar por cero la tensión.

Fig. 1.2  
Esquema monofásico equivalente de un circuito unipolar sin carga





Analicemos las variaciones que experimenta la corriente de cortocircuito ( $i_k$ ) a lo largo de todo el proceso. Pero primero veamos los pormenores que facilitarán la comprensión del proceso:

- En este caso, no existe corriente de carga en el instante ( $t=0$ ), ya que el circuito está en vacío.
- El instante en que se produce el cortocircuito (valor debido al azar) coincide con el paso por cero de la tensión de línea.
- El punto de cortocircuito determina el módulo y ángulo de la impedancia equivalente. Normalmente, estas impedancias suelen ser altamente inductivas, debido a la presencia de las máquinas eléctricas.
- La tensión no varía su valor a lo largo del tiempo que dura el fallo.

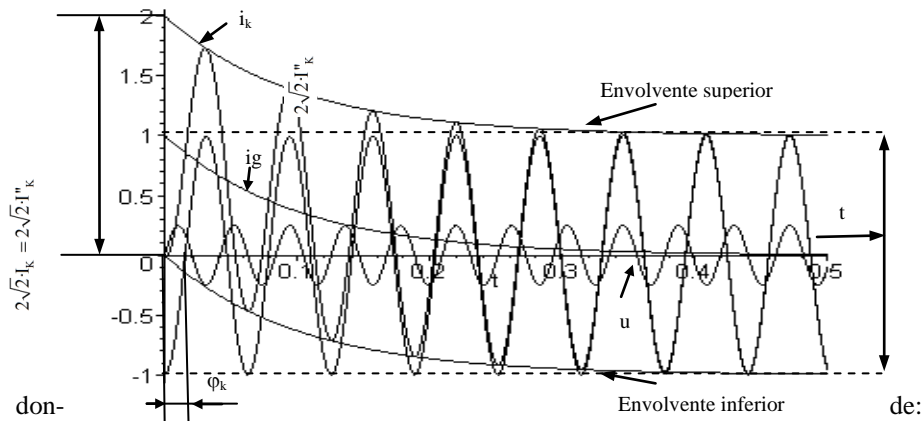


Fig.1.3  
Variación de la fuerza electromotriz ( $u$ ) y de la corriente instantánea de cortocircuito ( $i_k$ )

$I_k''$  = corriente inicial simétrica de cortocircuito

$I_k$  = corriente permanente de cortocircuito

$I_s$  = corriente máxima asimétrica de cortocircuito

$A$  = valor inicial de la componente aperiódica de la corriente

$i_k$  = corriente instantánea total de cortocircuito

$i_g$  = componente aperiódica de la corriente instantánea total de cortocircuito

$i_{\sim}$  = corriente instantánea simétrica de cortocircuito

$\varphi_k$  = ángulo de la impedancia de cortocircuito de la red

Que la tensión en el instante del cortocircuito pase por cero indica que, con impedancias muy inductivas (como en este caso), la intensidad está pasando por su máximo negativo (la intensidad está retrasada  $90^\circ$  con respecto a la tensión), lo que implica que, con la disminución de la impedancia por causa del cortocircuito, la intensidad alcanzará valores muy elevados. Pero, además, se produce una segunda repercusión: con impedancias inductivas, la corriente no puede cambiar de valor de forma repentina, lo que obliga a crear una segunda intensidad (componente aperiódica) para contrarrestar este efecto inductivo. Dicha intensidad aperiódica perdurará hasta que las bobinas se hayan adaptado al nuevo régimen del circuito, y desaparecerá de forma exponencial.



Resumiendo, la asimetría y el valor punta de la corriente de cortocircuito vienen determinados por el instante en que se produce el fallo, considerado este instante con respecto a la variación temporal de la tensión. También influye en el valor de la corriente de cortocircuito la magnitud que adopta la impedancia de cortocircuito de la red ( $Z_k=R_k+jX_k$ ). Como en este ejemplo se supone que ( $Z_k$ ) tiene una componente inductiva relativamente grande, la corriente simétrica de cortocircuito estará retrasada un ángulo próximo a los  $90^\circ$  con respecto a la tensión. Por tanto, la corriente instantánea total de cortocircuito debería adoptar bruscamente, en el instante ( $t=0$ ), el valor instantáneo correspondiente a la corriente simétrica de cortocircuito. Pero, como el sistema es inductivo, la corriente no puede cambiar de forma brusca y empieza realmente siendo nula. Por ello, ha de existir una intensidad transitoria ( $i_g$ ) con un valor inicial ( $A$ ) que contrarreste el valor instantáneo negativo de la corriente simétrica de cortocircuito ( $i_{\sim}$ ). La intensidad transitoria se denomina *componente aperiódica* y se amortigua, siguiendo una función exponencial con la constante de tiempo ( $T_g$ ), que depende esencialmente del carácter inductivo del circuito visto desde el punto de fallo.

La corriente simétrica instantánea de cortocircuito ( $i_{\sim}$ ) depende de la fuerza electromotriz y de la impedancia equivalente de la red en el punto del fallo. La intensidad inicial simétrica de cortocircuito ( $I_k''$ ) representa el valor eficaz de la corriente en el instante en que se produce el cortocircuito. En cortocircuitos alejados de los generadores, la tensión ( $U_n$ ) y la impedancia ( $Z_k$ ) permanecen constantes, y la intensidad subtransitoria ( $I_k''$ ) coincide con la intensidad permanente de cortocircuito, es decir, ( $I_k''=I_k$ ). En cortocircuitos próximos a los generadores, no se cumple esta igualdad y resulta que ( $I_k''>I_k'>I_k$ ).

Las dos envolventes indican la variación de los valores de pico de la intensidad de cortocircuito. La intersección de la envolvente superior con el eje de ordenadas determina el valor de  $A + \sqrt{2I_k''}$ ; en la práctica,  $A < \sqrt{2I_k''}$ . La intersección de la envolvente inferior con el eje de ordenadas determina el valor de  $A - \sqrt{2I_k''}$ . Por su parte, la corriente aperiódica se corresponde con la línea media entre las dos envolventes. De forma general, las variaciones de la intensidad de cortocircuito pueden expresarse con suficiente exactitud mediante la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned}
 i_k=i_{\sim}+i_g &= \frac{\sqrt{2}U}{Z_k} \left[ \text{Sen}(Wt + \Psi - \phi_k) - e^{-t/T_g} \text{Sen}(\Psi - \phi_k) \right] = \\
 &= \sqrt{2}I_k'' \left[ \text{Sen}(Wt + \Psi - \phi_k) - e^{-t/T_g} \text{Sen}(\Psi - \phi_k) \right]
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

donde:

$U$  = valor eficaz de la fuerza electromotriz. Este valor no varía con el tiempo.

$Z_k$  = módulo de la impedancia de cortocircuito de la red ( $\sqrt{R_k^2 + X_k^2}$ ). Este valor depende de la situación del punto de cortocircuito.

$\phi_k$  = ángulo de la impedancia de cortocircuito de la red ( $\text{arctg}(X_k / R_k)$ ). Este valor depende de la situación del punto de cortocircuito.

$w$  = pulsación ( $2 \cdot \pi f$ )





$t$  = tiempo

$\Psi$  = ángulo de fase inicial de la tensión al producirse el cortocircuito. Este valor depende del azar.

$T_g$  = constante de tiempo de la componente aperiódica  $(X_K / (R_K \cdot w)) = (L_K / R_K)$ .

Cuanto más inductiva sea la impedancia equivalente vista desde el punto de cortocircuito, más elevada será la constante de tiempo.

$I_k''$  = intensidad inicial simétrica de cortocircuito  $(U/Z_K)$

En la Figura 1.4, puede apreciarse la variación de la constante de tiempo ( $T_g$ ) en función de la relación  $(R_k/X_k)$ . Nótese en la ampliación de la Figura que el tiempo ( $T_g$ ) decrece rápidamente al aumentar el efecto óhmico con respecto al inductivo. Si se tratara de una bobina pura, la constante de tiempo sería infinita, es decir, no existiría amortiguamiento de la componente de la corriente aperiódica, pero esto es imposible, ya que todas las bobinas, en mayor o menor grado, disponen de resistencia, lo que limita el tiempo de permanencia de la intensidad de cortocircuito.

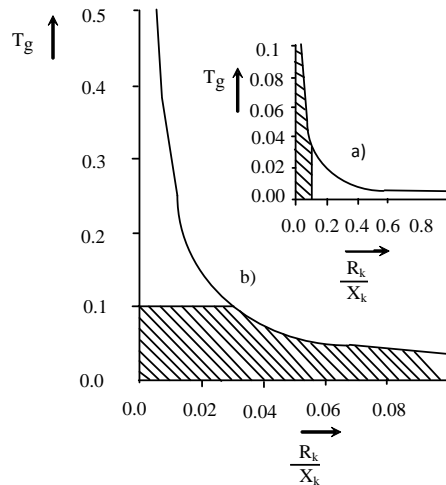
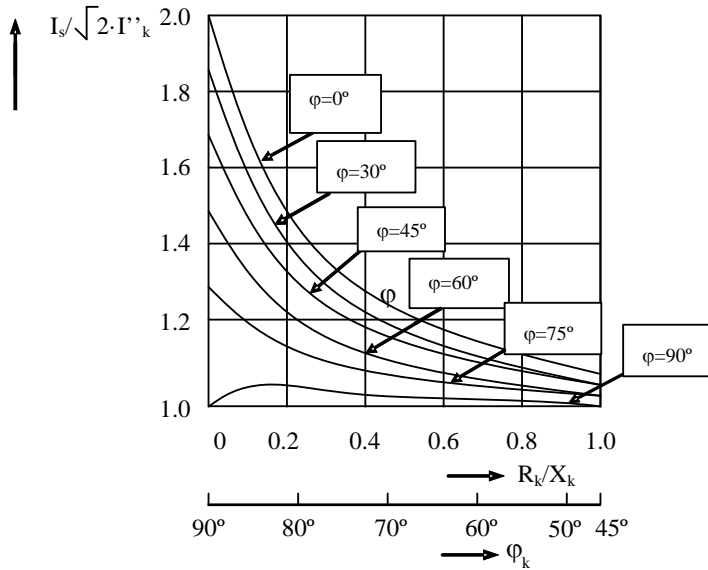


Fig.1.4  
Amortiguamiento  
de la constante  
de tiempo ( $T_g$ ),  
en función de la  
relación  $(R_k/X_k)$

La relación  $I_s / (\sqrt{2} \cdot I_{K''})$  determina el parámetro ( $\chi$ ). Este parámetro identifica la peligrosidad del cortocircuito, ya que depende del ángulo de la impedancia del cortocircuito y del ángulo de la tensión en el momento de producirse el mismo. Si observamos la Figura 1.5, comprenderemos mejor esta relación. En primer lugar, existen varias curvas, cada una de las cuales representa un ángulo distinto de la tensión en el momento de producirse el fallo. El caso menos desfavorable se corresponde con una tensión con un ángulo de  $90^\circ$  en el momento del fallo, es decir, cuando la tensión está pasando por un máximo, lo que significa que la intensidad está pasando por un mínimo. Mientras que el caso más desfavorable es cuando el ángulo de la tensión vale  $0^\circ$  en el momento del fallo. En este caso, la tensión estará pasando por cero, lo que significa que la corriente estará pasando por un máximo. Pero, además, la gráfica nos indica otro parámetro importante: el carácter inductivo de la impedancia de cortocircuito, de forma que, para impedancias completamente inductivas, el valor de ( $\chi=2$ ) alcanza su máximo posible, mientras que, para valores muy óhmicos ( $\chi=1$ ), se alcanza el valor mínimo.



Fig.1.5  
Relación corriente máxima asimétrica de cortocircuito con respecto al valor de cresta de la corriente inicial simétrica de cortocircuito en función de  $(R_k/X_k)$  y del ángulo de fase inicial ( $\phi$ )



Veamos otra forma de razonarlo. La intensidad ( $I_s$ ) obedece a la expresión siguiente:

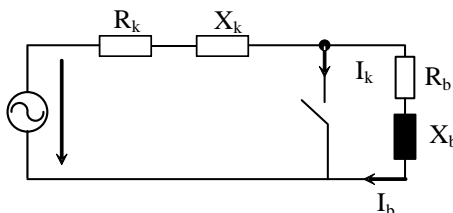
$$I_s = \sqrt{2} \cdot \chi \cdot I_K'' = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot I_K'' \quad [1.2]$$

donde ( $\chi$ ) puede tomar los valores entre 1 y 2. Si observamos la Figura 1.3, el valor de cresta máximo que puede alcanzar una corriente de cortocircuito se corresponde con el valor dado en la expresión anterior. Pero este valor es imposible de obtener ya que las bobinas reales siempre tienen resistencia. Si existiera una bobina ideal, en la Figura 1.3 tanto la envolvente superior como inferior, así como la componente aperiódica, nunca cambiarían de forma, y su representación coincidiría con tres líneas horizontales independientes del tiempo, lo que significaría la permanencia de la componente aperiódica de forma indefinida.

### 1.4.2 Red monofásica en carga

Hasta el momento, se ha considerado el sistema trabajando en vacío. Si ahora consideramos una carga específica, la expresión de las intensidades instantáneas se incrementará con la corriente de carga denominada ( $i_c$ ).

Fig.1.6  
Esquema equivalente de un sistema eléctrico monofásico en carga





La carga de la Figura anterior está representada por una impedancia constante de valor  $Z_b=(R_b+jX_b)$ , por la que circula una intensidad ( $i_k$ ), y se considera que se ha producido un cortocircuito cuando se cumple la condición de ( $i_k=i_b$ ).

En la Figura 1.7, se representan dos casos para una línea en carga, con distintos parámetros del circuito que cumplen la condición particular de  $(R_k/X_k)=(R_b/X_b)$ .

La Figura 1.7.a se corresponde con un sistema altamente inductivo (ángulo de la impedancia de cortocircuito superior a  $f_k>88^\circ$ ), con el agravante de que el cortocircuito se produce cuando la tensión pasa por cero ( $f=0$ ). En estas condiciones, el cortocircuito es muy violento y duradero, ya que la componente aperiódica se amortigua muy lentamente.

La Figura 1.7.b se corresponde con un sistema en que el ángulo de la impedancia de cortocircuito es  $f_k= 45^\circ$ , es decir, el valor óhmico coincide con el inductivo. La tensión en el momento del fallo sigue pasando por cero. En este caso, la corriente instantánea total de cortocircuito ( $i_k$ ) es menor que en el caso anterior y, además, se amortigua de forma más rápida.

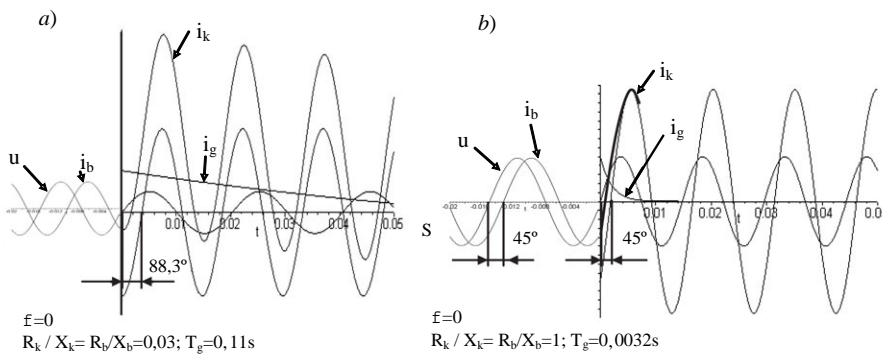


Fig.1.7 Variaciones temporales de la fuerza electromotriz ( $u$ ) y de la corriente instantánea total de cortocircuito ( $i_k$ ) para los distintos parámetros del circuito en carga

En ambos casos, la corriente instantánea de cortocircuito ( $i_k$ ) ha de empezar con el valor instantáneo de la corriente de carga ( $i_b$ ). Para que se cumpla esta condición, el valor inicial de la componente aperiódica ha de coincidir con la diferencia, con signo negativo, de los valores instantáneos de las corrientes ( $i_{\dots}=i_b$ ).

Las variaciones temporales de la corriente de cortocircuito, considerando la existencia de una carga, pueden expresarse mediante la fórmula siguiente:

$$i_k = i_t + i_b + i_g = \frac{\sqrt{2}}{Z_k} U \left[ \text{Sen}(wt + \psi - \phi_k) + \left[ \frac{Z_k}{Z} \text{sen}(\psi - \phi) - \text{sen}(\psi - \phi_k) \right] e^{-t/T_g} \right] \quad [1.4]$$

donde:

- $Z_b$ : módulo de la impedancia de la carga
- $Z$ : módulo de la impedancia de todo el circuito ( $\sqrt{R^2 + X^2}$ ), con  $R=(R_b+R_k)$  y  $X=(X_b+X_k)$
- $\phi$ : ángulo de la impedancia de todo el circuito ( $\text{arctg } X/R$ )

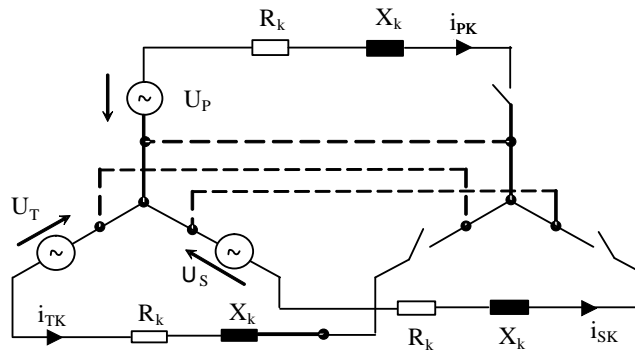
### 1.4.3 Redes trifásicas

Para representar las redes trifásicas simétricas, suele emplearse un esquema equivalente, como el de la Figura 1.8. El sistema representa una red formada por un generador y una carga, unidos mediante una línea trifásica equilibrada. Si en la red representada se suponen tres fuentes ideales de tensión desfasadas  $120^\circ$  y con secuencia directa (*RST*), tendremos las siguientes tensiones de línea generadas.

$$U_R = \sqrt{2}U_s \sin \omega t \quad U_S = \sqrt{2}U_s \sin(\omega t + 240^\circ) \quad U_T = \sqrt{2}U_s \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Solo el cortocircuito trifásico puede considerarse también equilibrado. En este caso, las impedancias  $Z_K = (R_K + jX_K)$  de las tres fases (*R, S, T*) son, en lo que respecta al módulo y al ángulo de fase, iguales, constantes y lineales. Hasta que se produce el cortocircuito en el instante ( $t=0$ ), las corrientes son nulas ( $i_{RK} = i_{SK} = i_{TK} = 0$ ), pero cuando este ocurre afecta simultáneamente a las tres fases actuando sobre los interruptores de protección.

Fig.1.8  
Esquema  
equivalente de  
una red eléctrica  
trifásica en carga  
y sus circuitos  
monofásicos



Como la red es simétrica, los dos puntos neutros (del generador y del motor) disponen, en cada momento, de igual potencial, y pueden unirse mediante un conductor eléctrico sin que por él circule corriente, lo que permite descomponer la red trifásica en tres circuitos monofásicos más sencillos de cálculo.

El resto de los cortocircuitos son desequilibrados y es necesario emplear cada una de las tres fases para realizar los cálculos, lo que complica y alarga enormemente su resolución. En los próximos apartados, se expone un método que permite seguir calculando cualquier circuito desequilibrado, o incluso con fugas a tierra, como si fuera equilibrado (utilizando solo una de las tres fases). El método propuesto se denomina *método de las componentes simétricas*.

### 1.4.4 Constantes de tiempo

Las constantes de tiempo subtransitoria, transitoria, y permanente ( $T_d'', T_d', T_g$ ) son fácilmente calculables si se dispone de las oportunas mediciones experimentales. El cálculo suele realizarse mediante procedimientos gráficos.

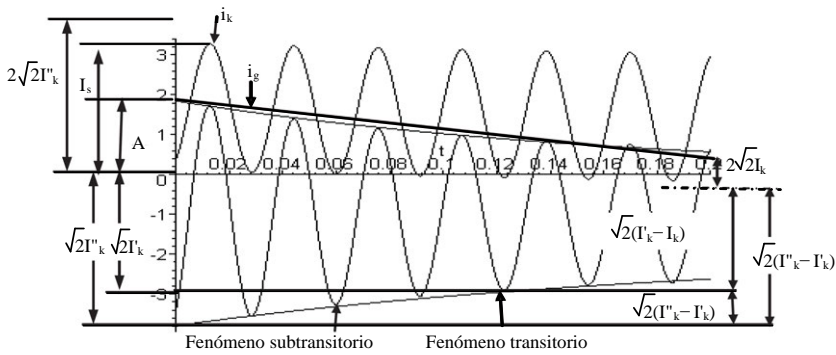


Fig.1.9  
Variaciones temporales de las corrientes instantáneas de cortocircuito ( $i_k$ ,  $i_g$ , e  $i_-$ ).

En primer lugar, hemos de realizar un ensayo de cortocircuito desde el punto deseado, o bien, si este ya se ha producido de forma accidental, intentar obtener mediante simulación las variaciones temporales de la corriente instantánea de cortocircuito ( $i_k$ ), así como las de sus componentes ( $i_g$  e  $i_-$ ).

Los valores obtenidos mediante ensayo o simulación están representados en la Figura 1.9, donde se detallan cada una de las componentes de las corrientes, así como sus magnitudes. En esta Figura, también se especifican los tres estados característicos que definen un cortocircuito: el estado subtransitorio, el transitorio y el permanente.

Los valores de las intensidades para los tres regímenes descritos pueden obtenerse directamente por gráfica, y, mediante las expresiones siguientes, conocido el valor de la tensión entre fase y neutro en el punto de cortocircuito (valor de la tensión entre fase y neutro en el punto del fallo un instante antes de producirse el cortocircuito), podemos determinar el valor de las reactancias síncronas de las máquinas conectadas a esta red.

$$I_K = \frac{V_{Fase}}{X_d} \quad I'_K = \frac{V_{Fase}}{X'_d} \quad I''_K = \frac{V_{Fase}}{X''_d} \quad [1.5]$$

La Figura 1.10 permite determinar los últimos parámetros que faltan para tener un cortocircuito perfectamente definido, las constantes de tiempo. Para ello, se construye la gráfica representada, en la cual se indican los pasos a seguir para su confección.

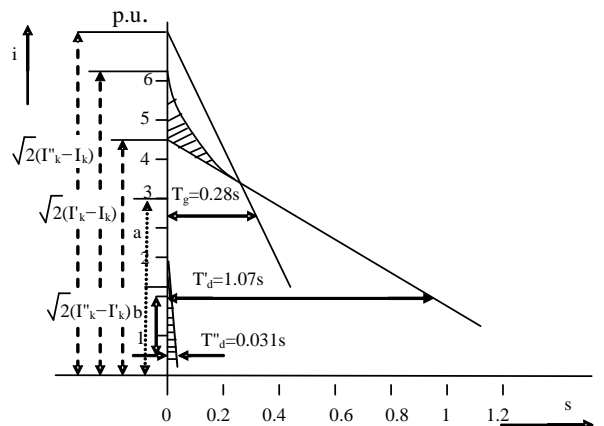


Fig.1.10  
Gráfica para determinar las componentes transitorias de las corrientes de cortocircuito, así como sus constantes de tiempo



La constante de tiempo ( $T_d'$ ) del fenómeno transitorio de amortiguamiento se obtiene a partir de la línea característica con el valor inicial  $\sqrt{2}(I'_{K'} - I_K)$ . Para ello, se multiplica dicho valor por el factor ( $e^{-1}$ ) y se lleva el producto sobre el eje de coordenadas.

Para determinar las constantes de tiempo ( $T_d''$ ) y ( $T_g$ ), se sigue un procedimiento análogo al descrito para la constante de tiempo transitoria ( $T_d'$ ). Nótese que la componente aperiódica de cortocircuito se amortigua de forma exponencial con la constante de tiempo ( $T_g$ ) a partir de un valor inicial ( $A$ ) y que, para obtener la constante de tiempo ( $T_d''$ ), se han representado en la Figura las diferencias entre las envolventes correspondientes a los regímenes subtransitorios y transitorios, a partir del valor inicial  $\sqrt{2}(I''_{K'} - I'_{K'})$ .

#### 1.4.5 Influencia de los tiempos de corte

En la práctica, se intenta interrumpir lo más rápidamente posible la corriente de cortocircuito mediante interruptores automáticos u otros dispositivos. El instante del corte depende del retardo mínimo de desconexión, que en redes de alta tensión oscila entre los 0,06 y los 0,2 segundos, aunque en algunos casos concretos es inferior a 0,06 segundos. En las redes de baja tensión, el retardo mínimo de desconexión suele oscilar entre los 0,01 y los 0,03 segundos.

Los fusibles y los dispositivos limitadores de corriente cortan la corriente del cortocircuito de forma muy rápida, ya que desconectan el circuito antes de que la corriente alcance su primer semiciclo, es decir, antes de que alcance su punta máxima.

#### 1.4.6 Reactancias a considerar en máquinas síncronas ante un cortocircuito

Al producirse un cortocircuito, se supone que la fuerza electromotriz de las máquinas síncronas no varía, y se considera que el aumento de la intensidad es debido a la disminución que presentan los valores instantáneos de las diversas reactancias que intervienen en el mismo. A grandes rasgos, podemos considerar dos tipos de reactancias:

- Reactancias de eje directo: estas reactancias están referidas a la posición del rotor en que coinciden los ejes de los bobinados del rotor y del estator.
- Reactancias en cuadratura: estas reactancias aparecen cuando el rotor ocupa una posición tal que los ejes de los bobinados del rotor y del estator forman un ángulo de  $90^\circ$  (están en cuadratura).

Para la mayoría de los cálculos, es suficiente considerar las reactancias referidas al eje directo, mientras que las reactancias en cuadratura o transversales se utilizan únicamente cuando se desea conocer con gran exactitud el comportamiento de una máquina ante un fallo.



Las reactancias directas son:

- Reactancia subtransitoria ( $X''_d$ ): es la denominada reactancia inicial saturada. Incluye las reactancias de dispersión de los bobinados del estator y del rotor del generador, y se incluye también en el flujo de dispersión del rotor la influencia de las barras de amortiguación y de las piezas macizas anexas.
- Reactancia transitoria ( $X'_d$ ): es mayor que la reactancia subtransitoria (entre 1,2 y 1,5 veces) y es también una reactancia saturada. Incluye las reactancias de dispersión de los bobinados del estator y de excitación del generador.
- Reactancia síncrona ( $X_d$ ): es la mayor de las tres reactancias directas. Es una reactancia semisaturada, que comprende la reactancia de dispersión del estator y la reactancia de las pérdidas por reacción de inducido.

Las reactancias inversas son:

- La reactancia inversa ( $X_2$ ) es la que aparece en el generador cuando se le aplica una secuencia inversa de tensiones ( $RTS$ ), lo que representa que, durante unos instantes, la velocidad relativa entre el rotor (que aún gira) y el campo magnético giratorio (campo inverso) es el doble de la velocidad de sincronismo.
- Máquinas con rotor de polos salientes: en los generadores hidroeléctricos con bobinado de amortiguación, la posición del rotor influye notablemente en el entrehierro del mismo y se cumple:

$$X_2 = \frac{X''_d + X''_q}{2} = 1,2 \cdot X''_d \quad [1.6]$$

- Máquinas con rotor liso: en los turbogeneradores con bobinado de amortiguamiento, se cumple (al no variar el entrehierro con la posición del rotor):

$$X_2 = \frac{X''_d + X''_q}{2} = X''_d \quad [1.7]$$

Las reactancias homopolares son:

- La reactancia homopolar ( $X_o$ ) depende, en los generadores, únicamente de los flujos de dispersión, ya que los sistemas homopolares no generan campos magnéticos giratorios. Las reactancias homopolares son siempre menores que las subtransitorias ( $X_o = 1/4 X''_d$ ). La reactancia homopolar solo influye en los cortocircuitos entre los bornes y el punto neutro de un generador, o en los cortocircuitos a tierras cuando los sistemas están conectados en estrella, mientras que esta componente no aparece en sistemas conectados en triángulo.

#### 1.4.7 Comportamiento de los motores ante un cortocircuito

El comportamiento de los motores síncronos y asíncronos, así como el de los compensadores síncronos ante un cortocircuito, puede equipararse al de los generadores, ya que al quedar estas máquinas sin tensión (al producirse el cortocircuito), durante unos



instantes aún giran, y se convierten en productores de energía que alimentará el punto de cortocircuito.

No obstante, debido a las diferencias constructivas entre las máquinas síncronas y asíncronas, su comportamiento no es exactamente igual, sino que se observan unas diferencias que obligan a emplear fórmulas distintas para su cálculo.

- *Motores y compensadores síncronos.* Si la duración del cortocircuito es inferior a 0,2 segundos, los motores y los compensadores síncronos actúan como generadores síncronos. Si la duración del cortocircuito es superior, la caída de velocidad debida al par de frenado repercute sobre los fenómenos electromecánicos transitorios y las máquinas síncronas pasan a funcionar como máquinas asíncronas.
- *Motores asíncronos.* La corriente de cortocircuito también depende de la presencia de los motores asíncronos. Las corrientes de cortocircuito se amortiguan muy rápidamente, al contrario que en las máquinas síncronas, debido a la falta de bobinados de excitación. Las características del motor asíncrono y su par de frenado también influyen en la respuesta del motor ante un cortocircuito.

## 1.5 Métodos para limitar las corrientes de cortocircuito

En un sistema eléctrico, las posibles corrientes elevadas producidas por un cortocircuito suponen un encarecimiento de las instalaciones, ya que sus componentes y dispositivos han de proyectarse de modo que sean suficientemente sólidos para resistir los efectos térmicos y dinámicos que puedan producirse. Por este motivo, las empresas distribuidoras de energía eléctrica suelen proyectar sus sistemas de forma que, en cada nivel o sector de tensión utilizado, las corrientes de cortocircuito (o sus potencias de cortocircuito) no superen un valor que se establece en función de criterios económicos y, en ocasiones, por disponibilidades en el mercado de los dispositivos adecuados.

Las corrientes de cortocircuito normalmente están alimentadas por elementos activos (fuentes de tensión, generalmente generadores síncronos). Por el contrario, los elementos limitadores son pasivos (resistencias e inductancias) y están situados entre los elementos activos y el punto de cortocircuito.

Aunque existen numerosos métodos y técnicas para reducir las corrientes de cortocircuito, son pocos los básicos. Entre los más importantes, podemos destacar los siguientes:

- A. Limitación de la potencia total conectada a un sector. Limitación de las potencias de los transformadores de alimentación
- B. Puestas a tierra no rígidas
- C. Desconexiones rápidas ante cortocircuitos
- D. Desexcitaciones de generadores
- E. Bobinas de extinción o de resonancia (Petersen)
- F. Empleo de tensiones elevadas
- G. Interposición de bobinas limitadoras trifásicas en serie





### 1.5.1 Limitación de la potencia total conectada a un sector. Limitación de las potencias de los transformadores de alimentación

A la hora de planificar sistemas eléctricos, una precaución muy extendida consiste en disponer potencias no excesivas, conectadas a una red correspondiente al mismo nivel de tensión. Si la zona afectada requiere una demanda mayor de potencia, es necesario realizar una subdivisión del sector. Como el suministro de la energía de los generadores se realiza a través de transformadores, estos serán los encargados de limitar la potencia total de un sector. Por supuesto, la potencia total permisible para los transformadores ha de estar relacionada con las caídas de tensión ( $\varepsilon_{cc}$ ) que para ellos se prevea. Así, dependiendo del número de puntos de generación de energía, existirán más o menos caminos para las corrientes de cortocircuito que contribuirán a la alimentación del fallo.

Si limitamos las potencias de los transformadores y optamos por caídas de tensión ( $\varepsilon_{cc}$ ) elevadas, el transformador tendrá más pérdidas, pero disminuirémos los efectos de los posibles cortocircuitos que puedan presentarse, ya que una caída de tensión elevada supone la interposición de reactancias en los caminos de alimentación, debido a que las impedancias de los transformadores vienen definidas por:

$$Z_{cc} = \frac{\varepsilon_{cc} U_{comp}^2}{100 \cdot S} \quad [1.8]$$

Si dos sistemas trifásicos, aisladamente, poseen potencias de cortocircuito adecuadas y se unen mediante una línea de interconexión, el conjunto ofrecerá mayores potencias de cortocircuito, tal vez inadecuadas a los dispositivos de protección asignados. Para paliar este inconveniente, las interconexiones se realizarán mediante circuitos alimentados con corriente continua.

### 1.5.2 Puestas a tierra no rígidas

Como ya se ha indicado al principio de este capítulo, los cortocircuitos más frecuentes son los monofásicos y los bifásicos a tierra. Y, concretamente con el fin de limitar las corrientes de cortocircuito a tierra (corrientes homopolares), un método eficaz consiste en disponer resistencias o reactancias en las puestas a tierra.

Es evidente que tales impedancias no afectan el sistema en los regímenes normales de funcionamiento, ya que al ser sistemas equilibrados no circularán corrientes por el circuito que une el neutro con tierra, pues este representa para ellas un circuito abierto.

Estas impedancias limitadoras tampoco afectarán el cortocircuito trifásico, único cortocircuito equilibrado, ya que las corrientes equilibradas nunca pueden fluir más allá del neutro. Esto provoca que las impedancias limitadoras del neutro no surtan ningún efecto ante este tipo de cortocircuitos y que sea necesario adoptar otros sistemas de protección para los mismos.

Es importante recordar para el cálculo de una puesta a tierra no rígida con una impedancia ( $Z_n$ ) que esta no afectará las redes de secuencia directa e inversa, pero se inclui-



rá, con un valor ( $3Z_n$ ), en la red de secuencia homopolar para igualar las caídas de tensión (recuérdese que por el circuito de puesta a tierra pasaría la corriente total homopolar, es decir, el triple de la corriente homopolar que fluiría por una fase).

### 1.5.3 Desconexiones rápidas antes de que las corrientes de fallo alcancen valores elevados

Existen dispositivos de protección muy rápidos y con un alto poder de corte que interrumpen la corriente antes de que esta alcance su valor de cresta. Constituyen un excelente medio de protección, ya que no solo limitan los efectos dinámicos sino que, por la brevedad de los tiempos de actuación, también aminoran los efectos térmicos.

Sin embargo, este método solo es aplicable a sistemas con corrientes de cortocircuitos relativamente reducidas ya que, en redes donde puedan presentarse corrientes de cortocircuitos elevadas, los esfuerzos electrodinámicos y térmicos son tan grandes que resulta difícil crear dispositivos capaces de interrumpirlas de forma tan rápida.

### 1.5.4 Desexcitación de generadores

Este procedimiento consiste en disponer, en los generadores síncronos, de reguladores de tensión que provoquen una desexcitación cuando se presenten corrientes de cortocircuito. Estas corrientes, básicamente inductivas, por sí mismas tienden a desexcitar las máquinas generadoras de energía eléctrica.

Si, para sistemas locales simples, este método suele constituir un recurso útil, en general resulta contraproducente en otros aspectos, al tratarse de sistemas más complejos. Si bien en épocas pasadas importaba, ante todo, evitar los efectos destructivos de los cortocircuitos, en la actualidad, como las instalaciones ya están bien protegidas y se proyectan de forma que resistan los efectos térmicos y dinámicos previstos, lo más importante es asegurar la continuidad del servicio. Es decir, un factor importante en la actualidad es mantener la estabilidad con las menores perturbaciones posibles, mientras se elimina el fallo o se desconecta el sector afectado por el mismo, para evitar interrupciones en los restantes.

### 1.5.5 Bobinas de extinción o de resonancia (Petersen) o puesta a tierra compensante

En la Figura 1.11, se representa una línea trifásica con neutro aislado. Los bobinados indicados pueden ser los de un generador o, más generalmente, los secundarios de un transformador. Si se suponen idénticas las admitancias transversales del sistema (aislamientos y capacidades de las tres fases), el neutro tendrá el mismo potencial que tierra. Pero, como sea que las líneas no son perfectamente simétricas, en la práctica el neutro ( $N$ ) ofrece un cierto potencial con respecto a tierra.



Un arco o contacto a tierra de cierta línea establece que, con respecto a tierra, el neutro adquiera la tensión simple y las fases “*b*” y “*c*”, las compuestas. Si se han previsto los debidos aislamientos, en principio el sistema puede seguir prestando su servicio, a diferencia de lo que sucedería si el punto neutro (*N*) estuviera rígidamente puesto a tierra. En este último caso, se habría producido el cortocircuito monofásico a tierra.

Aun con el neutro aislado, el fallo a tierra implica paso de corriente, motivado por los retornos que permiten las admitancias transversales. Por el momento, se desprecian las conductancias y no se consideran más que las corrientes por capacidades. Como ya se ha destacado, en este caso, no se trata de un cortocircuito monofásico a tierra, aunque la corriente de fallo puede llegar a ser considerable. Para un mismo tipo de línea trifásica, la corriente de fallo depende de su longitud, de forma que en una línea corta es poco importante, mientras que para un sistema extenso es más elevada.

Los principales inconvenientes de la corriente de fallo, si se aplica este método, son los siguientes:

- Puede subsistir sin graves consecuencias si es reducida y el contacto es bueno; sin embargo, si la corriente presenta valores elevados, tendrá efectos destructivos e imposibilitará la continuidad del servicio.
- El contacto a tierra de la línea (*a*) puede ser producto de un arco intermitente generador de sobretensiones (descargas sucesivas de capacidades) que, unidas a las adquiridas por las restantes líneas, pueden originar descargas a tierra, lo cual ocasionará un doble contacto a tierra.
- Arcos suficientemente intensos pueden extenderse y motivar fallos graves o generalizados.

Las corrientes de contacto a tierra pueden disminuirse mediante las llamadas bobinas de Petersen, de extinción, de resonancia o de compensación. Se trata de inductancias ( $X_p$ ) de puesta a tierra del neutro (*N*) (v. Figura 1.11).

Para determinar la corriente de fallo ( $I_D$ ), puede emplearse el teorema de Thévenin, y resulta:

$$I_D = E_s \left( w3C - \frac{1}{wL_p} \right) \quad [1.9]$$

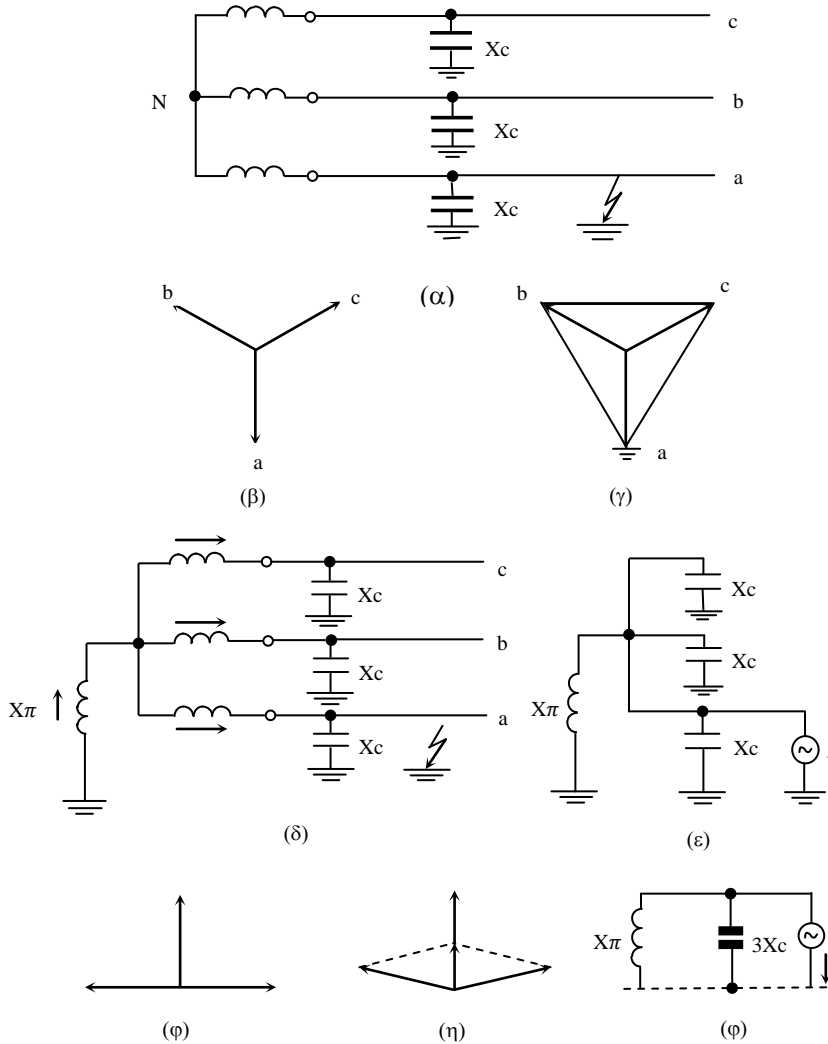
Si se anula la ( $I_D$ ), cuando existe resonancia de corriente, es decir:

$$wL_p = \frac{1}{3wC} \quad L_p = \frac{1}{3w^2C} \quad [1.10]$$

Con la corriente ( $I_D$ ) anulada, se extingue el arco inicial y, sin embargo, puede persistir el contacto a tierra y, por tanto, la continuidad de servicio, hasta haberse localizado y eliminado el fallo. Con estas prestaciones, quedan justificadas las designaciones de bobina de resonancia, de compensación y de extinción.



Fig.1.11  
Sistemas de  
conexión de  
las bobinas de  
Petersen



En la práctica, los elementos no son ideales y, al existir reactividades, el diagrama vectorial se corresponde con el ( $\eta$ ) de la Figura 1.11. Esto significa que, incluso con la resonancia de compensación, en el fallo hay una corriente residual ( $I_r$ ) o compensada. Si esta corriente es pequeña, no puede mantener el arco, que termina desapareciendo (se trata de una corriente óhmica y, por tanto, con arco de fácil extinción).

Por el contrario, si el sistema es extenso, la inevitable corriente residual es de tal magnitud que el arco persiste. Este es el motivo por el que las bobinas de extinción se han aplicado solamente en redes no demasiado extensas y con tensiones inferiores a los 110 kV.

Es importante, pues, reducir las corrientes que circulan por cada uno de los tres bobinados del generador, o del secundario del transformador; para ello, vamos a analizar algunos supuestos. Consideremos nuevamente el caso de un sistema sin pérdidas. Al



ser ( $I_D = I_r = 0$ ), resulta que por cada bobinado circulará una intensidad de fallo ( $I_p/3 = I_{3C}/3$ ), siendo estas corrientes las componentes homopolares del sistema.

Si no se realiza la compensación y se deja el neutro aislado, por los tres bobinados del secundario del transformador circularán corrientes asimétricas. En tal caso, la asimetría de corrientes en el secundario repercute en el primario, afectando los generadores de este sistema y las caídas de tensión, en general.

### Inconvenientes de las bobinas de extinción

Los inconvenientes más frecuentes que presenta la utilización de las bobinas de extinción son:

- La compensación resulta bastante costosa, comparada con otros métodos afines.
- En las redes subterráneas, la solución se encarece aún más, debido a las mayores capacidades que obligan a compensar las corrientes elevadas. La potencia aparente de la bobina compensadora pasa a ser: ( $S = U_s I_{3C} = U_s^2 3wC$ ).
- La existencia de armónicos de tensión causa corrientes que no quedan compensadas. Un ejemplo de ello son las corrientes fundamentales, que pueden alcanzar valores considerables.
- Las bobinas de compensación pueden originar sobretensiones peligrosas debido a cambios en la estructura de la red. Además, tratándose de bobinas con núcleo de hierro, pueden provocar ferromagnetismos molestos.
- La sintonía solo puede conseguirse en unas determinadas circunstancias, pero, si el sistema experimenta alteraciones, por ejemplo por maniobras (conexión o desconexión de sectores) o ampliaciones, esta sintonía se pierde. Ello obliga a disponer de una bobina de reactancia con diversas tomas o con núcleos con entrehierros variables (o ambas soluciones a la vez). Incluso sin maniobras, las variaciones de las flechas en las líneas causan cambios en las capacidades, aunque la compensación puede automatizarse.
- Compensar a través de un solo transformador puede provocar en el mismo calentamientos excesivos, si no han sido previstos. Si existen varios transformadores en paralelo, es necesario establecer una barra común de neutro para conectar la bobina de extinción. Si, en el sistema compensado, existen varios transformadores, pueden disponerse varias bobinas de extinción, y es útil hacerlo de forma que, al desconectarse los sectores, los que queden en servicio tiendan a quedar compensados.

### Ventajas de las bobinas de extinción

- Fallos que no serían pasajeros pasan a serlo, debido a la autoextinción.
- El sistema de compensación evita aperturas intempestivas de los interruptores.



- Las bobinas de compensación se han generalizado en el centro y en el norte de Europa. Por el contrario, no son de uso frecuente en los países anglosajones ni en Francia y España.
- Tienden a evitar que los fallos más numerosos (los monofásicos a tierra) se conviertan en cortocircuitos.

### 1.5.6 Empleo de tensiones elevadas

Este sería un buen método si la normalización de los elementos y de los dispositivos eléctricos, junto con las restricciones económicas, no restringieran los aumentos de tensión aconsejables para su aplicación correcta.

El fundamento es sencillo. Al proyectar una línea para una determinada potencia nominal, hay que tener presente que, en términos generales, las impedancias longitudinales aumentan en proporción a los cuadrados de las tensiones nominales elegidas, mientras que las corrientes nominales de servicio disminuyen en proporción inversa. Esto se traduce en que las corrientes de cortocircuito son inversamente proporcionales a las tensiones, por lo que los efectos térmicos y dinámicos tienden a disminuir en proporción inversa a los cuadrados de las tensiones.

### 1.5.7 Interposición de bobinas limitadoras trifásicas en serie

Como ya se ha indicado, los elementos pasivos constituyen factores limitadores de las corrientes de cortocircuito, por lo que, al proyectar máquinas eléctricas, podríamos pensar en realizarlas con elevadas reactancias, si bien esto implicaría un notable encarecimiento de las mismas.

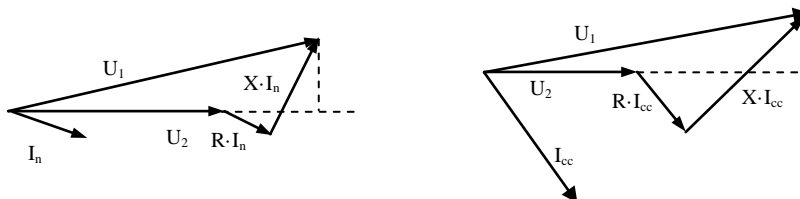
Otro sistema para aumentar la reactancia total de una máquina consiste en disponer reactancias adicionales en serie, pero en este caso los inconvenientes se deben a que, con valores elevados de las reactancias en serie, los límites de estabilidad de los sistemas disminuyen.

Corriente nominal

Corriente de cortocircuito

Las corrientes no se han podido representar proporcionalmente, ya que  $I_{cc} \gg I_n$

Fig.1.12  
Corriente nominal y corriente de cortocircuito en el momento de un fallo





También es preciso recordar que las reactividades en serie originan caídas de tensión variables con las cargas, lo que encarece las soluciones necesarias para regular las tensiones. No obstante, este problema no reviste tanta gravedad como puede parecer de entrada. Ciertamente, las corrientes de cortocircuito son considerablemente más elevadas que las nominales, pero los factores de potencia de las cargas de servicio también son relativamente elevados, mientras que los factores de potencia debidos a las corrientes de cortocircuito suelen presentar valores bajos.

En la Figura 1.12, se aprecia que estas circunstancias permiten unas caídas de tensión, en las bobinas de reactividad, relativamente reducidas cuando estas son originadas por las corrientes nominales, mientras que las caídas de tensión elevan su valor cuando son originadas por las corrientes de cortocircuito.

Algunas consideraciones útiles nos permiten ver la bondad del método:

- Por sí sola, una bobina de reactividad con tensión de cortocircuito ( $u_{cc}\%$ ), en caso extremo (alimentación con potencia infinita y cortocircuito en bornes de salida), limita la corriente alterna de cortocircuito a un valor de  $(I_{al} = I_p = I_n \frac{100}{u_{cc}})$ .
- Siendo ( $U_n$ ) la tensión nominal del sistema, se define la potencia nominal aparente de paso de la bobina mediante la expresión siguiente: ( $S_n = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n$ ).
- En baja tensión, no suelen emplearse bobinas limitadoras, ya que las corrientes elevadas motivan rendimientos antieconómicos debidos a las importantes pérdidas por el efecto Joule.

## 1.6 Efectos electrodinámicos y térmicos de las corrientes de cortocircuito

Cuando se produce un cortocircuito, debido a las intensidades elevadas, aparecen unos esfuerzos térmicos y electrodinámicos totalmente inadmisibles. Estos esfuerzos han de ser estudiados y calculados en todas las instalaciones eléctricas para dimensionar los elementos que las forman, así como para planificar correctamente sus dispositivos de protección.

### 1.6.1 Efectos electrodinámicos

Los dispositivos eléctricos (interruptores, seccionadores, disyuntores, transformadores de corriente, etc.) han de poseer la robustez mecánica suficiente para soportar los efectos dinámicos correspondientes al mayor valor instantáneo de la corriente de cortocircuito que pueda producirse en la red en que están instalados. Esta corriente es, en principio, la corriente de choque ( $I_C$ ). No obstante, si están previstas protecciones limitadoras de corriente que la interrumpan antes de que se alcance la máxima intensidad asimétrica de cortocircuito ( $i_{cc}=I_s$ ), la máxima corriente instantánea de paso previsible será la que se adopte para realizar los cálculos. Asimismo, los conductores y los ele-



mentos de sujeción (barras, aisladores, bridas, etc.) han de resistir los efectos dinámicos de las corrientes indicadas.

Recuérdese que la fuerza de interacción (atracción, si se trata de corrientes opuestas, o repulsión, si se trata de corrientes de igual sentido) entre dos conductores paralelos lineales (idealmente, con secciones nulas) puede obtenerse mediante las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned}\bar{F} &= \bar{B} \wedge \bar{i} \wedge \bar{l} \\ \bar{B} &= \mu \cdot \mu_0 \frac{\bar{i}}{2 \cdot \pi \cdot r} \\ \bar{F} &= \mu \cdot \mu_0 \cdot \frac{\bar{i}^2}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \bar{l}\end{aligned}\tag{1.11}$$

donde:

- $F$  = fuerza total (repartida) correspondiente a un metro de línea (en N·m)
- $B$  = inducción magnética (en Teslas)
- $\mu_0$  = permeabilidad magnética (constante de inducción) en el vacío ( $4\pi 10^{-7}$ )
- $\mu$  = permeabilidad magnética relativa
- $i$  = valor instantáneo de la corriente (en A)
- $l$  = longitud de la línea (en m)
- $r$  = separación entre conductores lineales (en m)

Las unidades correspondientes son las del sistema internacional (SI). En la práctica, la permeabilidad magnética relativa es próxima a la unidad ( $\mu \approx 1$ ), mientras que, para el valor instantáneo de la corriente, se adopta el valor de la corriente de choque ( $i = Ic$ ).

Asimismo, en la práctica, se presentan disposiciones (barras en centrales) en que las secciones están lejos de ser despreciables frente a las separaciones entre líneas. En este caso, la separación entre conductores lineales ( $r$ ) se sustituye por otra separación ( $r_f$ ) ficticia.

Lógicamente, la determinación de los esfuerzos magnéticos proporciona los datos de partida para los cálculos mecánicos de los conductores y elementos de sujeción, al tiempo que permite determinar la fuerza de abertura de los polos en los dispositivos de protección.

### 1.6.2 Efectos térmicos de las corrientes de cortocircuito

Generalmente, el proceso de calentamiento por corriente de cortocircuito se considera de corta duración, en virtud de los breves tiempos de actuación de los elementos de protección. En estas situaciones, suele aceptarse que en su transcurso no existe disipa-





ción de calor, es decir, que todo el calor producido se traduce en calentamiento. En los supuestos de reconexiones sucesivas, con intervalos de alguna consideración, hay que prever estas pérdidas de calor si se desean evitar previsiones pesimistas. Aunque, normalmente, en la mayoría de los supuestos puede suponerse que las disipaciones térmicas son nulas.

La temperatura previa al cortocircuito puede determinarse considerando que el sistema funciona en régimen nominal. Pero también cabe partir de las máximas temperaturas que las normas establecen para los regímenes permanentes de trabajo. Con esta última disposición, se renuncia a un margen térmico disponible, si el régimen nominal no agota la posibilidad térmica del conductor.

Establecida la temperatura inicial, lógicamente procede determinar el calentamiento (elevación de la temperatura) que puede provocar el cortocircuito. Este calentamiento depende, además, de la naturaleza y de las dimensiones (sección) del conductor, del valor de la corriente ( $I_{ef}$ ) y de la duración del cortocircuito.

## 1.7 Determinación práctica de las corrientes de cortocircuito

El cálculo de las corrientes de cortocircuito, así como las contribuciones de corriente que cada línea aporta al mismo cuando las redes están formadas por varias mallas, es largo y complejo, pues son necesarios numerosos cálculos que requieren mucho tiempo.

El procedimiento propuesto, que consiste en disponer de un "modelo de red", también llamado "red en miniatura", permite evitar este inconveniente. Con este modelo, mediante las oportunas medidas con amperímetros sensibles y produciendo a voluntad cortocircuitos monofásicos, bifásicos o puestas a tierra en los puntos deseados, pueden determinarse, de forma práctica y en cada caso, los valores de las distintas corrientes de cortocircuito.

Como es lógico, es necesario hallar previamente y conforme a lo expuesto los valores de las resistencias o de las reactancias de cada uno de los elementos que constituyen la red real, cuyos valores vienen expresados en ohmios.

De esta forma, disponiendo de las impedancias necesarias, regulando convenientemente sus valores y agrupándolas de modo que constituyan el modelo de red propuesto, se determinarán, con arreglo a los valores escogidos para dichas impedancias (que pueden ser proporcionales a los valores reales de la red), los valores de las intensidades de las diversas corrientes de cortocircuito que han de considerarse.

Los voltajes que se aplican al "modelo de red" tienen escaso valor, comparados con los voltajes nominales de la misma, pero como en los circuitos de resistencias no inductivas la intensidad es siempre proporcional al valor del voltaje, con una simple proporción pueden obtenerse los verdaderos valores de las intensidades de las corrientes de cortocircuito.

El dispositivo para establecer un "modelo de red" consta de varias impedancias regulables a fin de obtener los valores necesarios de las mismas, y, mediante los conectores



apropiados, también permite realizar las conexiones convenientes entre aquellas impedancias. Así quedará reproducida la red real en el modelo constituido del modo, y con los elementos y componentes necesarios.

Las operaciones que se llevan a cabo con el “modelo de red” simplifican notablemente la determinación de las corrientes de cortocircuito en la mayoría de los supuestos que es necesario considerar.

## 1.8 Impedancias directa, inversa y homopolar

Las impedancias a tener presentes en los cálculos de cualquier cortocircuito se engloban en tres grandes denominaciones:

- *Impedancia directa* ( $Z_1$ ). Es el cociente entre la tensión entre fase y neutro y la corriente de fase en el caso de circuitos alimentados mediante un sistema simétrico trifásico de secuencia directa (*RST*). Corresponde a la impedancia de servicio de líneas; a la impedancia de cortocircuito de los transformadores, bobinas y condensadores, y a la impedancia que aparece en los generadores y motores en el instante de producirse el cortocircuito.
- *Impedancia inversa* ( $Z_2$ ). Es el cociente entre la tensión entre fase y neutro, y la intensidad de fase, en el caso de circuitos alimentados por un sistema simétrico trifásico de secuencia inversa (*RTS*). Al no influir el sentido del flujo giratorio en los elementos estáticos (transformadores, bobinas, condensadores, líneas, cables, etc.), las impedancias inversas coinciden con las impedancias directas. Por el contrario, las máquinas giratorias (motores y generadores) variarán su valor si son máquinas con el rotor de polos salientes.
- *Impedancia homopolar* ( $Z_0$ ). Es el cociente entre la tensión entre fase y neutro y la intensidad de fase, en el caso de que la alimentación provenga de una fuente de tensión monofásica. No hay forma de hallar con exactitud el valor de la impedancia homopolar si no es de forma práctica. La impedancia homopolar es similar a la impedancia directa en dispositivos como bobinas y condensadores, prácticamente igual en los transformadores y mucho menor en las máquinas giratorias. Donde realmente cambia de valor la impedancia homopolar es en las líneas de transporte de energía eléctrica, ya que la corriente homopolar es monofásica y, por tanto, ha de disponer de un camino de retorno, el cual se produce normalmente a través de tuberías, hilos de protección, neutro, etc., lo que hace que las impedancias homopolares de las líneas aumenten, al menos, el doble o el triple con respecto a los valores que presentarían las mismas en secuencia directa o inversa.

La tabla siguiente muestra, de forma aproximada, los valores que hemos de adoptar al realizar los cálculos de las impedancias de los diversos dispositivos eléctricos. Recuérdese que las impedancias homopolares han de hallarse de forma experimental si se quieren calcular con exactitud.



Dispositivo	Componente directa	Componente inversa	Componente homopolar
Transformador	$X_1$	$X_2 = X_1$	$X_0 = X_1 \cdot 0,9$
Bobina (L)	$X_1$	$X_2 = X_1$	$X_0 = X_1$
Condensador (C)	$X_1$	$X_2 = X_1$	$X_0 = X_1$
Resistencia (R)	$X_1$	$X_2 = X_1$	$X_0 = X_1$
Línea (L)	$X_1$	$X_2 = X_1$	$X_0 = 2,5 \cdot X_1$
Máquina síncrona	$X_1$	Turbogenerador $X_2 = X_1$ Hidroturbinas $X_2 = 1,2 \cdot X_1$	$X_0 = 0,4 \cdot X_1$ $X_0 = (1/6 \text{ a } 3/4)X_1$ (sólo con máquinas dinámicas)
Máquina asíncrona	$X_1$	$X_2 = X_1$	

Tabla 1.3 Valores de las impedancias directa, inversa y homopolar para diversas máquinas y dispositivos eléctricos

## 1.9 Cálculo de la impedancia de aparatos y dispositivos eléctricos y de la impedancia de cortocircuito de la red

### 1.9.1 Impedancias de aparatos y componentes

Al contrario de lo que ocurre con las líneas aéreas y los cables, las impedancias o reactividades de los generadores, los transformadores y las bobinas de compensación no se expresan, en general, como valores absolutos en ohmios/fase, sino en forma de valores relativos. Los datos expresados en ohmios/fase corresponden a los valores por fase de las impedancias en estrella o de las impedancias en triángulo, adecuadamente transformadas en impedancias en estrella, y se dan como la relación entre la tensión nominal y la corriente o la potencia nominales.

$$Z_k = z_N \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} = z_N \frac{U_N^2}{S_N} \quad [1.12]$$

donde:

- $Z_k$  = impedancia absoluta de cortocircuito (en ohmios/fase)
- $Z_N$  = módulo de la impedancia de cortocircuito, referida a la tensión nominal y a la corriente o potencia nominales (en ohmios/fase)
- $U_N$  = tensión nominal (en kV)
- $I_N$  = corriente nominal (en A)
- $S_N$  = potencia aparente nominal (en MVA)



## Transformadores

Los esquemas equivalentes correspondientes a los sistemas directo, inverso y homopolar de los transformadores dependen del número y de la conexión de los bobinados que los forman. El módulo de la impedancia inversa suele coincidir con el módulo de la impedancia directa.

### Impedancias directas

La impedancia directa de un transformador trifásico coincide con su impedancia de cortocircuito. Esta puede medirse o calcularse a partir de la tensión de cortocircuito y de la impedancia nominal, y se refiere tanto al lado de alta tensión como al de baja.

### Transformadores con dos bobinados

Se cumple, en este caso:

$$\underline{Z}_l = \underline{Z}_{ps} = \underline{Z}_T = (R_T + jX_T) \quad [1.13]$$

La impedancia directa viene determinada esencialmente por el flujo de dispersión entre los bobinados primario y secundario.

La impedancia total ( $Z_T$ ) se calcula a partir de la tensión de cortocircuito ( $U_k$ ) del transformador:

$$Z_T = \frac{u_{kN}}{100\%} \frac{U_{NT}^2}{S_{NT}} = \sqrt{R_T^2 + X_T^2} \quad [1.14]$$

Y la resistencia óhmica es

$$R_T = \frac{u_{RN}}{100\%} \frac{U_{NT}^2}{S_{NT}} = \frac{P_{CuN}}{3I_{NT}^2} \quad [1.15]$$

Y la reactancia inductiva:

$$X_T = \frac{u_{XN}}{100\%} \frac{U_{NT}^2}{S_{NT}} = \frac{1}{100\%} \frac{U_{NT}^2}{S_{NT}} \sqrt{u_{kN}^2 - u_{RN}^2} \quad [1.16]$$

donde:

- $U_{NT}$  = tensión nominal del transformador (tensión de línea en kV)
- $S_{NT}$  = potencia nominal aparente del transformador (en MVA)
- $u_{kN}$  = tensión de cortocircuito para la corriente nominal (en %)
- $u_{RN}$  = tensión resistiva de cortocircuito para la corriente nominal (pérdidas de cortocircuito en %)
- $u_{XN}$  = tensión reactiva de cortocircuito para la corriente nominal (en %)
- $P_{CuN}$  = pérdidas en el cobre para la potencia nominal (en MW)
- $I_{NT}$  = intensidad nominal del transformador (en A)



En los cálculos en que el transformador no se analiza internamente, sino que constituye un componente más dentro de un sistema de potencia, podemos sustituir su circuito equivalente por una resistencia y una reactancia colocadas en serie, como muestra la Figura:

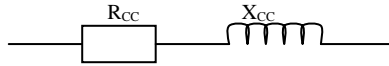
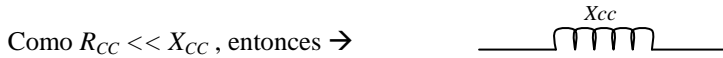


Fig.1.13  
Circuito equivalente aproximado de un transformador monofásico

Si realizamos aún otra aproximación y despreciamos el valor de la resistencia frente al valor de la reactancia del transformador (normalmente, el valor de la resistencia es varias veces inferior al valor de la reactancia), el circuito equivalente queda simplificado y formado solamente por una reactancia:



Recordando, asimismo, que el transformador variará los valores de la tensión y la intensidad, de la forma:

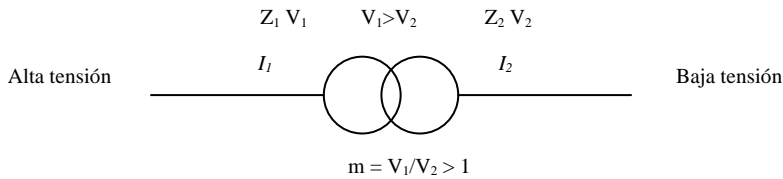


Fig.1.14  
Relaciones entre las magnitudes primarias y secundarias de un transformador

Para encontrar  $V_1 \rightarrow V_1 = V_2 \cdot m$       Para encontrar  $V_2 \rightarrow V_2 = V_1 / m$

Para encontrar  $I_1 \rightarrow I_1 = I_2 / m$       Para encontrar  $I_2 \rightarrow I_2 = I_1 \cdot m$

Para encontrar  $Z_1 \rightarrow Z_1 = Z_2 \cdot m^2$       Para encontrar  $Z_2 \rightarrow Z_2 = Z_1 / m^2$

Además, es importante recordar las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} \epsilon_{CC} &\rightarrow Z_{CC} = \epsilon_{CC} \cdot U^2 n / S_n \\ \epsilon_{XCC} &\rightarrow X_{CC} = \epsilon_{XCC} \cdot U^2 n / S_n \\ \epsilon_{RCC} &\rightarrow R_{CC} = \epsilon_{RCC} \cdot U^2 n / S_n \end{aligned} \quad [1.17]$$

### Transformadores con tres bobinados

Los transformadores con tres bobinados se representan, para los sistemas directo e inverso, mediante un esquema equivalente en que las tres impedancias existentes (una entre cada dos devanados) están conectadas en estrella. Estas impedancias se calculan a



partir de las tensiones de cortocircuito y de las potencias aparentes referidas a una de las tres tensiones nominales del transformador. Debido al miembro con signo negativo, una de las tres impedancias puede ser nula o negativa. En general, tenemos:

$$\begin{aligned}
 Z_p &= \left( \frac{u_{ps}}{S_{ps}} + \frac{u_{tp}}{S_{tp}} - \frac{u_{st}}{S_{st}} \right) \left( \frac{U_N^2}{2 \cdot 100\%} \right) \\
 Z_s &= \left( \frac{u_{st}}{S_{st}} + \frac{u_{ps}}{S_{ps}} - \frac{u_{tp}}{S_{tp}} \right) \left( \frac{U_N^2}{2 \cdot 100\%} \right) \\
 Z_t &= \left( \frac{u_{tp}}{S_{tp}} + \frac{u_{st}}{S_{st}} - \frac{u_{ps}}{S_{ps}} \right) \left( \frac{U_N^2}{2 \cdot 100\%} \right)
 \end{aligned}
 \tag{1.18}$$

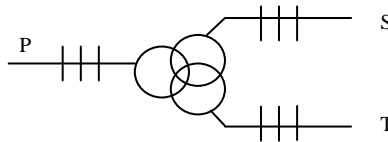
donde:

$u_{ps}, u_{st}, u_{tp}$  = tensiones de cortocircuito (en %)

$U_N$  = tensiones de referencia (una de las tres tensiones nominales en kV)

$S_{ps}, S_{st}, S_{tp}$  = potencias nominales de paso (en MVA)

Fig.1.15  
Circuito eléctrico  
monofásico de un  
transformador  
con tres  
bobinados



### Bobinas limitadoras de la corriente de cortocircuito

Las impedancias de las redes directa, inversa y homopolar de una bobina limitadora de la corriente de cortocircuito son iguales y su valor coincide con el de la impedancia longitudinal o directa ( $Z_1=Z_2=Z_0=Z_D$ ).

Como ( $R_D = 0,03 \cdot X_D$ ), puede despreciarse ( $R_D$ ) frente a ( $X_D$ ). Por tanto, se cumple:

$$Z_D \cong X_D = \frac{u_{ND}}{100\%} \frac{U_{ND}}{\sqrt{3} I_{ND}} = \frac{u_{ND}}{100\%} \frac{U_{ND}^2}{Q_{ND}}
 \tag{1.19}$$

donde:

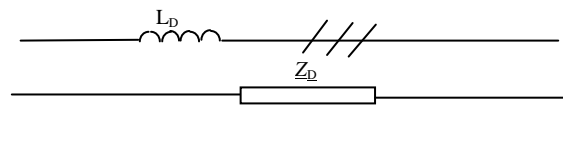
$u_{ND}$  = caída de tensión para la corriente nominal (en %)

$U_{ND}$  = tensión nominal (en kV)

$I_{ND}$  = corriente nominal (en A)

$Q_{ND}$  = potencia reactiva nominal (en MVAR)

Fig.1.16  
Símbolo eléctrico y  
circuito monofásico  
equivalente de una  
bobina limitadora





### Condensadores en serie

Las impedancias de las redes directa, inversa y homopolar de un condensador en serie coinciden con el valor de su impedancia longitudinal o directa ( $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_0 = \bar{Z}_D$ ).

Como las pérdidas óhmicas representan del 0,2 % al 0,45 % de la potencia del condensador, puede despreciarse ( $R_C$ ) frente a ( $X_C$ ), y se cumple:

$$Z_C \cong X_C = \frac{Q_{NC}}{3I_{NC}^2} \quad [1.20]$$

donde:

$Q_{NC}$  = potencia reactiva nominal (potencia trifásica en MVAR)

$I_{NC}$  = corriente nominal (en A)

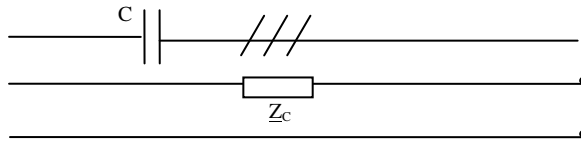


Fig.1.17  
Símbolo eléctrico y circuito monofásico equivalente de un condensador

### Acometidas

El valor de la corriente de cortocircuito para una acometida viene determinado por la potencia de cortocircuito en el punto de conexión ( $Q$ ) de la red que alimenta dicha acometida.

La impedancia de cortocircuito resulta ser:

$$Z_Q = 1.1 \frac{U_{NQ}^2}{S_{kQ}^2} \quad \bar{Z}_Q = (R_Q + jX_Q) \quad [1.21]$$

donde:

- $U_{NQ}$  = tensión nominal de la red en el punto de acometida  $Q$  (el coeficiente 1.1 corresponde al factor (c))
- $S_{kQ}$  = potencia de cortocircuito para la corriente inicial simétrica en el punto de acometida  $Q$  (en MVA)
- $I_{kQ}$  = intensidad inicial simétrica de cortocircuito en el punto de acometida  $Q$  (en A)

Si no se conocen otros valores, puede tomarse para la resistencia efectiva  $R_Q = 0,1 X_Q$ , con  $X_Q = 0,995 Z_Q$ .

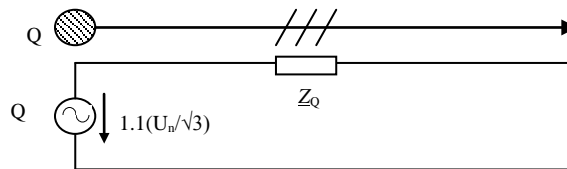


Fig.1.18  
Símbolo eléctrico y circuito monofásico equivalente de una acometida



### Cables

No es posible dar para los cables fórmulas que permitan calcular con suficiente precisión la resistencia óhmica y la reactancia inductiva. Los valores de la impedancia han de ser indicados por el fabricante o determinados efectuando medidas. Esto rige, sobre todo, para las impedancias homopolares.

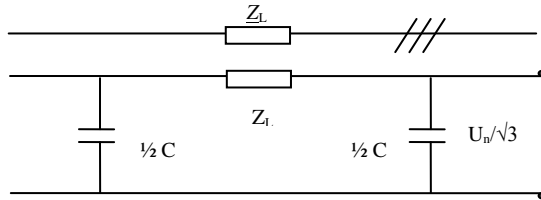
### Líneas aéreas

Para los sistemas directo e inverso correspondientes a una línea aérea, se cumple:

$$\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_L = (R_L + jX_L) \quad [1.22]$$

El sistema homopolar es semejante y únicamente difiere en la capacidad con respecto a tierra. En líneas dobles, aparece, junto a la inductancia propia, tanto para los sistemas directo e inverso como para el homopolar, un acoplamiento entre los dos circuitos.

Fig.1.19  
Símbolo  
eléctrico y  
circuito  
monofásico  
equivalente de  
una línea aérea  
trifásica



El circuito monofásico equivalente para una línea aérea puede ser representado como indica la Figura anterior (Figura 1.19, circuito equivalente en  $\pi$ ), o bien mediante el circuito equivalente en (T). En este último caso, es la impedancia longitudinal la que se divide en dos mitades, mientras que la impedancia transversal queda agrupada formando una unidad.

### Máquinas síncronas

La reactancia inicial subtransitoria saturada ( $X_d''$ ) de una máquina síncrona determina el valor de la corriente inicial simétrica de cortocircuito. La impedancia de un generador vale:

$$Z_G \approx (R_G + jX_d'') \quad [1.23]$$

Con una reactancia de valor:

$$X_d'' = \frac{x_d''}{100\%} \frac{U_{NG}^2}{S_{NG}} \quad [1.24]$$

$$X_{\%}'' = x_d'' / 100\% \quad [1.25]$$





Normalmente, el valor de la reactancia inicial porcentual ( $X\%''$ ) nos puede orientar sobre el tipo de máquina eléctrica que estamos calculando. Esta información es especialmente importante a la hora de calcular las impedancias de secuencia inversa, y en general se cumple:

$$X\%'' > 18\% \rightarrow \text{Máquinas con rotor de polos salientes: } X_2 = 1.2 \cdot X_1$$

$$X\%'' \leq 18\% \rightarrow \text{Máquinas con rotor liso: } X_2 = X_1$$

Para la resistencia de los bobinados del generador ( $R_G$ ), pueden tomarse con suficiente precisión los valores siguientes:

$$R_G = 0,05 X_d'' \text{ para generadores con } U_{NG} > 1 \text{ kV y } S_{NG} \geq 100 \text{ MVA}$$

$$R_G = 0,07 X_d'' \text{ para generadores con } U_{NG} > 1 \text{ kV y } S_{NG} < 100 \text{ MVA}$$

$$R_G = 0,15 X_d'' \text{ para generadores con } U_{NG} < 1.000 \text{ V}$$

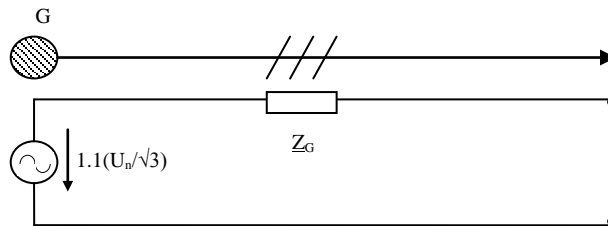


Fig.1.20  
Símbolo eléctrico y  
circuito monofásico  
equivalente de una  
máquina síncrona

Los generadores acoplados en paralelo con distinta potencia pero igual reactancia inicial pueden sustituirse por un generador equivalente, cuya potencia será la suma de las potencias de cada uno de los generadores.

Los motores y los compensadores síncronos (motores síncronos que trabajan en vacío) pueden tratarse como generadores síncronos para el cálculo de las corrientes de cortocircuito.

### Motores asíncronos

La impedancia a considerar, para el cálculo de la corriente inicial simétrica de cortocircuito de las máquinas de inducción, se obtiene a partir de la corriente inicial de arranque del motor a la tensión nominal, de forma:

$$\overline{Z_M} = (R_M + jX_M) \quad [1.26]$$

Y, por tanto:

$$Z_M = \frac{U_{NM}}{\sqrt{3}I_{an}} = \frac{1}{I_{an} / I_{NM}} \frac{U_{NM}^2}{S_{NM}} \quad [1.27]$$

donde:

- $U_{NM}$  = tensión nominal del motor (en kV)



- $I_{an}$  = corriente inicial de arranque del motor (en A)
- $I_{NM}$  = corriente nominal del motor (en A)
- $S_{NM}$  = potencia aparente nominal del motor (en MVA)

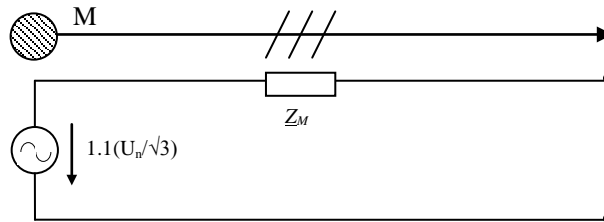
Para la resistencia de los bobinados del motor ( $R_M$ ), pueden tomarse con suficiente precisión:

$R_M/X_M = 0,10$ , con  $X_M = 0,995$ . Para motores con alta tensión y con la relación potencia/par de polos  $\geq 1$  MW

$R_M/X_M = 0,15$ , con  $X_M = 0,989$ . Para motores con alta tensión y con la relación potencia/par de polos  $< 1$  MW

$R_M/X_M = 0,30$ , con  $X_M = 0,958$ . Para motores de baja tensión,  $U < 1$  kV.

Fig.1.21  
Símbolo eléctrico  
y circuito mono-  
fásico equivalente  
de una  
máquina asín-  
crona



Los accionamientos alimentados por convertidores estáticos pueden tratarse como motores asíncronos. Para estos accionamientos, se toma:

$U_{NM}$  = tensión nominal en el lado de la alimentación del convertidor o transformador del convertidor en kV

$I_{NM}$  = corriente nominal en el lado de la alimentación (en A)

$$I_{an} / I_{NM} = 3 \text{ y } R_M = 0,1 \cdot X_M, \text{ con } X_M = 0,995 \cdot Z_M \quad [1.28]$$

## 1.9.2 Impedancias de cortocircuito de la red

### Redes con alimentación múltiple y redes malladas

A menudo, es necesario calcular las corrientes de cortocircuito para puntos alimentados por diversas fuentes de corriente de cortocircuito; estas corrientes pueden circular a través de conductores independientes o de conductores dispuestos en malla.

En el caso de un cortocircuito con alimentación simple, la impedancia de cortocircuito de la red ( $Z_K$ ) equivale a la suma de las impedancias de los distintos aparatos o componentes.

Si se trata de un cortocircuito con alimentación múltiple a través de líneas independientes, es posible calcular, a partir de las impedancias ( $Z_A$ ) y ( $Z_B$ ), las proporciones de la intensidad de cortocircuito que circulan por las ramas ( $A$ ) y ( $B$ ) mediante divisores



de intensidad. También puede determinarse la impedancia equivalente de ( $Z_A$ ) y ( $Z_B$ ), calculando, con este valor, directamente la corriente de cortocircuito.

En el caso de un cortocircuito con alimentación múltiple a través de líneas con tramos comunes, hay que determinar la impedancia equivalente ( $Z_{AB}$ ) de las ramas independientes hasta el punto de cortocircuito y sumar al valor de esta impedancia equivalente el valor de la impedancia ( $Z_D$ ) del tramo común para obtener la impedancia total.

Si se trata de un cortocircuito con múltiples alimentaciones a través de líneas dispuestas en malla, dicha malla ha de deshacerse mediante las correspondientes transformaciones triángulo/estrella, hasta conseguir, en definitiva, un circuito donde podamos obtener la impedancia resultante equivalente, vista desde el punto de cortocircuito.

### Cálculo por impedancias absolutas

Como las impedancias varían en función del cuadrado de la tensión, para las impedancias absolutas ( $Z_B$ ) referidas a la tensión de referencia ( $U_B$ ) se aplican las relaciones siguientes:

- Para las líneas aéreas y los cables, la impedancia dada en ( $\Omega$ ) será:

$$\bar{Z}_B = \bar{Z}_N \frac{U_B^2}{U_N^2} \quad [1.29]$$

- Para transformadores, motores, generadores y bobinas, la impedancia en ( $\Omega$ ) será:

$$\bar{Z}_B = \bar{z}_N \frac{U_B^2}{S_N} \quad [1.30]$$

La corriente inicial simétrica de cortocircuito (en A) y la potencia correspondiente de cortocircuito (en MVA) pueden calcularse mediante las ecuaciones siguientes:

$$S_k'' = c \frac{U_B^2}{Z_B} \quad \text{y} \quad I_{k3}'' = \frac{S_k''}{\sqrt{3} U_N} \quad [1.31]$$

donde ( $U_N$ ) es la tensión de línea en el punto de cortocircuito (en kV), y el coeficiente ( $c$ ) representa el paso de la tensión de línea al valor de la fuerza electromotriz de una fuente ficticia generadora de energía, situada en el punto de cortocircuito, y para el coeficiente se adopta normalmente el valor de ( $c=1,1$ ).

### Cálculo por impedancias adimensionales

Para el cálculo adimensional, como las potencias nominales de los distintos aparatos o componentes son diferentes o, en el caso de las líneas aéreas, no están definidas, es preciso establecer una única potencia de referencia ( $S_B$ ).

Para las impedancias adimensionales ( $z_B$ ) referidas a esta potencia de referencia, se tienen las relaciones siguientes:



- Para las líneas aéreas y los cables:

$$\bar{z}_B = \bar{Z}_N \frac{S_B}{U_N^2} \quad [1.32]$$

- Para generadores, transformadores, motores y bobinas:

$$\bar{z}_B = \bar{z}_N \frac{S_B}{S_N} \quad [1.33]$$

Como potencia de referencia, puede escogerse cualquier valor; sin embargo, resulta útil adoptar el valor de la potencia de la mayor máquina eléctrica existente en el circuito, o bien tomar un valor de referencia que simplifique los cálculos, como por ejemplo 100 MVA.

La corriente inicial simétrica de cortocircuito y la potencia correspondiente de cortocircuito se obtienen a partir de las ecuaciones:

$$S_k'' = c \frac{U_B}{Z_B} \quad [1.34]$$

$$I_k'' = \frac{S_k''}{\sqrt{3} U_N}$$

donde ( $U_N$ ) es la tensión de línea en el punto de cortocircuito en (kV).

### Consideración de las relaciones de transformación de los transformadores

Los distintos niveles de tensión de una red están interconectados mediante transformadores con relaciones de transformación ( $m_i$ ). Las relaciones de transformación han de verse desde el punto de cortocircuito hacia la impedancia en cuestión. Para reducir las distintas impedancias a un mismo nivel de tensión de referencia, pueden aplicarse las relaciones siguientes:

- Impedancias absolutas para líneas aéreas y cables:

$$\bar{Z}_{Bx} = \bar{Z}_N (m_1 \cdot m_2 \dots)^2 \quad [1.35]$$

- Y para transformadores, motores, generadores y bobinas:

$$\bar{Z}_{Bx} = \bar{z}_N \frac{U_N^2}{S_N} (m_1 \cdot m_2 \dots)^2 \quad [1.36]$$

- Impedancias adimensionales para líneas aéreas y cables:

$$\bar{Z}_{Bx} = \bar{Z}_N \frac{S_B}{U_B^2} (m_1 \cdot m_2 \dots)^2 \quad [1.37]$$

- Y para transformadores, motores, generadores y bobinas:

$$\bar{Z}_{Bx} = \bar{z}_N \frac{S_B}{S_N} \frac{U_N^2}{U_B^2} (m_1 \cdot m_2 \dots)^2 \quad [1.38]$$



## 1.10 Cálculo de las corrientes de cortocircuito según las directrices de la norma VDE 0102, partes 1/11.71 y 2/11.75

### 1.10.1 Cálculo de las corrientes iniciales simétricas de cortocircuito con una fuente equivalente de tensión

La norma alemana indica un método para hallar las corrientes de cortocircuito diferente del cálculo tradicional explicado en este capítulo. Las diferencias esenciales que introduce la norma VDE 0102 con respecto al sistema tradicional son las siguientes:

Hasta ahora, hemos considerado que todas las fuentes de energía que estaban conectadas y eran activas en el momento de producirse el cortocircuito influían en este. Aunque esto es cierto, la norma VDE propone un sistema alternativo, en el cual basta con considerar en el punto de cortocircuito una única fuente ficticia de energía con un valor de la fuerza electromotriz entre fase y neutro de:

$$E_{cc} = \frac{c \cdot U_n}{\sqrt{3}} \quad [1.39]$$

La tensión ( $U_n$ ) es la tensión de línea del punto de cortocircuito un instante antes de producirse el mismo, es decir, en régimen permanente, y, por tanto, fácilmente calculable. El coeficiente ( $c$ ) representa el paso de la tensión de línea al valor de la fuerza electromotriz de la fuente ficticia (normalmente, su valor es de  $c=1.1$ ).

Las fuerzas electromotrices de los generadores, los motores y las correspondientes a las acometidas se consideran nulas. Pero deben tenerse presentes sus impedancias, es decir, es muy importante detectar la presencia y la localización de estas fuentes en la red general, ya que solo se tienen en cuenta, para el cálculo de la impedancia equivalente de cortocircuito vista desde el punto de fallo, los circuitos o ramas en que exista una fuente generadora de energía.

No se consideran las susceptancias (capacidades transversales) ni las pérdidas por conductancia de las líneas en los sistemas directo e inverso, como tampoco las impedancias transversales debidas a motores; los motores se tratan como generadores. Por el contrario, todos estos parámetros transversales (excepto los debidos a motores) han de tenerse presentes en el cálculo de la impedancia resultante en secuencia homopolar.

Para las redes trifásicas con tensiones nominales superiores a 1 kV se cumple, tanto para los cortocircuitos próximos al generador como para los alejados de él:

$$\frac{c \cdot \bar{U}_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot \bar{U}_N}{\sqrt{3}} \quad [1.40]$$

donde:

$U_N$  = tensión nominal (tensión de línea) de la red donde está situado el punto de cortocircuito (en kV)

$c = 1.1$  = diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red



En las redes trifásicas con tensiones nominales inferiores a 1.000 V y sin generadores de baja tensión, se cumple:

$$\frac{c \cdot \bar{U}_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot \bar{U}_{NT}}{\sqrt{3}} \quad [1.41]$$

donde:

$U_{NT}$  = tensión nominal (tensión entre líneas) del lado de baja tensión de los transformadores que alimentan a la red (en kV)

$c = 1,0$ . Para el cálculo de las máximas corrientes iniciales simétricas de cortocircuito

$c = 0,95$ . Para el cálculo de las mínimas corrientes iniciales simétricas de cortocircuito

### 1.10.2 Cálculo de las corrientes de cortocircuito $I_s$ , $I_a$ e $I_k$

Las corrientes de cortocircuito ( $I_s$ ,  $I_a$  e  $I_k$ ) se calculan a partir de la corriente inicial simétrica de cortocircuito ( $I_k''$ ) y de los factores indicados en las directrices VDE 0102. En caso de que el punto de cortocircuito esté alimentado directamente por las distintas fuentes de corriente de cortocircuito, se cumplen para ( $I_s$ ,  $I_a$ ,  $I_{aM}$  e  $I_k$ ) las relaciones siguientes:

#### Corriente máxima asimétrica de cortocircuito

Es la máxima corriente que aparece en el punto de cortocircuito, es decir, es el valor pico a pico. Es fundamental calcularla para determinar el poder de cierre de los dispositivos de protección.

$$I_s = \chi \cdot \sqrt{2} \cdot I_k'' \quad [1.42]$$

El factor ( $\chi$ ) depende de la relación ( $R_k/X_k$ ) correspondiente a los distintos aparatos o componentes implicados en el cortocircuito y tiene en cuenta el amortiguamiento temporal de la componente aperiódica, así como el de la componente simétrica en el caso de cortocircuitos próximos al generador. Su valor se determina a partir de la gráfica 12.1 de los anexos.

Remitimos al lector al capítulo 3 (“Problemas resueltos de fallos en sistemas de potencia”) de esta obra para su aplicación correcta.

#### Corriente simétrica de corte

Es la corriente que existe en los bornes de los dispositivos de corte y protección en el momento de abrir sus contactos. Su cálculo reviste gran interés, ya que de la magnitud de esta intensidad se obtiene el valor del poder de corte que ha de disponer el dispositivo de protección.

$$I_a = \mu \cdot q \cdot I_k'' \quad [1.43]$$



No todas las máquinas eléctricas disponen de los dos factores ( $\mu$  y  $q$ ). En las máquinas asíncronas, sí se deben considerar los dos factores, pero en las máquinas síncronas solo se considerará el factor ( $\mu$ ), ya que el factor ( $q$ ) toma, en todos los casos, el valor de la unidad ( $q = 1$ ).

El factor ( $\mu$ ) depende de la relación ( $I_k''/I_{nominal}$ ) de las distintas fuentes de corriente de cortocircuito y del retardo mínimo de desconexión ( $t_v$ ). Su valor se obtiene a partir de la gráfica 12.2 de los anexos.

El factor ( $q$ ) depende de la relación entre la potencia del motor (en MW) y su número de pares de polos. Con este valor, y con el retardo mínimo de desconexión ( $t_v$ ), se entra en la gráfica 12.3 de los anexos y se obtiene el valor final del coeficiente ( $q$ ).

El cálculo de la corriente de corte es simple pero laborioso, por lo que remitimos al lector al capítulo de problemas resueltos de fallos en líneas aéreas (capítulo 3), para su mejor comprensión.

## Corriente permanente de cortocircuito

La corriente permanente de cortocircuito es la corriente que permanece en la red después de producirse el fallo. Normalmente, el circuito pasa a régimen permanente, transcurridos unos 10 segundos después del cortocircuito.

Esta corriente es menor que las corrientes subtransitoria y transitoria en la mayoría de los cortocircuitos (si las fuentes generadoras de energía se hallan situadas lejos del punto de fallo, las intensidades subtransitoria, transitoria y permanente coinciden en su valor).

$$I_k = \lambda \cdot I_N \quad [1.44]$$

El factor ( $\lambda$ ) depende de la relación entre ( $I_k''/I_N$ ), de las condiciones de excitación (con regímenes saturados o poco saturados) y del tipo de máquina síncrona afectada por el fallo (generadores con rotor de polos salientes o turbogeneradores).

Para el cálculo del factor ( $\lambda$ ), se utilizan las gráficas 12.4 y 12.5 de los anexos. Se remite al lector a la sección de problemas (capítulo 3, "Problemas resueltos de fallas en líneas aéreas") de esta obra para su correcta comprensión.

## 1.11 Cuestiones y problemas

### Cuestiones

1. ¿Qué es un cortocircuito? ¿Qué efectos produce un cortocircuito? ¿Tipos de cortocircuitos?
2. Enumera las solicitaciones que provoca un cortocircuito. ¿En qué clase de fallo se dan cada una de estas solicitaciones?



3. Define el cortocircuito trifásico. ¿En qué circuitos es más frecuente este fallo? ¿Qué consecuencias conlleva este cortocircuito? ¿Qué redes de secuencia han de emplearse para su cálculo?
4. Define el cortocircuito bifásico. ¿En qué circuitos es más frecuente este fallo? ¿Qué consecuencias conlleva este cortocircuito? ¿Qué redes de secuencia han de emplearse para su cálculo?
5. Define el cortocircuito bifásico a tierra. ¿En qué circuitos es más frecuente este fallo? ¿Qué consecuencias conlleva este cortocircuito? ¿Qué redes de secuencia han de emplearse para su cálculo?
6. Define el cortocircuito monofásico a tierra. ¿En qué circuitos es más frecuente este fallo? ¿Qué consecuencias conlleva este cortocircuito? ¿Qué redes de secuencia han de emplearse para su cálculo?
7. Define el cortocircuito con doble contacto a tierra. ¿En qué circuitos es más frecuente este fallo? ¿Qué consecuencias conlleva este cortocircuito? ¿Qué redes de secuencia han de emplearse para su cálculo?
8. Define las siguientes intensidades eléctricas de cortocircuito: corriente instantánea simétrica, corriente aperiódica, corriente subtransitoria simétrica, corriente máxima asimétrica, corriente simétrica de corte.
9. Define las siguientes impedancias de cortocircuito: impedancia directa, impedancia inversa, impedancia homopolar.
10. Define las siguientes magnitudes eléctricas: fuerza electromotriz subtransitoria, tensión de servicio de la red, tensión nominal de la red, retardo mínimo de desconexión.
11. ¿Cómo influirán en el cortocircuito las características siguientes?: la situación del punto de fallo, el instante en que se produce, los generadores eléctricos, el estado previo de carga, la forma de la red.
12. Explica la variación de las magnitudes eléctricas (tensión e intensidades instantáneas) ante un cortocircuito alejado del generador.
13. ¿En qué condiciones aparece la componente aperiódica de la intensidad en un cortocircuito? ¿Qué es la constante de tiempo de la corriente aperiódica? ¿De qué depende esta constante?
14. Explica las diferencias entre las variaciones temporales de la tensión y de la intensidad instantánea total de cortocircuito para dos tipos de carga (un circuito altamente inductivo y un circuito óhmico).
15. ¿Por qué en redes trifásicas equilibradas es posible efectuar todos los cálculos para una sola fase? ¿Si un cortocircuito trifásico es un fallo grave, cómo es posible que pueda calcularse como si se tratara de un sistema trifásico equilibrado?





16. ¿Cómo se calculan las tres reactancias síncronas de una máquina eléctrica conectada a una red? ¿Cómo pueden determinarse sus constantes de tiempo subtransitoria, transitoria y permanente?
17. ¿Cómo se comportan los motores síncronos ante un cortocircuito? ¿Y los motores asíncronos?
18. Indica los métodos básicos para la reducción de las corrientes de cortocircuito.
19. Explica el método de la limitación de la potencia total conectada a un sector. Indica sus ventajas e inconvenientes.
20. Explica el método de las puestas a tierra no rígidas. Indica sus ventajas e inconvenientes.
21. Explica el método de las desconexiones rápidas antes de que las corrientes de fallo alcancen valores elevados. Indica sus ventajas e inconvenientes.
22. Explica el método de la desexcitación de los generadores. Indica sus ventajas e inconvenientes.
23. Explica el método de las bobinas de extinción o de resonancia (Petersen). Indica sus ventajas e inconvenientes.
24. Explica el método del empleo de tensiones elevadas. Indica sus ventajas e inconvenientes.
25. Explica el método de la interposición de bobinas limitadoras trifásicas en serie. Indica sus ventajas e inconvenientes.
26. ¿Qué efectos provoca un cortocircuito? Explica los efectos electrodinámicos debidos a un cortocircuito. El cálculo de los esfuerzos electrodinámicos permite determinar una serie de datos, ¿cuáles?
27. Explica los efectos térmicos que produce un cortocircuito. ¿Cómo se calculan? ¿De qué dependen?
28. Las corrientes de cortocircuito pueden determinarse de forma experimental. ¿En qué consiste el método? ¿Qué es el modelo de red de un circuito eléctrico? ¿Qué elementos forman el modelo de red?
29. ¿Qué es la impedancia directa de un sistema eléctrico? Para los distintos componentes de un sistema eléctrico (motores, generadores, transformadores, líneas, bobinas, condensadores, etc.), indica su impedancia directa.
30. ¿Qué es la impedancia inversa de un sistema eléctrico? Para los distintos componentes de un sistema eléctrico (motores, generadores, transformadores, líneas, bobinas, condensadores, etc.), indica su impedancia inversa.



31. ¿Qué es la impedancia homopolar de un sistema eléctrico? Para los distintos componentes de un sistema eléctrico (motores, generadores, transformadores, líneas, bobinas, condensadores, etc.), indica su impedancia homopolar.
32. Indica las fórmulas que permiten calcular la impedancia directa en un transformador con dos bobinados. Expresa las fórmulas que permiten pasar las tensiones, intensidades y potencias del primario al secundario en un transformador elevador. Dibuja su circuito eléctrico monofásico equivalente.
33. Indica las fórmulas que permiten calcular las bobinas limitadoras de la corriente de cortocircuito. Dibuja su circuito eléctrico monofásico equivalente.
34. Indica las fórmulas que permiten calcular los condensadores conectados en serie con una línea. Dibuja su circuito eléctrico monofásico equivalente.
35. Indica las fórmulas que permiten calcular las acometidas. Dibuja su circuito eléctrico monofásico equivalente.
36. Indica las fórmulas que permiten calcular las líneas de distribución de energía eléctrica. Dibuja su circuito eléctrico monofásico equivalente.
37. Indica las fórmulas que permiten calcular las máquinas eléctricas síncronas. Dibuja su circuito eléctrico monofásico equivalente.
38. Indica las fórmulas que permiten calcular los motores asíncronos. Dibuja su circuito eléctrico monofásico equivalente.
39. ¿Cómo se realiza el cálculo de un cortocircuito mediante el empleo de las impedancias absolutas? Para las líneas aéreas y los cables, ¿cuáles son las expresiones matemáticas de la impedancia? Para transformadores, motores y generadores, ¿cuáles son las expresiones de las impedancias?
40. ¿Cómo se realiza el cálculo de un cortocircuito mediante el empleo de las impedancias adimensionales? ¿Qué valores de referencia suelen adoptarse para las tensiones y las potencias? Para las líneas aéreas y los cables, ¿cuáles son las expresiones matemáticas de la impedancia? Para transformadores, motores y generadores, ¿cuáles son las expresiones de las impedancias?
41. El cálculo de las corrientes de cortocircuito mediante la norma VDE 0102 introduce algunos cambios con respecto al método tradicional. Indica los más significativos.
42. ¿Cómo se calcula la corriente máxima asimétrica de cortocircuito mediante la VDE 0102? ¿En qué tabla y de qué forma se obtiene el factor ( $\chi$ )?
43. ¿Cómo se calcula la corriente simétrica de corte según la VDE 0102? ¿Su cálculo es igual para motores asíncronos que para máquinas síncronas? ¿Qué tablas se utilizan para determinar los factores ( $\mu$ ) y ( $q$ )?
44. ¿Cómo se calcula la corriente permanente de cortocircuito mediante la VDE 0102? ¿En qué tabla y de qué forma se obtiene el factor ( $\lambda$ )?

## Problemas

Para la consulta de problemas resueltos, remitimos al lector a los capítulos 3 y 4 de esta obra. Es preferible empezar con problemas sencillos que permitan afianzar los conocimientos y ganar confianza en su resolución, para posteriormente acometer el cálculo de problemas más complejos.

→2



# Redes de secuencia y componentes simétricas en los sistemas de potencia

## 2.1 Introducción a las redes de secuencia

El cálculo de circuitos simétricos y equilibrados trifásicos, en régimen permanente, no presenta más dificultades que la aplicación de las fórmulas y los teoremas deducidos para la teoría de circuitos, es decir, son suficientes los razonamientos y métodos utilizados normalmente en la electricidad. Además, como son circuitos equilibrados, basta con buscar, para una única fase (normalmente, la fase  $R$ ), todas las magnitudes eléctricas, y los resultados obtenidos serán válidos para el resto de las fases, ya que estas magnitudes presentarán idénticos valores en módulo y sus ángulos desfasados serán  $120^\circ$  o  $240^\circ$  (fase  $T$  y  $S$ , respectivamente).

Para sistemas desequilibrados, el cálculo se complica al no coincidir las cargas de las tres fases, por lo que resulta necesario determinar todos los parámetros eléctricos para cada una de las fases del sistema (en sistemas trifásicos, representaría multiplicar por tres los cálculos habituales realizados para una sola fase), lo que conlleva resoluciones largas y laboriosas. Mediante el método de las componentes simétricas, es posible obtener la respuesta de cada elemento del sistema en una única fase y aplicar los resultados obtenidos a las demás fases del circuito. En otras palabras, es posible resolver sistemas asimétricos y desequilibrados, de la misma forma que resolveríamos los sistemas equilibrados.

En los circuitos equivalentes, los llamados *circuitos de secuencia*, basta con considerar por separado la respuesta que cada elemento ejerce sobre una red determinada y recordar que, con respecto a los restantes circuitos de secuencia, este elemento no tendrá influencia alguna. Incluso los efectos de las inductancias mutuas están incluidos en las ecuaciones que deduciremos y, por tanto, estas pueden considerarse por separado para cada uno de los circuitos de secuencia.



Existen tres circuitos equivalentes para cada elemento de un sistema trifásico. Al organizar los circuitos equivalentes individuales en redes, de acuerdo con las interconexiones de los elementos, se llega al concepto de las redes de secuencia. Al resolver las redes de secuencia para las condiciones de fallo, se obtienen la corriente inicial simétrica de cortocircuito y las componentes de voltaje, que pueden combinarse para simular, en todo el sistema, los efectos que producirían las corrientes de fallo desequilibradas originales.

Las redes de secuencia son las redes correspondientes a los circuitos de secuencia individuales. Estos circuitos se representan mediante circuitos monofásicos equivalentes, en forma de circuitos de secuencia homopolar, de secuencia directa y de secuencia inversa. Cada uno de estos circuitos pueden contener las impedancias de carga, los transformadores, las líneas de transmisión y las máquinas síncronas y asíncronas, que en definitiva constituyen los componentes fundamentales de las redes trifásicas de transmisión de potencia. Se supone que cada elemento individual es lineal y trifásico simétrico, cuando se conecta en las configuraciones en estrella o triángulo (Y o  $\Delta$ ). Según estas suposiciones, a continuación se resumen las características más importantes de los circuitos de secuencia individuales:

- Una red de secuencia se construye uniendo todos los circuitos de secuencia correspondientes a las diferentes secciones separadas. También han de calcularse las impedancias de secuencia de las diferentes secciones del sistema.
- Una red de secuencia muestra las posibles trayectorias que puede seguir la componente de la corriente eléctrica de esa secuencia en particular, en una fase real del sistema.
- En un sistema trifásico, tanto las corrientes como las tensiones son de secuencia directa. Los sistemas de potencia se diseñan de forma que, en conjunto, los desfases que introducen los transformadores se anulen mutuamente, por lo que no es necesario considerarlos cuando se analiza un sistema completo. No obstante, para cálculos más detallados, debe aplicarse un adelanto o un retraso de  $30^\circ$  al pasar las magnitudes eléctricas a través de un transformador Y- $\Delta$ , o  $\Delta$ -Y (ver apartado de transformadores).
- La conversión de una red de secuencia directa a una red de secuencia inversa se lleva a cabo cambiando el valor de las impedancias que representan las máquinas rotatorias y omitiendo la fuerza Electromotriz (f.e.m.s)
- Las redes de secuencia directa e inversa pueden contener circuitos equivalentes exactos, o bien simplificarse omitiendo las resistencias en serie y las admitancias en paralelo.
- Un sistema trifásico opera como un sistema monofásico en lo que se refiere a corrientes de secuencia homopolar, ya que estas son iguales en magnitud y fase en cualquier punto del sistema.
- En cualquier parte de la red, la caída de voltaje originada por la corriente de una cierta secuencia solo depende de la impedancia de esa parte de la red al flujo de corriente dado para esta secuencia.



- Las impedancias a las corrientes de secuencia directa e inversa ( $Z_1$  y  $Z_2$ ) son iguales en cualquier circuito estático y pueden considerarse aproximadamente iguales en máquinas síncronas y asíncronas bajo condiciones subtransitorias.
- En cualquier parte de la red, la impedancia a la corriente de secuencia homopolar ( $Z_0$ ) es, por lo general, diferente a la impedancia de las redes de secuencia directa e inversa ( $Z_1$  y  $Z_2$ ).
- Solamente los circuitos de secuencia directa contienen fuentes de energía rotatorias, ya que los fabricantes así las construyen (las máquinas actuales se construyen solo para funcionar en secuencia directa *RTS*).
- El neutro es la referencia para los voltajes en los circuitos de secuencia directa e inversa. Estos voltajes al neutro son iguales a los voltajes de tierra, si hay una conexión física de impedancia cero u otra de valor finito entre el neutro y la tierra del circuito real.
- No fluyen corrientes de secuencia directa o inversa entre los puntos neutros y tierra.
- Tierra es la referencia para los voltajes en los circuitos de secuencia homopolar. El valor del potencial a tierra se considera constante y las impedancias para los circuitos de las corrientes de retorno están ya incluidas en las impedancias de secuencia homopolar. Por tanto, no han de considerarse para el cálculo las impedancias de tierra, de las canalizaciones o de los hilos de protección por los que puedan retornar las corrientes de secuencia homopolar.
- No se incluyen las impedancias limitadoras o de tierra ( $Z_n$ ) en las conexiones físicas entre el neutro y tierra, en los circuitos de secuencia directa o inversa, pero, en cambio, para la secuencia homopolar, se considerará una impedancia de valor el triple ( $3Z_n$ ) para igualar el efecto que produciría la caída de tensión de la corriente original (cabe recordar que, en realidad, la corriente de secuencia homopolar que fluiría en el circuito entre neutro y la tierra sería el triple de la corriente que fluiría por una de las fases).

Existen varios circuitos de secuencia individuales:

- Circuitos de secuencia de una línea de transmisión simétrica
- Circuitos de secuencia de la máquina síncrona
- Circuitos de secuencia de los transformadores en estrella-triángulo ( $Y-\Delta$ )
- Impedancias en serie asimétricas

## 2.2 Redes de secuencia

### 2.2.1 Impedancias y redes de secuencia

La caída de tensión que se origina en una parte cualquiera de un circuito eléctrico por la corriente de una secuencia determinada depende exclusivamente de la impedancia de esa parte del circuito y de la corriente de dicha secuencia. La impedancia de una sección cualquiera de una red equilibrada frente a la corriente de una secuencia puede ser



distinta a la impedancia que representará la misma sección de red frente a la corriente de otra secuencia.

La impedancia de un circuito cuando por él circulan solamente corrientes de secuencia directa se llama *impedancia a la corriente de secuencia directa*. Similarmente, si solo existen corrientes de secuencia inversa, la impedancia se denomina *impedancia a la corriente de secuencia inversa*. Cuando existen únicamente corrientes de secuencia homopolar, la impedancia se denomina *impedancia a la corriente de secuencia homopolar*. Estas designaciones de las impedancias de un circuito a las corrientes de las distintas secuencias pueden denominarse simplemente: *impedancia de secuencia directa*, *impedancia de secuencia inversa* e *impedancia de secuencia homopolar*.

El análisis de fallos asimétricos en sistemas simétricos consiste en determinar las componentes simétricas de las corrientes desequilibradas que circulan por ellos. Como las componentes simétricas de las corrientes de la secuencia de una fase dan lugar a caídas de tensión solamente de la misma secuencia y son independientes de las corrientes de otras secuencias, en un sistema equilibrado las corrientes de cualquier secuencia pueden considerarse como circulando por una red independiente formada solo por las impedancias a la corriente de dicha secuencia. El circuito equivalente monofásico, formado exclusivamente por las impedancias a la corriente de una secuencia determinada, se denomina *red de secuencia* para esa secuencia en particular, incluyendo las fuentes generadoras de energía que afectan esta secuencia. Las redes de secuencia que transportan las corrientes ( $I_{a1}$ ,  $I_{a2}$  e  $I_{a0}$ ) se interconectan para representar diversas condiciones de fallos desequilibrados. Por tanto, para calcular el efecto de un fallo por el método de las componentes simétricas, es esencial, en primer lugar, determinar las impedancias de secuencia y, a continuación, combinarlas hasta formar las redes de secuencia.

### 2.2.2 Impedancias de secuencia para diversos elementos de un circuito eléctrico

Las impedancias de secuencia directa e inversa de los componentes o máquinas eléctricas de circuitos lineales, simétricos y estáticos son idénticas, ya que no dependen del sentido de giro del flujo giratorio (es independiente del orden de paso de las fases con respecto al flujo giratorio), a condición de que las tensiones aplicadas estén equilibradas. Por otra parte, la impedancia que presenta una línea de transporte de energía eléctrica a las corrientes de secuencia homopolar es distinta a la impedancia que presenta ante las corrientes de secuencia directa e inversa (en secuencia homopolar, ha de existir un camino de retorno para las corrientes).

Las impedancias de las máquinas giratorias a las corrientes de las tres secuencias son, en general, diferentes para cada secuencia. Al introducir una secuencia inversa (paso de las fases en sentido *RTS*), el campo magnético giratorio pasa a girar en sentido contrario al giro del rotor de la máquina eléctrica, lo que provoca, durante unos instantes, que la velocidad relativa entre el rotor y el campo magnético giratorio sea el doble de la velocidad de sincronismo de la máquina, y produce diferencias notables en el valor de las impedancias de las máquinas giratorias. A diferencia del flujo producido por la corriente de secuencia directa, que es estacionario con respecto al rotor (no existe velo-





cidad relativa), el flujo producido por la corriente de secuencia inversa barre rápidamente la cara del rotor. Las corrientes en los bobinados inductor y amortiguador, producidos por el flujo giratorio del inducido, impiden que el flujo entre en el interior del rotor. Esta condición es similar al rápido cambio de flujo inmediatamente después de producirse un cortocircuito en los terminales de la máquina, siendo el camino del flujo el mismo que hallamos al evaluar la reactancia subtransitoria. Al barrer todo el perímetro del rotor, la f.e.m. debida a la corriente de secuencia inversa cambiará constantemente de posición con respecto a los ejes directo y en cuadratura o transversal del rotor. La reactancia de secuencia inversa se define frecuentemente como la media de las reactancias subtransitorias directa y en cuadratura.

Cuando solo circulan corrientes de secuencia homopolar por los bobinados inducidos de una máquina trifásica, la corriente y la f.e.m. de una fase alcanzan el máximo al mismo tiempo que las corrientes y las f.e.m.s. de cada una de las restantes fases. Los bobinados de las máquinas eléctricas están distribuidos alrededor de la circunferencia del inducido, de tal forma que el punto de f.e.m. máxima producida por una fase está desplazado  $120^\circ$  eléctricos del punto de f.e.m. máxima de cada una de las fases restantes. Si la f.e.m. producida por la corriente de cada fase tuviese una distribución perfectamente sinusoidal en el espacio, una representación de la f.e.m. alrededor del inducido se traduciría en tres curvas sinusoidales, cuya suma sería cero en todos los puntos. No se produciría flujo en el entrehierro y la única reactancia del bobinado de cualquier fase sería la debida a las pérdidas en las espiras extremas. En una máquina real, los bobinados no están distribuidos para producir f.e.m.s perfectamente sinusoidales. El flujo resultante de la suma de las f.e.m.s. es muy pequeño, pero hace que la reactancia de secuencia homopolar sea un tanto mayor que en el caso ideal, en que no hay flujo en el entrehierro, debido a las corrientes de secuencia homopolar.

Al obtener las ecuaciones para la inductancia y la capacidad de las líneas de transporte transpuestas, se suponen corrientes trifásicas equilibradas sin especificar el orden de las fases. Por tanto, las ecuaciones resultantes son válidas igualmente para las impedancias de secuencia directa e inversa. Cuando circula solamente corriente de secuencia homopolar por una línea de transporte, la corriente es idéntica en todas las fases y su suma no es igual a cero. La corriente resultante retorna por tierra, por los cables de puesta a tierra o por ambos. Al ser la corriente de secuencia homopolar idéntica en todos los conductores de las tres fases (en realidad, solamente es igual en valor absoluto y desplazada  $120^\circ$  de las corrientes de otras fases), el campo magnético debido a la corriente de secuencia homopolar es muy diferente del originado por la corriente de secuencia directa o de secuencia inversa. La diferencia de campo magnético da lugar a que la reactancia de secuencia homopolar de una línea de transporte sea entre dos y cuatro veces mayor que la reactancia de secuencia directa. La relación se aproxima hacia la parte más alta del margen especificado para líneas de circuito doble y para líneas sin cables de toma de tierra.

En cuanto a los transformadores en circuitos trifásicos, estos pueden estar formados por tres unidades monofásicas individuales o bien disponer de un núcleo común para las tres fases, o ser del tipo coraza. Casi todas las unidades modernas son unidades trifásicas, por su coste inicial inferior, menor necesidad de espacio y mayor rendimiento. Aunque las impedancias en serie de secuencia homopolar de las unidades trifásicas pueden diferir ligeramente de los valores de secuencia directa e inversa, se suele suponer que las impedancias en serie de todas las secuencias son iguales, cualquiera que sea



el tipo de transformador. Además, la reactancia y la impedancia son casi iguales para transformadores con potencias superiores a 1 MVA. Para simplificar, en nuestros cálculos omitiremos la admitancia en paralelo, que corresponde a la corriente de excitación, independientemente del tipo de transformador trifásico analizado, aunque la corriente de excitación de secuencia homopolar sea mayor para los transformadores de núcleo que para los transformadores de tipo coraza o para los bancos de tres unidades monofásicas.

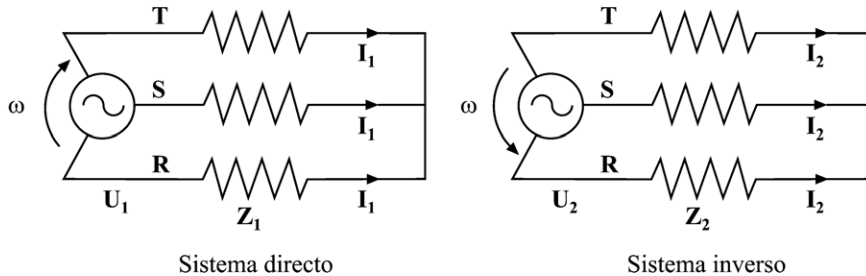
La impedancia de secuencia homopolar de las cargas equilibradas, conectadas en estrella o triángulo (Y o  $\Delta$ ), iguala la impedancia de secuencia directa e inversa.

### 2.2.3 Redes de secuencia directa e inversa

El objeto de obtener los valores de las impedancias de secuencia de un sistema de energía es permitir la construcción de las redes de secuencia de todo el sistema. La red de una secuencia particular muestra todos los caminos posibles para la circulación de la corriente de esa secuencia en el sistema.

El paso de una red de secuencia directa a otra de secuencia inversa es muy sencillo. Los generadores síncronos trifásicos tienen tensiones internas solamente de secuencia directa, ya que están proyectados para generar tensiones equilibradas en esta secuencia. Como las impedancias de secuencia directa e inversa son las mismas en un sistema simétrico estático, la conversión de una red de secuencia directa a una red de secuencia inversa se lleva a cabo cambiando, si es necesario, solamente las impedancias que representan maquinarias giratorias y omitiendo las f.e.m.s de las mismas.

Fig.2.1  
Sistemas eléctricos para simular el comportamiento de las redes de secuencia directa e inversa



Las fuerzas electromotrices se suprimen bajo la hipótesis de que las tensiones generadas son equilibradas y, en ausencia de tensiones de secuencia inversa inducidas por fuentes exteriores, estas son nulas. Puesto que todos los puntos neutros de un sistema trifásico simétrico están al mismo potencial cuando por el sistema circulan corrientes trifásicas equilibradas, todos los puntos neutros han de estar al mismo potencial para las corrientes de secuencia directa e inversa. Por tanto, el neutro de un sistema trifásico simétrico es el potencial de referencia lógico para especificar las caídas de tensión de las secuencias directa e inversa, y es, pues, la barra de referencia de las redes de secuencia directa e inversa. La impedancia conectada entre el neutro de una máquina y tierra no es una parte de la red de secuencia directa ni de la red de secuencia inversa, porque ni la corriente de secuencia directa ni la corriente de secuencia inversa pueden circular por una impedancia así conectada.



### 2.2.4 Redes de secuencia homopolar

Un sistema trifásico funciona como un sistema monofásico en lo que se refiere a las corrientes de secuencia homopolar, de forma que estas tienen el mismo valor absoluto e igual fase en cualquier punto del sistema. Por consiguiente, las corrientes de secuencia homopolar circularán solamente si existe un camino de retorno por el cual pueda completarse el circuito. La referencia para las tensiones de secuencia homopolar es el potencial de tierra en el punto del sistema en el cual se especifica. Como las corrientes de secuencia homopolar pueden pasar por tierra, dicha tierra no está necesariamente al mismo potencial en todos sus puntos, de forma que la barra de referencia de la red de secuencia homopolar no representa una tierra con potencial uniforme. La impedancia de tierra y la de los cables de toma de tierra ya están incluidas en la impedancia de secuencia homopolar de la línea de transporte, por lo que el circuito de retorno de la red de secuencia homopolar es un conductor de impedancia nula que, además, es la barra de referencia del sistema. Como la impedancia de tierra está incluida en la impedancia de secuencia homopolar, el valor de las tensiones, medidas con respecto a la barra de referencia de la red de secuencia homopolar, darán los valores correctos con respecto a tierra.

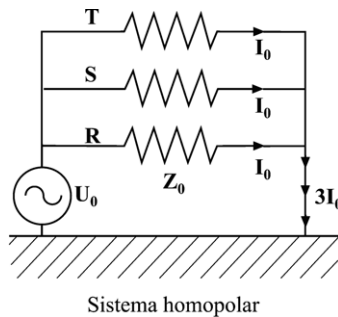


Fig.2.2  
Sistema eléctrico para simular el comportamiento de la red de secuencia homopolar

Si un circuito está conectado en estrella (Y) sin conexión del neutro a tierra o a otro punto neutro del circuito, la suma de las corrientes de las tres fases que van hacia el neutro de la estrella ha de ser cero. Dado que las corrientes cuya suma es nula no contienen componentes de secuencia homopolar, la impedancia a la corriente de secuencia homopolar es infinita más allá del punto neutro y se representa por un circuito abierto entre el neutro del circuito conectado en estrella (Y) y la barra de referencia.

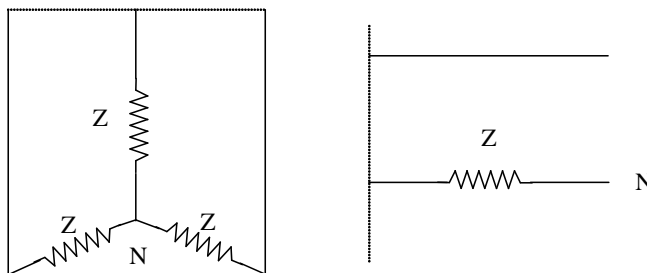
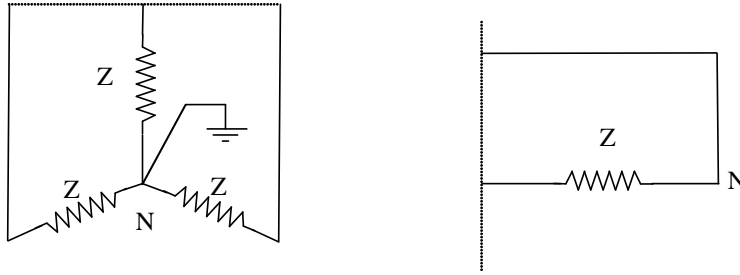


Fig. 2.3  
Sistema eléctrico conectado en estrella sin conexión a tierra y su red monofásica homopolar equivalente

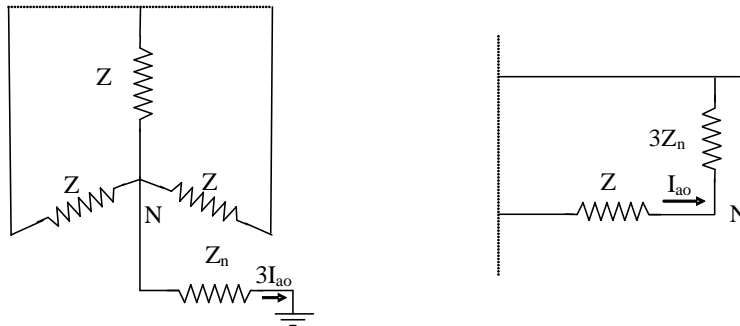
Si el neutro de un circuito conectado en estrella se une directamente a tierra a través de una impedancia de valor nulo, la barra de referencia de la secuencia homopolar será el neutro del circuito, al coincidir su valor de impedancia con la del terreno. Es decir, la barra de referencia será el neutro al encontrarse al mismo potencial que el terreno. Para la construcción de la red monofásica equivalente, se unirá el neutro a tierra mediante una conexión directa entre el neutro y la barra de referencia.

Fig. 2.4  
Sistema eléctrico conectado en estrella con conexión directa a tierra y su red monofásica homopolar equivalente



Si una impedancia limitadora de corriente ( $Z_n$ ) se intercala entre el neutro y tierra en un circuito conectado en estrella, a efectos de cálculo (v. problemas resueltos) ha de colocarse una impedancia tres veces mayor ( $3Z_n$ ) entre el neutro y la barra de referencia de la red de secuencia cero. Ello es debido a que la caída de tensión de secuencia homopolar, originada en la red de secuencia homopolar por el paso de ( $I_{a0}$ ) por ( $3Z_n$ ), es la misma que la que se produce en el sistema real al pasar ( $3I_{a0}$ ) por una impedancia ( $Z_n$ ). La impedancia, formada por una resistencia o una reactancia, se conecta ordinariamente entre el neutro de los generadores y tierra, para limitar la corriente de secuencia homopolar durante un cortocircuito, y se representa de la forma descrita.

Fig. 2.5  
Sistema eléctrico conectado en estrella con conexión a tierra mediante una impedancia limitadora de corriente y su red monofásica homopolar equivalente



Un circuito conectado en triángulo ( $\Delta$ ), al no disponer de camino de retorno (tierra o neutro), presenta una impedancia infinita a las corrientes de línea de secuencia homopolar. La red de secuencia homopolar está abierta en el circuito con conexión en triángulo. Las corrientes de secuencia homopolar, no obstante, pueden circular dentro del circuito formado por los tres bobinados del triángulo, puesto que el triángulo representa un circuito en serie cerrado para la circulación de las corrientes monofásicas. Tales



corrientes, sin embargo, no podrán salir del triángulo, ya que su suma no sería cero. Además, estas corrientes deberían producirse en el interior del triángulo por inducción de una fuente exterior o por las tensiones generadas de secuencia homopolar.

Aun cuando se generasen tensiones de secuencia homopolar en los bobinados del triángulo, no existiría elevación de la tensión en los bornes de estos bobinados, ya que la tensión inducida generada por fase se igualaría a la caída de tensión producida por la intensidad al pasar por la impedancia de secuencia homopolar de la misma fase.

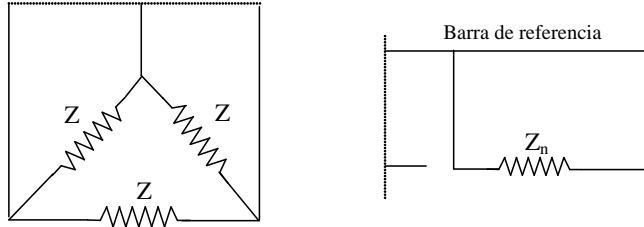


Fig. 2.6 Sistema eléctrico conectado en triángulo y su red monofásica homopolar equivalente

### 2.2.5 Redes de secuencia de generadores sin carga

Un generador simétrico conectado en estrella y con el neutro puesto a tierra a través de una impedancia limitadora nos servirá de ejemplo para obtener las redes de secuencia directa, inversa y homopolar asociados a él.

Primero, representamos el generador funcionando en régimen permanente. En este caso, las tres corrientes de línea son iguales y están desfasadas  $120^\circ$ . En estas condiciones de funcionamiento, no existe resultante de las intensidades y, por tanto, la intensidad del neutro ( $I_n$ ) es nula.

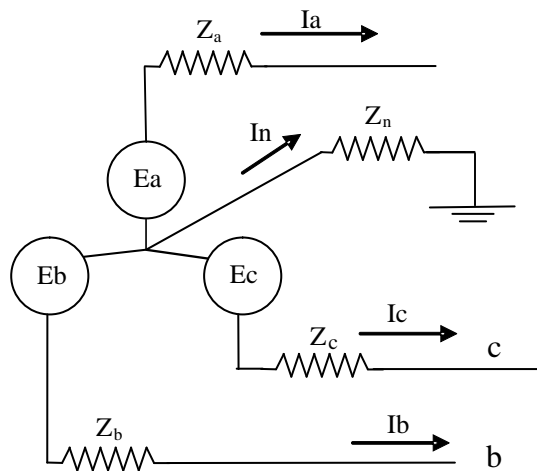
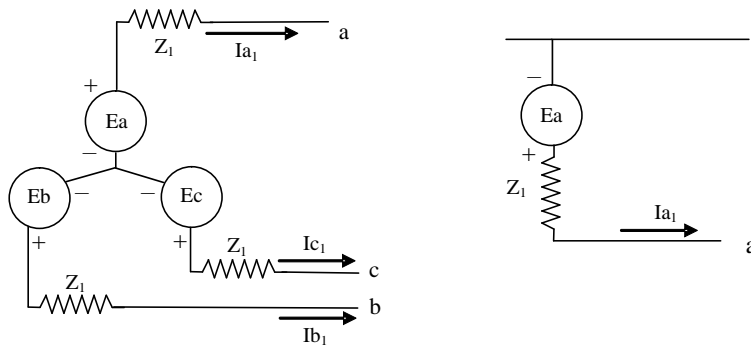


Fig. 2.7 Sistema eléctrico de un generador sincrónico trifásico conectado en estrella y con el neutro puesto a tierra mediante una impedancia limitadora



Si se produce un fallo en una de las tres fases del generador, el sistema pasará a funcionar en régimen transitorio, se romperá el equilibrio que existía entre las magnitudes correspondientes a las tres fases y aparecerá una resultante de la suma de las tres corrientes de línea.

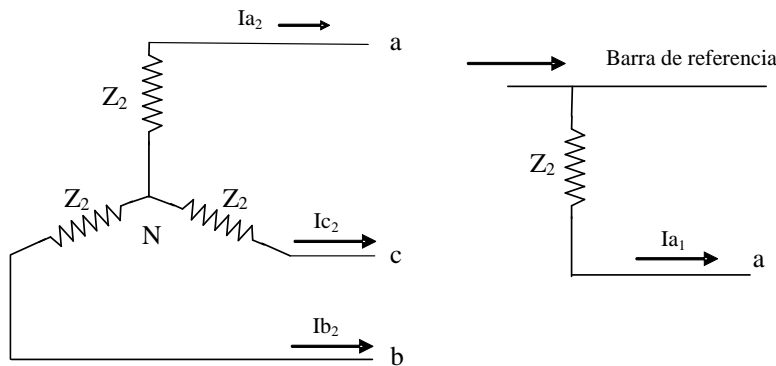
Fig.2.8  
Sistema eléctrico de un generador síncrono trifásico puesto a tierra en secuencia directa y su correspondiente circuito monofásico equivalente



Esta corriente resultante pasará a tierra, a través de la conexión del neutro hacia tierra. En la Figura anterior (Figura 2.8), se detalla el circuito equivalente monofásico de secuencia directa correspondiente a un generador síncrono trifásico conectado a tierra.

Nótese que la barra de referencia para la secuencia directa es el neutro del generador, por lo que las impedancias que se encuentren entre el neutro y tierra no formarán parte de la secuencia directa. Además, en secuencia directa, sí existen fuentes generadoras de energía eléctrica, estas fuentes se representan mediante un generador ideal de energía seguido en serie por la impedancia de esta fuente.

Fig.2.9  
Sistema eléctrico de un generador síncrono trifásico puesto a tierra en secuencia inversa y su correspondiente circuito monofásico equivalente



Nótese que la barra de referencia para la red de secuencia inversa también es el neutro del generador, por lo que las impedancias que se encuentren entre el neutro y tierra tampoco formarán parte de la secuencia inversa. Como en secuencia inversa no existen fuentes generadoras de energía eléctrica, el circuito resultante es sencillo; las fuentes generadoras de energía se omiten y sus impedancias quedan en serie. Hay que prestar especial atención en cambiar el valor de las impedancias (con respecto al que tienen en secuencia directa) cuando sea necesario (generadores síncronos de polos salientes).

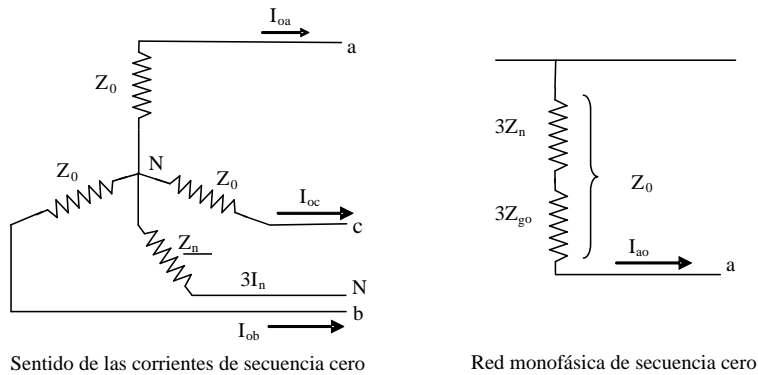


Fig. 2.10  
Sistema eléctrico de un generador síncrono trifásico puesto a tierra en secuencia homopolar y su correspondiente circuito monofásico equivalente

Nótese que la barra de referencia para la secuencia homopolar es tierra, por lo que las impedancias que se encuentren entre el neutro y tierra, en este caso, sí formarán parte de la secuencia homopolar. Los valores de las impedancias situadas entre el neutro y tierra han de multiplicarse por tres para que el circuito monofásico sea realmente equivalente al trifásico. En secuencia homopolar, no existen fuentes generadoras de energía eléctrica. El circuito es sencillo: se colocan en serie las impedancias homopolares de las fases del generador, unidas en serie con las impedancias (multiplicadas por tres) limitadoras de las corrientes a tierra, cuando estas existan.

### 2.2.6 Redes de secuencia de los transformadores

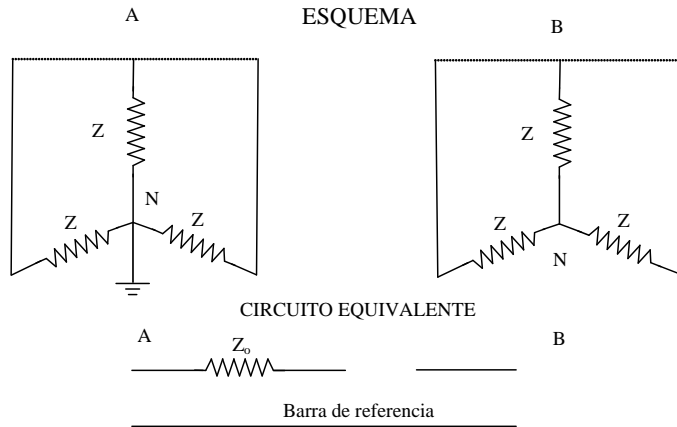
Especial atención merecen los circuitos equivalentes de secuencia homopolar de los transformadores trifásicos. Las diversas combinaciones posibles de los devanados primario y secundario en estrella o en triángulo ( $Y$  o  $\Delta$ ) variarán la red de secuencia homopolar. La teoría de los transformadores hace posible la construcción del circuito equivalente de la red de secuencia homopolar. Recordemos primero que por el primario de un transformador no circulará corriente, a menos que exista corriente circulando por el secundario, si despreciamos la relativamente pequeña corriente magnetizante o de vacío. Además, la corriente primaria viene determinada por la corriente secundaria y la relación de transformación de los bobinados (despreciando la pequeña corriente magnetizante o de vacío).

Estos principios nos servirán de guía para analizar las cinco conexiones más usuales de los transformadores estudiados, que se representan en las Figuras siguientes. Las flechas indican los cambios posibles para la circulación de la corriente de secuencia homopolar. Si no hay flecha, es que la conexión del transformador es tal que no permite la circulación de la corriente de secuencia homopolar. En estas Figuras, y para cada conexión, se representa el circuito equivalente monofásico de secuencia homopolar, con la impedancia y el camino de retorno para las corrientes magnetizantes omitidas. Las letras ( $A$ ) y ( $B$ ) identifican los puntos correspondientes en el diagrama de conexiones y en el del circuito monofásico equivalente. Igualmente, para cada tipo de conexionado, se indica de forma resumida el razonamiento justificativo para la obtención del circuito equivalente.



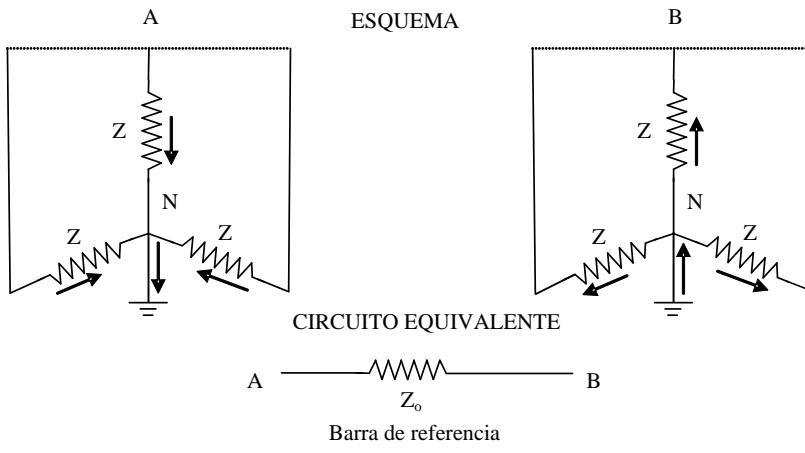
1. Caso: Conexión Y-Y con el neutro del secundario aislado de tierra. La corriente de secuencia homopolar no puede circular en ninguno de los dos bobinados, ya que el secundario ofrece un camino abierto al paso de las corrientes homopolares, por lo que tampoco existe corriente en el primario.

Fig.2.11  
Esquema eléctrico y circuito monofásico homopolar equivalente para un transformador Y-Y, con una estrella conectada a tierra



2. Caso: Conexión Y-Y con los dos neutros puestos a tierra. Ahora sí existe un camino para la corriente homopolar, tanto en el primario como en el secundario. Además, con este tipo de conexión, el circuito monofásico equivalente en secuencia homopolar es idéntico al circuito monofásico equivalente en secuencia directa o inversa. Es el único conexionado de los bobinados de los transformadores que permite el paso de la componente homopolar hacia el secundario del mismo, es decir, la corriente homopolar, en este caso, no va a parar a tierra.

Fig.2.12  
Esquema eléctrico y circuito monofásico homopolar equivalente para un transformador Y-Y, con las dos estrellas conectadas a tierra







3. Caso: Conexión Y- $\Delta$ . con el neutro de la estrella puesto a tierra. Las corrientes homopolares disponen de un camino a través de la conexión en estrella, ya que las corrientes inducidas correspondientes pueden circular en la conexión en triángulo. La corriente que circula en triángulo, para equilibrar la corriente en estrella, no puede circular por las líneas de salida del triángulo, al ser tres corrientes monofásicas cuya suma no es cero. Recuérdese que, si la conexión del neutro a tierra contiene una impedancia limitadora ( $Z_n$ ), el circuito monofásico equivalente ha de incorporar una impedancia ( $3Z_n$ ) en serie, con la impedancia homopolar del transformador para la conexión del neutro de la estrella a tierra.

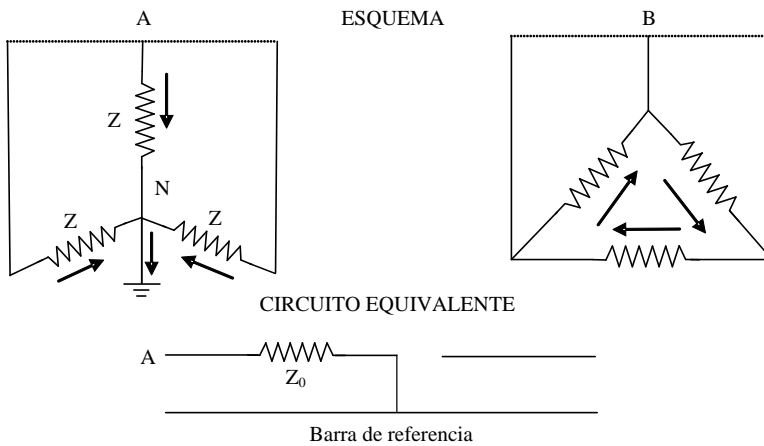


Fig.2.13  
Esquema eléctrico y circuito monofásico homopolar equivalente para un transformador Y- $\Delta$ , con la estrella conectada a tierra

4. Caso: Conexión  $\Delta$ -Y con el neutro de la estrella aislado de tierra. Si la estrella no está puesta a tierra, la impedancia entre el neutro y tierra es infinita; por tanto, la corriente no podrá circular ni por el bobinado primario ni por el bobinado secundario del transformador.

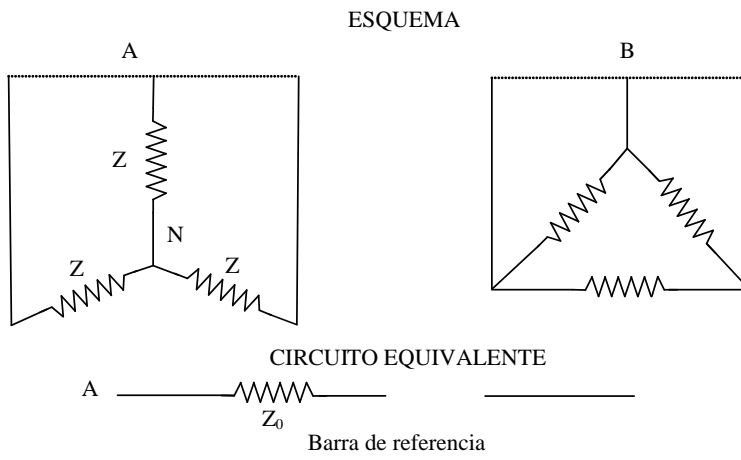
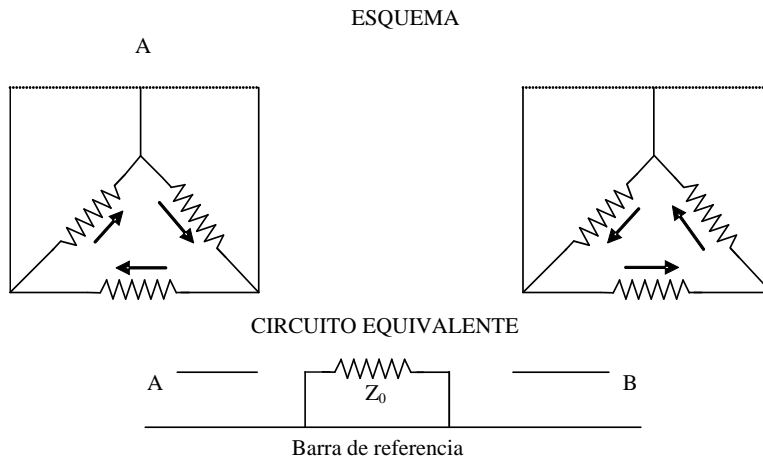


Fig.2.14  
Esquema eléctrico y circuito monofásico homopolar equivalente para un transformador Y- $\Delta$  con la estrella aislada de tierra



5. Caso: Conexión  $\Delta$ - $\Delta$ . Como ninguno de los triángulos puede estar conectado a tierra, no pueden circular las componentes de las corrientes homopolares a través del transformador, ni hacia tierra. Pero es posible que estas corrientes circulen por el interior de los bobinados del transformador, lo que repercute en un calentamiento de los mismos. Es decir, con este tipo de conexión, el circuito monofásico equivalente para las componentes homopolares es un circuito cerrado.

Fig.2.15  
Esquema eléctrico y circuito monofásico homopolar equivalente para un transformador  $\Delta$ - $\Delta$ . Nótese que las corrientes homopolares forman un circuito cerrado en los bobinados del transformador



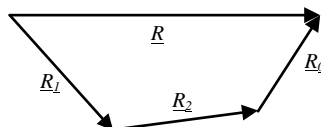
## 2.3 Componentes simétricas

Aunque un cortocircuito trifásico es un fallo muy grave, es el único cortocircuito equilibrado, ya que son las tres fases de la línea las que entran en contacto a la vez; por tanto, un cortocircuito trifásico equivale a una carga simétrica de una red trifásica. Por ello, el cálculo de las corrientes de cortocircuito de las diferentes fases puede limitarse al cálculo de una sola fase (para su cálculo, se utilizará solo la red directa). Todos los demás tipos de cortocircuitos equivalen a cargas asimétricas, por lo que es necesario emplear procedimientos de cálculo especiales. Un ejemplo de estos procedimientos especiales es el método de las componentes simétricas.

### 2.3.1 Método de cálculo

Un vector ( $R$ ) cualquiera puede descomponerse como la resultante de tres componentes ( $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_0$ ), dispuestas uno a continuación de otro de forma totalmente arbitraria, tal como muestra la Figura.

Fig 2.16  
Descomposición de un vector en tres componentes





Si complementamos cada una de estas componentes, es posible formar un sistema trifásico simétrico equilibrado. De esta forma, la componente ( $R_1$ ) puede formar un sistema trifásico de secuencia directa ( $R,S,T$ ), la componente ( $R_2$ ) puede formar un sistema trifásico de secuencia inversa ( $R,T,S$ ) y, finalmente, la componente ( $R_0$ ) puede complementarse hasta formar un sistema homopolar. En consecuencia, empleando los tres sistemas de componentes, es posible representar cualquier sistema trifásico asimétrico en el plano de Gauss.

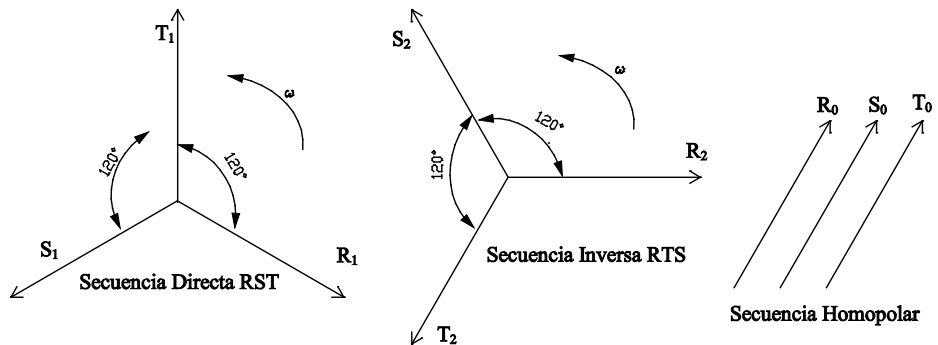


Fig.2.17 Componentes simétricas en el plano de Gauss. Componentes directa, inversa y homopolar

Cada uno de estos sistemas de vectores representa un circuito eléctrico. La secuencia directa y la secuencia inversa son sistemas trifásicos simétricos y equilibrados; por tanto, con resultante nula. Mientras que, para representar la secuencia homopolar, es necesario incorporar un generador monofásico, y la resultante es el triple del valor de una de las componentes. La Figura siguiente muestra los circuitos eléctricos equivalentes que simulan estos tres sistemas de vectores.

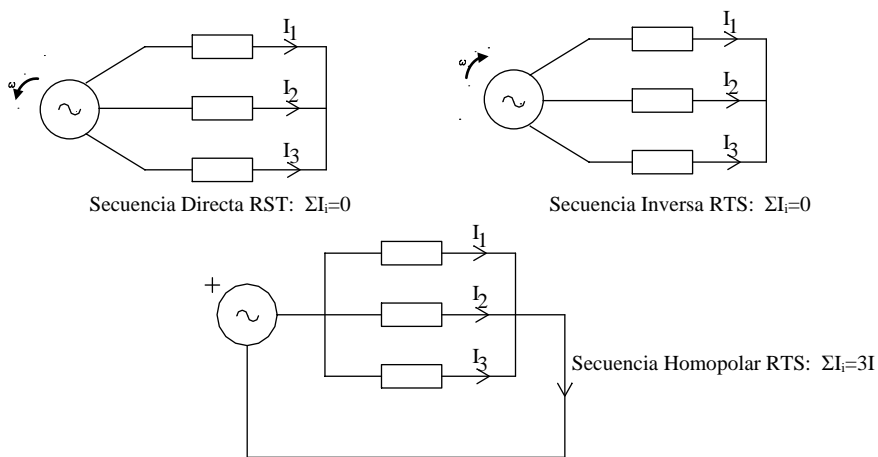


Fig.2.18 Sistemas eléctricos equivalentes de las tres redes de secuencia. Nótese que, para la componente homopolar, se utiliza un generador alterno monofásico

Antes de iniciar los cálculos, es necesario definir el vector operador ( $\underline{a}$ ), el cual servirá para poder realizar giros de  $120^\circ$  a los vectores situados en el plano de Gauss.



El operador:

$$\underline{a} = \underline{a}^1 = (-0.5 + j 0,87) = 1(120^\circ \text{ equivale a un giro del vector de } +120^\circ).$$

$$\underline{a}^2 = (-0.5 - j 0,87) = 1(240^\circ \text{ equivale a un giro del vector de } +240^\circ).$$

$$\underline{a}^3 = (1 + j0) = 1(0^\circ \text{ equivale a un giro del vector de } +360^\circ).$$

Unas primeras relaciones se obtienen de forma directa de la Figura 2.17. Así, por ejemplo, si escogemos la magnitud intensidad (podría haber sido la tensión), obtendremos las relaciones siguientes, que denominaremos **ecuaciones A**:

$$\begin{aligned} \bar{I}_R &= \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_{R_2} + \bar{I}_{R_0} \\ \bar{I}_S &= \bar{I}_{S_1} + \bar{I}_{S_2} + \bar{I}_{S_0} = \bar{I}_{R_1} \bar{a}^{-2} + \bar{I}_{R_2} \bar{a} + \bar{I}_{R_0} \\ \bar{I}_T &= \bar{I}_{T_1} + \bar{I}_{T_2} + \bar{I}_{T_0} = \bar{I}_{R_1} \bar{a} + \bar{I}_{R_2} \bar{a}^{-2} + \bar{I}_{R_0} \end{aligned} \quad [2.1]$$

Las ecuaciones A, permiten hallar el valor de una magnitud, si son conocidas sus componentes simétricas. Pero esta no es la situación más normal, sino al contrario: es más frecuente conocer alguna de las magnitudes reales y desconocer los valores de sus componentes simétricas; en tal caso, las fórmulas que resultan útiles son las siguientes:

$$\begin{aligned} \Rightarrow (\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a} + \bar{I}_T \bar{a}^{-2}) &= \bar{I}_{R_1} (1 + \bar{a}^{-3} + \bar{a}^{-3}) + \bar{I}_{R_2} (1 + \bar{a}^{-2} + \bar{a}^{-4}) + \bar{I}_{R_0} (1 + \bar{a} + \bar{a}^{-2}) = 3\bar{I}_{R_1} \\ \Rightarrow (\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a}^{-2} + \bar{I}_T \bar{a}) &= \bar{I}_{R_1} (1 + \bar{a}^{-4} + \bar{a}^{-2}) + \bar{I}_{R_2} (1 + \bar{a}^{-3} + \bar{a}^{-3}) + \bar{I}_{R_0} (1 + \bar{a}^{-2} + \bar{a}) = 3\bar{I}_{R_2} \\ \Rightarrow (\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) &= \bar{I}_{R_1} (1 + \bar{a}^{-2} + \bar{a}) + \bar{I}_{R_2} (1 + \bar{a} + \bar{a}^{-2}) + \bar{I}_{R_0} (1 + 1 + 1) = 3\bar{I}_{R_0} \end{aligned} \quad [2.2]$$

De estas expresiones, podemos aislar las componentes simétricas, por ejemplo de la intensidad, y así obtenemos las llamadas **ecuaciones B**:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{R_1} &= \frac{1}{3} (\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a} + \bar{I}_T \bar{a}^{-2}) \\ \bar{I}_{R_2} &= \frac{1}{3} (\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a}^{-2} + \bar{I}_T \bar{a}) \\ \bar{I}_{R_0} &= \frac{1}{3} (\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) \end{aligned} \quad [2.3]$$

Si deseamos determinar gráficamente las componentes simétricas de un sistema a partir de los vectores que las forman, y para ello denominamos de forma genérica ( $A_{1R}$ ,  $A_{2R}$  y  $A_{0R}$ ) cada una de las componentes simétricas del sistema, el proceso a seguir es el siguiente: ( $A_R$ ) se sitúa sobre el eje de referencia; ( $A_S$ ) y ( $A_T$ ) se disponen en el origen y en el final del vector ( $A_R$ ), respectivamente. Hacemos rotar cada uno de estos vectores principales con el operador ( $a$ ), de forma que obtenemos todos los términos de las ecuaciones B. Aplicando las citadas ecuaciones, la resultante del diagrama de vectores equivale, en magnitud y dirección, a la componente ( $3A_0$ ). Si se giran seguidamente los



dos vectores ( $A_S$ ) y ( $A_T$ ), nos situamos sobre el eje de referencia en  $120^\circ$  ( $a$ ) o  $240^\circ$  ( $a^2$ ), de acuerdo con las ecuaciones  $B$ . Las resultantes que se obtienen se corresponden en magnitud y dirección con las componentes ( $3A_{1R}$ ) y ( $3A_{2R}$ ).

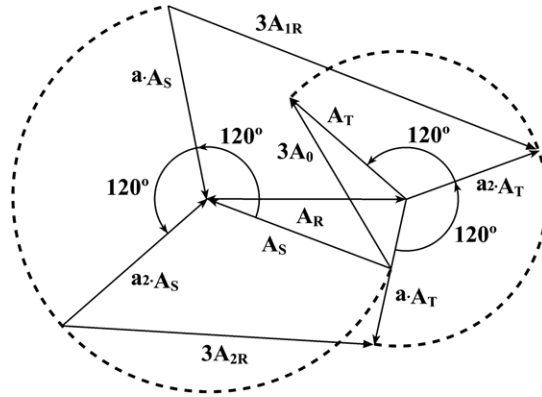


Fig. 2.19  
Determinación gráfica de las componentes simétricas a partir de los vectores principales

Si se observan las ecuaciones  $B$  y la Figura anterior, se aprecia que las componentes homopolares aparecen únicamente cuando los tres vectores ( $A_R$ ,  $A_S$  y  $A_T$ ) no completan un triángulo, es decir, cuando la suma vectorial de las tres magnitudes reales no es nula. Por tanto, la existencia de una componente homopolar significa que las tres fases del circuito no presentan una carga simétrica con respecto a tierra. En consecuencia, la componente homopolar aparecerá solamente cuando exista una pérdida de energía, como puede ser una fuga a tierra (cortocircuito monofásico o bifásico a tierra).

La componente ( $3A_{2R}$ ) se presenta, en general, cuando los vectores ( $A_R$ ,  $A_S$  y  $A_T$ ) no son iguales entre sí, es decir, cuando el sistema no es simétrico, caso normal en la mayor parte de los cortocircuitos, si exceptuamos el cortocircuito trifásico.

Si los tres vectores forman un triángulo equilátero, no existe resultante para las componentes ( $A_2$ ) y ( $A_0$ ) y, por tanto, estas componentes son nulas. En tal caso, solo existirá el sistema directo, representado por la resultante ( $3A_{1R}$ ). De acuerdo con la Figura 2.20, esta resultante equivale al triple de ( $A_R$ ), por lo que ( $A_{R1}=I/3A_R$ ) representa una carga simétrica.

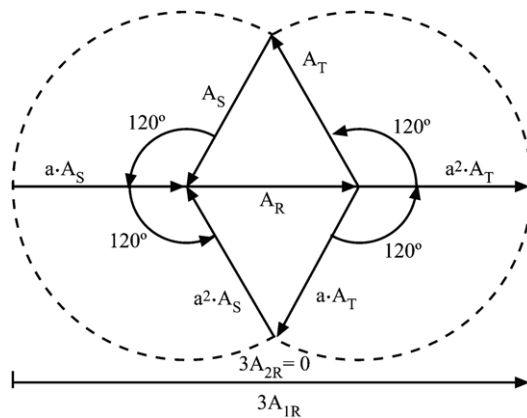


Fig. 2.20  
Resolución gráfica para determinar una carga simétrica a partir de sus componentes



El método de las componentes simétricas permite descomponer cualquier sistema trifásico asimétrico en tres sistemas de componentes simétricas. Por tanto, basta con efectuar los cálculos para una sola fase, como si de un sistema simétrico se tratara (siempre referido a la fase  $R$ ), para conocer los valores de las magnitudes eléctricas en las fases restantes. Hemos hallado las componentes simétricas para las intensidades, pero operando de igual forma se obtienen unas expresiones análogas para las componentes simétricas de las tensiones.

$$\bar{I}_R = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_0 \qquad \bar{I}_1 = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + a\bar{I}_S + a^2\bar{I}_T) \qquad [2.4]$$

$$\bar{I}_S = a^2\bar{I}_1 + a\bar{I}_2 + \bar{I}_0 \qquad \bar{I}_2 = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + a^2\bar{I}_S + a\bar{I}_T) \qquad [2.5]$$

$$\bar{I}_T = a\bar{I}_1 + a^2\bar{I}_2 + \bar{I}_0 \qquad \bar{I}_0 = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) \qquad [2.6]$$

$$\bar{U}_R = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_0 \qquad \bar{U}_1 = \frac{1}{3}(\bar{U}_R + a\bar{U}_S + a^2\bar{U}_T) \qquad [2.7]$$

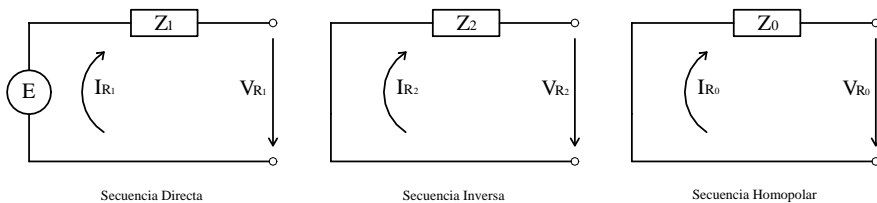
$$\bar{U}_S = a^2\bar{U}_1 + a\bar{U}_2 + \bar{U}_0 \qquad \bar{U}_2 = \frac{1}{3}(\bar{U}_R + a^2\bar{U}_S + a\bar{U}_T) \qquad [2.8]$$

$$\bar{U}_T = a\bar{U}_1 + a^2\bar{U}_2 + \bar{U}_0 \qquad \bar{U}_0 = \frac{1}{3}(\bar{U}_R + \bar{U}_S + \bar{U}_T) \qquad [2.9]$$

Las componentes ( $I_1$ ,  $I_2$  y  $I_0$ ) de la corriente o ( $U_1$ ,  $U_2$  y  $U_0$ ) de la tensión se refieren siempre a la fase ( $R$ ). Normalmente, esta fase de referencia no se indica como subíndice.

Finalmente, antes de iniciar el cálculo de las corrientes de cortocircuito, hemos de deducir un último grupo de ecuaciones, las llamadas *ecuaciones C*, que representan las tres redes de secuencia equivalentes.

Fig. 2.21  
Circuitos equivalentes para la obtención de las ecuaciones C de los sistemas simétricos



Estos circuitos equivalentes se obtienen de la teoría de las componentes simétricas, la cual nos indica que una red de secuencia está formada por una fuente de tensión (solo en el caso de la secuencia directa, pues las redes de secuencia inversa y homopolar carecen de ella), más una impedancia en serie con la misma. Esta impedancia es el equivalente de Thévenin de la red buscada, vista desde el punto de cortocircuito.



Así, aplicando las leyes de Kirchhoff, hallamos las *ecuaciones C*:

$$\begin{aligned}\bar{V}_{R_1} &= \bar{E} - \bar{I}_{R_1} \bar{Z}_1 \\ \bar{V}_{R_2} &= -\bar{I}_{R_2} \bar{Z}_2 \\ \bar{V}_{R_0} &= -\bar{I}_{R_0} \bar{Z}_0\end{aligned}\quad [2.10]$$

### Impedancias directa, inversa y homopolar

Una vez definidos los sistemas de componentes simétricas, hemos de definir, de forma análoga, las impedancias que los forman. Así pues, hablamos de impedancias directas, inversas y homopolares para designar las impedancias correspondientes a cada uno de estos sistemas. La representación de estos conexiones se ha mostrado en la Figura 2.21. Téngase presente que, para los sistemas directo e inverso, se emplean fuentes de tensión alternas trifásicas y simétricas, mientras que el sistema homopolar utiliza una fuente de tensión alterna monofásica.

Se define como *impedancia directa* ( $Z_1$ ) de un dispositivo o componente eléctrico el cociente entre la tensión entre fase y neutro y la intensidad, cuando el sistema está alimentado con un generador síncrono trifásico de secuencia directa (la secuencia de fases será *RST*).

Se define como *impedancia indirecta* ( $Z_2$ ) de un dispositivo o componente eléctrico el cociente entre la tensión entre fase y neutro y la intensidad, cuando el sistema está alimentado con un generador síncrono trifásico de secuencia indirecta (la secuencia de fases será *RTS*).

La *impedancia homopolar* ( $Z_0$ ) de un dispositivo o componente eléctrico es el cociente de la tensión de fase y la intensidad, cuando el sistema está alimentado mediante una fuente de tensión alterna monofásica. Si las tres líneas (*R,S,T*) dispuestas en paralelo constituyen el camino de ida de la corriente, ha de existir un cuarto conductor que actúe como retorno común. Por este retorno común circulará una corriente tres veces superior a la componente homopolar correspondiente a una fase.

## 2.4 Cálculo de las corrientes de cortocircuito

Para el cálculo de las corrientes de cortocircuito, se han seguido las directrices de la norma alemana VDE 0102, en la cual se indica un método diferente para el cálculo de los cortocircuitos. En las fórmulas que hemos deducido hasta el momento para el cálculo de las corrientes iniciales simétricas de cortocircuito, se han empleado como fuerzas electromotrices las correspondientes a los generadores o a las acometidas existentes. Según la normativa VDE 0102, basta con considerar que en el punto de cortocircuito actúa una única fuente equivalente de tensión cuya fuerza electromotriz vale ( $E=c \cdot U_n / \sqrt{3}$ ).

Además, la norma VDE 0102 define también otras particularidades:

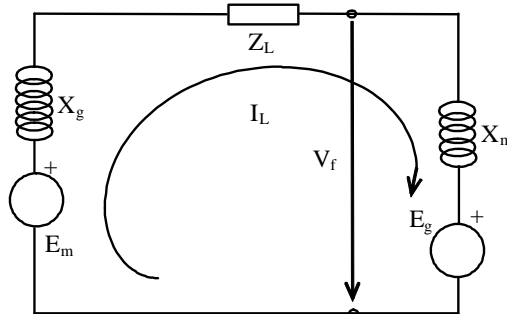


1. Las fuerzas electromotrices de los generadores y las acometidas se consideran nulas, y se utilizan solamente sus impedancias para realizar los cálculos.
2. No se consideran las capacidades de las líneas ni las impedancias transversales no debidas a motores. Los motores se tratan como generadores en los sistemas directo e inverso.
3. Al calcular fallos asimétricos, se considerarán en el sistema homopolar las capacidades de las líneas y las demás impedancias transversales no debidas a motores.
4. El factor ( $c$ ) permite considerar la diferencia que existe entre la fuerza electromotriz inicial ( $E''$ ) y la tensión de servicio de la red ( $U_n$ ) en el punto de cortocircuito, a efectos de cálculo de las corrientes iniciales simétricas de cortocircuito.

Algunas de estas afirmaciones quedan expuestas a continuación:

Supongamos que el circuito que se muestra en la Figura 2.22 representa una fase de una red trifásica. La red está formada por un generador ( $E_g$ ), por un motor ( $E_m$ ), donde ( $X_g$  y  $X_m$ ) son sus impedancias internas respectivamente, y por una tercera impedancia debida a una línea ( $Z_L$ ). En bornes del motor, hallamos la tensión ( $V_f$ ), tensión entre fase y neutro, ya que este será el punto donde posteriormente se producirá el cortocircuito. Este circuito trabaja en régimen permanente, por lo que el generador proporcionará energía que será consumida por el motor en un funcionamiento normal. Nótese que las impedancias (reactancias) adoptadas para después del cortocircuito son las subtransitorias ( $X''_g$  y  $X''_m$ ), pues son estas las que nos dan los valores que se obtendrían en la realidad.

Fig. 2.22  
Red eléctrica formada por un generador, una línea de interconexión y un motor antes de producirse el cortocircuito



Antes de producirse el cortocircuito, como el motor consume energía, las relaciones eléctricas para el régimen permanente, transitorio y subtransitorio son, respectivamente:

$$\bar{E}_g = \bar{V}_f + (\bar{Z}_L + \bar{X}_g) \cdot \bar{I}_{L_1} \quad [2.11]$$

$$\bar{E}'_g = \bar{V}_f + (\bar{Z}_L + \bar{X}'_g) \cdot \bar{I}_{L_2} \quad [2.12]$$

$$\bar{E}''_g = \bar{V}_f + (\bar{Z}_L + \bar{X}''_g) \cdot \bar{I}_{L_3} \quad [2.13]$$





donde ( $V_f$ ) y ( $Z_L$ ) son iguales para los tres regímenes, ya que ni la tensión, ni la impedancia de línea experimentan cambios en un cortocircuito (lo que cambia es el valor de las impedancias de las máquinas con movimiento, es decir, de los motores y los generadores). Además, ha de cumplirse que la intensidad no cambia en el instante de producirse el cortocircuito (debido al efecto inductivo).

$$\bar{I}_{L_1} = \bar{I}_{L_2} = \bar{I}_{L_3} = \bar{I}_L \quad [2.14]$$

Si nos centramos en el régimen subtransitorio, que es el que nos interesa para obtener la corriente inicial simétrica de cortocircuito, es posible establecer las relaciones siguientes:

$$\bar{E}_g'' = \bar{V}_f + (\bar{Z}_L + \bar{X}_g'') \cdot \bar{I}_L \quad (1) \quad [2.15]$$

$$\bar{E}_m'' = \bar{V}_f - \bar{X}_m'' \cdot \bar{I}_L \quad (2) \quad [2.16]$$

Despejando e igualando las tensiones entre fase y neutro ( $V_f$ ) de ambas expresiones, se obtiene:

$$\bar{E}_g'' - (\bar{Z}_L + \bar{X}_g'') \cdot \bar{I}_L = \bar{V}_f \quad \bar{E}_m'' + \bar{X}_m'' \cdot \bar{I}_L = \bar{V}_f \quad [2.17]$$

y, por tanto

$$\bar{E}_m'' + \bar{X}_m'' \cdot \bar{I}_L = \bar{V}_f \quad \bar{E}_g'' - \bar{E}_m'' = (\bar{Z}_L + \bar{X}_g'' + \bar{X}_m'') \cdot \bar{I}_L \quad [2.18]$$

siendo la intensidad:

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{E}_g'' - \bar{E}_m''}{\bar{Z}_L + \bar{X}_g'' + \bar{X}_m''} \quad [2.19]$$

Si observamos el mismo circuito, pero justo después de producirse el cortocircuito en el punto (f), tenemos:

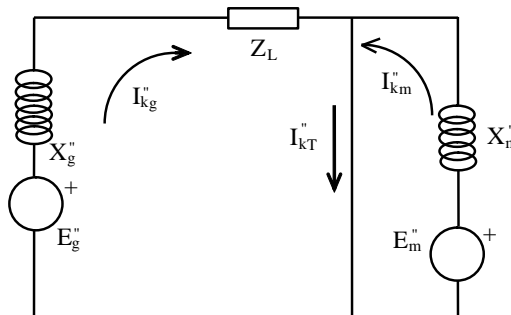


Fig. 2.23  
Red eléctrica formada por un generador, una línea de interconexión y un motor, después de producirse un cortocircuito en el punto (f)

Al producirse el cortocircuito, el motor deja de absorber energía eléctrica de la red para pasar a dar energía a la misma (durante unos instantes, los motores, debido a la propia inercia de giro, dan energía a las redes a las cuales están conectados), actuando como un generador.



En este caso, se cumple:

$$\bar{I}_{kg}'' = \frac{\bar{E}_g''}{\bar{Z}_L + \bar{X}_g''} \quad \text{sustituyendo (1)} \Rightarrow \bar{I}_{kg}'' = \frac{\bar{V}_f}{\bar{Z}_L + \bar{X}_g''} + \bar{I}_L \quad [2.20]$$

$$\bar{I}_{km}'' = \frac{\bar{E}_m''}{\bar{X}_m''} \quad \text{sustituyendo (2)} \Rightarrow \bar{I}_{km}'' = \frac{\bar{V}_f}{\bar{X}_m''} - \bar{I}_L \quad [2.21]$$

$$\bar{I}_k'' = \bar{I}_{kg}'' + \bar{I}_{km}'' = \bar{V}_f \cdot \left( \frac{1}{\bar{Z}_L + \bar{X}_g''} + \frac{1}{\bar{X}_m''} \right) + \bar{I}_L - \bar{I}_L \quad [2.22]$$

Y finalmente se obtiene que la intensidad de cortocircuito es:

$$\bar{I}_k'' = \bar{V}_f \frac{(\bar{Z}_L + \bar{X}_g'') + (\bar{X}_m'')}{(\bar{Z}_L + \bar{X}_g'')(\bar{X}_m'')} = \frac{\bar{V}_f}{\frac{(\bar{Z}_L + \bar{X}_g'')(\bar{X}_m'')}{(\bar{Z}_L + \bar{X}_g'') + (\bar{X}_m'')}} = \frac{\bar{V}_f}{\bar{Z}_{eq}} \quad [2.23]$$

expresión que corrobora las condiciones indicadas anteriormente y que resumimos seguidamente:

- No se utilizan las fuerzas electromotrices de los generadores ( $E_g''$ ,  $E_m''$ ). Únicamente se utiliza la tensión entre fase y neutro que había en el punto de cortocircuito en el instante anterior de producirse el mismo:

$$\bar{V}_f = \frac{\bar{U}_L}{\sqrt{3}}. \quad [2.24]$$

- La intensidad de línea ( $I_L$ ), o de carga, no afecta los cálculos generales del cortocircuito.
- La impedancia que hemos de tener presente en los cálculos de la intensidad de cortocircuito será el equivalente de las impedancias vistas desde el punto de cortocircuito: ( $Z \Rightarrow Z_{eq}$ ).

Así, los cuatro tipos de cortocircuitos que analizaremos son:

- *Cortocircuito trifásico*: Cortocircuito producido por la unión accidental de las tres fases ( $R$ ,  $S$  y  $T$ ) de la red trifásica (para los cálculos, es indiferente si este cortocircuito está unido o no a tierra).
- *Cortocircuito bifásico sin contacto a tierra*: Cortocircuito producido por la unión accidental de dos fases de una red trifásica. Para su cálculo, se considera que el cortocircuito se produce entre las fases ( $S$  y  $T$ ).
- *Cortocircuito bifásico con contacto a tierra*: Cortocircuito entre dos fases de un sistema trifásico (normalmente, se consideran las fases  $S$  y  $T$ ), con la salvedad de que estas dos fases están unidas a tierra.
- *Cortocircuito monofásico a tierra*: Es el más común y violento de los cortocircuitos. Se produce cuando una de las fases (normalmente, se considera la fase  $R$  como referencia) queda unida con tierra.



### 2.4.1 Cortocircuito trifásico

El cortocircuito trifásico es el único que puede calcularse sin utilizar las componentes simétricas. Esto es posible debido a que las tres fases quedan cortocircuitadas en el mismo instante. Por tanto, si antes de producirse el fallo el circuito era simétrico y equilibrado, una vez se ha producido (al afectar por igual las tres fases), el sistema seguirá siendo simétrico y equilibrado:

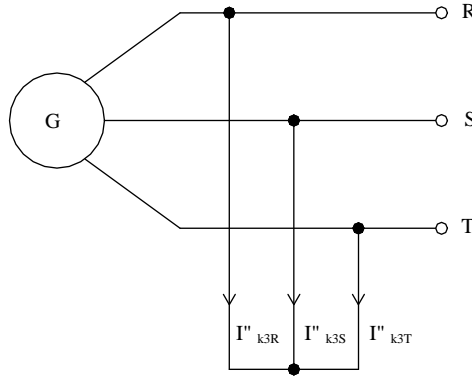


Fig.2.24 Sistema eléctrico afectado por un cortocircuito trifásico

Las **condiciones iniciales** que definen este cortocircuito son:  $\boxed{\bar{U}_R = \bar{U}_S = \bar{U}_T = 0}$

Con estas condiciones iniciales y las ecuaciones *B*, referidas a las tensiones de las componentes simétricas, obtenemos los resultados siguientes:

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \bar{V}_{R_1} &= \frac{1}{3}(\bar{V}_R + \bar{V}_S \bar{a} + \bar{V}_T \bar{a}^2) = \frac{1}{3}(0 + \bar{a} \cdot 0 + \bar{a}^2 \cdot 0) = 0 \\
 \rightarrow \bar{V}_{R_2} &= \frac{1}{3}(\bar{V}_R + \bar{V}_S \bar{a}^2 + \bar{V}_T \bar{a}) = \frac{1}{3}(0 + \bar{a}^2 \cdot 0 + \bar{a} \cdot 0) = 0 \\
 \rightarrow \bar{V}_{R_0} &= \frac{1}{3}(\bar{V}_R + \bar{V}_S + \bar{V}_T) = \frac{1}{3}(0 + 0 + 0) = 0
 \end{aligned}
 \quad \longrightarrow \quad
 \boxed{
 \begin{aligned}
 \bar{V}_{R_1} &= 0 \\
 \bar{V}_{R_2} &= 0 \\
 \bar{V}_{R_0} &= 0
 \end{aligned}
 } \quad [2.25]$$

resultado lógico ya que, si las tensiones de línea son nulas, también lo serán las tensiones de fase, lo que obligará, asimismo, a que las componentes simétricas asociadas sean nulas.

Si se introducen estos resultados en las ecuaciones *C*, obtendremos:

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{R_1} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1} &\rightarrow \bar{V}_{R_1} = 0 = \bar{E} - \bar{I}_{R_1} \bar{Z}_1 \\
 \bar{I}_{R_2} = 0 &\rightarrow \bar{V}_{R_2} = 0 = -\bar{I}_{R_2} \bar{Z}_2 \\
 \bar{I}_{R_0} = 0 &\rightarrow \bar{V}_{R_0} = 0 = -\bar{I}_{R_0} \bar{Z}_0
 \end{aligned}
 \quad \longrightarrow \quad
 [2.26]$$

La interpretación de estos resultados nos permite comprobar lo que teóricamente ya se había expuesto. Con este tipo de cortocircuitos, solo es necesario utilizar la secuencia directa de las componentes simétricas, ya que las intensidades que pasan por los sistemas inverso y homopolar son nulas (es una red equilibrada).



Finalmente, utilizando los resultados obtenidos con las ecuaciones C, podemos calcular las intensidades de cortocircuito que pasarán por las tres fases de la red trifásica. Para ello, utilizaremos las ecuaciones A y tendremos en cuenta que  $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$ , donde  $c = 1.1$ .

$$\begin{aligned} \rightarrow \bar{I}_R &= \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_{R_2} + \bar{I}_{R_0} = \frac{\bar{E}}{Z_1} + 0 + 0 = \frac{\bar{E}}{Z_1} [0^\circ] & \bar{I}_R &= \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot Z_1} [0^\circ] \\ \rightarrow \bar{I}_S &= \bar{I}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_2} \bar{a} + \bar{I}_{R_0} = \frac{\bar{E}}{Z_1} \bar{a}^{-2} + 0 + 0 = \frac{\bar{E}}{Z_1} [240^\circ] & \bar{I}_S &= \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot Z_1} [240^\circ] \\ \rightarrow \bar{I}_T &= \bar{I}_{R_1} \bar{a} + \bar{I}_{R_2} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_0} = \frac{\bar{E}}{Z_1} \bar{a} + 0 + 0 = \frac{\bar{E}}{Z_1} [120^\circ] & \bar{I}_T &= \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot Z_1} [120^\circ] \end{aligned} \quad [2.27]$$

En resumen, en los cortocircuitos trifásicos, las tres tensiones correspondientes al punto de cortocircuito son nulas y las tres fases presentan cargas equilibradas debido a que las corrientes simétricas de cortocircuito están desfasadas en  $120^\circ$ , independientemente de si el punto de cortocircuito está unido o no a tierra.

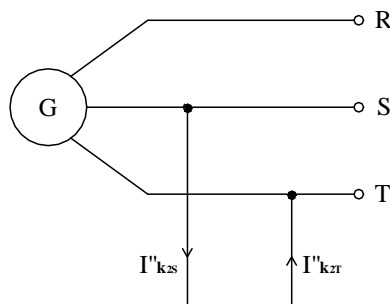
En resumen, en los cortocircuitos trifásicos, las tres tensiones correspondientes al punto de cortocircuito son nulas y las tres fases presentan cargas equilibradas debido a que las corrientes simétricas de cortocircuito están desfasadas en  $120^\circ$ , independientemente de si el punto de cortocircuito está unido o no a tierra.

### 2.4.2 Cortocircuito bifásico sin contacto a tierra

Fuera de los cortocircuitos trifásicos simétricos, en todos los demás casos ya no existe equilibrio entre las fases y, por tanto (aparte de la componente directa, ya necesaria para los circuitos equilibrados), es necesario incorporar las componentes inversa y homopolar.

Concretamente, el cortocircuito bifásico sin contacto a tierra mantiene la energía (no hay fuga a tierra) pero, al ocurrir en dos de las tres fases del sistema, produce un desequilibrio de cargas entre las tres fases, por lo que es necesario incorporar en los cálculos (aparte de la secuencia directa) la secuencia inversa.

Fig.2.25  
Circuito eléctrico correspondiente a un cortocircuito bifásico sin conexión a tierra





Las condiciones iniciales para este cortocircuito son:  $\bar{I}_R = 0$      $\bar{V}_S = \bar{V}_T$

Introduciendo las condiciones iniciales de este cortocircuito en las ecuaciones A y refiriendo las mismas a las tensiones entre fase y neutro, obtenemos:

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow \bar{V}_S &= \bar{V}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R_2} \bar{a} + \bar{V}_{R_0} = \bar{V}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R_2} \bar{a} \\ \rightarrow \bar{V}_T &= \bar{V}_{R_1} \bar{a} + \bar{V}_{R_2} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R_0} = \bar{V}_{R_1} \bar{a} + \bar{V}_{R_2} \bar{a}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{V}_S = \bar{V}_T \Rightarrow \underbrace{\bar{V}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R_2} \bar{a}} = \underbrace{\bar{V}_{R_1} \bar{a} + \bar{V}_{R_2} \bar{a}^2}$$

$$\downarrow$$

$$\underbrace{\bar{V}_{R_1} (\bar{a}^2 - \bar{a})} = \underbrace{\bar{V}_{R_2} (\bar{a} - \bar{a}^2)} \quad [2.28]$$

$$\downarrow$$

$$\bar{V}_{R_1} = \bar{V}_{R_2}$$

Es decir, si las tensiones de fase, entre las fases (*S* y *T*), son iguales, también los serán sus respectivas componentes simétricas. De este resultado y de la segunda condición inicial ( $I_R = 0$ ), obtenemos:

$$\bar{I}_R = 0 = \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_{R_2} + \bar{I}_{R_0} = \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_{R_2} \rightarrow \bar{I}_{R_1} = -\bar{I}_{R_2} \quad [2.29]$$

A este último resultado, obtenido de forma analítica, se habría podido llegar de forma intuitiva. Bastaría, para ello, con aplicar a los circuitos equivalentes de las componentes simétricas (circuitos representados en la Figura 2.26) los resultados obtenidos en el cálculo de las tensiones. En estos resultados, hemos comprobado que la componente homopolar es nula y que las componentes simétricas directa e inversa de las tensiones son iguales, por lo que puede anularse el sistema correspondiente a la secuencia homopolar y unir las dos redes restantes (directa e inversa) para que cumplan las condiciones anteriores (tensiones iguales). Los resultados pueden apreciarse en la Figura siguiente, donde queda de manifiesto que las intensidades de las componentes directa e inversa son iguales en magnitud, pero de sentido opuesto.

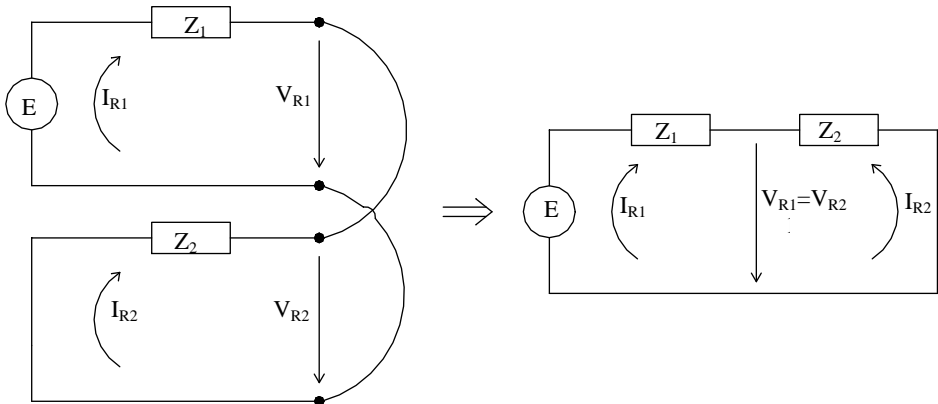


Fig. 2.26 Red de componentes simétricas correspondiente al cortocircuito bifásico sin contacto a tierra



Aplicando Kirchhoff, obtenemos fácilmente la expresión de las intensidades de las redes de secuencia directa e inversa de las componentes simétricas.

$$\boxed{\bar{I}_{R_1} = -\bar{I}_{R_2} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}} \quad [2.30]$$

A continuación, utilizando las ecuaciones A, hallamos las expresiones de las intensidades de cortocircuito de las tres fases de la red trifásica:

$$\begin{aligned} \rightarrow \bar{I}_R &= \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_{R_2} + \bar{I}_{R_0} = 0 \\ \rightarrow \bar{I}_S &= \bar{I}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_2} \bar{a} + \bar{I}_{R_0} = \bar{I}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_2} \bar{a} = \bar{I}_{R_1} (\bar{a}^2 - \bar{a}) \\ \rightarrow \bar{I}_T &= \bar{I}_{R_1} \bar{a} + \bar{I}_{R_2} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_0} = \bar{I}_{R_1} \bar{a} + \bar{I}_{R_2} \bar{a}^2 = \bar{I}_{R_1} (\bar{a} - \bar{a}^2) \end{aligned} \quad [2.31]$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_R &= 0 \\ \bar{I}_S &= \bar{I}_{R_1} (-j\sqrt{3}) = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} (-j\sqrt{3}) = \frac{1'1\bar{U}_n}{\sqrt{3}(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)} (-j\sqrt{3}) \\ \bar{I}_T &= \bar{I}_{R_1} (j\sqrt{3}) = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} (j\sqrt{3}) = \frac{1'1\bar{U}_n}{\sqrt{3}(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)} (j\sqrt{3}) \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} \bar{I}_R &= 0 \\ \bar{I}_S &= \frac{1'1\bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} [-90^\circ] \\ \bar{I}_T &= \frac{1'1\bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} [90^\circ] \end{aligned} \quad [2.32]$$

Llegados a este punto, hay que recordar que  $\underline{a} = 1 [120^\circ]$  y que  $\underline{a}^2 = 1 [-120^\circ]$ . En consecuencia, vemos que  $(\underline{a} - \underline{a}^2) = j\sqrt{3}$  y que  $(\underline{a}^2 - \underline{a}) = -j\sqrt{3}$ . De esta forma, podemos expresar finalmente las intensidades:

Para calcular las tensiones de línea, previamente es necesario determinar los valores de las tensiones entre fase y neutro. Para ello, utilizamos los valores de las intensidades obtenidos, así como las ecuaciones C.

$$\begin{aligned} \rightarrow \bar{V}_R &= \bar{V}_{R_1} + \bar{V}_{R_2} + \bar{V}_{R_0} = 2\bar{V}_{R_1} = 2(\bar{E} - \bar{I}_{R_1} \bar{Z}_1) = 2\left(\bar{E} - \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \bar{Z}_1\right) = 2\bar{E} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \\ \rightarrow \bar{V}_S &= \bar{V}_T = \bar{V}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R_2} \bar{a} + \bar{V}_{R_0} = \bar{V}_{R_1} (\bar{a} + \bar{a}^2) = -\bar{V}_{R_1} = -(\bar{E} - \bar{I}_{R_1} \bar{Z}_1) = \\ &= -\left(\bar{E} - \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \bar{Z}_1\right) = -\bar{E} \left(1 - \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}\right) = \bar{E} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \end{aligned} \quad [2.33]$$

Finalmente, recordando la expresión de la fuerza electromotriz ( $E$ ), obtenemos el valor definitivo de las tensiones entre fase y neutro para estos cortocircuitos.

$$\begin{aligned} \bar{V}_R &= \frac{1'1\bar{U}_n}{\sqrt{3}} \frac{2\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} (0^\circ) \\ \bar{V}_S &= \bar{V}_T = \frac{1'1\bar{U}_n}{\sqrt{3}} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} [180^\circ] \end{aligned} \quad [2.34]$$



En resumen, en los cortocircuitos bifásicos sin contacto a tierra aparecen corrientes iniciales simétricas de cortocircuito menores que las que se presentan en los cortocircuitos trifásicos. Sin embargo, si el punto de cortocircuito está en las proximidades de máquinas síncronas o asíncronas de cierta potencia, la corriente de cortocircuito puede llegar a ser mayor que la correspondiente a un cortocircuito trifásico.

### 2.4.3 Cortocircuito bifásico con contacto a tierra

Este cortocircuito se produce por la unión de dos fases con tierra. En consecuencia, necesitamos de las tres secuencias de las componentes simétricas. La secuencia directa es necesaria porque existe un circuito eléctrico; la secuencia inversa, porque existen desequilibrios entre las fases, y, finalmente, la secuencia homopolar, porque se produce una pérdida de energía a través del terreno. Esquemáticamente, podemos representar el fallo de la forma siguiente:

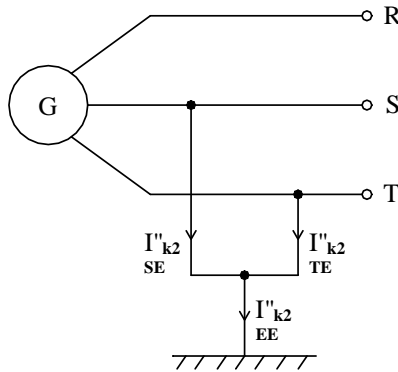


Fig.2.27  
Circuito eléctrico correspondiente a un cortocircuito bifásico a tierra

Las condiciones iniciales para este cortocircuito son:  $I_R = 0 \quad V_S = V_T = 0$

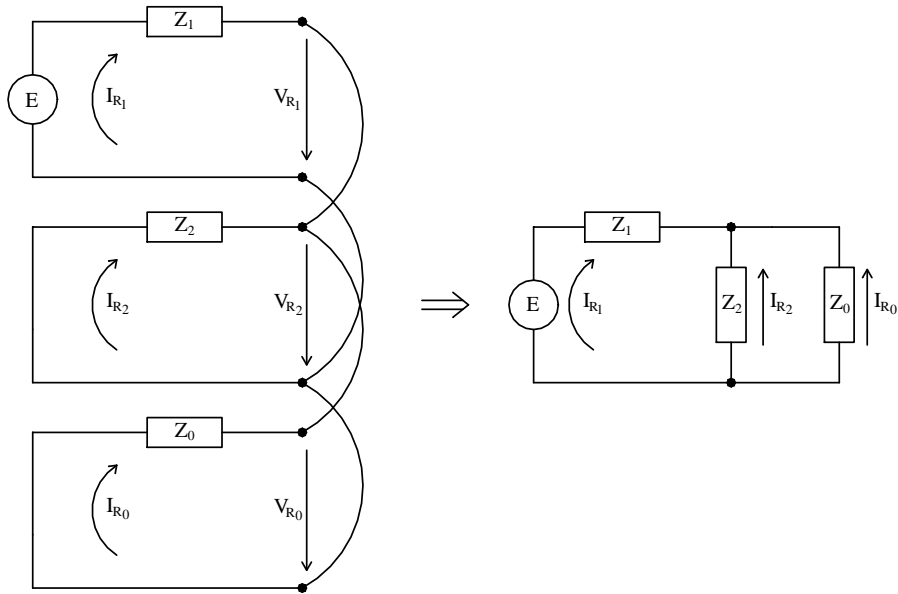
Las ecuaciones  $B$  y las condiciones iniciales del cortocircuito permiten hallar los valores de las componentes simétricas de las tensiones entre fase y neutro, utilizando las expresiones siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow \bar{V}_{R_1} &= \frac{1}{3}(\bar{V}_R + \bar{V}_S \bar{a} + \bar{V}_T \bar{a}^2) = \frac{1}{3} \bar{V}_R \\ \rightarrow \bar{V}_{R_2} &= \frac{1}{3}(\bar{V}_R + \bar{V}_S \bar{a}^2 + \bar{V}_T \bar{a}) = \frac{1}{3} \bar{V}_R \\ \rightarrow \bar{V}_{R_0} &= \frac{1}{3}(\bar{V}_R + \bar{V}_S + \bar{V}_T) = \frac{1}{3} \bar{V}_R \end{aligned} \right\} \rightarrow \bar{V}_{R_1} = \bar{V}_{R_2} = \bar{V}_{R_0} = \frac{1}{3} \bar{V}_R \quad [2.35]$$

Como las tres componentes simétricas de las tensiones (directa, inversa y homopolar), una vez aplicadas las condiciones iniciales del cortocircuito, son iguales, podemos unir los tres circuitos equivalentes de las redes de secuencia, de forma que la unión respete la igualdad entre las tensiones.



Fig.2.28  
Red de componentes simétricas correspondiente a un cortocircito bifásico a tierra



Observando el circuito resultante, mediante las ecuaciones de mallas y divisores de intensidad obtenemos las expresiones de las intensidades que circularán por cada una de las ramas.

$$\begin{aligned} \rightarrow \bar{I}_{R_1} &= \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_0)} \\ \rightarrow \bar{I}_{R_2} &= -\bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \\ \rightarrow \bar{I}_{R_0} &= -\bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \end{aligned} \quad [2.36]$$

Introduciendo estas expresiones en las ecuaciones A, podemos encontrar las intensidades de cortocircito. Dado que la intensidad de la fase (R) es nula ( $I_R = 0$ ) por las condiciones iniciales dadas para este tipo de cortocircito, nuestro cálculo se centra en las fases (S y T). Calculamos, en primer lugar, la intensidad correspondiente a la fase (S):

$$\begin{aligned} \bar{I}_S &= \bar{I}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_2} \bar{a} + \bar{I}_{R_0} = \bar{a}^2 \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_0)} + \bar{a} \left( -\bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right) + \left( -\bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right) = \dots \\ &= \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_0)} \left[ \bar{a}^2 - \bar{a} \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right] = \\ &= \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0}} \left[ \bar{a}^2 \frac{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)}{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)} - \bar{a} \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right] = \dots \end{aligned}$$





$$\begin{aligned}
 & \dots = \frac{\bar{E}(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} \left[ \bar{a}^2 \frac{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)}{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)} - \bar{a} \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right] = \\
 & = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} \left[ \bar{Z}_2(\bar{a}^2 - 1) + \bar{Z}_0(\bar{a}^2 - \bar{a}) \right] = \dots \\
 & = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} \left[ \bar{Z}_0(-j\sqrt{3}) + \bar{Z}_2\sqrt{3} [210^\circ] \right] = \\
 & \dots = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} \left[ \bar{Z}_0(-j\sqrt{3}) + \bar{Z}_2\bar{a}(j\sqrt{3}) \right] = \longrightarrow
 \end{aligned}$$

Y, recordando el valor de la fuerza electromotriz ( $E$ ), obtenemos:

$$\boxed{\bar{I}_S = j1'1\bar{U}_n \frac{\bar{a}\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0}} \quad [2.37]$$

Operando de igual forma, hallamos la expresión de la corriente de cortocircuito de la fase ( $T$ ):

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_T &= \bar{I}_{R_1}\bar{a} + \bar{I}_{R_2}\bar{a}^2 + \bar{I}_{R_0} = \frac{\bar{a}\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_0)} + \bar{a}^2 \left( -\bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right) + \left( -\bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right) = \dots \\
 & \dots = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_0)} \left[ \bar{a} - \bar{a}^2 \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right] = \\
 & = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0} \left[ \bar{a}(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0) - \bar{a}^2\bar{Z}_0 - \bar{Z}_2 \right] = \dots \\
 & \dots = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0} \left[ \bar{Z}_2(\bar{a} - 1) + \bar{Z}_0(\bar{a} - \bar{a}^2) \right] = \\
 & = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0} \left[ \bar{Z}_2(\sqrt{3} [150^\circ]) + \bar{Z}_0(\sqrt{3} [90^\circ]) \right] = \longrightarrow
 \end{aligned}$$

lo que nos permite obtener la expresión siguiente:

$$\boxed{\bar{I}_T = -j1'1\bar{U}_n \frac{\bar{a}^2\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0}} \quad [2.38]$$

Por su parte, la intensidad de cortocircuito correspondiente a la fase ( $R$ ) ha de ser nula:

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_R &= \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_{R_2} + \bar{I}_{R_0} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_0)} - \bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} = \\
 & = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_0)} \left[ 1 - \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right] = \dots \\
 & \dots = \frac{\bar{E}(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0} \left[ \frac{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0) - \bar{Z}_0 - \bar{Z}_2}{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)} \right] \Rightarrow \boxed{\bar{I}_R = 0} \quad [2.39]
 \end{aligned}$$



Finalmente, hallamos las expresiones para las diversas tensiones de fase. Si realizamos los cálculos para la fase ( $R$ ) y calculamos las tensiones correspondientes a las componentes simétricas mediante las ecuaciones  $C$  e introducimos estas expresiones en las ecuaciones  $A$  de la tensión de la fase ( $R$ ):

$$\begin{aligned} \rightarrow \bar{V}_{R_1} &= \bar{E} - \bar{I}_{R_1} \bar{Z}_1 = \bar{E} - \bar{Z}_1 \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_0)} = \bar{E} - \bar{Z}_1 \frac{\bar{E}(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_0 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_0} \longrightarrow \\ \bar{V}_{R_1} &= \bar{E} \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_0 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_0} \\ \rightarrow \bar{V}_{R_2} &= -\bar{I}_{R_2} \bar{Z}_2 = \bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} = \frac{\bar{E}(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_0 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_0} \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \longrightarrow \\ \bar{V}_{R_2} &= \bar{E} \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_0 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_0} \\ \rightarrow \bar{V}_{R_0} &= -\bar{I}_{R_0} \bar{Z}_0 = \bar{I}_{R_1} \frac{\bar{Z}_0 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} = \frac{\bar{E}(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_0 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_0} \frac{\bar{Z}_0 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \longrightarrow \\ \bar{V}_{R_0} &= \bar{E} \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_0 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_0} \end{aligned}$$

Así, la tensión en la fase ( $R$ ) será:

$$V_R = V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_0} = 3E \frac{Z_2 Z_0}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_0 + Z_2 Z_0} \longrightarrow \boxed{V_R = 1'1\sqrt{3} \cdot U_n \frac{Z_2 Z_0}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_0 + Z_2 Z_0}} \quad [2.40]$$

Operando de igual forma para las restantes tensiones entre fase y neutro ( $V_S$  y  $V_T$ ), tenemos:

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_S = 0 \rightarrow \bar{V}_S &= \bar{V}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R_2} \bar{a} + \bar{V}_{R_0} = \bar{E} \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_0 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_0} (\bar{a}^2 + \bar{a} + 1) = 0 \\ \bar{V}_T = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\rightarrow \bar{V}_T = \bar{V}_{R_1} \bar{a} + \bar{V}_{R_2} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R_0} = \bar{E} \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_0 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_0} (\bar{a} + \bar{a}^2 + 1) = 0 \quad [2.41]$$

valores lógicos, ya que si las dos fases ( $R$  y  $S$ ) estaban conectadas a tierra, los valores de las mismas han de ser nulos, como ha quedado demostrado analíticamente.

Por tanto, en los cortocircuitos bifásicos con contacto a tierra, se dan las mismas circunstancias que en los cortocircuitos bifásicos sin contacto a tierra. Inicialmente, aparecen unas corrientes simétricas de cortocircuito menores que las halladas para los cortocircuitos trifásicos. Sin embargo, si el punto de fallo está cerca de máquinas síncronas o asíncronas de cierta potencia, la corriente inicial de cortocircuito puede llegar a ser mayor que la correspondiente a un cortocircuito trifásico. Por este motivo, y por-



que se presentan unas pérdidas a tierra, es importante incluir su cálculo en los proyectos para dimensionar los dispositivos de protección y evitar interferencias.

#### 2.4.4 Cortocircuito monofásico a tierra

El cortocircuito monofásico a tierra es el cortocircuito más frecuente en las redes con neutro puesto directamente a tierra o mediante una impedancia de bajo valor. Es también el más violento de los cortocircuitos, y resulta de gran utilidad para el cálculo de las tensiones de contacto, las tensiones de paso, las puestas a tierra, así como para la determinación de las interferencias con otros sistemas de energía. La Figura 2.29 muestra un circuito eléctrico afectado por este cortocircuito.

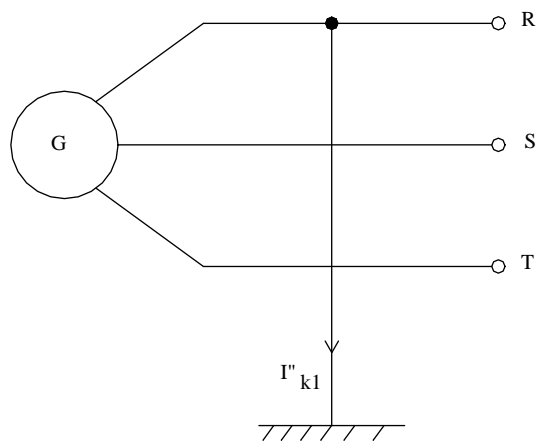


Fig.2.29  
Circuito eléctrico correspondiente a un cortocircuito monofásico a tierra

Las condiciones iniciales para este cortocircuito son:

$$V_R = 0 \quad I_S = I_T = 0$$

Dado que hay fugas a tierra y que el comportamiento de una fase difiere de las restantes, en este tipo de cortocircuito es necesario considerar las secuencias directa (siempre que exista un circuito eléctrico, existirá esta secuencia), inversa (será necesaria cuando existan desequilibrios) y homopolar (necesaria cuando existan fugas de energía a tierra).

Para realizar los cálculos, en primer lugar, mediante las ecuaciones  $B$  introducimos las condiciones iniciales para estos cortocircuitos, con lo que obtenemos las expresiones de las intensidades que circulan por los circuitos de las diversas redes de secuencia.

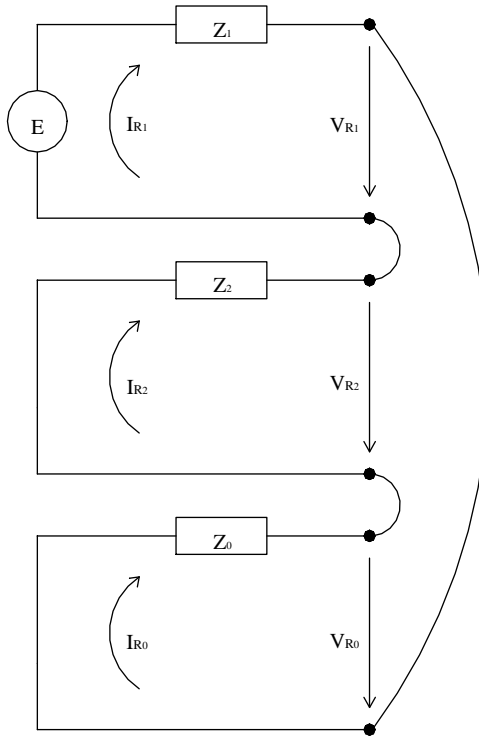
Como las intensidades de las fases ( $S$ ) y ( $T$ ) son nulas, todas las componentes simétricas de las intensidades son iguales y de valor un tercio de la intensidad de línea de la fase ( $R$ ).

A igual resultado, se podría haber llegado de forma directa si hubiésemos realizado el esquema del circuito equivalente de las componentes simétricas, teniendo presente que ha de cumplirse que las tres componentes de las intensidades son iguales, lo que obliga a conectar los circuitos equivalentes de la forma que nos muestra la Figura 2.30.



$$\left. \begin{aligned} \rightarrow \bar{I}_{R_1} &= \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a} + \bar{I}_T \bar{a}^2) = \frac{1}{3} \bar{I}_R \\ \rightarrow \bar{I}_{R_2} &= \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a}^2 + \bar{I}_T \bar{a}) = \frac{1}{3} \bar{I}_R \\ \rightarrow \bar{I}_{R_0} &= \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) = \frac{1}{3} \bar{I}_R \end{aligned} \right\} \rightarrow \bar{I}_{R_1} = \bar{I}_{R_2} = \bar{I}_{R_0} = \frac{1}{3} \bar{I}_R \quad [2.42]$$

Fig.2.30  
Red de componen-  
tes simétricas  
correspondiente a  
un cortocircuito  
monofásico a tierra



A continuación, podemos hallar el valor de la intensidad que circula por la red de secuencia directa. Para ello, utilizamos las ecuaciones A para la tensión simple de la fase (R) de la red trifásica (que sabemos que es nula), juntamente con las ecuaciones C. Además, utilizamos los resultados anteriores, en que se demuestra la igualdad de las tres intensidades de las componentes simétricas.

$$\bar{V}_R = 0 = \bar{V}_{R_1} + \bar{V}_{R_2} + \bar{V}_{R_0} = (\bar{E} - \bar{I}_{R_1} \bar{Z}_1) + (-\bar{I}_{R_2} \bar{Z}_2) + (-\bar{I}_{R_0} \bar{Z}_0) \Rightarrow \bar{E} = \bar{I}_{R_1} (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0)$$

$$\boxed{\bar{I}_{R_1} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0}} \quad [2.43]$$

Este resultado permite hallar las expresiones de las intensidades de línea que circulan por cada una de las fases de nuestra red trifásica. Para ello, utilizamos las ecuaciones A referidas a las intensidades de las fases (R, S y T).



$$\left. \begin{aligned}
 \bar{I}_R &= \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_{R_2} + \bar{I}_{R_0} = 3\bar{I}_{R_1} = 3 \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} = \\
 &= 3 \frac{1'1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3}} \frac{1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \\
 \bar{I}_S &= \bar{I}_T = 0
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned}
 \bar{I}_R &= \frac{1'1 \cdot \bar{U}_n \sqrt{3}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \\
 \bar{I}_S &= \bar{I}_T = 0
 \end{aligned}} \quad [2.44]$$

Finalmente, buscamos las expresiones de las tensiones entre fase y neutro de las diferentes fases de la red trifásica. Para ello, utilizamos las ecuaciones (A):

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \bar{V}_S &= \bar{V}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R_2} \bar{a} + \bar{V}_{R_0} = \bar{a}^2 (\bar{E} - \bar{I}_{R_1} \bar{Z}_1) + \bar{a} (-\bar{I}_{R_2} \bar{Z}_2) + (-\bar{I}_{R_0} \bar{Z}_0) = \dots \\
 \dots &= \bar{E} \bar{a}^2 - \bar{Z}_1 \bar{a}^2 \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \bar{Z}_2 \bar{a} \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \bar{Z}_0 \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0}
 \end{aligned}$$

Agrupando términos, obtenemos:

$$\boxed{\bar{V}_S = \frac{1'1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3}} \left( \bar{a}^2 - \frac{\bar{Z}_1 \bar{a}^2 + \bar{Z}_2 \bar{a} + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right)} \quad [2.45]$$

Operando de igual forma para la tensión entre fase y neutro de la fase (T):

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \bar{V}_T &= \bar{V}_{R_1} \bar{a} + \bar{V}_{R_2} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R_0} = \bar{a} (\bar{E} - \bar{I}_{R_1} \bar{Z}_1) + \bar{a}^2 (-\bar{I}_{R_2} \bar{Z}_2) + (-\bar{I}_{R_0} \bar{Z}_0) = \dots \\
 \dots &= \bar{E} \bar{a} - \bar{Z}_1 \bar{a} \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \bar{Z}_2 \bar{a}^2 \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} - \bar{Z}_0 \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0}
 \end{aligned}$$

Y, agrupando términos, obtenemos:

$$\boxed{\bar{V}_T = \frac{1'1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3}} \left( \bar{a} - \frac{\bar{Z}_1 \bar{a} + \bar{Z}_2 \bar{a}^2 + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right)} \quad [2.46]$$

Finalmente, de las condiciones iniciales para este tipo de cortocircuitos, tenemos que la tensión entre fase y neutro de la fase (R) es:

$$\boxed{\bar{V}_R = 0} \quad [2.47]$$



En resumen, los cortocircuitos unipolares a tierra son los cortocircuitos más frecuentes. En redes con puesta a tierra rígida o con puesta a tierra a través de una impedancia de bajo valor óhmico, la corriente de cortocircuito a tierra puede superar la mayor corriente de cortocircuito que aparece en caso de un fallo trifásico. Estas corrientes también han de tenerse presentes a la hora de determinar las tensiones de contacto, al resolver problemas de interferencias o al dimensionar las instalaciones de puesta a tierra.

## 2.5 Cuestiones y problemas

### Cuestiones

1. ¿Cómo se realiza el cálculo de los sistemas eléctricos trifásicos equilibrados? ¿Cómo se realiza el cálculo de los sistemas eléctricos trifásicos desequilibrados?
2. ¿En qué consiste el método de las componentes simétricas? ¿Qué es un circuito equivalente o de secuencia? ¿Cuántos circuitos equivalentes o redes existen para cada elemento de un sistema trifásico?
3. ¿A qué se denomina *red de secuencia de un circuito eléctrico*? ¿Qué tipos de redes de secuencia existen? ¿Qué elementos contienen estas redes de secuencia?
4. ¿Cómo se construye una red de secuencia? ¿Qué nos indica una red de secuencia? ¿Cómo se realiza la conversión de una red de secuencia directa a una red de secuencia inversa? ¿Y de una red de secuencia directa a una red de secuencia homopolar?
5. ¿Cuál es el voltaje de referencia en una red de secuencia directa? ¿Y en una red de secuencia inversa? ¿Y en una red de secuencia homopolar? ¿Cómo han de considerarse las impedancias que se encuentran situadas entre el neutro y tierra en las tres redes de secuencia anteriores?
6. Indica los circuitos de secuencia individuales más importantes.
7. ¿A qué se denomina *impedancia a la corriente de secuencia directa*? ¿y *E impedancia a la corriente de secuencia inversa*? ¿y *E impedancia de la corriente de secuencia homopolar*?
8. Explica en qué consiste el análisis de fallos asimétricos en sistemas simétricos.
9. Indica cómo son las impedancias de secuencia directa, inversa y homopolar de las máquinas giratorias.
10. Indica cómo son las impedancias de secuencia directa, inversa y homopolar de los transformadores.
11. Indica cómo son las impedancias de secuencia directa, inversa y homopolar de las líneas de transporte de energía.



12. ¿Qué nos muestra la red de una secuencia particular? ¿Cómo se efectúa el paso de una red de secuencia directa a una red de secuencia inversa? ¿Son iguales las impedancias de los generadores en las dos secuencias?
13. ¿Cómo es el circuito eléctrico para simular el comportamiento de una red de secuencia directa? ¿Y para simular una red de secuencia inversa? ¿Cómo se consideran las impedancias situadas entre el neutro y tierra en las redes de secuencia directa e inversa? ¿Cuál es el voltaje de referencia para estas dos redes de secuencia?
14. ¿Qué nos muestra la red de secuencia homopolar? ¿Cómo se efectúa el paso de una red de secuencia directa a una red de secuencia homopolar? ¿Son iguales las impedancias de las líneas entre las redes de secuencia directa y homopolar?
15. ¿Cómo es el circuito eléctrico para simular el comportamiento de una red de secuencia homopolar? ¿Cómo se considerarán las impedancias situadas entre el neutro y tierra en la red de secuencia homopolar? ¿Cuál es el voltaje de referencia para la red homopolar?
16. ¿Pueden tener componentes homopolares los sistemas conectados en triángulo? Razona la respuesta.
17. Comenta e indica el esquema eléctrico y las redes monofásicas equivalentes (directa, inversa y homopolar) de un generador sin carga conectado en estrella y aislado de tierra.
18. Comenta e indica el esquema eléctrico y las redes monofásicas equivalentes (directa, inversa y homopolar) de un generador sin carga conectado en estrella y puesto rígidamente a tierra.
19. Comenta e indica el esquema eléctrico y las redes monofásicas equivalentes (directa, inversa y homopolar) de un generador sin carga conectado en estrella y a tierra mediante una impedancia limitadora.
20. Comenta e indica el esquema eléctrico y las redes monofásicas equivalentes (directa, inversa y homopolar) de un generador sin carga conectado en triángulo.
21. ¿Cómo se construyen las redes de secuencia directa e inversa de los transformadores? ¿Cómo se construye la red de secuencia homopolar de un transformador? ¿Cuáles son los tipos de conexiones más frecuentes entre transformadores?
22. Comenta e indica el esquema eléctrico y la red monofásica homopolar equivalente de un transformador con conexión estrella-estrella (Y-Y), con las dos estrellas aisladas de tierra.
23. Comentar e indica el esquema eléctrico y la red monofásica homopolar equivalente de un transformador con conexión estrella-estrella (Y-Y), con una estrella puesta a tierra.



24. Comenta e indica el esquema eléctrico y la red monofásica homopolar equivalente de un transformador con conexión estrella-estrella ( $Y-Y$ ), con las dos estrellas puestas a tierra.
25. Comenta e indica el esquema eléctrico y la red monofásica homopolar equivalente de un transformador con conexión estrella-triángulo ( $Y-\Delta$ ), con la estrella aislada de tierra.
26. Comenta e indica el esquema eléctrico y la red monofásica homopolar equivalente de un transformador con conexión estrella-triángulo ( $Y-\Delta$ ), con la estrella puesta a tierra.
27. Comenta e indica el esquema eléctrico y la red monofásica homopolar equivalente de un transformador con conexión triángulo-triángulo ( $\Delta-\Delta$ ).
28. ¿En qué se basa el método de las componentes simétricas? ¿En qué tipo de cortocircuito no es necesario aplicar el método de las componentes simétricas? ¿Por qué?
29. Dibuja los tres sistemas de componentes simétricas en el plano de Gauss de un supuesto circuito eléctrico. Dibuja también los circuitos eléctricos que permiten simular las tres redes de secuencia anteriores.
30. Halla las ecuaciones de las componentes simétricas de tipo  $A$  aplicadas a las tensiones, mediante la utilización del operador ( $a$ ).
31. De las ecuaciones de las componentes simétricas de tipo  $A$  halladas en la pregunta anterior, aplicadas a las tensiones, obtén las ecuaciones de tipo  $B$  también aplicadas a las tensiones.
32. Expresa las ecuaciones de las componentes simétricas de tipo  $C$  para un sistema eléctrico concreto. Dibuja asimismo los circuitos eléctricos que acompañan estas ecuaciones de tipo  $C$ .
33. Demuestra analíticamente por qué es posible desprestigiar la intensidad de carga y considerar solamente la tensión en el punto de cortocircuito, al efectuar el cálculo de la intensidad inicial simétrica de cortocircuito.
34. Halla analíticamente las expresiones de las tensiones de fase (simples) de un cortocircuito trifásico, a partir de sus condiciones iniciales.
35. Halla analíticamente la expresión de la intensidad de la fase ( $S$ ) suponiendo la fase ( $R$ ) como referencia para un cortocircuito bifásico, a partir de sus condiciones iniciales.
36. Halla analíticamente la expresión de la tensión en la fase ( $R$ ) suponiéndola como fase de referencia para un cortocircuito bifásico, a partir de sus condiciones iniciales.





37. Halla analíticamente la expresión de la intensidad de la fase ( $T$ ) suponiendo la fase ( $R$ ) como referencia para un cortocircuito bifásico a tierra, a partir de sus condiciones iniciales.
38. Halla analíticamente la expresión de la tensión de la fase ( $R$ ) suponiéndola como fase de referencia para un cortocircuito bifásico a tierra, a partir de sus condiciones iniciales.
39. Halla analíticamente la expresión de la intensidad de la fase ( $R$ ) suponiéndola como fase de referencia para un cortocircuito monofásico a tierra, a partir de sus condiciones iniciales.
40. Halla analíticamente la expresión de la tensión de la fase ( $T$ ) suponiendo la fase ( $R$ ) como referencia para un cortocircuito monofásico a tierra, a partir de sus condiciones iniciales.

### Problemas

Para la consulta de problemas resueltos, remitimos al lector a los capítulos 3 y 4 de esta obra. Es preferible empezar con problemas sencillos, que permitan afianzar los conocimientos y ganar confianza en su resolución, para posteriormente acometer el cálculo de problemas más complejos.





# PROBLEMAS RESUELTOS Y PROPUESTOS DE FALLOS EN SISTEMAS DE POTENCIA

## Presentación

Con este segundo módulo, formado por los capítulos 3 y 4, se pretende que, una vez asimilados los conceptos teóricos dados para sistemas de potencia que trabajan en régimen transitorio (debido a una sobrecarga, a un cortocircuito o a la rotura accidental de una fase), puedan llevarse a la práctica mediante la resolución de problemas de diversa complejidad. Concretamente, el módulo está dividido en dos capítulos bien diferenciados, ya que mientras que el capítulo 3 (“Problemas resueltos de cálculo de fallos en sistemas eléctricos de potencia”) permite afianzar los conocimientos adquiridos y ganar confianza en la resolución de problemas, el capítulo 4 (“Problemas propuestos de cálculo de fallos en sistemas de potencia”) propone una serie de enunciados, con sus respectivas soluciones, para que el lector pueda ejercitarse en su resolución y comprobar así el nivel de asimilación obtenido a lo largo del estudio de la materia.

El capítulo 3 está formado por problemas completamente resueltos y comentados del cálculo de los sistemas eléctricos de potencia con funcionamientos anómalos, es decir, con fallos eléctricos. Así, forman parte de este capítulo el cálculo de sobrecargas, cortocircuitos, dimensionado de sistemas de protección, puestas a tierra, o la selectividad entre protecciones. Para la resolución de estos problemas, se han utilizado los métodos explicados en los capítulos 1 y 2 de teoría, que son los más utilizados, aunque no son los únicos que permiten el cálculo de fallos en sistemas de potencia. En concreto, el capítulo está formado por diez problemas, estructurados de manera que la dificultad aumenta de forma progresiva, por lo cual se aconseja seguir el orden establecido por el libro para una mejor comprensión y una más rápida asimilación de los mismos. El capítulo contiene, primero, dos problemas de cálculo de cortocircuitos trifásicos, lo que permitirá dimensionar los dispositivos de protección (relés térmicos, magnéticos, diferenciales y fusibles), así como analizar los sistemas de coordinación o selectividad



entre sus componentes. Los tres problemas siguientes versan sobre la aplicación de las componentes simétricas y el empleo de las redes de secuencia, para hallar las solicitaciones eléctricas con cualquiera de los tipos de cortocircuitos explicados, en el punto del fallo. Finalmente, los tres últimos problemas hacen referencia al cálculo de las corrientes y tensiones de cortocircuito, no solo en el punto donde se produce el fallo, sino en cualquier parte de la red. Sin duda, es en estos tres últimos problemas donde pueden verse más claramente las ventajas de utilizar las redes de secuencia y el método de las componentes simétricas, ya que los cálculos se llevan hasta sus últimas consecuencias.

En el capítulo 4, con una experiencia ya adquirida en la resolución de problemas de fallos o defectos eléctricos que pueden afectar un sistema de potencia, se proponen unos enunciados de problemas con sus respectivas soluciones. En este capítulo, se ha dado importancia a los fallos debidos a sobrecargas, así como al cálculo de los más diversos tipos de cortocircuitos. Concretamente, los primeros enunciados versan sobre el diseño de las protecciones eléctricas, el poder de cierre o de corte y la selectividad entre los sistemas de protección; estos problemas nos introducen en el estudio de uno de los cortocircuitos más violentos, el cortocircuito trifásico. Posteriormente, un buen número de problemas versan sobre el cálculo de las solicitaciones eléctricas en el punto de fallo para los diversos tipos de cortocircuitos, en que ya es necesario utilizar las componentes simétricas. Finalmente, los últimos enunciados de problemas se corresponden con el estudio más completo de los fallos eléctricos, ya que en ellos no solo se calculan las corrientes y tensiones para cualquier cortocircuito en el punto de fallo, sino que su cálculo se hace extensivo a cualquier punto de la red. Son los problemas más reales, en los cuales el método de las componentes simétricas y las redes de secuencia destacan por su eficacia. Este capítulo abarca un total de veinte enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones.

### Contenidos

- Capítulo 3: Problemas resueltos de cálculo de fallos en sistemas eléctricos de potencia
- Capítulo 4: Problemas propuestos de cálculo de fallos en sistemas eléctricos de potencia

### Objetivos

#### Problemas resueltos de cálculo de fallos en sistemas eléctricos de potencia

- Conocer las particularidades de los sistemas y los dispositivos de protección actuales (relé térmico, magnético, diferencial, fusibles, etc.).
- Conocer las características que definen la coordinación de los sistemas de protección.
- Saber qué son la intensidad y el factor de arranque en un relé térmico



- Saber qué son el poder de corte, el poder de cierre y la potencia aparente de desconexión.
- Saber calcular los factores ( $q$ ,  $\mu$  y  $\chi$ ) en las tablas correspondientes.
- Calcular las impedancias equivalentes directas de cortocircuito en un punto determinado de la red.
- Calcular los cortocircuitos trifásicos en cualquier punto de un circuito.
- Saber dibujar las redes de secuencia directa, inversa y homopolar para diversos componentes y disposiciones de las redes eléctricas.
- Saber calcular las impedancias equivalentes para las redes directa, inversa y homopolar para redes con diferentes niveles de tensión.
- Saber calcular las intensidades y las tensiones de cortocircuito en el punto de fallo, ante cortocircuitos bifásicos, bifásicos a tierra y monofásicos a tierra.
- Saber calcular la corriente máxima asimétrica de cortocircuito y la intensidad de corte en un fallo.
- Saber calcular las intensidades y las tensiones de cortocircuito no solo en el punto de fallo, sino en cualquier punto del circuito ante cortocircuitos bifásicos, bifásicos a tierra y monofásicos a tierra.

### **Problemas propuestos de cálculo de fallos en sistemas eléctricos de potencia**

- Conocer las particularidades de los sistemas y los dispositivos de protección actuales (relé térmico, magnético, diferencial, fusibles, etc.). Conocer las características que definen la coordinación de los sistemas de protección.
- Saber qué son la intensidad y el factor de arranque en una sobrecarga. Saber qué son el poder de corte, el poder de cierre y la potencia aparente de desconexión. Saber calcular los factores ( $q$ ,  $\mu$  y  $\chi$ ) en las tablas correspondientes.
- Calcular las impedancias equivalentes directas de cortocircuito en un punto determinado de la red.
- Calcular los cortocircuitos trifásicos en cualquier punto de un circuito.
- Saber calcular la corriente máxima asimétrica de cortocircuito y la intensidad de corte en un fallo.
- Saber dibujar las redes de secuencia directa, inversa y homopolar para diversos componentes, niveles de tensión y disposiciones de redes eléctricas.
- Saber calcular las intensidades y las tensiones de cortocircuito en el punto de fallo, ante cortocircuitos bifásicos, bifásicos a tierra y monofásicos a tierra.
- Saber calcular las intensidades y las tensiones de cortocircuito no solo en el punto de falta, sino en cualquier punto del circuito ante cortocircuitos bifásicos, bifásicos a tierra y monofásicos a tierra.

→ 3



# Problemas resueltos de cálculo de fallos en sistemas eléctricos de potencia

## Problema 3.1

Dimensiona los interruptores de protección del circuito de la Figura, una subestación de distribución interconectada a una central generadora. La potencia prevista que se distribuirá a través del embarrado B coincide con la potencia nominal del transformador. Las líneas de salida del embarrado llevan cada una su correspondiente protección. (Para realizar los cálculos, se suponen cortocircuitos trifásicos.)

### Datos

Generador      14 MVA    20 kV       $X'' = 0,16$        $X_2 = 0,18$        $X_0 = 0,05$

Transformador    25 MVA    120/20 kV     $\varepsilon_{cc} = 0,07$     Dyn<sub>11</sub>      n = 6

Líneas:

Línea L<sub>1</sub>:     $X_{L1} = 8,5 \Omega$        $R_{L1} = 2,5 \Omega$

Línea L<sub>2</sub>:     $X_{L2} = 0,11 \Omega$        $R_{L2} = 0,09 \Omega$

Línea L<sub>3</sub>:     $X_{L3} = 0,57 \Omega$        $R_{L3} = 0,5 \Omega$

Intensidades nominales para interruptores de protección estándar

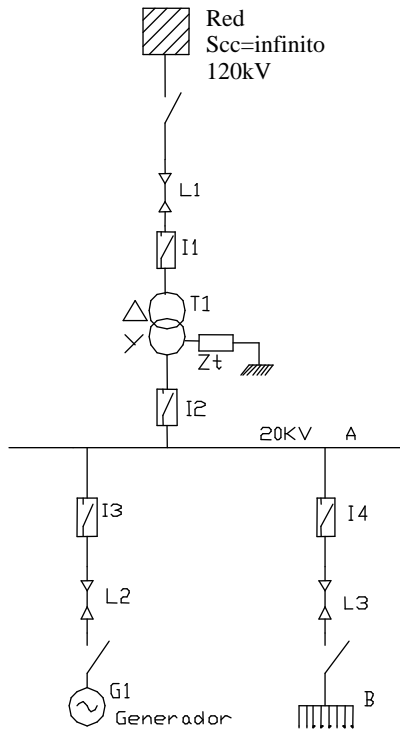
100 A,      125 A,      160 A,      200 A,      250 A,      315 A,  
400 A, 630 A, 800 A,      1.250 A,      1.600 A,      2.000 A,      2.600 A



Poderes de corte y de cierre para interruptores de protección estándar

3,15 kA, 10 kA, 16 kA, 20 kA, 31,5 kA, 40 kA, 50 kA, 63 kA, 100 kA

Fig.3.1  
Esquema unifilar  
del sistema de  
potencia corres-  
pondiente al  
problema 3.1



Ante una falta trifásica en diversos puntos del circuito, se pide hallar, para cada interruptor:

1. La intensidad nominal de los interruptores. (Dar un valor normalizado.)
2. La protección térmica contra sobrecargas, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo inverso. Las intensidades de arranque ( $I_r$ ). (Considérese un margen de seguridad de un 10 %.) Los coeficientes de arranque.
3. La protección magnética contra cortocircuitos, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo independiente o instantáneo. Para ello, supónganse cortocircuitos en los embarrados A y B.
4. El poder de cierre y el poder de corte para cada interruptor, así como las intensidades de cierre y de corte. Para ello, supónganse cortocircuitos trifásicos en bornes de cada interruptor.





### 2.5.1 Resolución

#### 1 y 2. Hallamos los relés térmicos (protección contra las sobrecargas)

Para dimensionar los relés térmicos, es necesario seguir unas pautas de cálculo:

- Primero, se calcula la intensidad de carga (la intensidad de funcionamiento) del interruptor.
- Seguidamente, se calcula la intensidad de arranque de cada interruptor (normalmente, es entre un 10 % y un 15 % más elevada que la intensidad de carga).
- Una vez hallada esta intensidad de arranque, se buscan, en catálogos de casas comerciales, interruptores con intensidades superiores a las de arranque calculadas (normalmente, entre un 20 % y un 100 % mayores que éstas). Al buscar los posibles relés, hay que tener en cuenta también el tipo de curva más adecuada para la zona a proteger por los interruptores, así como los retardos adicionales.
- Con los relés elegidos, ya se pueden buscar los coeficientes de arranque correspondientes. Para ello, se divide el valor de la intensidad de arranque por la intensidad nominal del relé (es el ajuste que tendremos que hacer para adaptar las intensidades nominales que las casas comerciales ofrecen a los valores que nosotros necesitamos y que hemos obtenido por cálculo).

Procedemos a buscar estos parámetros:

- La intensidad de carga para cada uno de los relés térmicos:  $I_c = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n}$

$$I_{c1} = \frac{25 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 120 \cdot 10^3} = 120.3A$$

$$I_{c3} = \frac{14 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 20 \cdot 10^3} = 404.1A$$

$$I_{c2} = \frac{25 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 20 \cdot 10^3} = 721.7A$$

$$I_{c4} = \frac{25 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 20 \cdot 10^3} = 721.7A$$

Recuérdese que el transformador no modifica las potencias ni la frecuencia.

La intensidad de arranque de cada interruptor (aumentamos un 10 % las intensidades de carga de los interruptores para evitar disparos no deseados con el funcionamiento normal del sistema):

$$I_{1arrq} = 120.3 \cdot 1.1 = 132.3A$$

$$I_{2arrq} = 794A$$

$$I_{3arrq} = 444.5A$$

$$I_{4arrq} = 794A$$



Las intensidades nominales de los interruptores: han de ser mayores que las intensidades de arranque ( $I_n > I_{arrq}$ ), las cuales se hallan por catálogo (véase la sección de datos para obtener una relación de las intensidades nominales de los interruptores más usuales):

$$I_{n1} = 400A$$

$$I_{n2} = I_{n4} = 1250A$$

$$I_{n3} = 800A$$

— Los coeficientes de arranque son:  $C_{arrq} = \frac{I_{arrq}}{I_n}$        $C_{1arrq} = \frac{132.3}{400} = 0.33$

$$C_{2arrq} = C_{4arrq} = \frac{794}{1250} = 0.635 \quad C_{3arrq} = \frac{444.5}{800} = 0.556$$

### 3 y 4. Hallamos los relés magnéticos (protección contra cortocircuitos)

Primero, hallamos todas las impedancias que afectan el circuito, teniendo presente el nivel de tensión al cual las calculamos, ya que cuando realizamos cálculos generales es imprescindible pasar todas las impedancias a un mismo nivel de tensión, al nivel que deseemos, pero siempre igual para todas (recuérdese que los cambios de tensión se producen siempre en los transformadores).

Impedancias del circuito: señalamos con una tilde (') las impedancias al nivel bajo de tensión.

Acometida (a 120 kV)

$$Z_Q = 1.1 \cdot \frac{U^2_Q}{S_Q} = 1.1 \cdot \frac{120^2}{\infty} = 0\Omega$$

Transformador (a 120 kV)

$$Z_T = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{U^2_T}{S_T} = 0.07 \cdot \frac{120000^2}{25 \cdot 10^6} = 40.32\Omega$$

$$R_T = \varepsilon_{CCR} \cdot \frac{U^2_T}{S_T} = 0.005 \cdot \frac{120000^2}{25 \cdot 10^6} = 2.88\Omega \quad (\text{El valor de } 0,005 \text{ se ha obtenido en las tablas.)}$$

$$\bar{X}_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} = j40.21\Omega$$

$$\bar{Z}_T = (R + jX) = (2.88 + j40.21) = 40.31 \angle 85.9^\circ \Omega$$



Generador (a 20 kV)

$$X_{1g} = X'' \cdot \frac{U_g^2}{S_g} = 0.16 \cdot \frac{20000^2}{14 \cdot 10^6} = j4.57 \Omega$$

$$R_{1g} = 0.07 \cdot X_{1g} = 0.32 \Omega$$

$$X_{2g} = X'' \cdot \frac{U_g^2}{S_g} = 0.18 \cdot \frac{20000^2}{14 \cdot 10^6} = j5.14 \Omega$$

$$\bar{Z}_g' = (R + jX) = (0.32 + j4.57) = 4.58 \angle 86^\circ \Omega$$

Líneas (línea 1º a 120 kV, líneas 2º y 3º a 20 kV)

$$\bar{Z}_{L1} = (2.5 + j8.5) = 8.86 \angle 73.6^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}'_{L2} = (0.09 + j0.11) = 0.14 \angle 50.71^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}'_{L3} = (0.5 + j0.57) = 0.76 \angle 48.74^\circ \Omega$$

Relación de transformación

$$m = \frac{U_1}{U_2} = \frac{120}{20} = 6$$

*Intensidad de cortocircuito que afecta cada interruptor (cortocircuitos trifásicos)*

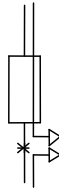
Los interruptores automáticos sirven para proteger un circuito contra las sobrecargas y los cortocircuitos. Pero primero es imprescindible protegerlos a ellos mismos; por ello, se determina qué poder de corte y qué poder de cierre les corresponde ante los cortocircuitos más desfavorables que pueden darse (cuando se produce un cortocircuito muy cercano a ellos, ya que en estas circunstancias la impedancia es muy pequeña y la intensidad es la mayor posible).

- Según la norma VDE 0102, es muy improbable un cortocircuito en el interior del propio interruptor, por lo que para calcular la situación más desfavorable se suponen cortocircuitos justo en los bornes del relé (en el exterior).
- Si el cortocircuito se produce en el exterior del relé, como mínimo pueden darse dos casos: que el cortocircuito se produzca en la parte superior del relé o, por el contrario, que el cortocircuito se produzca en la parte inferior del relé.
- Tanto si se produce el cortocircuito en la parte superior, como en la parte inferior del relé, puesto que cuando se produce un cortocircuito todas las intensidades van a parar al punto de cortocircuito (punto del circuito con la mínima impedancia), por el interior del relé nunca pasará el valor total de la intensidad de cortocircuito (para que pasara el valor total de la intensidad de cortocircuito,

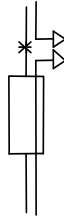


sería necesario que el cortocircuito se produjera en el interior del relé, caso altamente improbable), sino una de las dos aportaciones, la superior o la inferior, dependiendo del lugar donde se haya producido el cortocircuito.

- Por tanto, el cálculo de la intensidad de cortocircuito se desglosa por las aportaciones de corriente que llegan por su parte superior (*up*) o por las aportaciones de corriente que lo hacen por su parte inferior (*down*). Existen, pues, dos posibles aportaciones de las corrientes de cortocircuito:
  1. Que el cortocircuito se produzca “aguas abajo” del interruptor: en este caso, solo se tiene en cuenta la aportación de corriente de cortocircuito correspondiente al tramo superior, ya que esta es la única que pasa a través del interruptor (que es la que nos interesa, y se denomina *up*).



2. Que el cortocircuito se produzca “aguas arriba” del interruptor: en este caso, solo se tiene en cuenta la aportación de corriente de cortocircuito correspondiente al tramo inferior, ya que esta es la única que pasa a través del interruptor (que es la que nos interesa, y se denomina *down*).



Teniendo presente lo expuesto en los puntos precedentes, calcularemos para cada interruptor los valores de las intensidades de cortocircuito correspondientes tanto a las aportaciones que se producen por la parte superior como a las aportaciones de corriente que se producen por la parte inferior.

Interruptor 1° (a 120 kV)

$$\bar{I}_{k3v}'' = 1.1 \cdot \frac{\bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot Z_K} = 1.1 \cdot \frac{120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 8.86 \angle 73.6^\circ} = 8601.6 \angle -73.6^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{k3d}'' = 1.1 \cdot \frac{\bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot Z_K} = 1.1 \cdot \frac{120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 209.4 \angle 85.2^\circ} = 365 \angle -85.2^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{KD} = \bar{Z}_T + (\bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_G) \cdot m^2 = (17.64 + j208.7) = 209.4 \angle 85.2^\circ \Omega$$



Interruptor 2° (a 20 kV)

$$\bar{I}_{k3v}'' = 1,1 \cdot \frac{\bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot Z_K} = 1,1 \cdot \frac{20000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 1.361 \angle 83,7^\circ} = 9332,6 \angle -83,7^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{KU} = \bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T = (0,149 + j1,353) = 1,361 \angle 83,7^\circ \Omega$$

$$\bar{I}_{k3p}'' = 1,1 \cdot \frac{\bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot Z_K} = 1,1 \cdot \frac{20000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 4,7 \angle 85^\circ} = 2702,5 \angle -85^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{KD} = (\bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_G) = (0,41 + j4,68) = 4,7 \angle 85^\circ \Omega$$

Interruptor 3° (a 20 kV)

$$\bar{I}_{k3v}'' = 1,1 \cdot \frac{\bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot Z_K} = 1,1 \cdot \frac{20000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 1,361 \angle 83,7^\circ} = 9332,6 \angle -83,7^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{KU} = \bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T = (0,149 + j1,353) = 1,361 \angle 83,7^\circ \Omega$$

$$\bar{I}_{k3p}'' = 1,1 \cdot \frac{\bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_K} = 1,1 \cdot \frac{20000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 4,7 \angle 85^\circ} = 2702,5 \angle -85^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{KD} = (\bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_G)' = (0,41 + j4,68) = 4,7 \angle 85^\circ \Omega$$

Interruptor 4° (A 20 kV)

$$\bar{I}_{k3v}'' = 1,1 \cdot \frac{\bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_K} = 1,1 \cdot \frac{20000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 1,055 \angle 84^\circ} = 12039,5 \angle -84^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{KU} = (\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T) / / (\bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_g)' = (0,1104 + j1,05) = 1,056 \angle 84^\circ \Omega$$

$\bar{I}_{k3p}'' = 0 \text{ A}$ , porque los sumideros son consumidores de intensidad (no existe aportación por la parte inferior)

*Poder de cierre de los interruptores*

Nota: Para una correcta comprensión de la corriente máxima asimétrica de cortocircuito ( $I_s$ ) y de la corriente de corte ( $I_a$ ), nos remitimos al problema 3.3 de este mismo capítulo y a los anexos, donde se exponen detalladamente los conceptos, las gráficas, los cálculos y otros aspectos concernientes a estas intensidades.

Para hallar el poder de cierre, es necesario obtener la máxima corriente asimétrica de cortocircuito. Esta se halla con los valores de las corrientes de cortocircuitos iniciales más desfavorables (los cortocircuitos producidos en las inmediaciones de los interrup-



tores), multiplicados por el factor ( $\chi$ ), el cual se obtiene gráficamente mediante la relación ( $R/X$ ) para cada una de las impedancias de cortocircuito (gráfica 12.1 de los anexos).

Interruptor 1.º

$$\bar{I}_{s_U} = \sqrt{2} \cdot \chi_{1U} \cdot \bar{I}_{k3}'' = 17030.3 \angle -73.6^\circ \text{ A} \rightarrow \chi_{1U} = 1.4$$

$$\bar{I}_{s_D} = \sqrt{2} \cdot \chi_{1D} \cdot \bar{I}_{k3}'' = 929.1 \angle -85.2^\circ \text{ A} \rightarrow \chi_{1D} = 1.8$$

Con:  $\frac{R}{X_L} = \frac{2.5}{8.5} = 0.294$ ; entrando en la tabla 12.1, obtenemos:  $\chi_{1U} = 1.4$

Con:  $\frac{R}{X_L} = \frac{17.64}{208.7} = 0.084$ ; entrando en la tabla 12.1, obtenemos:  $\chi_{1D} = 1.8$

Interruptor 2.º

$$\bar{I}_{s_U} = \sqrt{2} \cdot \chi_{2U} \cdot \bar{I}_{k3}'' = 22701 \angle -83.7^\circ \text{ A} \rightarrow \chi_{2U} = 1.72$$

$$\bar{I}_{s_D} = \sqrt{2} \cdot \chi_{2D} \cdot \bar{I}_{k3}'' = 6803.0 \angle -85^\circ \text{ A} \rightarrow \chi_{2D} = 1.78$$

Con:  $\frac{R}{X_L} = \frac{0.149}{1.353} = 0.1101$ ; entrando en la tabla 12.1, obtenemos:  $\chi_{2U} = 1.72$

Con:  $\frac{R}{X_L} = \frac{0.410}{4.68} = 0.087$ ; entrando en la tabla 12.1, obtenemos:  $\chi_{2D} = 1.78$

Interruptor 3.º

Este interruptor coincide con el anterior ya que, si se desprecian las impedancias propias de los interruptores y las impedancias de las barras de conexión, el cortocircuito producido en bornes del interruptor  $I_3$  es, a todos los efectos, el mismo que en bornes del interruptor  $I_2$ .

$$\bar{I}_{s_U} = \sqrt{2} \cdot \chi_{3U} \cdot \bar{I}_{k3}'' = 22701 \angle -83.7^\circ \text{ A} \rightarrow \chi_{3U} = 1.72$$

$$\bar{I}_{s_D} = \sqrt{2} \cdot \chi_{3D} \cdot \bar{I}_{k3}'' = 6803 \angle -85^\circ \text{ A} \rightarrow \chi_{3D} = 1.78$$

Interruptor 4.º

$$\bar{I}_{s_U} = \sqrt{2} \cdot \chi_{4U} \cdot \bar{I}_{k3}'' = 28944.9 \angle -84^\circ \text{ A} \rightarrow \chi_{4U} = 1.7$$



$\bar{I}_{s_D} = \sqrt{2} \cdot \chi_{4D} \cdot \bar{I}_{k3}'' = 0A$  (No existe aportación inferior ya que en barras "B" hay consumidores.)

Con:  $\frac{R}{X_L} = \frac{0.1105}{1.050} = 0.1050$ ; entrando en la tabla 12.1, obtenemos:  $\chi_{4U} = 1.70$

Vistos estos valores, el poder de cierre para todos los interruptores será, aproximadamente, el doble del valor de la intensidad más alta, en este caso, de 50 kVA.

### *Poder de corte de los interruptores*

Para determinar el poder de corte, primero hemos de conocer la intensidad de cortocircuito inicial que fluirá desde cada generador, motor síncrono, red o motor asíncrono hacia el punto de cortocircuito. Una vez hallada esta intensidad inicial de cortocircuito, se aplicarán los coeficientes correctores  $\mu$  y  $q$  que se especifican en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos.

Como no hay motores asíncronos en el sistema de potencia, el valor del coeficiente  $q$  es siempre la unidad ( $q=1$ ) (gráfica 12.3), ya que este coeficiente, como se indica en la citada gráfica, solo se ve afectado cuando el circuito dispone de motores asíncronos.

El factor  $\mu$  lo encontramos gráficamente mediante la relación  $I_{k3}'' / I_n$  (gráfica 12.2). Para ello, previamente se hallan las intensidades nominales de cada fuente de energía y las aportaciones que las mismas fuentes entregan a las líneas que parten de ellas, y así se obtiene el cociente anterior.

El valor de la intensidad nominal del único generador existente en el circuito es:

$$I_{ng} = \frac{Sn}{Un \cdot \sqrt{3}} = \frac{14 \cdot 10^6}{20 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3}} = 404.1A (t_v = 0.1seg)$$

Como no hay motores asíncronos en el sistema de potencia, el valor del coeficiente  $q$  será siempre la unidad ( $q=1$ ) (gráfica 12.3), ya que este coeficiente, como se indica en la citada gráfica, solo se ve afectado cuando en el circuito existen motores asíncronos.

El factor  $\mu$  lo encontramos gráficamente mediante la relación  $I_{k3}'' / I_n$  (gráfica 12.2). Para ello, primero se hallan las intensidades nominales de cada fuente de energía y las aportaciones que las mismas fuentes entregan a las líneas que parten de ellas cuando se produce un cortocircuito, y se obtiene el cociente anterior:

### Interruptor 1.º

$$\bar{I}_{a_U} = \bar{I}_{k3U}'' \cdot \mu_U \cdot q_U = 8601.6 \angle -73.6^\circ A \rightarrow \mu_U = 1$$

$$\bar{I}_{a_D} = \bar{I}_{k3D}'' \cdot \mu_D \cdot q_D = 273.7 \angle -85.2^\circ A \rightarrow \mu_D = 0.75$$



$$\frac{I_{K3D}^*}{I_{ng}} = \frac{365.6}{404.1} = 5.46 \quad \text{y con la tabla 12.2, obtenemos: } \mu_D = 0.75$$

Para la corriente superior,  $\mu_U = 1$ , ya que no hay motores asíncronos ni máquinas síncronas. En cambio, para la corriente inferior, hay que tener en cuenta la presencia del generador. Nótese que, para realizar el cociente, es necesario multiplicar por la relación de transformación la corriente de cortocircuito hallada en los bornes del interruptor  $I_1$ , para adaptarla así al nivel de tensión del generador. Recuérdese también que no existirá aportación de corriente de cortocircuito a través del embarrado B ya que, según nos indican, solo son consumidores de energía, no productores; así, toda la corriente de cortocircuito es proporcionada por el generador.

Interruptor 2.º

$$\bar{I}_{a_U} = \bar{I}_{k3U}'' \cdot \mu_U \cdot q_U = 9332.6 \angle -83.7^\circ \text{ A} \quad \rightarrow \mu_U = 1$$

$$\bar{I}_{a_D} = \bar{I}_{k3D}'' \cdot \mu_D \cdot q_D = 1945.8 \angle -85^\circ \text{ A} \quad \rightarrow \mu_D = 0.72$$

$$\frac{I_{K3D}''}{I_{ng}} = \frac{2702.5}{404.1} = 6.69 \text{ y, con la tabla 12.2, obtenemos: } \mu_D = 0.72$$

Para la corriente superior,  $\mu_U = 1$ , ya que no hay motores asíncronos ni máquinas síncronas. En cambio, para la corriente inferior, hay que tener en cuenta la presencia del generador. Nótese que, en esta ocasión, no es necesario aplicar ningún cambio de relación de transformación, ya que tanto la intensidad de cortocircuito como la intensidad nominal del generador están al mismo nivel de tensión (20 kV). Recuérdese también que no existirá aportación de corriente de cortocircuito a través del embarrado B ya que, según nos indican, solo son consumidores de energía, no productores; así, toda la corriente de cortocircuito es proporcionada por el generador.

Interruptor 3.º

$$\bar{I}_{a_U} = \bar{I}_{k3U}'' \cdot \mu_U \cdot q_U = 9332.6 \angle -83.7^\circ \text{ A} \quad \rightarrow \mu_U = 1$$

$$\bar{I}_{a_D} = \bar{I}_{k3D}'' \cdot \mu_D \cdot q_D = 1945.8 \angle -85^\circ \text{ A} \quad \rightarrow \mu_D = 0.72$$

Los valores hallados para este interruptor coinciden con los del interruptor  $I_2$  (ya que entre ellos solo se encuentran los propios interruptores y las barras de interconexión), y hemos supuesto que estos elementos carecen de impedancia.

Interruptor 4.º

$$\begin{aligned} \bar{I}_{a_U} &= \bar{I}_{k3red}'' \cdot \mu_1 \cdot q + \bar{I}_{k3generador}'' \cdot \mu_2 \cdot q = 9339.6 \angle -83.7^\circ \cdot 1 \cdot 1 + 2697 \angle -85^\circ \cdot 1 \cdot 0.72 = \\ &= 11281 \angle -83.9^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Primero, y a efectos de hallar la aportación de corriente de cortocircuito que tanto la red como el generador proporcionan al punto de cortocircuito, tenemos que hallar qué





parte de la intensidad de cortocircuito que proviene del generador y qué parte que proviene de la red, mediante un divisor de intensidad.

$$\begin{aligned}\bar{I}_{k3red}'' &= \bar{I}_{k3}'' \cdot \frac{(\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{L2})}{(\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{g1})} = \\ &= 12039.5 \angle -84^\circ \frac{4.7 \angle 85^\circ}{6.06 \angle 84.7^\circ} = 9342.5 \angle -83.71^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_{k3generador}'' &= \bar{I}_{k3}'' \cdot \frac{(\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_T + \bar{Z}'_{L1})}{(\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{g1})} = \\ &= 12039.5 \angle -84^\circ \frac{1.361 \angle 83.7^\circ}{6.06 \angle 84.7^\circ} = 2697 \angle -85^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Entonces, para la corriente superior, tenemos que, al no existir máquinas giratorias:  $\mu_{red} = 1$

La aportación de corriente por la parte inferior viene determinada por el generador síncrono:

$$\frac{I_{k3}''}{I_{ng}} = \frac{2697}{404.1} = 6.67, \text{ y, con la tabla 12.2, obtenemos: } \mu_{generador} = 0,72$$

La corriente de cortocircuito inferior es nula, ya que solo existen consumidores a través de las barras B.

$$\bar{I}_{a0} = \bar{I}_{k3}'' \cdot \mu \cdot q = 0 \text{ A (ya que no existe aportación de corriente por la parte inferior)}$$

*Al igual que el poder de cierre, el poder de corte ha de ser aproximadamente el doble del valor máximo encontrado; en este caso, será suficiente con unos 20 KA.*

### Protección magnética

Una vez protegidos los propios interruptores (poder de cierre y poder de corte), hemos de proteger, mediante estos interruptores, el resto del circuito. Para ello, se sigue un procedimiento radicalmente opuesto al anterior; si para la protección de los interruptores buscábamos las intensidades de cortocircuitos máximas, y, por tanto, los cortocircuitos se tenían que dar lo más cerca posible de los interruptores, ahora, para la protección del circuito, han de buscarse las intensidades mínimas que pueden provocar un cortocircuito y que estas sean detectadas por los interruptores. Para ello, en esta ocasión lo que se intenta provocar son cortocircuitos en las partes más alejadas de los interruptores (en las barras de interconexión, normalmente); de esta forma, se obtienen las corrientes más débiles (cortocircuitos alejados y, por tanto, con impedancias mayores) y estas corrientes tendrán que ser detectadas por los interruptores. Solo de esta forma todo el circuito estará protegido contra cortocircuitos, ya que, si se protege el circuito de las corrientes más débiles (cortocircuitos alejados), también el circuito estará protegido contra cortocircuitos más violentos (más cercanos a los interruptores y, por



tanto, con mayores intensidades). Así, si se producen sendos cortocircuitos en las barras A y B:

- Cortocircuito en barras B

En barras B y en el interruptor 4.º

$$\bar{I}_{k3B}'' = \bar{I}_{k314}'' = 1.1 \cdot \frac{\bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_K} = 1.1 \cdot \frac{20000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 1.73 \angle 69^\circ .35^\circ} = 7342 \angle -69.35^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_K = ((\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T) // (\bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_g)) + \bar{Z}_{L3} = 1.73 \angle 69.35^\circ \Omega$$

Esta intensidad de cortocircuito total se repartirá por las dos ramas de la forma siguiente:

Interruptor 2.º (rama de la red)

$$\bar{I}_{k312}'' = \bar{I}_{k3B}'' \cdot \frac{(\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{L2})}{(\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{g1})} = 5697.4 \angle -69.1^\circ \text{ A}$$

Interruptor 3.º (rama del generador)

$$\bar{I}_{k313}'' = \bar{I}_{k3B}'' \cdot \frac{(\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_T + \bar{Z}'_{L1})}{(\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{g1})} = 1644.7 \angle -70.4^\circ \text{ A}$$

Interruptor 1.º

$$\bar{I}_{k311}'' = \bar{I}_{k312}'' \cdot \frac{1}{m} = 949.5 \angle -69.1^\circ \text{ A}$$

Esta intensidad es la misma que circula por el interruptor  $I_2$ , pero pasada al nivel alto de tensión, es decir, dividida por la relación de transformación.

- Cortocircuito en barras A

La corriente total de cortocircuito en las barras A será:

$$\bar{I}_{k3A}'' = 1.1 \cdot \frac{\bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_K} = 1.1 \cdot \frac{20000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 1.055 \angle 83.99^\circ} = 12038 \angle -84^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_K = (\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T) // (\bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_g) = 1.056 \angle 84^\circ \Omega$$

Esta corriente total de cortocircuito se repartirá entre las ramas del transformador y del generador, de la forma siguiente:

Interruptor 2.º (rama del transformador)



$$\bar{I}_{k3I2}'' = \bar{I}_{k3A}'' \cdot \frac{(\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{L2})}{(\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{g1})} = 9341.5 \angle -83.7^\circ A$$

Interruptor 3.º (rama del generador)

$$\bar{I}_{k3I3}'' = \bar{I}_{k3A}'' \cdot \frac{(\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_T + \bar{Z}'_{L1})}{(\bar{Z}'_Q + \bar{Z}'_{L1} + \bar{Z}'_T + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{g1})} = 2696.5 \angle -85^\circ A$$

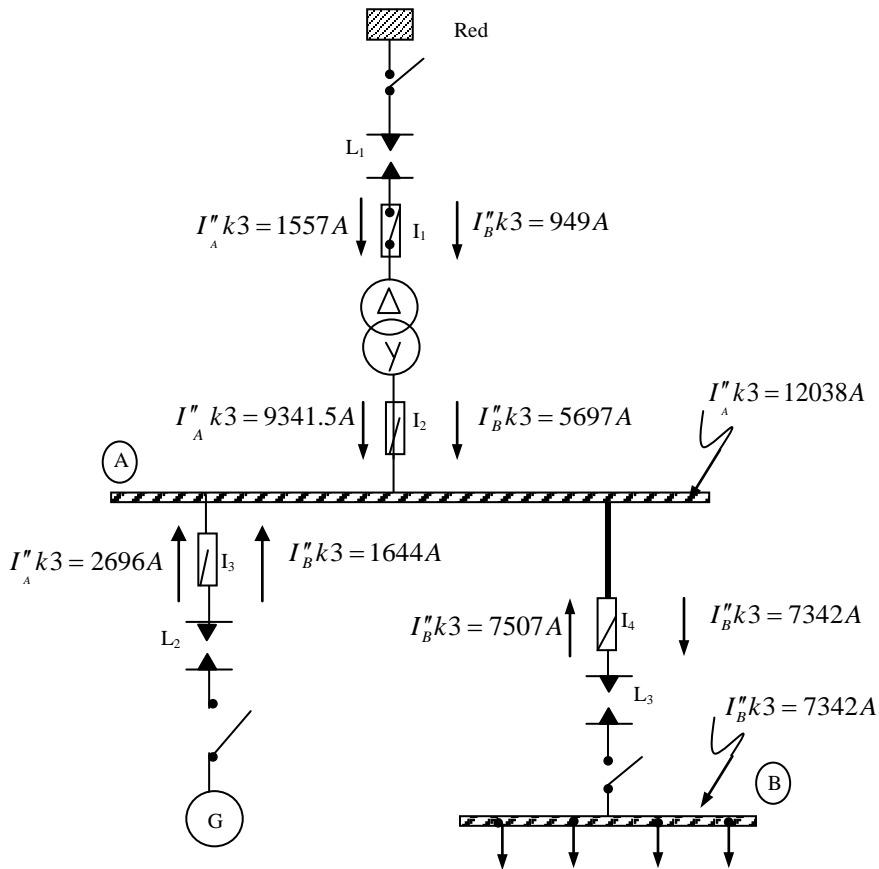
Interruptor 1.º

$$\bar{I}_{k3I1}'' = \bar{I}_{k3I2}'' \cdot \frac{1}{m} = 1557 \angle -83.7^\circ A$$

Interruptor 4.º

$\bar{I}_{k3}'' = \bar{I}_{k3I4}'' = 0 \angle 0^\circ A$  (No existe aportación de corriente por parte de los consumidores.)

Con estas intensidades, ya tenemos todos los datos para escoger el tipo de interruptor adecuado que tenemos que disponer en el circuito para protegerlo contra sobretensiones y cortocircuitos.



Adoptamos una selectividad en dos niveles



Para la protección contra sobrecargas y cortocircuitos, disponemos una selectividad en dos niveles, es decir, ante cualquier fallo actuarán, como mínimo, dos interruptores. Estos interruptores serán los dos más cercanos aguas arriba del punto de cortocircuito o fallo.

De forma resumida, seguidamente se exponen las protecciones selectivas, dependiendo del punto en el cual se haya producido el cortocircuito.

- Fallo aguas abajo de B → Actuará su protección más el interruptor  $I_4$ .
- Fallo en las barras B → Actuarán  $I_4$  e  $I_2$  o  $I_3$ .
- Falta en las barras A → Actuarán en  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_1$ .

El interruptor  $I_1$ , no queremos que actúe ante fallos en B, pero sí ante fallos en A. Por tanto:

$$I_{1n} = 400 \text{ A} \quad I_{1 \text{ mag}} = 3 \cdot I_n = 1.200 \text{ A} < I''_{AK3} = 1.557 \text{ A}, \text{ con un retardo de } 0,5 \text{ s}$$

El interruptor  $I_2$  tiene que actuar tanto para fallos en A como para fallos en B:

$$I_{2n} = 1.250 \text{ A} \quad I_{2 \text{ mag}} = 4 \cdot I_n = 5.000 \text{ A} < I''_{BK3} = 5.697 \text{ A}, \text{ con un retardo de } 0,3 \text{ s}$$

El interruptor  $I_3$  tiene que actuar tanto para fallos en A como para fallos en B:

$$I_{3n} = 800 \text{ A} \quad I_{3 \text{ mag}} = 1,5 \cdot I_n = 1.200 \text{ A} < I''_{BK3} = 1.645 \text{ A}, \text{ con un retardo de } 0,3 \text{ s}$$

El interruptor  $I_4$  tiene que actuar ante fallos en B, y aguas abajo de B, como no sabemos cuánto “aguas abajo”, adoptamos:

$$I_{4n} = 1.250 \text{ A} \quad I_{4 \text{ mag}} = 4 \cdot I_n = 5.000 \text{ A} < I''_{K3_B} = 7.342 \text{ A}, \text{ con un retardo de } 0,1 \text{ s}$$

### Problema 3.2

Disponemos de un sistema de potencia formado por una subestación transformadora de distribución que abastece unos consumidores a través del embarrado B, y a un grupo de motores a través del embarrado A. Las protecciones del sistema de potencia se llevan a cabo mediante interruptores magnetotérmicos y fusibles adecuados, colocados como se indica en la Figura. La potencia prevista que se distribuya a través del embarrado B es de 20 MVA, y la tensión coincidirá con el valor que toma la misma para el embarrado A.



**Datos**

Motores: 16 MV A 10 KV  $\cos \phi = 0,94$   $I_{arr}/I_n = 5$   $\eta = 70 \%$   $n = 1.500$  rpm

Transformador: 20 MVA 110/10 KV  $\epsilon_{cc} = Z_1 = Z_2 = 12 \%$   $Z_0 = 0,9 \cdot Z_1$   $X_n = j1 \Omega$

$\epsilon_{RCC} = X_1 = X_2 = 0,6\%$

$L_1 \quad Z_1 = Z_2 = (0,8 + j2,8) \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1$

$L_2 \quad Z_1 = Z_2 = (0,015 + j0,2) \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1$

$L_3 \quad Z_1 = Z_2 = (0,04 + j0,4) \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1$

– Intensidades nominales para interruptores de protección estándar

100 A, 125 A, 160 A, 200 A, 250 A, 315 A, 400 A,

630 A, 800 A, 1.250 A, 1.600 A, 2.000 A, 2.600 A

– Poderes de corte y de cierre para interruptores de protección estándar

3,15 kA, 10 kA, 16 KA, 20 kA, 31,5 kA, 40 kA, 50 kA, 63 kA, 100 kA

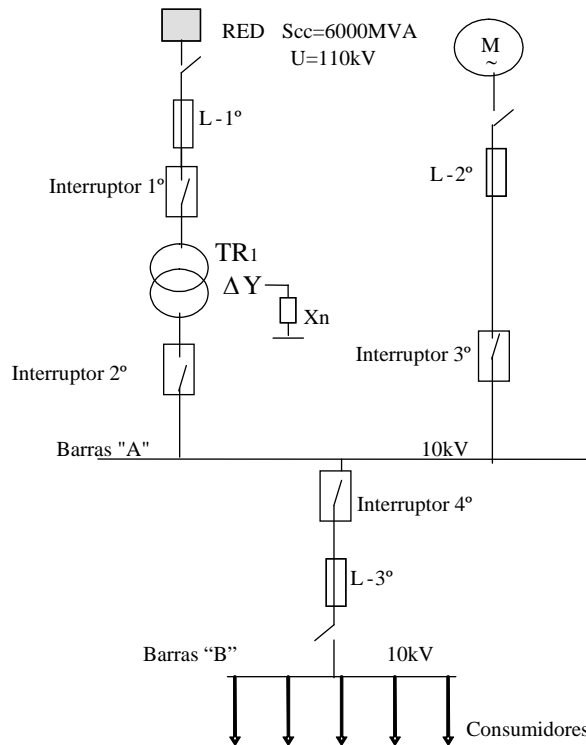


Fig. 3.2 Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 3.2



Ante una falta trifásica en diversos puntos del circuito, se pide hallar, para cada interruptor:

1. La intensidad nominal de los interruptores. (Dar un valor normalizado.)
2. La protección térmica contra sobrecargas, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo inverso. Las intensidades de arranque ( $I_r$ ). Considérese un margen de seguridad de un 10 %. Los coeficientes de arranque.
3. La protección magnética contra cortocircuitos, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo independiente o instantáneo. Para ello, supónganse cortocircuitos en los embarrados A y B.
4. El poder de cierre y el poder de corte para cada interruptor, así como las intensidades de cierre y de corte. Para ello, supónganse cortocircuitos trifásicos en bornes de cada interruptor.

### Resolución

#### 1 y 2. Hallamos los relés térmicos (protección contra sobrecargas)

*Para comprender su cálculo, consúltese la misma sección del problema 3.1 de este capítulo, donde se especifican los cálculos, las gráficas a consultar y los conceptos teóricos más importantes para su comprensión.*

Cálculo de las intensidades de carga ( $I_c$ ) y elección de las intensidades nominales mediante los valores dados en el enunciado

$$S_n = \sqrt{3} \cdot I_n \cdot U_n \rightarrow I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{- Valor nominal} \\ I_{c1} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3} = 105 \text{ A} \\ I_{c2} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3} = 1155 \text{ A} \\ I_{c3} = \frac{16 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10^3} = 924 \text{ A} \\ I_{c4} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10^3} = 1155 \text{ A} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{- Adoptamos} \\ I_{n1} = 400 \text{ A} \\ I_{n2} = 1.600 \text{ A} \\ I_{n3} = 1.250 \text{ A} \\ I_{n4} = 1.600 \text{ A} \end{array}$$

Recuérdese que el transformador no modifica las potencias ni las frecuencias.



Las intensidades de arranque de cada interruptor son (adoptamos para las intensidades de arranque un 10 % más que las intensidades de carga):

$$I_{arrq1} = I_{c1} \cdot 1.1 = 115,5 \text{ A} \quad I_{arrq3} = I_{c3} \cdot 1.1 = 1.016,4 \text{ A}$$

$$I_{arrq2} = I_{c2} \cdot 1.1 = 1.270,5 \text{ A} \quad I_{arrq4} = I_{c4} \cdot 1.1 = 1.270,5 \text{ A}$$

Y los coeficientes de arranque quedan:

$$C_{arrq-1} = \frac{I_{arr1}}{I_{n1}} = 0.29 \qquad C_{arrq-3} = \frac{I_{arr3}}{I_{n3}} = 0.81$$

$$C_{arrq-2} = \frac{I_{arr2}}{I_{n2}} = 0.79 \qquad C_{arrq-4} = \frac{I_{arr4}}{I_{n4}} = 0.79$$

Para el interruptor  $I_2$ , se aplicará un retardo de 0,2 s, ya que los coeficientes de arranque coinciden y no pueden disparar dos interruptores a la vez.

### 3 y 4. Hallamos los relés magnéticos (protección contra los cortocircuitos)

*Para comprender su cálculo, consúltese la misma sección del problema 3.1 de este capítulo, donde se especifican los cálculos, las gráficas a consultar y los conceptos teóricos más importantes para su comprensión.*

Primero, hallamos todas las impedancias que afectan el circuito, teniendo presente el nivel de tensión al cual las calculamos, ya que cuando realizamos cálculos generales es imprescindible pasar todas las impedancias a un mismo nivel de tensión, el nivel que deseemos, pero siempre igual para todas (recuérdese que los cambios de tensión se producen siempre en los transformadores).

Impedancias del circuito: cálculo de las impedancias que intervienen en el circuito.

Acometida (a 110 kV)

$$\bar{Z}_Q = 1.1 \frac{U_n^2}{S_n} = 1.1 \frac{(110 \cdot 10^3)^2}{6000 \cdot 10^6} = 2.22 \Omega$$

$$\bar{X}_Q = 0.995 \cdot \bar{Z}_Q = 0.995 \cdot 2.22 = j2.207 \Omega$$

$$R_Q = 0.1 \cdot X_Q = 0.1 \cdot 2.207 = 0.2207 \Omega$$

$$\bar{Z}_Q = (0.2207 + j2.207) = 2.22 \angle 85^\circ \Omega$$

Línea 1.<sup>a</sup> (a 110 kV)

Transformador (a 110 kV)  $\bar{Z}_{L1} = (0.8 + j2.8) = 2.9 \angle 74^\circ \Omega$



$$\bar{Z}_T = \varepsilon_{CCT} \frac{U_n^2}{S_n} = 0.12 \frac{(110)^2}{20} = 72.6\Omega \quad m = \frac{110}{10} = 11$$

$$R_{TR} = \varepsilon_{CC} \frac{U_n^2}{S_n} = 0.006 \frac{(110)^2}{20} = 3.63\Omega$$

$$X_{TR} = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} = \sqrt{72.6^2 - 3.63^2} = 72.5\Omega$$

$$\bar{Z}_T = (3.63 + j72.5) = 72.6\angle 87^\circ\Omega$$

Motores (a 10 kV) (se unen todos los motores como si fuese uno solo, pues presentan características similares)

$$\bar{Z}_M = \frac{1}{\frac{I_{arrq}}{In}} \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{1}{5} \frac{(10)^2}{16} = 1.25\Omega \quad \text{como } \frac{MW}{npp} \geq 1 \text{ tendremos:}$$

$$\bar{X}_M = 0.995 \bar{Z}_M = 0.995 \cdot 1.25 = j1.24\Omega$$

$$R_M = 0.1 X_M = 0.1 \cdot 1.24 = 0.124\Omega$$

$$\bar{Z}_M = (0.124 + j1.24) = 1.25\angle 84^\circ\Omega$$

Línea 2.<sup>a</sup> (a 10 kV)

$$\bar{Z}_{L2} = (0.015 + j0.2) = 0.2\angle 85^\circ\Omega$$

Línea 3.<sup>a</sup> (a 10 kV)

$$\bar{Z}_{L3} = (0.04 + j0.4) = 0.4\angle 84^\circ\Omega$$

Las impedancias calculadas por ramas son (la tilde (') indica que las impedancias están al nivel bajo de tensión, 10kV):

$$(\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{TR}) = (4.65 + j77.5) = 77.64\angle 86.6^\circ\Omega \text{ (calculadas a 110 kV)}$$

$$\bar{Z}_A = (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{TR})' = (0.038 + j0.64) = 0.642\angle 86.6^\circ\Omega \text{ (calculadas a 10 kV)}$$

$$\bar{Z}_B = (\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' = (0.139 + j1.44) = 1.45\angle 84.5^\circ\Omega \text{ (calculadas a 10 kV)}$$

$$(\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2}) = (16.82 + j174.24) = 175.5\angle 84.5^\circ\Omega \text{ (calculadas a 110 kV)}$$

$$(\bar{Z}_A // \bar{Z}_B)' = \frac{0.9309\angle 171.1^\circ}{(0.177 + j2.08)} = \frac{0.9309\angle 171.1^\circ}{2.09\angle 85.2^\circ} = 0.445\angle 85.9^\circ = (0.0317 + j0.443)\Omega$$

(a 10 kV)

$$(\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_Q)' = (1.0207 + j5) = 5.1\angle 78.7^\circ\Omega \text{ (calculadas a 110 kV)}$$





*Intensidades de cortocircuito que afectan cada interruptor (suponiendo cortocircuitos trifásicos)*

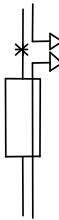
Como los interruptores sirven para proteger el circuito, es necesario primero protegerlos a ellos mismos, es por ello que hemos determinado su poder de corte y su poder de cierre ante los cortocircuitos más desfavorables que puedan darse (cuando se produce un cortocircuito muy cercano a ellos, pues determina las más bajas impedancias y, por tanto, las más elevadas intensidades).

Para obtener las intensidades de cortocircuito trifásico que afectan cada interruptor, se desglosa en las aportaciones de corriente que llegan por su parte superior (*up*) o en las aportaciones de corriente que lo hacen por su parte inferior (*down*) ya que, según la norma VDE, es muy improbable un cortocircuito en el interior del interruptor. Por tanto, la situación más desfavorable es cuando el cortocircuito se produce en las inmediaciones del interruptor, pero en su exterior. Existen, pues, dos casos posibles de cortocircuito:

1. Que el cortocircuito se produzca “aguas abajo” del interruptor: en este caso, solo se tiene en cuenta la aportación de corriente de cortocircuito correspondiente al tramo superior, ya que esta es la única que pasa a través del interruptor (es la que nos interesa, y se denomina *up*).



2. Que el cortocircuito se produzca “aguas arriba” del interruptor: en este caso, solo se tiene en cuenta la aportación de corriente de cortocircuito correspondiente al tramo inferior, ya que esta es la única que pasa a través del interruptor (es la que nos interesa, y se denomina *down*).



3. Teniendo presente lo expuesto en los puntos precedentes, calculamos para cada interruptor los valores de las intensidades de cortocircuito correspondientes tanto a las aportaciones que se producen por la parte superior, como a las aportaciones de corriente que se producen por la parte inferior.



Interruptor 1.º

$$\bar{I}_{1_u K3}'' = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot\bar{Z}_{1u}} = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot(\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1})} = \frac{1.1\cdot 110000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}\cdot 5.1\angle 78.7^\circ} = 13698\angle -78.7^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{1U} = (\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_Q) = (1.0207 + j5) = 5.1\angle 78.7^\circ \Omega$$

$$\bar{I}_{1_D K3}'' = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot(\bar{Z}_Q + \bar{Z}'_{L2} + \bar{Z}'_M)} = \frac{1.1\cdot 110000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}\cdot 247.6\angle 85.3^\circ} = 282\angle -85.3^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{1D} = (\bar{Z}_Q + \bar{Z}'_{L2} + \bar{Z}'_M) = (20.45 + j246.8) = 247.6\angle 85.3^\circ \Omega$$

Interruptor 2.º

$$\bar{I}_{2_u K3}'' = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot(\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_T)'} = \frac{1.1\cdot 110000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}\cdot 0.642\angle 86.6^\circ} = 9892\angle -86.6^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{2U} = (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{TR})' = (0.038 + j0.64) = 0.642\angle 86.6^\circ \Omega$$

$$\bar{I}_{2_D K3}'' = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot(\bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_M)'} = \frac{1.1\cdot 110000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}\cdot 1.45\angle 84.5^\circ} = 4380\angle -85^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{2D} = (\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' = (0.139 + j1.44) = 1.45\angle 84.5^\circ \Omega$$

Interruptor 3.º

$$\bar{I}_{3_u K3}'' = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot(\bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_M)'} = \frac{1.1\cdot 110000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}\cdot 1.45\angle 84.5^\circ} = 4380\angle -85^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{3U} = (\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' = (0.139 + j1.44) = 1.45\angle 84.5^\circ \Omega$$

$$\bar{I}_{3_D K3}'' = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot(\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_T)'} = \frac{1.1\cdot 110000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}\cdot 0.642\angle 86.6^\circ} = 9892\angle -86.6^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{3D} = (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{TR})' = (0.038 + j0.64) = 0.642\angle 86.6^\circ \Omega$$

Interruptor 4.º

$$\bar{I}_{4_u K3}'' = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot[(\bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_M)' // (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_T)']} = \frac{1.1\cdot 110000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}\cdot 0.445\angle 85.9^\circ} = 14272\angle -85.9^\circ \text{ A}$$



$$\begin{aligned}\bar{Z}_{4U} &= (\bar{Z}_A // \bar{Z}_B)' = \frac{0.9309 \angle 171.1}{(0.177 + j2.08)} = \frac{0.9309 \angle 171.1^\circ}{2.09 \angle 85.2^\circ} = \\ &= 0.445 \angle 85.9^\circ = (0.0317 + j0.443) \Omega\end{aligned}$$

$$\bar{I}_{4DK3}'' = \frac{1 \cdot 10}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_{L3}} = 0A$$

(Ya que no existe corriente por la parte inferior de este interruptor.)

### Poder de cierre de los interruptores

Nota: Para una correcta comprensión de la corriente máxima asimétrica de cortocircuito ( $I_s$ ) y de la corriente de corte ( $I_a$ ), nos remitimos al problema 3.3 de este mismo capítulo y a los anexos, donde se exponen de forma detallada los conceptos, las gráficas, los cálculos y otros aspectos concernientes a estas intensidades.

Para hallar el poder de cierre de los interruptores, es necesario obtener la máxima corriente asimétrica de cortocircuito. Esta se halla con los valores de las corrientes de cortocircuitos iniciales más desfavorables (los cortocircuitos producidos en las inmediaciones de los interruptores), multiplicados por el factor  $\chi$ , el cual se obtiene gráficamente mediante la relación R/X para cada una de las impedancias de cortocircuito (v. gráfica 12.1 de los anexos).

### Interruptor 1.º

$$\bar{I}_{S1-U} = \sqrt{2} \cdot I_{1_u K3}'' \cdot \chi_{1_u} = \sqrt{2} \cdot 13698 \angle -78.7^\circ \cdot 1.55 = 30026 \angle -78.7^\circ A$$

$$\bar{Z}_{1U} = (\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_Q) = (1.0207 + j5) = 5.1 \angle 78.7^\circ \Omega$$

$$\frac{R_{1U}}{X_{1U}} = \frac{1.021}{5} = 0.204 \rightarrow X_{1u} = 1.55$$

$$\bar{I}_{S1-D} = \sqrt{2} \cdot I_{1_D K3}'' \cdot \chi_{1_D} = \sqrt{2} \cdot 282 \angle -85.3^\circ \cdot 1.81 = 722 \angle -85.3^\circ A$$

$$\bar{Z}_{1D} = (\bar{Z}_{TR} + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_M) = (20.45 + j246.8) \Omega$$

$$\frac{R_{1D}}{X_{1D}} = \frac{20.45}{246.8} = 0.083 \rightarrow X_{1D} = 1.81$$

### Interruptor 2.º

$$\bar{I}_{S2-U} = \sqrt{2} \cdot I_{2_u K3}'' \cdot \chi_{2_u} = \bar{I}_{S3-D} = \sqrt{2} \cdot 9892 \angle -86.6^\circ \cdot 1.87 = 26160 \angle -86.6^\circ A$$

$$\bar{Z}_{2U} = \bar{Z}_A = (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{TR})' = (0.038 + j0.64) \Omega \quad \frac{R_{2U}}{X_{2U}} = \frac{0.038}{0.64} = 0.059 \rightarrow X_{1u} = 1.87$$



$$\begin{aligned}\bar{I}_{S2-D} &= \sqrt{2} \cdot I''_{2D} \cdot K_{23} \cdot \mathcal{X}_{2D} = I_{S3-U} = \sqrt{2} \cdot 4380 \angle -85^\circ \cdot 1.79 = 11088 \angle -85^\circ \text{ A} \\ \bar{Z}_{2D} = \bar{Z}_B &= (\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' = (0.139 + j1.44) = 1.45 \angle 84.5^\circ \Omega \\ \frac{R_{2D}}{X_{2D}} &= \frac{0.139}{1.44} = 0.096 \rightarrow X_{2D} = 1.79\end{aligned}$$

Interruptor 3.º

$$\begin{aligned}\bar{I}_{S3-U} &= \sqrt{2} \cdot I''_{2D} \cdot K_{23} \cdot \mathcal{X}_{3U} = I_{S2-D} = \sqrt{2} \cdot 4380 \angle -85^\circ \cdot 1.79 = 11088 \angle -85^\circ \text{ A} \\ \bar{Z}_{3U} = \bar{Z}_B &= (\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' = (0.139 + j1.44) = 1.45 \angle 84.5^\circ \Omega \\ \frac{R_{3U}}{X_{3U}} &= \frac{0.139}{1.44} = 0.0965 \rightarrow X_{3U} = 1.79 \\ \bar{I}_{S3-D} &= \sqrt{2} \cdot I''_{2_u} \cdot K_{3} \cdot \mathcal{X}_{3D} = \bar{I}_{S2-U} = \sqrt{2} \cdot 9892 \angle -86.6^\circ \cdot 1.87 = 26160 \angle -86.6^\circ \text{ A} \\ \bar{Z}_{3D} = \bar{Z}_A &= (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{TR})' = (0.038 + j0.64) \Omega \\ \bar{I}_{S4-U} &= \sqrt{2} \cdot I''_{4_u} \cdot K_{3} \cdot \mathcal{X}_{4u} = \sqrt{2} \cdot 14272 \angle -85.2^\circ \cdot 1.85 = 37340 \angle -85.2^\circ \text{ A} \\ \frac{R_{3D}}{X_{3D}} &= \frac{0.038}{0.64} = 0.059 \rightarrow X_{3D} = 1.87\end{aligned}$$

Interruptor 4.º

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{4U} &= (\bar{Z}_A // \bar{Z}_B)' = 0.445 \angle 85.9^\circ = (0.0317 + j0.443) \Omega \\ \frac{R_{4U}}{X_{4U}} &= \frac{0.0318}{0.443} = 0.07 \rightarrow X_{4u} = 1.85 \\ \bar{I}_{S4-D} &= 0\end{aligned}$$

(De las barras B, no existe aportación de corriente, ya que son consumidores.)

Vistos estos valores, el poder de cierre para todos los interruptores es, aproximadamente, el doble del valor de la intensidad más alta, como se indica en la tabla adjunta.

#### *Poder de corte de los interruptores*

Para determinar el poder de corte, primero hemos de conocer la intensidad de cortocircuito inicial que fluye desde cada generador, motor síncrono, red o motor asíncrono hacia el punto de cortocircuito. Una vez hallada esta intensidad inicial de cortocircuito, se aplican los coeficientes correctores  $\mu$  y  $q$  dados en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos.

Como hay motores asíncronos en el sistema de potencia, el valor del coeficiente  $q$  ha de buscar en la gráfica 12.3, ya que, como se indica en dicha tabla, este coeficiente solo se ve afectado cuando el circuito dispone de motores asíncronos.



El factor  $\mu$  lo encontramos gráficamente mediante la relación  $I''_{k3} / I_n$  (gráfica 12.2). Para ello, previamente se hallan las intensidades nominales de cada fuente de energía y las aportaciones que las mismas fuentes entregan a las líneas que parten de ellas, y así se obtiene el cociente anterior:

$$I_a = \mu \cdot q \cdot I''_{K3}$$

Interruptor 1.º

$$\bar{I}_{a1-U} = \bar{I}''_{K3U} \cdot \mu_U \cdot q_U = 13698 \angle -78.7^\circ \cdot 1 = 13698 \angle -78.7^\circ \text{ A}$$

$\mu_U = q_U = 1$ . Sin máquinas asíncronas y con una acometida (generador alejado).

$$\bar{I}_{a1-D} = \bar{I}''_{K3D} \cdot \mu_D \cdot q_D = 282 \angle -85.3^\circ \cdot 0.86 \cdot 0.73 = 177 \angle -85.3^\circ \text{ A}$$

$$\frac{I''_{K3D}}{I'_{nM}} = \frac{282}{924} = \frac{282}{84} = 3.35, \text{ con } t_v = 0,1 \text{ s} \rightarrow \mu_D = 0,78; q_D = 0,73 \text{ (v. cálculo más adelante).}$$

Interruptor 2.º

$$\bar{I}_{a2-U} = \bar{I}''_{K3-U} \cdot \mu_U \cdot q_U = 9892 \angle -86.6^\circ \cdot 1 = 9892 \angle -86.6^\circ \text{ A}$$

$\mu_U = 1, q_U = 1$  no está afectado por máquinas síncronas ni asíncronas.

$$\bar{I}_{a2-U} = \bar{I}_{a3u} = 4380 \angle -85^\circ \cdot 0.78 \cdot 0.73 = 2494 \angle -85^\circ \text{ A}$$

$$\frac{I''_{K3U}}{I_n} = \frac{4380}{924} = 4.74, \text{ con } t_v = 0,1 \text{ s} \rightarrow \mu_U = 0,78. q_U = 0,73 \text{ (v. cálculo de coeficientes más adelante)}$$

Interruptor 3.º

$$\bar{I}_{a3-U} = \bar{I}''_{K3-U} \cdot \mu_U \cdot q_U = 4380 \angle -85^\circ \cdot 0.78 \cdot 0.73 = 2494 \angle -85^\circ \text{ A}$$

$$\frac{I''_{K3U}}{I_{nM}} = \frac{4380}{924} = 4.74, \text{ con } t_v = 0,1 \text{ s} \rightarrow \mu_U = 0,78$$

Cálculo del coeficiente ( $q_U$ ):

$$I_{nM} = \frac{S_{nM}}{V_{nM} \sqrt{3}} = \frac{16 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 924 \text{ A}$$

$$P_{Motor} = S \cdot \cos \varphi = 16 \cdot 10^6 \cdot 0,94 = 15 \cdot 10^6 \text{ MW}$$



$$n = \frac{60 \cdot f}{p} \Rightarrow p = \frac{60 \cdot f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{1500} = \frac{3000}{1500} = 2$$

$\eta = 0,7$  (rendimiento del grupo de motores)

$$P_{real} = 15 \cdot 10^6 \cdot 0,7 = 10,53 \text{ MW}$$

$$\frac{MW}{pp} = \frac{10,53}{2} = 5,26 \frac{MW}{pp}$$

Entrando en la gráfica, tendremos:  $q_U = 0,73$

Por su parte, la corriente de corte inferior será:

$$\bar{I}_{a3-D} = \bar{I}_{a2-U} = 9892 \angle -86,6^\circ \cdot 1,1 = 9892 \angle -86,6^\circ \text{ A}$$

Interruptor 4.º

$$\bar{I}_{a4-U} = \bar{I}_{a2-U} + \bar{I}_{a3-U} = 12386 \angle -86^\circ \text{ A}$$

$\bar{I}_{a4-D} = \bar{I}_{K34D} \cdot \mu_D \cdot q_D = 0 \cdot \mu \cdot q = 0$  (No hay contribución de corriente por la parte inferior.)

Tabla 3.1.  
Poder de corte y poder de cierre o choque de los interruptores:

Interruptor	$I_C$	$I_{arranque}$	$I_n$	Carranque	$I''_{K3}$	$I_S$	$I_a$	$P_{corte}$	$P_{cierre}$
$I_1$	105	115,5	400	0,24	13.698	30.026	13.698	20 kA	50 kA
$I_2$	1.155	1.270,5	1.600	0,79	9.892	26.160	9.892	20 kA	50 kA
$I_3$	924	1.016,4	1.250	0,81	9.892	26.160	9.892	20 kA	50 kA
$I_4$	1.155	1.270,5	1.600	0,79	14.272	37.340	12.386	20 kA	50 kA

### Protección magnética

Una vez protegidos los propios interruptores (poder de cierre y poder de corte), hemos de proteger mediante estos interruptores el resto del circuito. Para ello, se sigue un procedimiento radicalmente opuesto al anterior; si para la protección de los interruptores buscábamos las intensidades de cortocircuitos máximas, y, por tanto, los cortocircuitos se debían dar lo más cerca posible de los interruptores, ahora para la protección del circuito se han de buscar las intensidades mínimas que puede provocar un cortocircuito y, asimismo, que estas sean detectadas por los interruptores. Para ello, en esta ocasión, se intentan provocar cortocircuitos en las partes más alejadas de los interruptores (en las barras de interconexión, normalmente); de esta forma, se obtienen las corrientes más débiles (cortocircuitos alejados), y estas corrientes han de ser detectadas por los interruptores. Solo de esta forma el sistema está protegido contra todos los cortocircuitos ya que, si se protege el circuito contra los cortocircuitos más débiles (los más alejados y, por tanto, con mayores impedancias y menores intensidades), también



el circuito está protegido contra cortocircuitos más violentos (más cercanos a los interruptores). Así, si se producen sendos cortocircuitos en las barras A y B:

- Cortocircuito en las barras A

La intensidad de cortocircuito total en las barras A será:

$$\bar{I}''_{AK3} = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot\bar{Z}''_{AK3}} = \frac{1.1\cdot 10000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}\cdot 0.445\angle 85.4} = 14272\angle -85.4^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}''_{AK3} = \left[ (\bar{Z}_T + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_Q)' // (\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' \right] = \bar{Z}_A' // \bar{Z}_B' = 0.445\angle 85.4^\circ \Omega$$

Interruptor I<sub>2</sub>

$$\begin{aligned} \bar{I}''_{I2K3} &= \bar{I}''_{AK3} \frac{(\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})'}{(\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' + (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_T)'} = \\ &= 14272\angle -85.4^\circ \frac{1.45\angle 84.5^\circ}{2.09\angle 85.2} = 9901\angle -86.6^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Interruptor I<sub>1</sub>

$$\bar{I}''_{I1K3} = \frac{\bar{I}''_{I2K3}}{m} = \frac{9901\angle -86.6^\circ}{11} = 900\text{A}\angle -86.6^\circ \Omega$$

Interruptor I<sub>3</sub>

$$\begin{aligned} \bar{I}''_{I3K3} &= \bar{I}''_{AK3} \frac{(\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_T)'}{(\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' + (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_T)'} = \\ &= 14272\angle -85.4^\circ \frac{0.642\angle 86.6^\circ}{2.09\angle 85.2} = 4384\angle -84^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Interruptor I<sub>4</sub>

$$\bar{I}''_{I4K3} = 0 \text{ A (No hay contribución de corriente por parte de los consumidores.)}$$

- Cortocircuito en las barras B

La intensidad de cortocircuito total en las barras B será:

$$\bar{I}''_{BK3} = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}\cdot\bar{Z}''_{BK3}} = \frac{1.1\cdot 10000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}\cdot 0.846\angle 85.1^\circ} = 7507\angle -85.1^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}''_{BK3} = (\bar{Z}''_{AK3} + \bar{Z}_{L3})' = (0.0718 + j0.843) = 0.846\angle 85.1^\circ \Omega$$



*Interruptor I<sub>4</sub>*. La intensidad en el interruptor I<sub>4</sub>, coincide con la intensidad total de cortocircuito en las barras B.

$$\bar{I}''_{i_4 K3} = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}''_{B K3}} = \frac{1.1 \cdot 10000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 0.846 \angle 85.1^\circ} = 7507 \angle -85.1^\circ \text{ A} = \bar{I}''_{BK3}$$

Interruptor I<sub>2</sub>

$$\begin{aligned} \bar{I}''_{i_2 K3} &= \bar{I}''_{BK3} \frac{(\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})'}{(\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' + (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_T)'} = \\ &= 7507 \angle -85.1^\circ \frac{1.45 \angle 84.5^\circ}{2.09 \angle 85.2^\circ} = 5208 \angle -85.7^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Interruptor I<sub>1</sub>

$$\bar{I}''_{i_1 K3} = \frac{\bar{I}''_{i_2 K3}}{m} = \frac{5208 \angle -85.7^\circ}{11} = 473.5 \angle -85.7^\circ \text{ A}$$

Interruptor I<sub>3</sub>

$$\begin{aligned} \bar{I}''_{i_3 K3} &= \bar{I}''_{BK3} \frac{(\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_T)'}{(\bar{Z}_M + \bar{Z}_{L2})' + (\bar{Z}_Q + \bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_T)'} = \\ &= 7507 \angle -85.1^\circ \frac{0.642 \angle 86.6^\circ}{2.09 \angle 85.2^\circ} = 2306 \angle -85.6^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

### *Disponemos de una selectividad en dos niveles*

Para la protección contra sobrecargas y cortocircuitos, disponemos de una selectividad en dos niveles, es decir, ante cualquier fallo, actúan como mínimo dos interruptores. Estos interruptores son los dos más cercanos aguas arriba del cortocircuito o fallo.

De forma resumida, seguidamente se exponen las protecciones selectivas, dependiendo del punto en el cual se haya producido el cortocircuito.

- Fallo aguas abajo de B → Actuará su protección más I<sub>4</sub>.
- Fallo en las barras B → Actuarán I<sub>4</sub> y I<sub>2</sub> o I<sub>3</sub>.
- Fallo en las barras A → Actuará en I<sub>2</sub>, I<sub>3</sub> e I<sub>1</sub>.
- I<sub>aM</sub> = Sin<sub>M</sub> = S · 924 = 4.620 A, durante 10 s
- El interruptor I<sub>1</sub> no queremos que actúe ante fallos en B, pero sí ante fallos en A. Por tanto:

$$I_{1n} = 400 \text{ A} \quad I_{1 \text{ mag}} = 2 \cdot I_n = 800 \text{ A} < I''_{AK3} = 900 \text{ A, retardo de 0,5 s}$$

- El interruptor I<sub>2</sub> tiene que actuar tanto ante fallos en A como ante fallos en B:

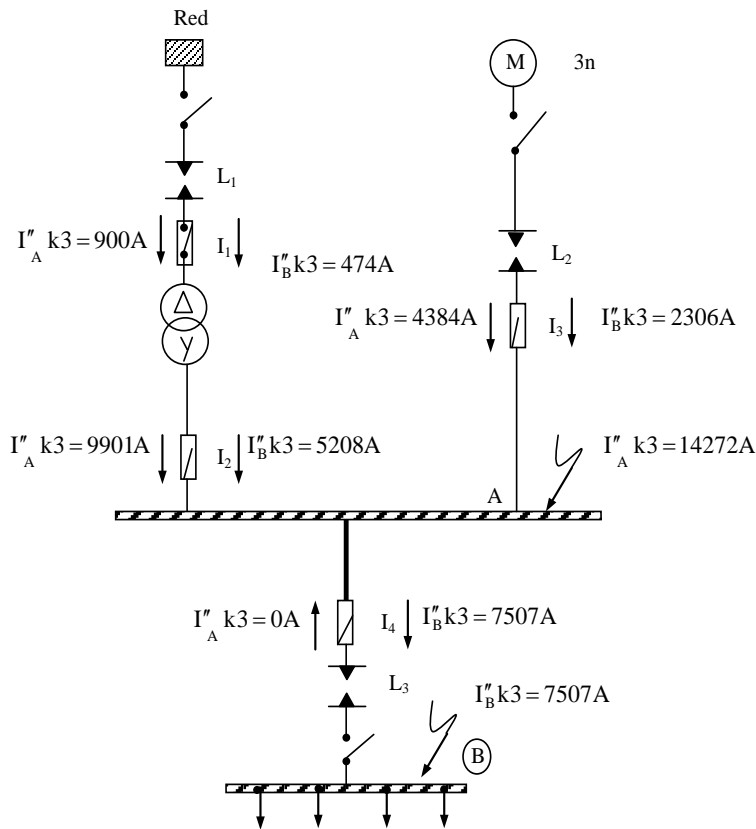
$$I_{2n} = 1.600 \text{ A} \quad I_{2 \text{ mag}} = 3 \cdot I_n = 4.800 \text{ A} < I''_{BK3} = 5.280 \text{ A, retardo de 0,3 s}$$





El interruptor  $I_4$  tiene que actuar ante fallos en B y aguas abajo de B. Como no sabemos cuánto “aguas abajo”, adoptamos:

$$I_{4n} = 1.600 \text{ A} \quad I_{4 \text{ mag}} = 3 \cdot I_n = 4.800 \text{ A} < I''_B k_4 = 7.507 \text{ A, retardo de } 0,1 \text{ s}$$

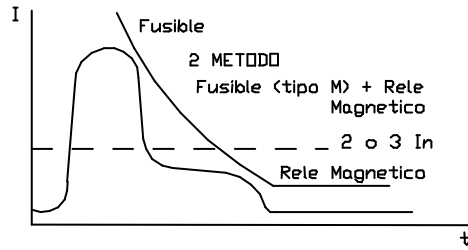


El interruptor  $I_3$  es el más problemático, ya que incorpora un motor.

Teóricamente, tendría que actuar tanto ante fallos en A como ante fallos en B, pues la menor intensidad es  $I''_B k_3 = 2.306 \text{ A}$  e  $I_{3 \text{ mag}} < 2.306 \text{ A}$ . Pero el motor arranca a  $5 I_n = 5 \cdot 924 = 4.620 \text{ A}$ . Por tanto, su intensidad ha de quedar por encima de este valor.

### Protección de motores

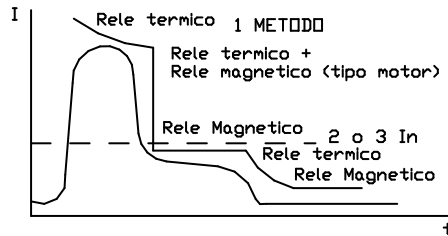
En caso de que existan motores asíncronos, las protecciones se tienen que dimensionar de otra forma. Esto es debido a la gráfica intensidad-tiempo. En un motor, si lo protegemos de la misma forma que en los casos anteriores, dejaríamos una zona sin proteger, como vemos en la Figura siguiente:



Para evitar este inconveniente, podemos optar por dos formas de protección diferentes:

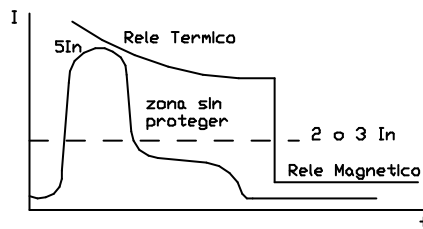
Mediante un relé térmico y un relé magnético de tipo motor

Los relés magnéticos de tipo motor disponen de dos tiempos de disparo a modo de niveles. Así, pueden aproximarse más a la curva de arranque de los motores (protección más efectiva), sin perjudicar su funcionamiento normal.



Mediante un fusible (de tipo “motor”) y un relé térmico

Este sistema es también ampliamente utilizado, ya que permite un acercamiento a la curva de arranque de los motores, pero esta vez con la característica típica que define los fusibles, con su forma inclinada. Debe tenerse especial precaución en que el fusible proteja, en todo momento, el relé térmico contra los cortocircuitos. Es decir, el fusible actuará contra los cortocircuitos, mientras que el relé térmico lo hará contra las sobretensiones.



### Problema 3.3

El esquema de la Figura representa una sección de una red eléctrica trifásica alimentada por dos generadores situados en paralelo al principio del sistema de potencia. Para el diseño de los interruptores de protección, y para conocer la respuesta del circuito en diversos puntos del mismo ante situaciones anómalas, se considera que los generadores funcionan sin carga y a la tensión nominal, y con los datos siguientes:



**Datos**

$G_A$	20 MVA	10 kV	$X''_1 = X_2 = 12$	$X_0 = 0,4 X_1$	$X_n = 2 \%$
$G_B$	30 MVA	10 kV	$X''_1 = X_2 = 14$	$X_0 = 0,4 X_1$	$X_n = 0 \%$
$T_{R1}$	50 MVA	100/10 kV	$\epsilon_{X1CC} = \epsilon_{X2CC} = 22,5 \%$	$X_0 = 0,9 \cdot X_1$	$X_n = 3,75 \%$
$T_{R2}$	50 MVA	100/10 kV	$\epsilon_{X1CC} = \epsilon_{X2CC} = 14,4 \%$	$X_0 = 0,9 \cdot X_1$	$X_n = 0 \%$
$L_1$	$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = (0.06 + j0.12) \Omega$		$\bar{Z}_0 = 2.5 \bar{Z}_1$		
$L_2$	$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = (2 + j6) \Omega$		$\bar{Z}_0 = 2.5 \bar{Z}_1$		
$L_3$	$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = (0.1 + j0.6) \Omega$		$\bar{Z}_0 = 2.5 \bar{Z}_1$		

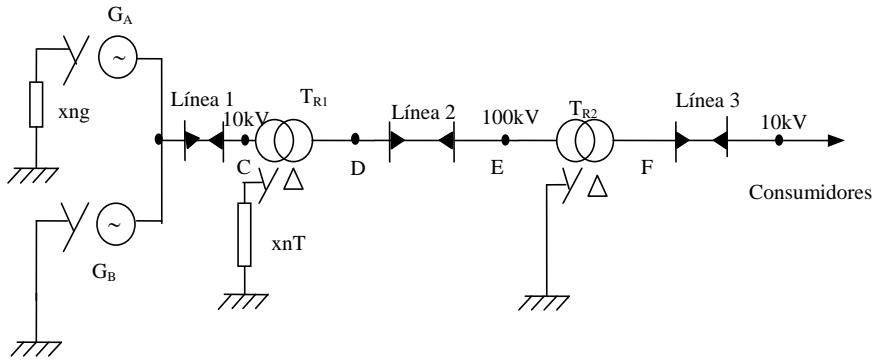


Fig.3.3  
Circuito unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 3.3

**Se pide:**

1. Dibujar las redes de secuencia directa, inversa y homopolar de la red representada.
2. En el supuesto de producirse unos cortocircuitos (monofásicos, bifásicos, trifásicos) en las barras de interconexión C, ¿cuáles son las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{K1}, I''_{K2}, I''_{K3}, I_{S1}, I_{S2}, I_{S3}$ )? Indica también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.)
3. En el supuesto de que se produzcan los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos), pero ahora en las barras de interconexión E, ¿cuáles son las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{K1}, I''_{K2}, I''_{K3}, I_{S1}, I_{S2}, I_{S3}$ )? Indica también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.)

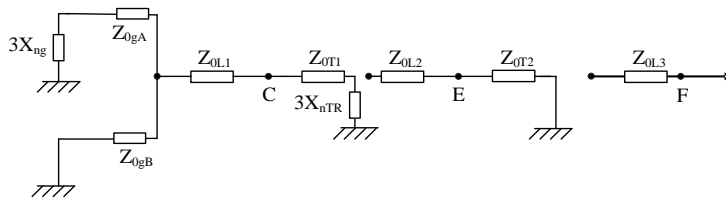


4. En el supuesto de que se produzcan los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión F, ¿cuáles son las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{K1}, I''_{K2}, I''_{K3}, I_{S1}, I_{S2}, I_{S3}$ )? Indica también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.)

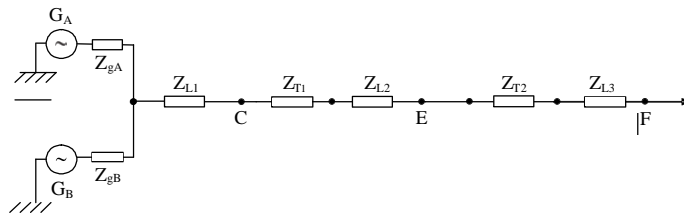
### Resolución

#### Redes de secuencia directa, inversa y homopolar

Red de secuencia homopolar



Red de secuencia directa e inversa (sin los generadores)



Cálculo de impedancias (todas a 10 kV)

$G_A$

$$\bar{X}_{1gA} = \bar{X}_{2gA} = 0.12 \frac{(10)^2}{20} = j0.6 \Omega \quad \bar{X}_{0gA} = 0.4 \bar{X}_{1gA} = j0.24 \Omega \quad \bar{X}_{ngA} = 0.02 \frac{(10)^2}{20} = j0.1 \Omega$$

$G_B$

$$\bar{X}_{1gB} = \bar{X}_{2gB} = 0.14 \frac{(10)^2}{30} = j0.47 \Omega \quad \bar{X}_{0gB} = 0.4 \quad \bar{X}_{1gB} = j0.188 \Omega \quad \bar{X}_{ngB} = 0 \Omega$$


 $T_{R1}$ 

$$\bar{X}_{1T1} = \bar{X}_{2T1} = 0.225 \frac{(10)^2}{50} = j0.45\Omega \quad \bar{X}_{0T1} = 0,9 \quad \bar{X}_{1T1} = j0,405 \Omega \quad \bar{X}_{nT1} = \bar{X}_{1T2}$$

$$0.0375 \frac{10^2}{50} = j0.075\Omega$$

 $T_{R2}$ 

$$= \bar{X}_{2T2} = 0.144 \frac{(10)^2}{50} = j0.288\Omega \quad \bar{X}_{0T2} = 0,9 \quad \bar{X}_{1T2} = j0,2592 \Omega \quad \bar{X}_{nT2} = 0 \Omega$$

 $L_1$ 

$$\bar{Z}_{1L1} = \bar{Z}_{2L1} = (0.06 + j0.12) = 0.134 \angle 63.43^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oL1} = 2.5\bar{Z}_{1L1} = (0.15 + j0.3) = 0.335 \angle 63.4^\circ \Omega$$

 $L_2$ 

$$\bar{Z}_{1L2} = \bar{Z}_{2L2} = (0.02 + j0.06) = 0.0632 \angle 71.6^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oL2} = 2.5\bar{Z}_{1L2} = (0.05 + j0.15) = 0.158 \angle 71.6^\circ \Omega$$

 $L_3$ 

$$\bar{Z}_{1L3} = \bar{Z}_{2L3} = (0.1 + j0.6) = 0.608 \angle 80.5^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oL3} = 2.5\bar{Z}_{1L3} = (0.25 + j1.5) = 1.52 \angle 80.5^\circ \Omega$$

Cálculo de impedancias (todas a 10 kV)

 $G_A$ 

$$\bar{X}_{1gA} = \bar{X}_{2gA} = 0.12 \frac{(10)^2}{20} = j0.6\Omega \quad \bar{X}_{0gA} = 0,4 \quad \bar{X}_{1gA} = j0,24 \Omega \quad \bar{X}_{ngA} =$$

$$0.02 \frac{(10)^2}{20} = j0.1\Omega$$

 $G_B$ 

$$\bar{X}_{1gB} = \bar{X}_{2gB} = 0.14 \frac{(10)^2}{30} = j0.47\Omega \quad \bar{X}_{0gB} = 0,4 \quad \bar{X}_{1gB} = j0,188 \Omega \quad \bar{X}_{ngB} = 0 \Omega$$

 $T_{R1}$ 

$$\bar{X}_{1T1} = \bar{X}_{2T1} = 0.225 \frac{(10)^2}{50} = j0.45\Omega \quad \bar{X}_{0T1} = 0,9 \quad \bar{X}_{1T1} = j0,405 \Omega \quad \bar{X}_{nT1} =$$

$$0.0375 \frac{10^2}{50} = j0.075\Omega$$

 $T_{R2}$ 

$$\bar{X}_{1T2} = \bar{X}_{2T2} = 0.144 \frac{(10)^2}{50} = j0.288\Omega \quad \bar{X}_{0T2} = 0,9 \quad \bar{X}_{1T2} = j0,2592 \Omega \quad \bar{X}_{nT2} = 0 \Omega$$



$$L_1 \quad \bar{Z}_{1L1} = \bar{Z}_{2L1} = (0.06 + j0.12) = 0.134 \angle 63.43^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oL1} = 2.5\bar{Z}_{1L1} = (0.15 + j0.3) = 0.335 \angle 63.4^\circ \Omega$$

$L_2$

$$\bar{Z}_{1L2} = \bar{Z}_{2L2} = (0.02 + j0.06) = 0.0632 \angle 71.6^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oL2} = 2.5\bar{Z}_{1L2} = (0.05 + j0.15) = 0.158 \angle 71.6^\circ \Omega$$

$L_3$

$$\bar{Z}_{1L3} = \bar{Z}_{2L3} = (0.1 + j0.6) = 0.608 \angle 80.5^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oL3} = 2.5\bar{Z}_{1L3} = (0.25 + j1.5) = 1.52 \angle 80.5^\circ \Omega$$

– Cálculo de impedancias (todas a 100 kV)

$G_A$

$$\bar{X}_{1gA} = \bar{X}_{2gA} = j0.6 \cdot 100 = j60 \Omega \quad \bar{X}_{0gA} = 0,4 \bar{X}_{1gA} = j24 \Omega \quad \bar{X}_{ngA} = j0,1 \cdot 100 = j10 \Omega$$

$G_B$

$$\bar{X}_{1gB} = \bar{X}_{2gB} = j0.47 \cdot 100 = j47 \Omega \quad \bar{X}_{0gB} = 0,4 \bar{X}_{1gB} = j18,8 \Omega \quad \bar{X}_{ngB} = 0 \Omega$$

$T_{R1}$

$$\bar{X}_{1T1} = \bar{X}_{2T1} = 0.225 \frac{(100)^2}{50} = j45 \Omega \quad \bar{X}_{0T1} = 0,9 \bar{X}_{1T1} = j40,5 \Omega \quad \bar{X}_{nT1} = j7.5 \Omega$$

$T_{R2}$

$$\bar{X}_{1T2} = \bar{X}_{2T2} = 0.1425 \frac{(100)^2}{50} = j28.8 \Omega \quad \bar{X}_{0T2} = 0,9 \bar{X}_{1T2} = j25,92 \Omega \quad \bar{X}_{nT2} = 0 \Omega$$

$L_1$

$$\bar{Z}_{1L1} = \bar{Z}_{2L1} = (6 + j12) = 13.4 \angle 63.43^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oL1} = 2.5\bar{Z}_{1L1} = (15 + j30) = 33.5 \angle 63.4^\circ \Omega$$

$L_2$

$$\bar{Z}_{1L2} = \bar{Z}_{2L2} = (2 + j6) = 6.32 \angle 71.6^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oL2} = 2.5\bar{Z}_{1L2} = (5 + j15) = 15.8 \angle 71.6^\circ \Omega$$



L<sub>3</sub>

$$\bar{Z}_{1L3} = \bar{Z}_{2L2} = (10 + j60) = 60.8 \angle 80.5^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oL3} = 2.5 \bar{Z}_{1L3} = (25 + j150) = 152 \angle 80.5^\circ \Omega$$

Relaciones de transformación

$$m_1 = \frac{100}{10} = 10 \rightarrow m_1^2 = 100$$

$$m_2 = \frac{100}{10} = 10 \rightarrow m_2^2 = 100$$

### 1. Buscamos las impedancias directa, inversa y homopolar vistas desde C, E y F

Impedancias vistas desde las barras C (todas las impedancias a 10 kV)

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{1C} = \bar{Z}_{2C} &= \left[ (\bar{Z}_{gA} // \bar{Z}_{gB}) + \bar{Z}_{L1} \right] = \left[ (j0.6 // j0.47) + (0.06 + j0.12) \right] = \\ &= j0.2636 + (0.06 + j0.12) \Omega \end{aligned}$$

$$\bar{Z}_{1C} = \bar{Z}_{2C} = (0.06 + j0.384) = 0.388 \angle 81.1^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oC} = \left[ \left( (3X_{ngA} + X_{ogA}) // X_{ogB} \right) + Z_{oL1} \right] // \left[ (3X_{nTR1} + Z_{oT1}) \right] =$$

$$\bar{Z}_{oC} = \left( \left[ (3 \cdot j0.1 + j0.24) // j0.188 \right] + (0.15 + j0.3) \right) // \left[ (3 \cdot (j0.075) + j0.405) \right] =$$

$$\bar{Z}_{oC} = \left( [j0.54 // j0.188] + (0.15 + j0.3) \right) // (j0.63) =$$

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{oC} &= ([j0.1394] + (0.15 + j0.3)) // (j0.63) = [0.15 + j0.4390] // j0.63 = 0.271 \angle 79.2^\circ = \\ &= (0.0507 + j0.27) \Omega \end{aligned}$$

$$\bar{Z}_C = \bar{Z}_{1C} + \bar{Z}_{2C} + \bar{Z}_{oC} = (0.170 + j1.033) = 1.047 \angle 80.7^\circ \Omega$$

Impedancias vistas desde las barras E (todas las impedancias a 100 kV)

$$\bar{Z}_{1E} = \bar{Z}_{2E} = \bar{Z}_{1C} \cdot m_1^2 + (\bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{L2}) = (0.388 \angle 81.1^\circ) 100 + (j45 + (2 + j6)) =$$

$$\bar{Z}_{1E} = \bar{Z}_{2E} = 38.8 \angle 81.1^\circ + (2 + j51) = (8 + j89.3) = 89.7 \angle 84.9^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oE} = \bar{Z}_{oTR2} = j25.92 \Omega$$

$$\bar{Z}_E = (16 + j204.5) = 205.14 \angle 85.5^\circ \Omega$$



Impedancias vistas desde las barras F (todas las impedancias a 10 kV)

$$\bar{Z}_{1F} = \bar{Z}_{2F} = \frac{\bar{Z}_{E1}}{m_2^2} \bar{Z}_{1E} + (\bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L3}) = \frac{89.7 \angle 84.9^\circ}{10^2} + (j0.288 + (0.1 + j0.6)) =$$

$$\bar{Z}_{1F} = \bar{Z}_{2F} = 0.897 \angle 84.9^\circ + (0.1 + j0.8828) = (0.18 + j1.776) = 1.785 \angle 84.2^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{OF} = \infty$$

$$\bar{Z}_F = (0.36 + j\infty) = \infty$$

## 2. Intensidades iniciales de cortocircuito, intensidades máximas asimétricas de cortocircuito e intensidad simétrica de corte (con falta trifásica) en barras C (10 kV)

Corrientes de cortocircuito (aplicando las fórmulas correspondientes a cada tipo de cortocircuito):

$$I''_{K3} = \frac{1.1 \cdot Un}{\sqrt{3} \cdot Z_{1C}} = \frac{1.1 \cdot 10000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 0.388 \angle 81.1^\circ} = 16368 \angle -81.1^\circ \text{ A}$$

$$I''_{K2} = \frac{1.1 \cdot Un}{(Z_{1C} + Z_{2C})} = \frac{1.1 \cdot 10000 \angle 0^\circ}{2 \cdot 0.388 \angle 81.1^\circ} = 14175.3 \angle -81.1^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}''_{K1} = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot Un}{(\bar{Z}_{1C} + \bar{Z}_{2C} + \bar{Z}_{0C})} = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot 10000 \angle 0^\circ}{1.047 \angle 80.7^\circ} = 18197 \angle -80.7^\circ \text{ A}$$

Corrientes máximas asimétricas de cortocircuitos  $I_s$  (aplicando el coeficiente  $\chi$ , gráfica 12.1):

Para hallar esta corriente, es necesario recordar que:

La corriente máxima asimétrica de cortocircuito  $I_s$  se obtiene a partir de la correspondiente corriente de cortocircuito inicial (para cada tipo de cortocircuito), multiplicándola por  $\sqrt{2}$  y aplicándole un factor corrector  $\chi$ , hallado en el anexo (gráfica 12.1). En esta gráfica, se entra con la relación (R/X) teniendo presente que el valor de estos dos parámetros será diferente dependiendo del tipo de cortocircuito producido.

Las fórmulas a aplicar para hallar la corriente de cierre máxima para los distintos tipos de cortocircuitos son:

$$\bar{I}''_{S3} = \sqrt{2} \cdot I''_{K3} \cdot X_3 = \sqrt{2} \cdot 16368 \angle -81.1^\circ \cdot 1.62 = 37500 \angle -81.1^\circ \text{ A}$$

$$\text{con } \frac{R_1}{X_1} = \frac{0.06}{0.384} = 0.156 \rightarrow \text{gráfica 12.1, } \chi_3 = 1.62$$





$$\bar{I}_{s2}'' = \sqrt{2} \cdot I_{k2}'' \cdot X_2 = \sqrt{2} \cdot 14175.3 \angle -81.1^\circ \cdot 1.62 = 32476 \angle -81.1^\circ \text{ A}$$

$$\text{con } \frac{R_1 + R_2}{X_1 + X_2} = \frac{2 \cdot 0.06}{2 \cdot 0.384} = 0.156 \rightarrow \text{gráfica 12.1, } \chi_2 = 1,62$$

$$\bar{I}_{s1}'' = \sqrt{2} \cdot I_{k1}'' \cdot X_1 = \sqrt{2} \cdot 18197 \angle -80.17^\circ \cdot 1.61 = 41432 \angle -80.17^\circ \text{ A}$$

$$\text{con } \frac{R_1 + R_2 + R_0}{X_1 + X_2 + X_0} = \frac{0.170}{1.033} = 0.164 \rightarrow \text{gráfica 12.1, } \chi_1 = 1,61$$

La corriente simétrica de corte Ia trifásica será (valores de  $\mu$  y  $q$ , hallados en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos.)

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras C, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3} = I_{k3}'' \cdot \mu \cdot q = I_{ag_A} + I_{ag_B}$$

En esta fórmula, aparecen dos coeficientes:

- Coeficiente  $\mu$ : se obtiene en las gráficas 12.2 de los anexos para cada generador (existirán tantos  $\mu$  como generadores síncronos tenga el sistema de potencia). En dichas gráficas, se entra con la relación ( $I''K3/In$ ) por el eje de las abscisas, y en el eje de las ordenadas se obtiene el valor correspondiente del coeficiente  $\mu$ . Hallar los valores de las intensidades nominales de los diversos generadores no es problema (v. fórmula adjunta). El problema es encontrar la corriente de cortocircuito trifásica que sale de cada uno de los generadores síncronos del sistema. Decimos que es difícil, ya que partimos del valor de la corriente de cortocircuito trifásico en el punto de cortocircuito, y con este valor, mediante divisores de intensidad, hemos de hallar las contribuciones que cada fuente de energía aporta a esta corriente total. Finalmente, recordemos que es imprescindible trabajar siempre con el mismo nivel de tensión, es decir, no podemos mezclar diferentes niveles de tensión; para ello, hay que realizar las conversiones oportunas, recordando que, si se cambia un nivel de tensión (paso a través de un transformador), resulta imprescindible cambiar todos los parámetros eléctricos asociados (intensidades, impedancias, etc.).
- Coeficiente  $q$ : se obtiene en las gráficas 12.3 de los anexos para cada motor asíncrono (existirán tantos  $q$  como motores asíncronos tenga el sistema de potencia). La obtención de este coeficiente es mucho más sencilla que la obtención del coeficiente anterior ( $\mu$ ), ya que basta con conocer la potencia activa real (en MW) del motor (o del grupo de motores), dividida por el número de polos del mismo, es decir, MW/pp. Con este valor, y entrando por las abscisas de la gráfica 12.3, se lee en las ordenadas cada uno de los diferentes  $q$  del sistema. Por tanto, no se necesitan divisores de intensidad, ni conocer dónde se ha producido el cortocircuito, ni la intensidad de cortocircuito; simplemente el coeficiente  $q$  depende de la potencia de los motores y de su número de polos, y es independiente de las otras magnitudes eléctricas.



- Una vez obtenidos los coeficientes  $\mu$  y  $q$  para cada una de las máquinas eléctricas del circuito (generadores síncronos y motores asíncronos, respectivamente), ya podemos buscar las correspondientes  $I_a$  (una para cada máquina eléctrica). La  $I_a$  que nos interesa es la total (la del punto de cortocircuito); por tanto, hemos de ir sumando cada una de las  $I_a$  parciales obtenidas en cada máquina hasta llegar al punto de cortocircuito. La suma total de todas las contribuciones será la  $I_a$  solicitada (atención a los cambios de tensión que cada una de estas intensidades parciales puede experimentar hasta llegar al punto de cortocircuito, con todo lo que esto conlleva).
- Finalmente, si cambiamos de punto de cortocircuito, la  $q$  no cambia; es indiferente a estos cambios, pero la  $\mu$  sí cambia, ya que la intensidad de cortocircuito que sale de cada generador síncrono depende exclusivamente del valor que toma la intensidad total de cortocircuito en el punto de cortocircuito, y el valor de esta intensidad total de cortocircuito depende del punto donde se produzca el cortocircuito. Es decir, para cada punto de cortocircuito, existirá una  $I_a$ .

En consecuencia, operando con lo comentado anteriormente, y para las barras C, tenemos:

$$\bar{I}_{aC} = I_{k3}'' \cdot \mu \cdot q = I_{agA} + I_{agB} = (5248.5 + j7067.3) = 12315.8 \angle -81.1^\circ \text{ A}$$

$$I_{ngA} = \frac{Sn}{\sqrt{3} \cdot Un} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10000} = 1154.7 \text{ A}$$

$$I_{ngB} = \frac{Sn}{\sqrt{3} \cdot Un} = \frac{30 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10000} = 1732 \text{ A}$$

Si  $\bar{I}_{k3C}'' = 16368 \angle -81.1^\circ \text{ A}$ , la aportación de cada generador será:

$$\bar{I}_{s1K3}'' = \bar{I}_{cK3}'' \frac{\bar{Z}_{gB}}{\bar{Z}_{gB} + \bar{Z}_{gA}} = 16368 \angle -81.1^\circ \frac{j0.47}{(j0.47 + j0.6)} = 7189.7 \angle -81.1^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{s2K3}'' = \bar{I}_{cK3}'' \frac{\bar{Z}_{gA}}{\bar{Z}_{gB} + \bar{Z}_{gA}} = 16368 \angle -81.1^\circ \frac{j0.6}{(j0.47 + j0.6)} = 9178.3 \angle -81.1^\circ \text{ A}$$

Entonces, 
$$\frac{I_{sA}''}{I_{ngA}} = \frac{7189.7}{1154.7} = 6.22 \quad \frac{I_{sB}''}{I_{ngB}} = \frac{9178.3}{1732} = 5.3 \quad (\text{con un } tv = 0,1 \text{ s})$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \mu_{gA} = 0.73 & & \mu_{gB} = 0.77 \end{array}$$

$$I_{agA} = I_{gAk3}'' \cdot \mu_{gA} \cdot q_{gA} = 7189.7 \angle -81.1^\circ \cdot 0.73 \cdot 1 = 5248.5 \angle -81.1^\circ \text{ A}$$

$$I_{agB} = I_{gBk3}'' \cdot \mu_{gB} \cdot q_{gB} = 9178.3 \angle -81.1^\circ \cdot 0.77 \cdot 1 = 7067.3 \angle -81.1^\circ \text{ A}$$



### 3. Intensidades iniciales de cortocircuito, intensidades máximas asimétricas de cortocircuito e intensidad simétrica de corte (con falta trifásica) en barras E (100 kV)

Corrientes de cortocircuito (aplicando las fórmulas correspondientes a cada tipo de cortocircuito):

$$\bar{I}_{k3}'' = \frac{1.1 \cdot 100000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 89.7 \angle 84.9^\circ} = 708 \angle -84.9^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{k2}'' = \frac{1.1 \cdot 100000 \angle 0^\circ}{2 \cdot 89.7 \angle 84.9^\circ} = 613.15 \angle -84.9^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{k1}'' = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot 100000 \angle 0^\circ}{205.14 \angle 85.5^\circ} = 928.8 \angle -85.5^\circ \text{ A}$$

Corrientes máximas asimétricas de cortocircuitos  $I_s$  (aplicando el coeficiente  $\chi$ , gráfica 12.1):

Recordando todo lo expuesto en la primera pregunta de este problema sobre la intensidad  $I_a$ , a la cual nos remitimos para su correcta asimilación, las fórmulas para hallar la corriente de cierre máxima, para los distintos tipos de cortocircuitos, son:

$$\bar{I}_{s3}'' = \sqrt{2} \cdot 708 \angle -84.9^\circ \cdot 1.74 = 1742.2 \angle -84.9^\circ \text{ A}$$

$$\text{con } \frac{R_1}{X_1} = \frac{8}{89.3} = 0.09 \rightarrow \text{gráfica 12.1, } \chi_3 = 1.74$$

$$\bar{I}_{s2}'' = \sqrt{2} \cdot 613.15 \angle -84.9^\circ \cdot 1.74 = 1508.12 \angle -84.9^\circ \text{ A}$$

$$\text{con } \frac{R_1 + R_2}{X_1 + X_2} = \frac{2.8}{289.3} = 0.09 \rightarrow \text{gráfica 12.1, } \chi_2 = 1.74$$

$$\bar{I}_{s1}'' = \sqrt{2} \cdot 928.8 \angle -85.5^\circ \cdot 1.78 = 2338 \angle -85.5^\circ \text{ A}$$

$$\text{con } \frac{R_1 + R_2 + R_0}{X_1 + X_2 + X_0} = \frac{16}{204.5} = 0.078 \rightarrow \text{gráfica 12.1, } \chi_1 = 1.78$$

La corriente simétrica de corte  $I_a$  trifásica será (valores de  $\mu$  y  $q$ , hallados en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos):

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras E, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3}'' = I_{k3}'' \cdot \mu \cdot q = I_{ag_A} + I_{ag_B}$$



En esta fórmula, aparecen dos coeficientes, cuyo cálculo se ha explicado en la primera pregunta de este problema, a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:

Operando en consecuencia para estas barras E, tenemos:

$$I_a = I_k'' \cdot \mu \cdot q \quad \text{No hay motores; por tanto, } q = 1$$

Partimos de:

$\bar{I}_{k3}'' = 708 \angle -84.9^\circ \text{ A}$  que, pasada, al otro extremo del transformador (barras C), nos da:

$$\bar{I}_{k3}'' = 7080 \angle -84.9^\circ \text{ A}$$

Por tanto, la contribución de cada generador es, aplicando los divisores de intensidad:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{gA}''_{K3} &= 7080 \angle -84.9^\circ \frac{j0.47}{(j0.47 + j0.6)} = 3110 \angle -84.9^\circ \text{ A} \\ I_{ngA} &= 1154.7 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{gB}''_{K3} &= 7080 \angle -84.9^\circ \frac{j0.6}{(j0.47 + j0.6)} = 3970 \angle -84.9^\circ \text{ A} \\ I_{ngB} &= 1732 \text{ A} \end{aligned}$$

Entonces,

$$\frac{I_{K3gA}''}{I_{ngA}} = \frac{3110}{1154.7} = 2.69 \rightarrow \mu_{gA} = 0,92 \quad \text{con } tv = 0,1 \text{ s (gráfica 12.2).}$$

$$\frac{I_{K3gB}''}{I_{ngB}} = \frac{3970}{1732} = 2.292 \rightarrow \mu_{gB} = 0,98 \quad \text{con } tv = 0,1 \text{ s (gráfica 12.2).}$$

$$I_{agA} = 3110 \angle -84.9^\circ \cdot 1 \cdot 0.92 = 2861.2 \angle -84.9^\circ \text{ A}$$

$$I_{agB} = 3970 \angle -84.9^\circ \cdot 1 \cdot 0.98 = 3890.6 \angle -84.9^\circ \text{ A}$$

$$I_{a_3E} = 6751.8 \angle -84.9^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}'_{a_3E} = \frac{\bar{I}_{a_3E}}{m_1} = 675.18 \angle -84.9^\circ \text{ A}$$

**4. Intensidades iniciales de cortocircuito, intensidades máximas asimétricas de cortocircuito e intensidad simétrica de corte (con falta trifásica) en barras F (10 kV)**



Corrientes de cortocircuito (aplicando las fórmulas correspondientes a cada tipo de cortocircuito):

$$\bar{I}_{K3}'' = \frac{1.1 \cdot 10000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 1.785 \angle 84.2^\circ} = 3557.9 \angle -84.2^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{K2}'' = \frac{1.1 \cdot 10000 \angle 0^\circ}{2 \cdot 1.785 \angle 84.2^\circ} = 3081.2 \angle -84.2^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{K1}'' = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot 10000 \angle 0^\circ}{\infty} = 0 \text{ A}$$

Corrientes máximas asimétricas de cortocircuitos  $I_s$  (aplicando el coeficiente  $\square$  gráfica 12.1):

Recordando todo lo expuesto en la primera pregunta de este problema sobre la intensidad  $I_s$ , a la cual nos remitimos para su correcta asimilación:

Las fórmulas a aplicar para hallar la corriente de cierre máxima, para los distintos tipos de cortocircuitos, son:

$$\bar{I}_{S3} = \sqrt{2} \cdot 3557.9 \angle -84.2^\circ \cdot 1.72 = 8654.4 \angle -84.2^\circ \text{ A}$$

$$\text{con } \frac{R_1}{X_1} = \frac{0.18}{1.776} = 0.1 \rightarrow \text{gráfica 12.1, } \chi_3 = 1.72$$

$$\bar{I}_{S2} = \sqrt{2} \cdot 3081.2 \angle -84.2^\circ \cdot 1.72 = 7495 \angle -84.2^\circ \text{ A}$$

$$\text{con } \frac{R_1 + R_2}{X_1 + X_2} = \frac{2 \cdot 0.18}{2 \cdot 1.776} = 0.1 \rightarrow \text{gráfica 12.1, } \chi_2 = 1.72$$

$$\bar{I}_{S1} = \sqrt{2} \cdot 0 \cdot X = 0 \text{ A}$$

$$\text{con } \frac{R_1 + R_2 + R_0}{X_1 + X_2 + X_0} = \infty \rightarrow \text{gráfica 12.1, } \chi_1 = 0$$

La corriente simétrica de corte  $I_a$  trifásica será (valores de  $m$  y  $q$ , hallados en las tablas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos):

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras F, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3} = I_{K3}'' \cdot \mu \cdot q = I_{ag_A} + I_{ag_B}$$

En esta fórmula, aparecen dos coeficientes, cuyo cálculo se ha explicado en la primera pregunta de este problema, a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:



Operando en consecuencia para estas barras F, tenemos:

$$\bar{I}_{aF} = \bar{I}_{agA} + \bar{I}_{agB} = 1562.8 \angle -84.2^\circ \cdot 1 + 1995 \angle -84.2^\circ \cdot 1 = 3557.9 \angle -84.2^\circ \text{ A}$$

$$\text{con } I_{ngA} = 1154.7 \text{ A} \quad I_{ngB} = 1732 \text{ A}$$

Si la  $\bar{I}_{K3}'' = 3557.9 \angle -84.2^\circ \text{ A}$ , entonces la aportación de cada generador será:

$$\bar{I}_{gAK3}'' = 3557.9 \angle -84.2^\circ \frac{j0.47}{j1.07} = 1562.8 \angle -84.2^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{gBK3}'' = 3557.9 \angle -84.2^\circ \frac{j0.6}{j1.07} = 1995 \angle -84.2^\circ \text{ A}$$

Por tanto, el coeficiente  $\mu$  de cada generador será:

$$\frac{I_{K3gA}''}{I_{ngA}} = \frac{1562.8}{1154.7} = 1.353 \rightarrow \mu_{gA} = 1 \text{ con } tv = 0,1 \text{ s (gráfica 12.2)}$$

$$\frac{I_{K3gB}''}{I_{ngB}} = \frac{1995}{1732} = 1.15 \rightarrow \mu_{gB} = 1 \text{ con } tv = 0,1 \text{ s (gráfica 12.2)}$$

Nótese que no es posible rebajar la corriente de apertura  $I_a$ , que coincide con la corriente de cortocircuito trifásica  $I_{K3}''$ . Ese resultado es completamente lógico si tenemos presente que las barras estudiadas (F) están muy alejadas de los generadores síncronos trifásicos.

### Problema 3.4

El esquema de la Figura representa una sección de una red eléctrica trifásica alimentada por tres generadores situados en los extremos del sistema de potencia. A efectos de diseño de los interruptores de protección, y para conocer la respuesta del circuito en diversos puntos del mismo ante situaciones anómalas, se supone que los generadores funcionan sin carga y a la tensión nominal, y con los datos siguientes:

#### Datos

G <sub>1</sub> :	40 MVA	10 kV	X''d = X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = 20 %	X <sub>0</sub> = 6 %	X <sub>n</sub> = j4 Ω
G <sub>2</sub> :	100 MVA	10 kV	X''d = X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = 20 %	X <sub>0</sub> = 10 %	X <sub>n</sub> = 0
G <sub>3</sub> :	25 MVA	25 kV	X''d = X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = 25 %	X <sub>0</sub> = 10 %	X <sub>n</sub> = 0
T <sub>R1</sub> y T <sub>R2</sub> :	20 MVA	110/10 kV	εcc = X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = 9 %	X <sub>0</sub> = 0,9 · X <sub>1</sub>	X <sub>n</sub> = 0



$T_{R3}$ :	60 MVA	110/25 kV	$\epsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 10 \%$	$X_0 = 0,9 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$T_{R4}$ :	100 MVA	110/10 kV	$\epsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 8 \%$	$X_0 = 0,9 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$L_1$ :			$X_1 = X_2 = j30 \Omega$	$X_0 = j50 \Omega$	
$L_2$ :			$X_1 = X_2 = j30 \Omega$	$X_0 = j60 \Omega$	
$L_3$ :			$X_1 = X_2 = j40 \Omega$	$X_0 = j90 \Omega$	

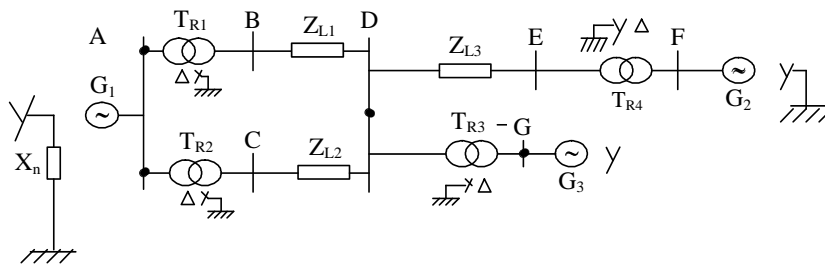


Fig.3.4 Circuito unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 3.4

**Se pide:**

1. Dibujar las redes de secuencia directa, inversa y homopolar de la red representada.
2. En el supuesto de producirse unos cortocircuitos (monofásicos, bifásicos, trifásicos) en las barras de interconexión D, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.)
3. En el supuesto de que se produzcan los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión F, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.)
4. Si se produce en barras D un cortocircuito fase-fase-tierra, indicar las corrientes de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k2ES}$ ,  $I''_{k2ET}$ ,  $I''_{k2EE}$ ).

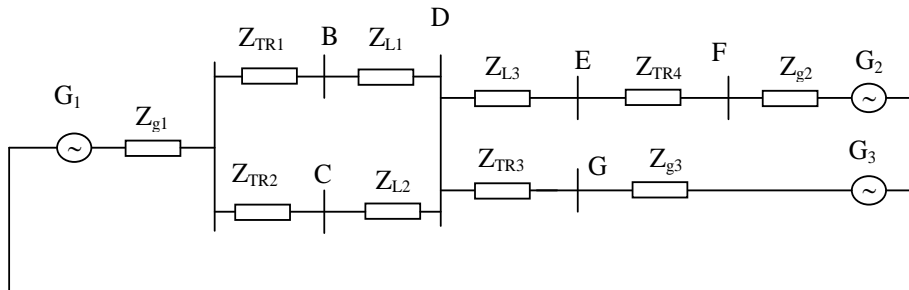


## Resolución

### 1. Redes de secuencia directa, indirecta y homopolar

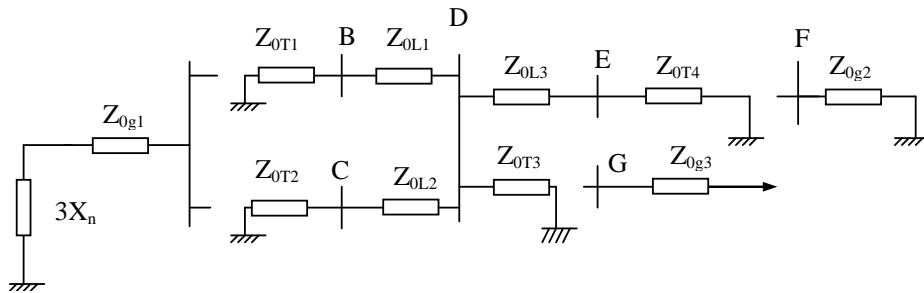
Las redes de secuencia del circuito de potencia son las que se muestran a continuación. Recuérdese que la secuencia inversa es idéntica a la red directa, pero sin las fuentes generadoras, aunque sí con sus impedancias.

Red de secuencia directa e inversa (la red inversa no incorpora los generadores)



Red de secuencia homopolar

Cálculo de impedancias (todas las impedancias están calculadas a 10 kV)



$$G_1 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.20 \frac{(10)^2}{40} = j0.5\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.06 \frac{(10)^2}{40} = j0.15\Omega \quad X_n = j4 \Omega$$

$$G_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.20 \frac{(10)^2}{100} = j0.2\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.1 \frac{(10)^2}{100} = j0.10\Omega \quad X_n = 0 \Omega$$

$$G_3 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.25 \frac{(25)^2}{25} = j6.25\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.1 \frac{(25)^2}{25} = j2.5\Omega \quad X_n = 0 \Omega$$





$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j6.25}{\left(\frac{25}{10}\right)^2} = j1\Omega \quad \bar{X}_0 = \frac{j2.5}{\left(\frac{25}{10}\right)^2} = j0.4\Omega \quad X_n = 0\Omega$$

$$T_{R1}=T_{R2} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.09 \frac{(10)^2}{20} = j0.45\Omega \quad \bar{X}_0 = j0.405\Omega \quad X_n = 0\Omega$$

$$T_{R3} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.10 \frac{(25)^2}{60} = j1.04\Omega \quad \bar{X}_0 = j0.936\Omega \quad X_n = 0\Omega$$

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j1.04}{\left(\frac{25}{10}\right)^2} = j0.166\Omega \quad \bar{X}_0 = j0.15\Omega \quad X_n = 0\Omega$$

$$T_{R4} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(10)^2}{100} = j0.08\Omega \quad \bar{X}_0 = j0.072\Omega \quad X_n = 0\Omega$$

$$L_1 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j30}{\left(\frac{110}{10}\right)^2} = j0.25\Omega \quad \bar{X}_0 = \frac{j50}{11^2} = j0.41\Omega$$

$$L_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j30}{11^2} = j0.25\Omega \quad \bar{X}_0 = \frac{j60}{11^2} = j0.496\Omega$$

$$L_3 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j40}{11^2} = j0.33\Omega \quad \bar{X}_0 = \frac{j90}{11^2} = j0.74\Omega$$

Cálculo de impedancias (todas las impedancias están calculadas a 110 kV)

$$G_1 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j0.5 \cdot 11^2 = j60.5\Omega \quad \bar{X}_0 = j0.15 \cdot 11^2 = j18.15\Omega \quad X_n = j44\Omega$$

$$G_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j0.2 \cdot 11^2 = j24.2\Omega \quad \bar{X}_0 = j0.1 \cdot 11^2 = j12.1\Omega \quad X_n = 0\Omega$$

$$G_3 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j6.25 \left(\frac{110}{25}\right)^2 = j121\Omega \quad \bar{X}_0 = j2.5 \left(\frac{110}{25}\right)^2 = j48.4\Omega \quad X_n = 0\Omega$$

$$T_{R1}=T_{R2} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.09 \frac{(110)^2}{20} = j54.45\Omega \quad \bar{X}_0 = j54.45 \cdot 0.9 = j49\Omega \quad X_n = 0\Omega$$

$$T_{R3} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.10 \frac{(110)^2}{60} = j20.14\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.9 \cdot j24.14 = j18.11\Omega \quad X_n = 0\Omega$$



$$T_{R4} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(110)^2}{100} = j9.68\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.9 \cdot j9.68 = j8.71 \Omega \quad X_n = 0 \Omega$$

$$L_1 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j30\Omega \quad \bar{X}_0 = j50 \Omega$$

$$L_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j30\Omega \quad \bar{X}_0 = j60 \Omega$$

$$L_3 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j40\Omega \quad \bar{X}_0 = j90 \Omega$$

Notas:

*Es importante recordar que los puntos de cortocircuito solicitados se hallan a 10 kV y 110 kV. No nos piden ningún resultado a 25kV (generador G<sub>3</sub>), por lo que solo buscamos las impedancias a los dos niveles de tensión requeridos, de 10 kV y 110 kV, y no importan las impedancias a 25 kV.*

Relaciones de transformación

$$m_1 = m_2 = \frac{110}{10} = 11 \quad m_3 = \frac{110}{25} = 4.4 \quad m_4 = \frac{110}{10} = 11$$

Buscamos las impedancias directa, inversa y homopolar vistas desde D y desde F.

Impedancias vistas desde las barras D (110 kV)

$$\bar{Z}_{1D} = \bar{Z}_{2D} = \left[ \bar{Z}_{g1} + (\bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{L1}) // (\bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L2}) \right] // \left[ (\bar{Z}_{L3} + \bar{Z}_{TR4} + \bar{Z}_{g2}) // (\bar{Z}_{TR3} + \bar{Z}_{g3}) \right] =$$

$$\bar{Z}_{1D} = \bar{Z}_{2D} = \left[ j60.5 + (j84.45 // j84.45) \right] // \left[ (j73.88) // (j141.14) \right] =$$

$$(j102.7) // (j73.88 // j141.14) =$$

$$\bar{Z}_{1D} = \bar{Z}_{2D} = (j102.7 // j48.49) = 32.95 \angle 90^\circ = (0 + j32.95)\Omega$$

$$\bar{Z}_{0D} = \left[ (\bar{Z}_{0T1} + \bar{Z}_{0L1}) // (\bar{Z}_{0T2} + \bar{Z}_{0L2}) \right] // \left[ (\bar{Z}_{0L3} + \bar{Z}_{0T4}) // (\bar{Z}_{0T3}) \right] =$$

$$\bar{Z}_{0D} = [j99 // j109] // [(j98.71) // (j18.11)] = (j51.88 // j15.30) =$$

$$\bar{Z}_{0D} = 11.82 \angle 90^\circ = (0 + j11.82)\Omega$$

y, por tanto,

$$\bar{Z}_{TD} = \bar{Z}_{1D} + \bar{Z}_{2D} + \bar{Z}_{0D} = 77.72 \angle 90^\circ = (0 + j77.72)\Omega$$

Impedancias vistas desde las barras F (10 kV)

$$\bar{Z}_{1F} = \bar{Z}_{2F} =$$

$$= \left[ \left[ (\bar{Z}_{g1} + (\bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{L1}) // (\bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L2})) // (\bar{Z}_{TR3} + \bar{Z}_{g3}) \right] + (\bar{Z}_{L3} + \bar{Z}_{TR4}) \right] // [\bar{Z}_{g2}] =$$



$$\begin{aligned}\bar{Z}_{1F} = \bar{Z}_{2F} &= \left[ \left[ \left[ j0.5 + (j0.7 // j0.7) \right] // (j1.166) \right] + (j0.41) \right] // [j0.2] = \\ &= \left[ \left[ (j0.85 // j1.166) + j0.41 \right] // (j0.2) \right] =\end{aligned}$$

$$\bar{Z}_{1F} = \bar{Z}_{2F} = ((j0.49 + j0.41) // j0.2) = (j0.9 // j0.2) = (0 + j0.164) = 0.164 \angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{oF} = \bar{Z}_{og2} = (0 + j0.1) = 0.1 \angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{TF} = \bar{Z}_{oF} + \bar{Z}_{1F} + \bar{Z}_{2F} = (0 + j0.428) = 0.428 \angle 90^\circ \Omega$$

**2. Las corrientes de cortocircuito monofásico, bifásico y trifásico; las corrientes máximas asimétricas; la corriente simétrica de corte y las tensiones con un cortocircuito en D (110 kV) son:**

Corrientes de cortocircuito (aplicando las fórmulas correspondientes a cada tipo de cortocircuito):

$$\bar{I}_{K1}'' = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot 110000 \angle 0^\circ}{72.72 \angle 90^\circ} = 2696.6 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{K2}'' = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{1.1 \cdot 110000 \angle 0^\circ}{2 \cdot (32.95 \angle 90^\circ)} = 1836 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{K3}'' = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} = \frac{1.1 \cdot 110000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 32.95 \angle 90^\circ} = 2120 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Corrientes máximas asimétricas de cortocircuitos  $I_s$  (aplicando el coeficiente  $\chi$ , gráfica 12.1):

Recuérdese que, en este caso, se han omitido todas las resistencias y, por tanto, todo son reactancias inductivas, por lo que resulta el coeficiente  $\chi = 2$  en todos los casos. Las fórmulas a aplicar para hallar la corriente de cierre máxima, para los distintos tipos de cortocircuitos, son:

$$\bar{I}_{S1} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (2696.6 \angle -90^\circ) = 7627 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S2} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (1836 \angle -90^\circ) = 5193 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S3} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (2120 \angle -90^\circ) = 5996.2 \angle -90^\circ \text{ A}$$

La corriente simétrica de corte  $I_a$  trifásica (valores de  $m$  y  $q$ , hallados en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos) es:

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras D, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3} = \bar{I}_{k3}'' \cdot \mu \cdot q = \bar{I}_{agA} + \bar{I}_{agB}$$



En esta fórmula, aparecen dos coeficientes cuyo cálculo se ha explicado en la primera pregunta del problema 3.3, a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:

Operando en consecuencia para estas barras D, tenemos:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{K3}'' &= 2120 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_{K3g2g3}'' &= 2120 \angle -90^\circ \left( \frac{102.7 \angle 90^\circ}{151.2 \angle 90^\circ} \right) = 1440 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_{K3g2}'' &= 1440 \angle -90^\circ \frac{141.14 \angle 90^\circ}{215 \angle 90^\circ} = 945 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_{K3g3}'' &= 1440 \angle -90^\circ \frac{73.88 \angle 90^\circ}{215 \angle 90^\circ} = 495 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_{K3g1}'' &= 2120 \angle -90^\circ \left( \frac{48.5 \angle 90^\circ}{151.2 \angle 90^\circ} \right) = 680 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Las intensidades nominales de cada generador son:

$$\begin{aligned} I_{ng1} &= \frac{40 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3}} = 2309.4 \text{ A} \\ I_{ng2} &= \frac{100 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3}} = 5773.5 \text{ A} \\ I_{ng3} &= \frac{25 \cdot 10^6}{25 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3}} = 577.35 \text{ A} \end{aligned}$$

Por tanto, teniendo en cuenta que las intensidades de cortocircuito se hallan a 110 kV, mientras que las nominales de los generadores se hallan a 10 kV (para los generadores g<sub>1</sub> y g<sub>2</sub>) y a 25 kV (g<sub>3</sub>):

$$\begin{aligned} \frac{I_{K3g1}''}{\frac{I_{ng1}}{m_1}} &= \frac{680}{\frac{2309.4}{11}} = 3.24 \rightarrow t_v = 0,1 \text{ s} \rightarrow \mu_1 = 0,87 \\ \frac{I_{K3g2}''}{\frac{I_{ng2}}{m_2}} &= \frac{945}{\frac{5773.5}{11}} = 1.81 \rightarrow t_v = 0,1 \text{ s} \rightarrow \mu_2 = 1 \\ \frac{I_{K3g3}''}{\frac{I_{ng3}}{m_3}} &= \frac{495}{\frac{577.35}{\left(\frac{110}{25}\right)}} = 3.8 \rightarrow t_v = 0,1 \text{ s} \rightarrow \mu_3 = 0,82 \end{aligned}$$



$$\bar{I}_{aD} = (680\angle -90^\circ) \cdot 1.0.87 + (945\angle -90^\circ) \cdot 1.1 + (495\angle -90^\circ) \cdot 1.0.82 = 1942.45\angle -90^\circ \text{ A}$$

Estos valores ya están todos a 110 kV.

Las tensiones en el punto D (110 kV)

Su resolución consiste simplemente en aplicar las fórmulas dadas para cada tensión y cada tipo de cortocircuito, las cuales pueden hallarse en los anexos correspondientes.

Cortocircuito monofásico con contacto a tierra:

Recuérdese que  $\bar{a} = 1\angle 120^\circ$        $\bar{a}^{-2} = 1\angle 240^\circ$        $\bar{a}^{-3} = 1\angle 0^\circ$

$$\bar{V}_R = 0 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_S &= \frac{c\bar{U}n}{\sqrt{3}} \left( \bar{a}^{-2} - \frac{\bar{a}^{-2} \cdot \bar{Z}_1 + \bar{a} \cdot \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right) = \\ &= \frac{1.1 \cdot 11000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}} \left( 1\angle 240^\circ - \frac{1\angle 240^\circ \cdot 32.95\angle 90^\circ + 1\angle 120^\circ \cdot 32.95\angle 90^\circ + 11.82\angle 90^\circ}{32.95\angle 90^\circ + 32.95\angle 90^\circ + 11.82\angle 90^\circ} \right) = \\ &= 62563.816\angle -104.8^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_T &= \frac{c\bar{U}n}{\sqrt{3}} \left( \bar{a} - \frac{\bar{a} \cdot \bar{Z}_1 + \bar{a}^{-2} \cdot \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right) = \\ &= \frac{1.1 \cdot 11000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}} \left( 1\angle 120^\circ - \frac{1\angle 120^\circ \cdot 32.95\angle 90^\circ + 1\angle 240^\circ \cdot 32.95\angle 90^\circ + 11.82\angle 90^\circ}{32.95\angle 90^\circ + 32.95\angle 90^\circ + 11.82\angle 90^\circ} \right) = \\ &= 62563.816\angle 104.8^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$a^2\bar{Z}_1 + a\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0 = 32.95\angle 210^\circ + 11.82\angle 90^\circ = 21.13\angle -90^\circ \Omega$$

Cortocircuito bifásico:

$$\bar{V}_{2R} = \frac{c\bar{U}n}{\sqrt{3}} \frac{2\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{1.1 \cdot 11000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}} \frac{2 \cdot 32.95\angle 90^\circ}{2 \cdot 32.95\angle 90^\circ} = 69859.4\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{2S} = \bar{V}_{2T} = \frac{c\bar{U}n}{\sqrt{3}} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle 180^\circ = \frac{1.1 \cdot 11000\angle 0^\circ}{\sqrt{3}} \frac{32.95\angle 90^\circ}{2 \cdot 32.95\angle 90^\circ} \angle 180^\circ = 34929.7\angle 180^\circ \text{ V}$$

Cortocircuito trifásico:

$$\bar{V}_{3R} = \bar{V}_{3S} = \bar{V}_{3T} = 0$$



### 3. Las corrientes de cortocircuito monofásico, bifásico y trifásico; las corrientes máximas asimétricas y la corriente simétrica de corte, con un cortocircuito en barras F (10 kV)

Corrientes de cortocircuito (aplicando las fórmulas correspondientes a cada tipo de cortocircuito):

$$\bar{I}_{K1}'' = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot 10000 \angle 0^\circ}{0.428 \angle 90^\circ} = 44515.3 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{K2}'' = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{1.1 \cdot 10000 \angle 0^\circ}{2 \cdot (0.164 \angle 90^\circ)} = 33537 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{K3}'' = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} = \frac{1.1 \cdot 10000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 0.164 \angle 90^\circ} = 38725 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Corrientes máximas asimétricas de cortocircuitos  $I_S$  (aplicando el coeficiente  $c$ , gráfica 12.1):

Recordando que solo existen reactancias inductivas y que las resistencias han sido omitidas, el coeficiente siempre es  $\chi=2$ . Las fórmulas a aplicar para hallar la corriente de cierre máxima, para los distintos tipos de cortocircuitos, son:

$$\bar{I}_{S1} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (44515 \angle -90^\circ) = 125907 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S2} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (33537 \angle -90^\circ) = 94857 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S3} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (38725 \angle -90^\circ) = 109530 \angle -90^\circ \text{ A}$$

La corriente simétrica de corte  $I_a$  trifásica es (todas a 10 kV) (valores de  $m$  y  $q$ , hallados en las gráficas 12.2 y 12.3 respectivamente, de los anexos):

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras F, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3} = \bar{I}_{k3}'' \cdot \mu \cdot q = \bar{I}_{ag_A} + \bar{I}_{ag_B}$$

En esta fórmula, aparecen dos coeficientes cuyo cálculo se ha explicado en la primera pregunta del problema 3.3, a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:

Operando en consecuencia para estas barras F, tenemos:

$$\bar{I}_{K3}'' = 38725 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{K3g2}'' = \bar{I}_{K3}'' \cdot \frac{\bar{Z}_A}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B} = \frac{0.9 \angle 90^\circ}{1.1 \angle 90^\circ} = 31684 \angle -90^\circ \text{ A}$$



$$\begin{aligned} \bar{Z}_A &= \left[ \left[ \bar{Z}_{G1} + \left[ \left( \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{L1} \right) // \left( \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L2} \right) \right] // \left( \bar{Z}_{TR3} + \bar{Z}_{L3} \right) \right] + \left( \bar{Z}_{TR4} + \bar{Z}_{L3} \right) \right] = \\ &= \left[ \left[ j0.5 + \left[ \left( j0.45 + j0.25 \right) // \left( j0.45 + j0.25 \right) \right] // \left( j0.166 + 1 \right) \right] + \left( j0.08 + j0.25 \right) \right] = j0.9\Omega \\ \bar{Z}_A &= \bar{Z}_{G1} = j0,2\Omega \end{aligned}$$

$$\bar{I}''_{K3g1,g3} = \bar{I}''_{K3} \cdot \frac{\bar{Z}_B}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B} = 38725 \angle -90^\circ \frac{0,2 \angle 90^\circ}{1,1 \angle 90^\circ} = 7041 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}''_{K3g1} = \bar{I}''_{K3g1,g3} \cdot \frac{\bar{Z}_D}{\bar{Z}_C + \bar{Z}_D} = 7041 \angle -90^\circ \frac{1,166 \angle 90^\circ}{2,016 \angle 90^\circ} = 4072,3 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \bar{Z}_C &= \bar{Z}_{G1} + \left[ \left( \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{L1} \right) // \left( \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L2} \right) \right] = j0,5 + \left[ \left( j0,45 + j0,25 \right) // \left( j0,45 + j0,25 \right) \right] = \\ &= j0,85\Omega \end{aligned}$$

$$\bar{Z}_D = \left( \bar{Z}_{TR3} + \bar{Z}_{G3} \right) = j1,166\Omega$$

$$\bar{I}''_{K3g3} = \bar{I}''_{K3g1,g3} \cdot \frac{\bar{Z}_C}{\bar{Z}_C + \bar{Z}_D} = 7041 \angle -90^\circ \frac{0,85 \angle 90^\circ}{2,016 \angle 90^\circ} = 2968,7 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Recuérdese que las intensidades nominales halladas a 10 kV ( $g_1$  y  $g_2$ ) y 25 kV ( $g_3$ ) son:

$$I_{ng1} = \frac{40 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3}} = 2309,4 \text{ A}$$

$$I_{ng2} = \frac{100 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3}} = 5773,5 \text{ A}$$

$$I_{ng3} = \frac{25 \cdot 10^6}{25 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3}} = 577,35 \text{ A}$$

Por tanto, las relaciones de intensidad de cortocircuito e intensidad nominal serán (a igual nivel de tensión):

$$\frac{I''_{K3g1}}{I_{ng1}} = \frac{4072,3}{2309,4} = 1,76 \rightarrow t_v = 0,1 \text{ s} \rightarrow \mu_1 = 1$$

$$\frac{I''_{K3g2}}{I_{ng2}} = \frac{31684}{5773} = 5,5 \rightarrow t_v = 0,1 \text{ s} \rightarrow \mu_2 = 0,75$$

$$\frac{I''_{K3g3}}{I_{ng3}} = \frac{2968,7}{\frac{577,35}{m_3} m_4} = \frac{2968,7}{577,35 \frac{11}{4,4}} = \frac{2968,7}{1443,4} = 2,05 \rightarrow t_v = 0,1 \text{ s} \rightarrow \mu_3 = 1$$

$$\bar{I}_{af} = (4072,3 \angle -90^\circ) \cdot 1,1 + (31684 \angle -90^\circ) \cdot 1,075 + (2968,7 \angle -90^\circ) \cdot 1,1 = 30804 \angle -90^\circ \text{ A}$$



**4. Ante una falta bifásica a tierra en el punto D, las corrientes que se originan son:**

Calculamos la  $I''_{K2EE}$  en las barras D

Su resolución consiste simplemente en la aplicación de las fórmulas dadas para este tipo de cortocircuito, tanto referentes a tensiones como a intensidades. Estas fórmulas pueden ser consultadas en los anexos correspondientes. (Los valores de las impedancias son los valores que las mismas toman en el punto de cortocircuito, es decir, los totales.)

Nota: Recuerdese que  $\bar{a} = 1\angle 120^\circ$        $\bar{a}^2 = 1\angle 240^\circ$        $\bar{a}^3 = 1\angle 0^\circ$

$$\bar{I}''_{K2Es} = jc\bar{U}_n \frac{\bar{a}\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} =$$

$$\bar{I}''_{K2Et} = -jc\bar{U}_n \frac{\bar{a}^2\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} =$$

$$I''_{K2Ee} = \sqrt{3}c\bar{U}_n \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} =$$

con:

$$\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 = 1864.6\angle 180^\circ = (-1864.6 + j0)\Omega$$

$$a\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0 = 32.95\angle 210^\circ - 11.82\angle 90^\circ = 40.18\angle -135.3^\circ\Omega$$

$$a^2\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0 = 32.95\angle 330^\circ - 11.82\angle 90^\circ = 40.18\angle -44.8^\circ\Omega$$

Por tanto:

$$\bar{I}''_{K2Es} = 1.1110000 \left( \frac{40.18\angle -135.3^\circ + 90^\circ}{1864.6\angle 180^\circ} \right) = 2607.4\angle 134.7^\circ A = (-1836 + j1853) A$$

$$\bar{I}''_{K2Et} = 1.1110000 \angle 0^\circ \left( \frac{40.18\angle (-44.8^\circ - 90^\circ)}{1864.6\angle 180^\circ} \right) = 2607.4\angle 45.2^\circ = \frac{(1836 + j1850) A}{(0+j3703.2)}$$

$$\bar{I}''_{K2Ee} = \sqrt{3} \cdot 1.1110000 \angle 0^\circ \left( \frac{32.95\angle 90^\circ}{1864.6\angle 180^\circ} \right) = 3703.5\angle -90^\circ A$$

– Calculamos la  $V_{2T}$  en las barras D

$$\bar{V}_{2T} = \sqrt{3} \cdot c\bar{U}_n \frac{\bar{Z}_2 \cdot \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} = \sqrt{3} \cdot 1.1110000 \angle 0^\circ \frac{389.4\angle 180^\circ}{1864.6\angle 180^\circ} = 43768\angle 0^\circ V$$





### Problema 3.5

El esquema de la Figura representa una sección de una red eléctrica trifásica alimentada por dos generadores situados en los extremos del sistema de potencia. A efectos de diseño de los interruptores de protección, y para conocer la respuesta del circuito en diversos puntos del mismo ante situaciones anómalas, se supone que los generadores funcionan sin carga y a la tensión nominal, y con los datos siguientes:

#### Datos

$G_1$ :	30 MVA	30 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 16\%$	$X_0 = 4\%$	$X_n = 0$
$G_2$ :	60 MVA	30 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 18\%$	$X_0 = 4\%$	$X_n = 0$
$T_{R1}$ :	30 MVA	120/30 kV	$\epsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 14\%$	$X_0 = 0,9 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$T_{R2}$ :	70 MVA	120/30 kV	$\epsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 12\%$	$X_0 = 0,9 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$L_1$ :			$X_1 = X_2 = j25 \Omega$	$X_0 = 2,5 \cdot X_1$	
$L_2$ y $L_3$ :			$X_1 = X_2 = j20 \Omega$	$X_0 = 2,5 \cdot X_1$	
$L_4$ :			$X_1 = X_2 = j22 \Omega$	$X_0 = 2,5 \cdot X_1$	
$L_5$ :			$X_1 = X_2 = j10 \Omega$	$X_0 = 2,5 \cdot X_1$	

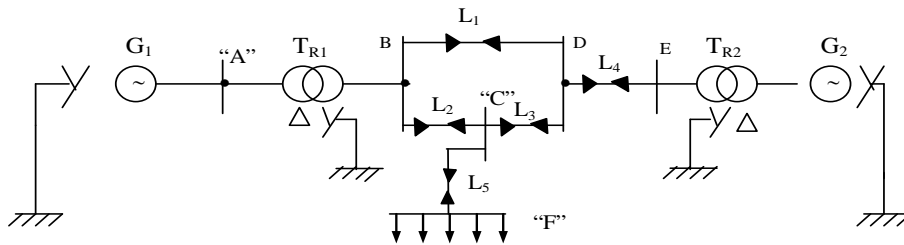


Fig.3.5  
Circuito unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 3.5

#### Se pide:

1. Dibujar las redes e secuencia directa, inversa y homopolar de la red representada.
2. En el supuesto de producirse unos cortocircuitos (monofásicos, bifásicos, trifásicos) en las barras de interconexión A, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.)

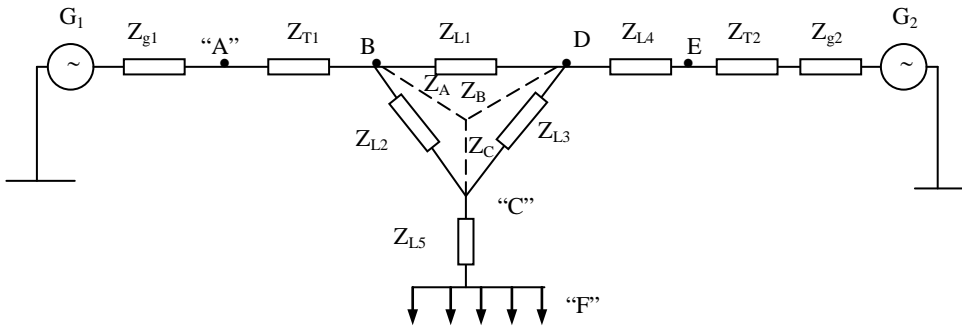


3. En el supuesto de producirse los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión C, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.) Finalmente, indicar las corrientes de cortocircuito bifásico a tierra ( $I''_{kEE}$ ,  $I''_{kSE}$ ,  $I''_{kTE}$ ) que se producirían en las barras citadas.
4. En el supuesto de producirse los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión F, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.)

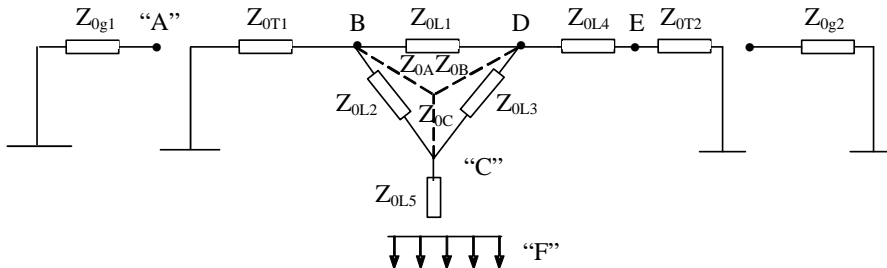
### Resolución

#### Redes de secuencia directa, inversa y homopolar

Red de secuencia directa e inversa (sin los generadores)



Red de secuencia homopolar





Relación de transformación

$$m = \frac{U_1}{U_2} = \frac{120}{30} = 4$$

Cálculo de impedancias (todas las impedancias están calculadas a 30 kV)

$$G_1 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.16 \frac{(30)^2}{30} = j4.8\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.04 \frac{(30)^2}{30} = j1.2\Omega \quad X_n = j0 \Omega$$

$$G_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.18 \frac{(30)^2}{60} = j2.7\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.04 \frac{(30)^2}{60} = j0.6\Omega \quad X_n = j0 \Omega$$

$$T_{R1} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.14 \frac{(30)^2}{30} = j4.2\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.9 \cdot X_1 = j 3,78 \Omega \quad X_n = j0 \Omega$$

$$T_{R2} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.12 \frac{(30)^2}{70} = j1.542\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.9 \cdot X_1 = j 1,39 \Omega \quad X_n = j0 \Omega$$

$$L_1 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j25}{\left(\frac{120}{30}\right)^2} = j1.562\Omega \quad \bar{X}_0 = 2,5 \cdot \bar{X}_1 = j3,91 \Omega$$

$$L_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j20}{4^2} = j1.25\Omega \quad \bar{X}_0 = 2,5 \cdot \bar{X}_1 = j 3,125 \Omega$$

$$L_3 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j20}{4^2} = j1.25\Omega \quad \bar{X}_0 = 2,5 \cdot \bar{X}_1 = j 3,125 \Omega$$

$$L_4 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j22}{4^2} = j1.375\Omega \quad \bar{X}_0 = 2,5 \cdot \bar{X}_1 = j 3,44 \Omega$$

$$L_5 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j10}{4^2} = j0.625\Omega \quad \bar{X}_0 = 2,5 \cdot \bar{X}_1 = j 1,562 \Omega$$

Nos falta transformar el triángulo formado por las líneas  $Z_{L1}$ ,  $Z_{L2}$  y  $Z_{L3}$  en una estrella, tal como queda reflejado en las redes de secuencia (si no realizáramos la transformación, el problema se complicaría en demasía). Para ello, aplicamos las fórmulas de transformación adecuadas y, aparte, tendremos presente los niveles de tensión de trabajo en esta zona (30 kV).

$$\bar{Z}_{YA} = \frac{\bar{Z}_{L1} \cdot \bar{Z}_{L2}}{\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{L3}} = \frac{j1.562 \cdot j1.25}{j1.562 + j1.25 + j1.25} = \frac{j1.953}{j4.062} = j0.481\Omega$$



$$\bar{Z}_{YB} = \frac{\bar{Z}_{L1} \cdot \bar{Z}_{L3}}{\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{L3}} = \frac{j1.562 \cdot j1.25}{j1.562 + j1.25 + j1.25} = \frac{j1.953}{j4.062} = j0.481\Omega$$

$$\bar{Z}_{YC} = \frac{\bar{Z}_{L2} \cdot \bar{Z}_{L3}}{\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{L3}} = \frac{j1.25 \cdot j1.25}{j1.562 + j1.25 + j1.25} = \frac{j1.562}{j4.062} = j0.385\Omega$$

Sus correspondientes componentes homopolares son:

$$\bar{Z}_{YA0} = 2.5 \cdot \bar{Z}_{YA1} = 2.5 \cdot j0.481 = j1.202\Omega$$

$$\bar{Z}_{YB0} = 2.5 \cdot \bar{Z}_{YB1} = 2.5 \cdot j0.481 = j1.202\Omega$$

$$\bar{Z}_{YC0} = 2.5 \cdot \bar{Z}_{YC1} = 2.5 \cdot j0.385 = j0.961\Omega$$

Cálculo de impedancias (todas las impedancias están calculadas a 120 kV)

$$G_1 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j4.8 \left( \frac{120}{30} \right)^2 = j76.8\Omega \quad \bar{X}_0 = j1.2 \left( \frac{120}{30} \right)^2 = j19.2\Omega \quad X_n = j0\Omega$$

$$G_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j2.7 \left( \frac{120}{30} \right)^2 = j43.2\Omega \quad \bar{X}_0 = j0.6 \left( \frac{120}{30} \right)^2 = j9.6\Omega \quad X_n = j0\Omega$$

$$T_{R1} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.14 \frac{(120)^2}{30} = j67.2\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.9 \cdot X_1 = j60.48 \Omega \quad X_n = j0\Omega$$

$$T_{R2} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.12 \frac{(120)^2}{70} = j24.68\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.9 \cdot X_1 = j22.22 \Omega \quad X_n = j0\Omega$$

$$L_1 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j25\Omega \quad \bar{X}_0 = 2.5 \cdot \bar{X}_1 = j62.5 \Omega$$

$$L_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j20\Omega \quad \bar{X}_0 = 2.5 \cdot \bar{X}_1 = j50 \Omega$$

$$L_3 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j20\Omega \quad \bar{X}_0 = 2.5 \cdot \bar{X}_1 = j50 \Omega$$

$$L_4 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j22\Omega \quad \bar{X}_0 = 2.5 \cdot \bar{X}_1 = j55 \Omega$$

$$L_5 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j10\Omega \quad \bar{X}_0 = 2.5 \cdot \bar{X}_1 = j25 \Omega$$

Igualmente, transformamos el triángulo formado por las líneas  $Z_{L1}$ ,  $Z_{L2}$  y  $Z_{L3}$  en una estrella, tal como queda reflejado en las redes de secuencia, pero, en este caso, considerando el nivel de tensión de 120 kV.

$$\bar{Z}_{YA} = \frac{\bar{Z}_{L1} \cdot \bar{Z}_{L2}}{\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{L3}} = \frac{j25 \cdot j20}{j25 + j20 + j20} = \frac{j500}{j65} = j7.692\Omega$$



$$\bar{Z}_{YB} = \frac{\bar{Z}_{L1} \cdot \bar{Z}_{L3}}{\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{L3}} = \frac{j25 \cdot j20}{j25 + j20 + j20} = \frac{j500}{j65} = j7.692\Omega$$

$$\bar{Z}_{YC} = \frac{\bar{Z}_{L2} \cdot \bar{Z}_{L3}}{\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{L2} + \bar{Z}_{L3}} = \frac{j20 \cdot j20}{j25 + j20 + j20} = \frac{j400}{j65} = j6.15\Omega$$

Sus correspondientes componentes homopolares son:

$$\bar{Z}_{YAo} = 2.5 \cdot \bar{Z}_{YA1} = 2.5 \cdot j7.692 = j19.23\Omega$$

$$\bar{Z}_{YBo} = 2.5 \cdot \bar{Z}_{YB1} = 2.5 \cdot j7.692 = j19.23\Omega$$

$$\bar{Z}_{YCo} = 2.5 \cdot \bar{Z}_{YC1} = 2.5 \cdot j6.15 = j15.38\Omega$$

Nota:

*A partir de ahora, se trabajará al nivel de tensión que corresponda (30 kV para la barra A y 120 kV para las barras C y F), pero siempre con la transformación estrella realizada, nunca con el triángulo primitivo.*

Buscamos las impedancias directa, inversa y homopolar, vistas desde A, C y F.

Impedancias vistas desde las barras A (30 kV)

$$\bar{Z}_{1A} = \bar{Z}_{2A} = \left[ \left[ (\bar{Z}_{g2} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{YB} + \bar{Z}_{YA} + \bar{Z}_{TR1}) \right] / / (\bar{Z}_{g1}) \right] =$$

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{1A} = \bar{Z}_{2A} &= \left[ \left[ (j2.7 + j1.542 + j1.375 + j0.481 + j0.481 + j4.2) \right] / / (j4.8) \right] = \\ &= \left[ (j10.78) / / (j4.8) \right] = \end{aligned}$$

$$\bar{Z}_{1A} = \bar{Z}_{2A} = (0 + j3.32) = 3.32 \angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{0A} = \bar{Z}_{og1} = j1.2\Omega$$

$$\bar{Z}_{TA} = \bar{Z}_{1A} + \bar{Z}_{2A} + \bar{Z}_{0A} = j7.84\Omega$$

Impedancias vistas desde las barras C (120 kV)

$$\bar{Z}_{1C} = \bar{Z}_{2C} = \left[ \left( \bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{YA} \right) / / \left( \bar{Z}_{YB} + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2} \right) \right] + (\bar{Z}_C) =$$

$$\bar{Z}_{1C} = \bar{Z}_{2C} = \left[ (j76.8 + j67.2 + j7.692) / / (j7.692 + j22 + j24.68 + j43.2) \right] + (j6.15) =$$

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{1C} = \bar{Z}_{2C} &= \left[ (j151.69) / / (j97.57) \right] + (j6.15) = (j59.38 + j6.15) = (0 + j65.53) = \\ &= 65.53 \angle 90^\circ \Omega \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\bar{Z}_{0C} &= \left[ (\bar{Z}_{oTR1} + \bar{Z}_{oA}) // (\bar{Z}_{oB} + \bar{Z}_{oL4} + \bar{Z}_{oTR2}) \right] + \bar{Z}_{oC} = \\ &= ((j60.48 + j19.23) // (j19.23 + j55 + j22.22) + j15.38) =\end{aligned}$$

$$\bar{Z}_{0C} = (j79.71) // (j96.45) + (j15.38) = (j43.64 + j15.38) = (0 + j59.1) = 59.1 \angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{CT} = \bar{Z}_{1C} + \bar{Z}_{2C} + \bar{Z}_{0C} = (0 + j190.18) = 190.18 \angle 90^\circ \Omega$$

Impedancias vistas desde las barras F (120 kV)

$$\bar{Z}_{1F} = \bar{Z}_{1F} = \left[ (\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{YA}) // (\bar{Z}_{YB} + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2}) \right] + (\bar{Z}_C + \bar{Z}_{L5}) =$$

$$\bar{Z}_{1F} = \bar{Z}_{2F} = [(j76.8 + j67.2 + j7.692) // (j7.692 + j22 + j24.68 + j43.2)] + (j6.15 + j10) =$$

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{1F} = \bar{Z}_{2F} &= [(j151.69) // (j97.57)] + (j16.15) = (j59.38 + j16.15) = (0 + j75.53) = \\ &= 75.53 \angle 90^\circ \Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{0F} &= \left[ (\bar{Z}_{oTR1} + \bar{Z}_{oA}) // (\bar{Z}_{oB} + \bar{Z}_{oL4} + \bar{Z}_{oTR2}) \right] + (\bar{Z}_{oC} + \bar{Z}_{oL5}) = \\ &= ((j79.71) // (j96.45) + (j15.38 + j25)) =\end{aligned}$$

$$\bar{Z}_{oF} = (j43.64) + (j40.38) = (0 + j84.02) = 84.02 \angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{FT} = \bar{Z}_{1F} + \bar{Z}_{2F} + \bar{Z}_{0F} = (0 + j235.1) = 235.1 \angle 90^\circ \Omega$$

**2. Las corrientes de cortocircuito monofásico, bifásico y trifásico; las corrientes máximas asimétricas y la corriente simétrica de corte con un cortocircuito en A (30 kV) son:**

Las corrientes de cortocircuito y corrientes máximas asimétricas de corte  $I_s$  serán:

Para el cálculo de las intensidades siguientes, la obtención y el significado de los coeficientes asociados a ellas, así como las tablas o gráficas a consultar, nos remitimos al problema 3.3, donde se razonan extensivamente estas fórmulas y parámetros (recuérdese que se han despreciado las resistencias de todos los componentes, por lo que el coeficiente siempre es  $\chi = 2$ , v. tabla 12.1).

$$\bar{I}_{K3A}'' = \frac{1.130000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3 \cdot 3.32 \angle 90^\circ}} = 5738.7 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S3} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (5738.7 \angle -90^\circ) = 16231.5 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{K2A}'' = \frac{1.130000 \angle 0^\circ}{2 \cdot 3.32 \angle 90^\circ} = 4969.8 \angle -90^\circ \text{ A} \quad \bar{I}_{S2} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (4969.8 \angle -90^\circ) = 14057 \angle -90^\circ \text{ A}$$



$$\bar{I}_{k1A}'' = \frac{1.1 \cdot 30000 \angle 0^\circ \sqrt{3}}{7.84 \angle 90} = 7290.5 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S1} = \sqrt{2} \cdot (7290.5 \angle -90^\circ) = 20620.6 \angle -90^\circ \text{ A}$$

La corriente simétrica de corte  $I_a$  trifásica (valores de  $\mu$  y  $q$ , hallados en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos) será:

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras A, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3} = I_{k3}'' \cdot \mu \cdot q = I_{agA} + I_{agB}$$

En esta fórmula, aparecen dos coeficientes, cuyo cálculo se ha explicado en la primera pregunta del problema 3.3, a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:

Partimos de las tensiones nominales de los dos generadores halladas a 30 kV:

$$I_{ng1} = \frac{30 \cdot 10^6}{30 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 577.4 \text{ A} \quad I_{ng2} = \frac{60 \cdot 10^6}{30 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 1155 \text{ A}$$

La corriente total de cortocircuito trifásico en barras A es:

$$\bar{I}_{K3A}'' = \frac{1.1 \cdot 30000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 3.32 \angle 90^\circ} = 5738.7 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Mediante divisores de intensidad, hallamos las aportaciones que cada generador proporciona a esta corriente total de cortocircuito:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{k3g1}'' &= \bar{I}_{K3A}'' \cdot \frac{\bar{Z}_{eq}}{(\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{eq})} = 5738.7 \angle -90^\circ \frac{j10.78}{(j10.78 + j4.8)} = \frac{10.78 \angle 90^\circ}{15.58 \angle 90^\circ} = \\ &= 3970.7 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{k3g2}'' &= \bar{I}_{K3A}'' \cdot \frac{\bar{Z}_{g1}}{(\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{eq})} = 5738.7 \angle -90^\circ \frac{j4.8}{(j10.78 + j4.8)} = \frac{4.8 \angle 90^\circ}{15.58 \angle 90^\circ} = \\ &= 1768 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$Z_{eq} = Z_{g2} + Z_{Tr2} + Z_{L4} + Z_{YA} + Z_{YB} + Z_{Tr1} = j10.78 \Omega$$

Con estos valores, los coeficientes  $\mu$  que tendremos serán para cada generador (recuérdese que, para realizar el cociente, es imprescindible que las intensidades nominales y las de cortocircuito se encuentren al mismo nivel de tensión, que en este caso sí coinciden a 30 kV), con un tiempo  $t_v = 0,1s$ :

$$\frac{I_{kg1}''}{I_{ng1}} = \frac{3970.7}{577.4} = 6.88 \quad \mu_{g1} = 0.72 \quad \frac{I_{kg2}''}{I_{ng2}} = \frac{1768}{1155} = 1.53 \quad \mu_{g2} = 1$$



Entonces, las intensidades de corte que cada generador aportará (recuérdese que  $q = 1$  siempre, ya que no existen motores asíncronos en el circuito) serán:

$$\bar{I}_{ag1} = \mu_1 \cdot q \cdot I''_{K3g1} = 0.72 \cdot 1 \cdot (3970.7 \angle -90^\circ) = 2858.9 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{ag2} = \mu_2 \cdot q \cdot I''_{K3g2} = 1 \cdot 1 \cdot (1768 \angle -90^\circ) = 1768 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Finalmente, la intensidad total de corte en el punto de cortocircuito (barras A) será:

$$\bar{I}_{aA} = \bar{I}_{ag1} + \bar{I}_{ag2} = 2858.9 \angle -90^\circ + 1768 \angle -90^\circ = 4626.9 \angle -90^\circ \text{ A}$$

**3. Las corrientes de cortocircuito monofásico, bifásico y trifásico; la corriente bifásica a tierra; las corrientes máximas asimétricas y la corriente simétrica de corte con un cortocircuito en barras C (120 kV) son:**

Las corrientes de cortocircuito y corrientes máximas asimétricas de corte  $I_s$  son:

Para el cálculo de las intensidades siguientes, la obtención y el significado de los coeficientes asociados a ellas, así como las tablas o gráficas a consultar, nos remitimos al problema 3.3, donde se razonan extensivamente estas fórmulas y parámetros (recuérdese que se han despreciado las resistencias de todos los componentes, por lo que el coeficiente siempre es  $\chi = 2$ , v. tabla 12.1).

$$\bar{I}''_{K3C} = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 65.53 \angle 90^\circ} = 1163 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S3} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (1163 \angle -90^\circ) = 3289 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}''_{K2} = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ}{2 \cdot (65.53 \angle 90^\circ)} = 1007.2 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S2} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (1007.2 \angle -90^\circ) = 2848.8 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}''_{K1} = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ \sqrt{3}}{190.16 \angle 90^\circ} = 1202.3 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S1} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (1202.3 \angle -90^\circ) = 3400.6 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Las corrientes de cortocircuito bifásico a tierra son:

Calculamos la  $I''_{K2EE}$  en las barras C

Su resolución consiste simplemente en aplicar las fórmulas dadas para este tipo de cortocircuito, tanto referentes a tensiones como a intensidades. Estas fórmulas pueden ser consultadas en los anexos correspondientes. (Los valores de las impedancias son los que las mismas toman en el punto de cortocircuito, es decir, los totales.)





Nota: Recuerdese que  $\bar{a} = 1\angle 120^\circ$   $\bar{a}^{-2} = 1\angle 240^\circ$   $\bar{a}^{-3} = 1\angle 0^\circ$

$$\bar{I}_{K2ES}'' = jc\bar{U}_{nc} \frac{\bar{a}\bar{Z}_2 - \bar{Z}_o}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_o + \bar{Z}_2\bar{Z}_o} = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ \cdot 108 \angle (-122^\circ + 90^\circ)}{12042 \angle 180^\circ} = 1184 \angle 148^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{K2ET}'' = -jc\bar{U}_{nc} \frac{\bar{a}^{-2}\bar{Z}_2 - \bar{Z}_o}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_o + \bar{Z}_2\bar{Z}_o} = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ \cdot 108 \angle (-58.3^\circ - 90^\circ)}{12042 \angle 180^\circ} = 1184 \angle 31.7^\circ \text{ A}$$

$$I_{K2EE}'' = -\sqrt{3}c\bar{U}_{nc} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_o + \bar{Z}_2\bar{Z}_o} = -\sqrt{3} \cdot 1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ \frac{65.54 \angle 90^\circ}{12042 \angle 180^\circ} = 1244.3 \angle 90^\circ \text{ A}$$

con:

$$\bar{a}\bar{Z}_2 - \bar{Z}_o = 65.54 \angle 210^\circ - 59.1 \angle 90^\circ = (-56.76 - j91.9) = 108 \angle -122^\circ \Omega$$

$$\bar{a}^{-2}\bar{Z}_2 - \bar{Z}_o = 65.54 \angle 330^\circ - 59.1 \angle 90^\circ = (-56.76 - j91.9) = 108 \angle -58.3^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_o + \bar{Z}_2\bar{Z}_o = 12042 \angle 180^\circ \Omega$$

La corriente simétrica de corte  $I_a$  trifásica (valores de  $\mu$  y  $q$ , hallados en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos) será:

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras C, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3} = \bar{I}_{k3}'' \cdot \mu \cdot q = \bar{I}_{agA} + \bar{I}_{agB}$$

En esta fórmula, aparecen dos coeficientes cuyo cálculo se ha explicado en la primera pregunta del problema 3.3, a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:

Partimos de las tensiones nominales de los dos generadores halladas a 30 kV:

$$I_{ng1} = \frac{30 \cdot 10^6}{30 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 577.4 \text{ A} \quad I_{ng2} = \frac{60 \cdot 10^6}{30 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 1155 \text{ A}$$

La corriente total de cortocircuito trifásico en barras C es:

$$\bar{I}_{k3C}'' = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 65.53 \angle 90^\circ} = 1163 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Mediante divisores de intensidad, hallamos las aportaciones que cada generador proporciona a esta corriente total de cortocircuito:



$$\begin{aligned}\bar{I}''_{k3g1} &= 1163 \angle -90^\circ \frac{(\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2})}{(\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2}) + (\bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{g1})} = \\ &= 1163 \angle -90^\circ \frac{97.57 \angle 90^\circ}{249.3 \angle 90^\circ} = 455 \angle -90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}''_{k3g2} &= 1163 \angle -90^\circ \frac{(\bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{g1})}{(\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2}) + (\bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{g1})} = \\ &= 1163 \angle -90^\circ \frac{151.7 \angle 90^\circ}{249.3 \angle 90^\circ} = 708 \angle -90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Con estos valores, los coeficientes  $\mu$  que tendremos serán para cada generador (recuérdese que, para realizar el cociente, es imprescindible que las intensidades nominales y las de cortocircuito se encuentren al mismo nivel de tensión, que en este caso no coincide), con un tiempo  $t_v = 0,1$  s:

$$\frac{I''_{kg1}}{I_{ng1}} = \frac{455 \left( \frac{120}{30} \right)}{577.4} = 3.15 \quad \mu_{g1} = 0,87 \quad \frac{I''_{kg2}}{I_{ng2}} = \frac{708 \left( \frac{120}{30} \right)}{1155} = 2.45 \quad \mu_{g2} = 0,93$$

Entonces, las intensidades de corte que cada generador aportará (recuérdese que  $q = 1$  siempre, ya que no existen motores asíncronos en el circuito) a 120 kV de tensión serán:

$$\bar{I}_{ag1} = \mu_1 \cdot q \cdot \bar{I}''_{k3g1} = 0.87 \cdot 1 \cdot (455 \angle -90^\circ) = 395.87 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{ag2} = \mu_2 \cdot q \cdot \bar{I}''_{k3g2} = 0.93 \cdot 1 \cdot (708 \angle -90^\circ) = 658.4 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Finalmente, la intensidad total de corte en el punto de cortocircuito (barras C) será:

$$\bar{I}_{aC} = \bar{I}_{ag1} + \bar{I}_{ag2} = 395.87 \angle -90^\circ + 658.4 \angle -90^\circ = 1054.2 \angle -90^\circ \text{ A}$$

#### 4. Las corrientes de cortocircuito monofásico, bifásico y trifásico; las corrientes máximas asimétricas y la corriente simétrica de corte con un cortocircuito en F (120 kV) son:

Las corrientes de cortocircuito y las corrientes máximas asimétricas de corte  $I_s$  serán:

Para el cálculo de las intensidades siguientes, la obtención y el significado de los coeficientes asociados a ellas, así como las tablas o gráficas a consultar, nos remitimos al problema 3.3, donde se razonan extensivamente estas fórmulas y parámetros (recuérdese que se han despreciado las resistencias de todos los componentes, por lo que el coeficiente siempre es  $\chi = 2$ , v. tabla 12.1).



$$\bar{I}_{k3F}'' = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 7.53 \angle 90^\circ} = 1009 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S3} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (1009 \angle -90^\circ) = 2854 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{k2F}'' = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ}{2 \cdot (75.53 \angle 90^\circ)} = 873.82 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S2} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (873.82 \angle -90^\circ) = 2471.5 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{k1F}'' = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ \cdot \sqrt{3}}{235.1 \angle 90^\circ} = 972.5 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S1} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot (972.5 \angle -90^\circ) = 2750.6 \angle -90^\circ \text{ A}$$

La corriente simétrica de corte  $I_a$  trifásica (valores de  $\mu$  y  $q$ , hallados en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos) será:

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras F, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3} = \bar{I}''_{k3} \cdot \mu \cdot q = \bar{I}_{agA} + \bar{I}_{agB}$$

En esta fórmula, aparecen dos coeficientes cuyo cálculo se ha explicado en la primera pregunta del problema 3.3, a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:

Partimos de las tensiones nominales de los dos generadores halladas a 30 kV:

$$I_{ng1} = \frac{30 \cdot 10^6}{30 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 577.4 \text{ A} \quad I_{ng2} = \frac{60 \cdot 10^6}{30 \cdot 10^3 \sqrt{3}} = 1155 \text{ A}$$

La corriente total de cortocircuito trifásico en barras F es:

$$\bar{I}_{k3F}'' = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 7.53 \angle 90^\circ} = 1009 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Mediante divisores de intensidad, hallamos las aportaciones que cada generador proporciona a esta corriente total de cortocircuito:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{k3g1}'' &= 1009 \angle -90^\circ \frac{(\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2})}{(\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2}) + (\bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{g1})} = \\ &= 1009 \angle -90^\circ \frac{97.57 \angle 90^\circ}{249.3 \angle 90^\circ} = 395 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\bar{I}_{k3g2}'' &= 1009 \angle -90^\circ \frac{(\bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{g1})}{(\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2}) + (\bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_{g1})} = \\ &= 1009 \angle -90^\circ \frac{151.7 \angle 90^\circ}{249.3 \angle 90^\circ} = 614 \angle -90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Con estos valores, los coeficientes  $\mu$  que tendremos serán para cada generador (recuérdese que, para realizar el cociente, es imprescindible que las intensidades nominales y las de cortocircuito se encuentren al mismo nivel de tensión, que en este caso no coincide):

$$\frac{I_{kg1}''}{I_{ng1}} = \frac{395 \left( \frac{120}{30} \right)}{577.4} = 2.74 \quad \mu_{g1} = 0,91 \qquad \frac{I_{kg2}''}{I_{ng2}} = \frac{614 \left( \frac{120}{30} \right)}{1155} = 2.13 \quad \mu_{g2} = 0,98$$

Entonces, las intensidades de corte que cada generador aportará (recuérdese que  $q = 1$  siempre, ya que no existen motores asíncronos en el circuito) a 120 kV de tensión serán:

$$\bar{I}_{ag1} = \mu_1 \cdot q \cdot \bar{I}_{K3g1}'' = 0.91 \cdot 1 \cdot (395 \angle -90^\circ) = 359.45 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{ag2} = \mu_2 \cdot q \cdot \bar{I}_{K3g2}'' = 0.98 \cdot 1 \cdot (614 \angle -90^\circ) = 601.72 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Finalmente, la intensidad total de corte en el punto de cortocircuito (barras C) será:

$$\bar{I}_{aC} = \bar{I}_{ag1} + \bar{I}_{ag2} = 359.45 \angle -90^\circ + 601.72 \angle -90^\circ = 961.17 \angle -90^\circ \text{ A}$$

### Problema 3.6

Disponemos del sistema de potencia siguiente, formado por varios generadores y transformadores dispuestos como se indica en la Figura. Suponemos que se producen unos cortocircuitos en las barras A y F, con los valores siguientes:

#### Datos

G <sub>1</sub> :	40 MV	A25 kV	X <sub>d</sub> ' = X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = 12 %	X <sub>0</sub> = 4 %	X <sub>n</sub> = 0
G <sub>2</sub> :	50 MV	A25 kV	X <sub>d</sub> ' = X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = 16 %	X <sub>0</sub> = 4 %	X <sub>n</sub> = 0
T <sub>R1</sub> :	40 MV	A120/25 kV	X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = 12 %	X <sub>0</sub> = 0,9 · X <sub>1</sub>	X <sub>n</sub> = 0
T <sub>R2</sub> :	70 MV	A120/25 kV	X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = 12 %	X <sub>0</sub> = 0,9 · X <sub>1</sub>	X <sub>n</sub> = 0
L <sub>1</sub> :		X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = j25 Ω	X <sub>0</sub> = 2,5 ·	X <sub>1</sub> = 62,5j Ω	
L <sub>2</sub> :		X <sub>1</sub> = X <sub>2</sub> = j20 Ω	X <sub>0</sub> = 2,5 ·	X <sub>1</sub> = 50j Ω	



L <sub>3</sub> :	$X_1 = X_2 = j20 \Omega$	$X_0 = 2,5 \cdot$	$X_1 = 50j \Omega$
L <sub>4</sub> :	$X_1 = X_2 = j22 \Omega$	$X_0 = 2,5 \cdot$	$X_1 = 55j \Omega$
L <sub>5</sub> :	$X_1 = X_2 = j10 \Omega$	$X_0 = 2,5 \cdot$	$X_1 = 25j \Omega$

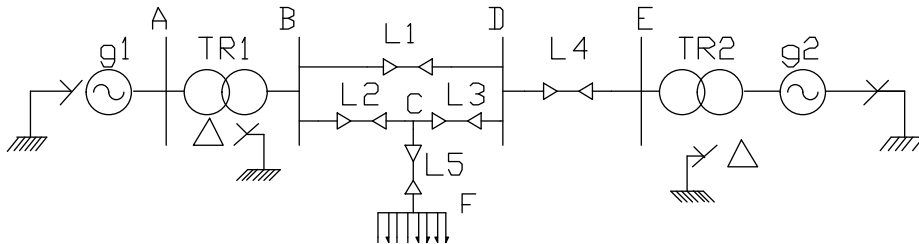


Fig.3.6  
Circuito unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 3.6

**Se pide:**

1. Las redes de secuencia directa, inversa y homopolar del sistema de potencia.
2. En el supuesto de producirse unos cortocircuitos (monofásicos, bifásicos, trifásicos) en las barras de interconexión A, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}, I''_{k2}, I''_{k3}, Is_1, Is_2, Is_3$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.)
3. En el supuesto de producirse los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión F, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}, I''_{k2}, I''_{k3}, Is_1, Is_2, Is_3$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ). (Supóngase un tiempo de retardo de 0,1 s para los interruptores.)

**Resolución**

Cálculo de impedancias a 25 kV

G<sub>1</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = X''_d \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = 0.12 \cdot \frac{25000^2}{40 \cdot 10^6} = j1.875 \Omega \quad \bar{X}_0 = 0.04 \cdot \frac{25000^2}{40 \cdot 10^6} = j0.625 \Omega \quad X_n = 0$$

$$G_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.16 \cdot \frac{25000^2}{50 \cdot 10^6} = j2 \Omega \quad \bar{X}_0 = 0.04 \cdot \frac{25000^2}{50 \cdot 10^6} = j0.5 \Omega \quad X_n = 0$$



$T_{R1}$

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \varepsilon_{xcc} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = 0,12 \cdot \frac{25000^2}{40 \cdot 10^6} = j1,875 \Omega \quad \bar{X}_0 = 0,9 \cdot \bar{X}_1 = j1,687 \Omega \quad X_n = 0$$

$T_{R2}$

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 \cdot \varepsilon_{xcc} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = 0,12 \cdot \frac{25000^2}{70 \cdot 10^6} = j1,07 \Omega \quad \bar{X}_0 = 0,9 \cdot \bar{X}_1 = j0,964 \Omega \quad X_n = 0$$

$$L_1: \quad X_1 = X_2 = \frac{j25}{\left(\frac{120}{25}\right)^2} = \frac{j25}{(4,8)^2} = j1,085 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j 2,71 \Omega$$

$$L_2: \quad X_1 = X_2 = j0,868 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j2,17 \Omega$$

$$L_3: \quad X_1 = X_2 = j0,868 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j2,17 \Omega$$

$$L_4: \quad X_1 = X_2 = j0,955 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j2,387 \Omega$$

$$L_5: \quad X_1 = X_2 = j0,434 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j1,085 \Omega$$

Cálculo de impedancias a 120 kV

$$G_1 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = (j1,875)(4,8)^2 = j43,2 \Omega \quad \bar{X}_0 = (j0,625)(4,8)^2 = j14,4 \Omega \quad X_n = 0$$

$$G_2 \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = (j2)(4,8)^2 = j46,08 \Omega \quad \bar{X}_0 = (0,5)(4,8)^2 = j11,52 \Omega \quad X_n = 0$$

$T_{R1}$

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \varepsilon_{xcc} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = 0,12 \cdot \frac{120000^2}{40 \cdot 10^6} = j43,2 \Omega \quad \bar{X}_0 = 0,9 \cdot \bar{X}_1 = j38,88 \Omega \quad X_n = 0$$

$T_{R2}$

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 \cdot \varepsilon_{xcc} \cdot \frac{U_n^2}{S_n} = 0,12 \cdot \frac{120000^2}{70 \cdot 10^6} = j24,6 \Omega \quad \bar{X}_0 = 0,9 \cdot \bar{X}_1 = j22,22 \Omega \quad X_n = 0$$

$$L_1: \quad X_1 = X_2 = j25 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j 62,5 \Omega$$

$$L_2: \quad X_1 = X_2 = j20 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j 50 \Omega$$

$$L_3: \quad X_1 = X_2 = j20 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j 50 \Omega$$

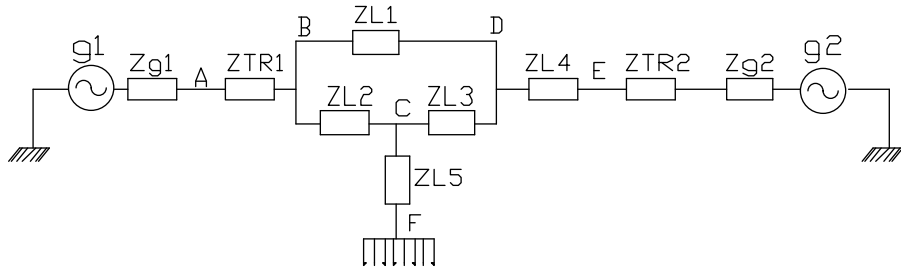
$$L_4: \quad X_1 = X_2 = j22 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j 55 \Omega$$

$$L_5: \quad X_1 = X_2 = j10 \Omega \quad X_0 = 2,5 \cdot X_1 = j 25 \Omega$$

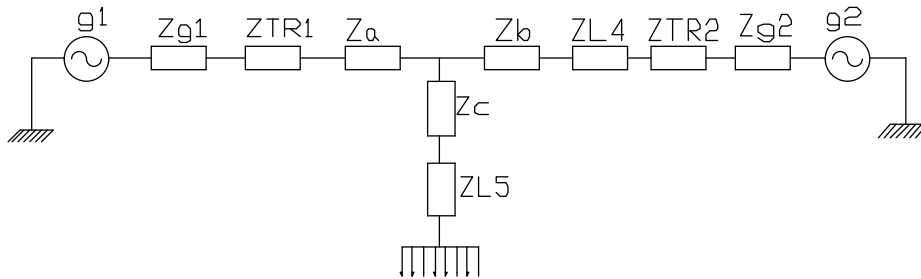


### 1. Redes de secuencia directa, inversa y homopolar

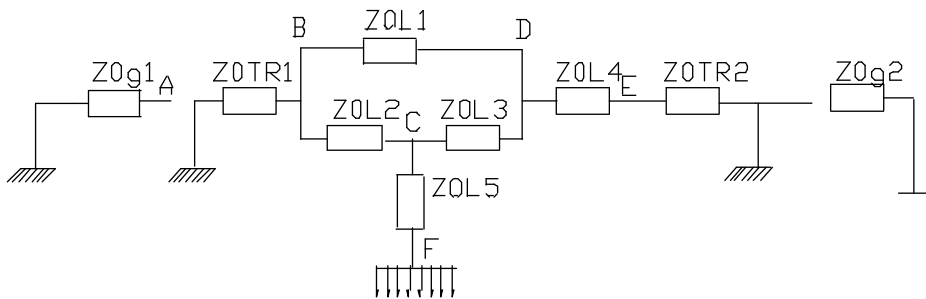
Redes de secuencia directa e inversa (sin los generadores)



Con el cambio triángulo-estrella

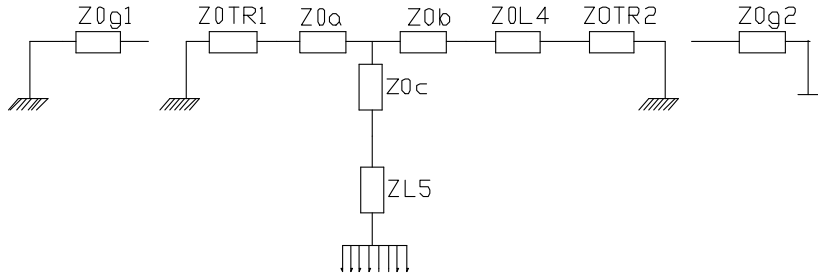


Red de secuencia homopolar





Con el cambio triángulo-estrella



Pasamos las impedancias de triángulo a estrella

En la red directa y inversa (a 25 kV)

$$\bar{X}_A = \frac{\bar{X}_{L1} \cdot \bar{X}_{L2}}{\bar{X}_{L1} + \bar{X}_{L2} + \bar{X}_{L3}} = j0.334\Omega \quad \bar{X}_B = \frac{\bar{X}_{L1} \cdot \bar{X}_{L3}}{\bar{X}_{L1} + \bar{X}_{L2} + \bar{X}_{L3}} = j0.334\Omega$$

$$\bar{X}_C = \frac{\bar{X}_{L2} \cdot \bar{X}_{L3}}{\bar{X}_{L1} + \bar{X}_{L2} + \bar{X}_{L3}} = j0.267\Omega$$

En la red homopolar (a 25 kV)

$$\bar{X}_{oA} = \frac{\bar{X}_{0L1} \cdot \bar{X}_{0L2}}{\bar{X}_{0L1} + \bar{X}_{0L2} + \bar{X}_{0L3}} = j0.835\Omega \quad \bar{X}_{oB} = \frac{\bar{X}_{0L1} \cdot \bar{X}_{0L3}}{\bar{X}_{0L1} + \bar{X}_{0L2} + \bar{X}_{0L3}} = j0.835\Omega$$

$$\bar{X}_{oC} = \frac{\bar{X}_{0L2} \cdot \bar{X}_{0L3}}{\bar{X}_{0L1} + \bar{X}_{0L2} + \bar{X}_{0L3}} = j0.667\Omega$$

En la red directa e inversa (a 120 kV)

$$\bar{X}_A = \frac{\bar{X}_{L1} \cdot \bar{X}_{L2}}{\bar{X}_{L1} + \bar{X}_{L2} + \bar{X}_{L3}} = j7.692\Omega \quad \bar{X}_B = \frac{\bar{X}_{L1} \cdot \bar{X}_{L3}}{\bar{X}_{L1} + \bar{X}_{L2} + \bar{X}_{L3}} = j7.692\Omega$$

$$\bar{X}_C = \frac{\bar{X}_{L2} \cdot \bar{X}_{L3}}{\bar{X}_{L1} + \bar{X}_{L2} + \bar{X}_{L3}} = j6.15\Omega$$

En la red homopolar (a 120 kV)

$$\bar{X}_{oA} = \frac{\bar{X}_{0L1} \cdot \bar{X}_{0L2}}{\bar{X}_{0L1} + \bar{X}_{0L2} + \bar{X}_{0L3}} = j19.23\Omega \quad \bar{X}_{oB} = \frac{\bar{X}_{0L1} \cdot \bar{X}_{0L3}}{\bar{X}_{0L1} + \bar{X}_{0L2} + \bar{X}_{0L3}} = j19.23\Omega$$

$$\bar{X}_{oC} = \frac{\bar{X}_{0L2} \cdot \bar{X}_{0L3}}{\bar{X}_{0L1} + \bar{X}_{0L2} + \bar{X}_{0L3}} = j15.38\Omega$$





Buscamos las impedancias directa, inversa y homopolar, vistas desde A y F

*Impedancias vistas desde las barras A (a 25 kV)*

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{1A} = \bar{Z}_{2A} &= (\bar{Z}_{g1}) // [\bar{Z}_{g2} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_B + \bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1}] = (j1.875) // [j6.578] = \\ &= (0 + j1.46) = 1.46 \angle 90^\circ \Omega \\ \bar{Z}_{oA} &= \bar{Z}_{og1} = (0 + j0.625) = 0.625 \angle 90^\circ \Omega \\ \bar{Z}_{TA} &= \bar{Z}_{1A} + \bar{Z}_{2A} + \bar{Z}_{oA} = (j1.46 + j1.46 + j0.625) = (0 + j3.545) = 3.545 \angle 90^\circ \Omega\end{aligned}$$

*Impedancias vistas desde las barras F (a 120 kV)*

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{1F} = \bar{Z}_{2F} &= \left[ (\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_A) // (\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2}) \right] + (\bar{Z}_C + \bar{Z}_{L5}) = \\ &= \left[ (j43.2 + j43.2 + j7.692) // (j7.692 + j22 + j24.6 + j46.08) \right] + (j16.15) = \\ &= (j94.09 // j100.37) + (j25.38) = (j48.57) + (j16.15) = (0 + j64.72) = 64.72 \angle 90^\circ \Omega \\ \bar{Z}_{oF} &= \left[ (\bar{Z}_{oTR1} + \bar{Z}_{oA}) // (\bar{Z}_{oB} + \bar{Z}_{oL4} + \bar{Z}_{oTR2}) \right] + (\bar{Z}_{oC} + \bar{Z}_{oL5}) = \\ &= \left[ (j38.88 + j19.23) // (j19.23 + j55 + j22.22) \right] + (j15.38 + j25) = \\ &= (j58.11 // j96.45) + (j40.38) = (j36.26 + j40.38) = (0 + j76.64) = 76.64 \angle 90^\circ \Omega \\ \bar{Z}_{TF} &= \bar{Z}_{1F} + \bar{Z}_{2F} + \bar{Z}_{oF} = (0 + j206.1) = 206.1 \angle 90^\circ \Omega\end{aligned}$$

**2. Las corrientes de cortocircuito monofásico, bifásico y trifásico; las corrientes máximas asimétricas y la corriente simétrica de corte con un cortocircuito en A (a 25 kV) son:**

Corrientes de cortocircuito (aplicando las fórmulas correspondientes a cada tipo de cortocircuito):

$$\begin{aligned}\bar{I}_{K3}^n &= \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} = \frac{1.1 \cdot 25000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 1.46 \angle 90^\circ} = 10874.75 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_{K2}^n &= \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{1.1 \cdot 25000 \angle 0^\circ}{2 \cdot 1.46 \angle 90^\circ} = 9417.8 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \bar{I}_{K1}^n &= \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n \cdot \sqrt{3}}{\bar{Z}_T} = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot 25000 \angle 0^\circ}{3.545 \angle 90^\circ} = 13436.2 \angle -90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Corrientes máximas asimétricas de cortocircuitos  $I_s$  (aplicando el coeficiente  $\chi$ , gráfica 12.1):

Recordando todo lo expuesto en la primera pregunta del problema 3.3, referente a la intensidad  $I_s$ , a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:



$\bar{I}_s = \sqrt{2} \cdot \chi \cdot \bar{I}''_k$ . Como  $R = 0$ , siempre  $\chi = 2$  (gráfica 12.1 de los anexos)

$$\bar{I}_{S3} = \sqrt{2} \cdot \chi \cdot \bar{I}''_{k3} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot (10874.75 \angle -90^\circ) = 30758.44 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S2} = \sqrt{2} \cdot \chi \cdot \bar{I}''_{k2} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot (9417.8 \angle -90^\circ) = 26637.56 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S1} = \sqrt{2} \cdot \chi \cdot \bar{I}''_{k1} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot (13436.2 \angle -90^\circ) = 38002.2 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Con estos valores, se adopta para todos los casos un poder de cierre de 50 kA.

La corriente simétrica de corte  $I_a$  trifásica (valores de  $\mu$  y  $q$ , hallados en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos) será:

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras A, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3} = \bar{I}''_{k3} \cdot \mu \cdot q = \bar{I}_{agA} + \bar{I}_{agB}$$

En esta fórmula, aparecen dos coeficientes cuyo cálculo se ha explicado en la primera pregunta del problema 3.3, a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:

Operando en consecuencia para estas barras A, tenemos:

La intensidad trifásica de cortocircuito en barras A es:  $\bar{I}''_{AK3} = 10874.75 \angle -90^\circ \text{ A}$

Sí dividimos esta intensidad entre los dos generadores:

$$\begin{aligned} \bar{I}''_{AK3g1} &= \bar{I}''_{AK3} \frac{(\bar{Z}_{g2} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_B + \bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1})}{(\bar{Z}_{g1}) + (\bar{Z}_{g2} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_B + \bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1})} = \\ &= 10874.75 \angle -90^\circ \frac{j6.578}{j8.453} = 8462.6 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}''_{AK3g2} &= \bar{I}''_{AK3} \frac{\bar{Z}_{g1}}{(\bar{Z}_{g1}) + (\bar{Z}_{g2} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_B + \bar{Z}_A + \bar{Z}_{TR1})} = \\ &= 10874.75 \angle -90^\circ \frac{j1.875}{j8.453} = 2412.2 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Las intensidades nominales, en módulo, de los generadores son:

$$I_{ng1} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{40 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 25 \cdot 10^3} = 923.76 \text{ A}$$

$$I_{ng2} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{50 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 25 \cdot 10^3} = 1154.7 \text{ A}$$



Encontramos los coeficientes  $\mu_{g1}$  y  $\mu_{g2}$  gráficamente (gráfica 12.2 de los anexos, con un  $t_v = 0,1$  s):

$$\frac{I''_{K3g1}}{I_{ng1}} = \frac{8462.6}{923.76} = 9.16 \quad \mu_{g1} = 0.65$$

$$\frac{I''_{K3g2}}{I_{ng2}} = \frac{22412.2}{1154.7} = 2.09 \quad \mu_{g2} = 0.98$$

Por tanto, la corriente simétrica de corte será:

$$\begin{aligned} \bar{I}_a &= \bar{I}_{ag1} + \bar{I}_{ag2} = \bar{I}''_{K3g1} \cdot \mu_{g1} \cdot q_1 + \bar{I}''_{K3g2} \cdot \mu_{g2} \cdot q_2 = \\ &= (8462.6 \angle -90^\circ) \cdot 0.65 \cdot 1 + (2412.2 \angle -90^\circ) \cdot 0.98 \cdot 1 = 7864.6 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Recuérdese que  $q = 1$  cuando no hay motores asíncronos (gráfica 12.3 de los anexos).

Con estos valores, basta con adoptar un poder de corte de 15 kA.

### 3. Las corrientes de cortocircuito monofásico, bifásico y trifásico; las corrientes máximas asimétricas y la corriente simétrica de corte con un cortocircuito en F (a 120 kV) son:

Corrientes de cortocircuito (aplicando las fórmulas correspondientes a cada tipo de cortocircuito):

$$\bar{I}''_{K3} = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 64.72 \angle 90^\circ} = 1177.54 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}''_{K2} = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{1.1 \cdot 120000 \angle 0^\circ}{2 \cdot (64.72 \angle 90^\circ)} = 1019.78 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}''_{K1} = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot \bar{U}_n}{\bar{Z}_T} = \frac{1.1 \cdot \sqrt{3} \cdot 120000 \angle 0^\circ}{206.1 \angle 90^\circ} = 1109.3 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Corrientes máximas asimétricas de cortocircuitos  $I_s$  (aplicando el coeficiente  $\chi$ , gráfica 12.1):

Recordando todo lo expuesto en la primera pregunta del problema 3.3, referente a la intensidad  $I_s$ , a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:

Las fórmulas a aplicar para hallar la corriente de cierre máxima, para los distintos tipos de cortocircuitos, son:

$$\bar{I}_s = \chi \cdot \sqrt{2} \cdot \bar{I}''_{K} \text{ . Como } R = 0, \text{ siempre } \chi = 2 \text{ (gráfica 12.1 de los anexos)}$$

$$\bar{I}_{S3} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \bar{I}''_{K3} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1177.5 \angle -90^\circ) = 3330.6 \angle -90^\circ \text{ A}$$



$$\bar{I}_{S2} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \bar{I}''_{K2} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1019.8 \angle -90^\circ) = 2884.4 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{S1} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \bar{I}''_{K1} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot (1109.3 \angle -90^\circ) = 3137.6 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Con estos valores, se adopta para todos los casos un poder de cierre de 5 kA.

La corriente simétrica de corte  $I_a$  trifásica (valores de  $\mu$  y  $q$ , hallados en las gráficas 12.2 y 12.3, respectivamente, de los anexos) será:

Para hallar la corriente de corte total, vista desde las barras F, es necesario aplicar la fórmula:

$$\bar{I}_{a3} = \bar{I}''_{K3} \cdot \mu \cdot q = \bar{I}_{agA} + \bar{I}_{agB}$$

En esta fórmula, aparecen dos coeficientes cuyo cálculo se ha explicado en la primera pregunta del problema 3.3, a la cual nos remitimos para su correcta comprensión:

Operando en consecuencia para estas barras F, tenemos:

$$\text{Como } \bar{I}''_{FK3_{20KV}} = 1177.54 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Mediante divisores de intensidad, buscamos las aportaciones que cada generador da a esta corriente de cortocircuito:

$$\begin{aligned} \bar{I}''_{FK3_{g1}} &= \bar{I}''_{FK3} \frac{(\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2})}{(\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_A) + (\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2})} = \\ &= \bar{I}''_{FK3} \frac{(j7.692 + j22 + j24.6 + j46.08)}{(2(j43.2) + j7.692) + (j7.69 + j22 + j24.6 + j46.08)} = \\ &= 1177.54 \angle -90^\circ \frac{j100.4}{j194.5} = 607.8 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}''_{FK3_{g2}} &= \bar{I}''_{FK3} \frac{(\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_A)}{(\bar{Z}_{g1} + \bar{Z}_{TR1} + \bar{Z}_A) + (\bar{Z}_B + \bar{Z}_{L4} + \bar{Z}_{TR2} + \bar{Z}_{g2})} = \\ &= \bar{I}''_{FK3} \frac{(j43.2 + j43.2 + j7.692)}{(2(j43.2) + j7.692) + (j7.692 + 22 + j24.6 + j46.08)} = \\ &= 1177.54 \angle -90^\circ \frac{j94.1}{j194.5} = 569.7 \angle -90^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

que, a bajo nivel de tensión (25 kV), será:

$$\bar{I}''_{FK3_{g1_{25KV}}} = 607.8 \angle -90^\circ \cdot \left(\frac{120}{25}\right) = 2917.4 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}''_{FK3_{g2_{25KV}}} = 569.7 \angle -90^\circ \cdot (4.8) = 2734.6 \angle -90^\circ \text{ A}$$



Con unas intensidades nominales, en módulo, de los generadores de:

$$I_{ng1} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{40 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 25 \cdot 10^3} = 923.76 A$$

$$I_{ng2} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{50 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 25 \cdot 10^3} = 1154.7 A$$

Encontramos  $\mu_{g1}$  y  $\mu_{g2}$  gráficamente (gráfica 12.2 de los anexos y con un tiempo  $t_v = 0,1$  s):

$$\frac{I''_{K3g1}}{I_{ng1}} = \frac{2917.4}{923.76} = 3.16 \quad \mu_{g1} = 0.87$$

$$\frac{I''_{K3g2}}{I_{ng2}} = \frac{2734.6}{1154.7} = 2.37 \quad \mu_{g2} = 0.93$$

Y la corriente simétrica de corte queda con un valor (recuérdese que vuelven a adoptarse los valores de las intensidades a 120.000 kV, ya que el punto F se encuentra a esta tensión) de:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{aF_{120kV}} &= \bar{I}_{ag1} + \bar{I}_{ag2} = \bar{I}''_{K3g1} \cdot \mu_{g1} \cdot q_1 + \bar{I}''_{K3g2} \cdot \mu_{g2} \cdot q_2 = \\ &= (607.8 \angle -90^\circ) \cdot 0.87 \cdot 1 + (569.7 \angle -90^\circ) \cdot 0.93 \cdot 1 = 1058.6 \angle -90^\circ A \end{aligned}$$

Cabe recordar que, cuando no hay motores asíncronos,  $q = 1$  (gráfica 12.3 de los anexos).

Con estos valores, podemos adoptar un poder de corte de 2 kA para todos los casos.

### Problema 3.7

El circuito mostrado en la Figura corresponde a un suministro trifásico formado por dos generadores síncronos trifásicos y dos transformadores. Los parámetros y valores que definen al sistema son:

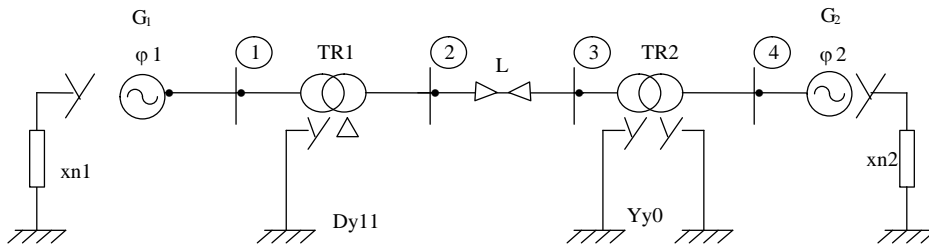
#### Datos

G <sub>1</sub>	60 MV	A25 kV	X <sub>1</sub> =X <sub>2</sub> = 22.5%	X <sub>o</sub> = 7.5%	X <sub>n</sub> = 11.25%
G <sub>2</sub>	50 MV	A25 Kv	X <sub>1</sub> =X <sub>2</sub> = 21.875%	X <sub>o</sub> = 7.5%	X <sub>n</sub> = 12.5%
T <sub>R1</sub>	60 MV	A25/150 kV	X <sub>1</sub> =X <sub>2</sub> = 11.25%	X <sub>o</sub> = 7.5%	X <sub>n</sub> = 0



$T_{R2}$  80 MV A25/150 kV  $X_1=X_2= 18\%$   $X_0= 18\%$   $X_n= 0$   
 Línea  $X_1=X_2= j 14.1\Omega$   $X_0= j 56.3\Omega$

Fig.3.7  
Circuito unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 3.7



**Se pide:**

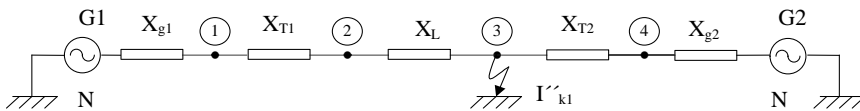
Si en las barras "3", se produce un cortocircuito Fase-tierra:

- Todas las intensidades del circuito.
- Las tensiones de línea en el punto de fallo (barras "3").
- Las tensiones de línea en bornes de  $G_1$ , (barras "1").

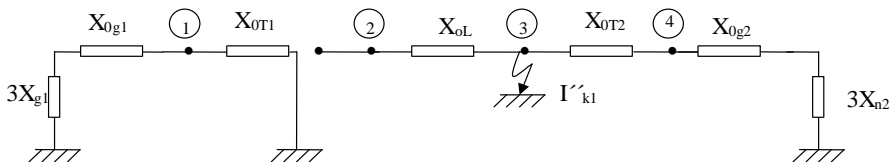
**Resolución**

Redes de secuencia directa, inversa y homopolar

Redes de secuencia directa e inversa (sin generadores)



Red de secuencia homopolar





Cálculo de impedancias a 25kV

G<sub>1</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.225 \frac{(25)^2}{60} = j2.344\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.075 \frac{(25)^2}{60} = j0.7812\Omega \quad \bar{X}_n = j1.172\Omega$$

G<sub>2</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.21875 \frac{(25)^2}{50} = j2.734\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.075 \frac{(25)^2}{50} = j0.9375\Omega \quad \bar{X}_n = j1.563\Omega$$

$$T_{R1} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.1125 \frac{(25)^2}{60} = j1.172\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.075 \frac{(25)^2}{60} = j0.781\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

$$T_{R2} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.18 \frac{(25)^2}{80} = j1.406\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.18 \frac{(25)^2}{80} = j1.406\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

$$\text{Línea} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j14.1}{(6)^2} = j0.392\Omega \quad \bar{X}_0 = \frac{j56.3}{(6)^2} = j1.564\Omega$$

Cálculo de impedancias a 150kV

G<sub>1</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = (j2.344)(6)^2 = j84.384\Omega \quad \bar{X}_0 = (j0.7812)(6)^2 = j28.12\Omega \quad \bar{X}_n = j42.19\Omega$$

G<sub>2</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = (j2.734)(6)^2 = j98.42\Omega \quad \bar{X}_0 = (j0.9375)(6)^2 = j33.75\Omega \quad \bar{X}_n = j56.27\Omega$$

$$T_{R1} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.1125 \frac{(150)^2}{60} = j42.18\Omega \quad \bar{X}_0 =$$

$$0.075 \frac{(150)^2}{60} = j28.125\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

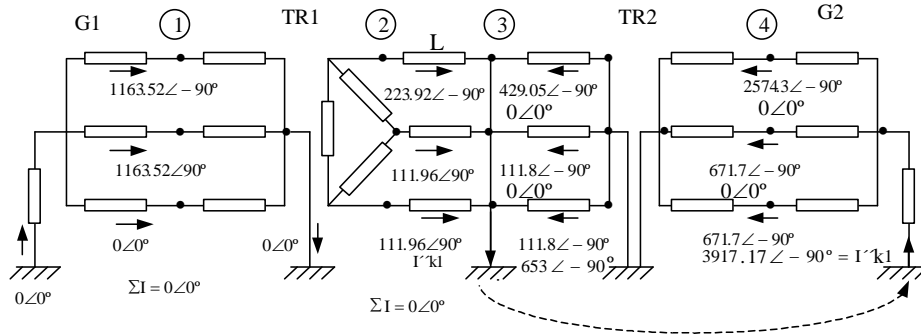
$$T_{R2} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.18 \frac{(150)^2}{80} = j50.62\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.18 \frac{(150)^2}{80} = j50.625\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

$$\text{Línea} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j14.1\Omega \quad \bar{X}_0 = j56.3\Omega$$

Relación de transformación

$$m = \frac{150}{25} = 6$$

Circuito equivalente al producirse una falta monofásica en las barras "3"



Barras "3" a alta tensión (150kV) en el punto de cortocircuito

Cálculo de las impedancias totales vistas desde las barras de cortocircuito

$$\bar{Z}_o = \left[ \left( \bar{X}_{oT2} + \bar{X}_{og2} + 3\bar{X}_{g2} \right) \right] = (j50.625 + j33.75 + 3(j56.268)) = (0 + j253.18) = 253.18\angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \left[ \left( \bar{X}_{g1} + \bar{X}_{T1} + \bar{X}_L \right) // \left( \bar{X}_{T2} + \bar{X}_{g2} \right) \right] = \left[ \left( j140.66 // j149 \right) \right] = (0 + j72.35) = 72.35\angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_r = (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_o) = (0 + j397.9) = 397.9\angle 90^\circ \Omega$$

La corriente de cortocircuito total, así como las componentes simétricas totales en las barras del cortocircuito, con una falta monofásica a tierra, será:

$$\bar{I}_{K1}'' = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n \sqrt{3}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_o} = \frac{1.1 \cdot (150000\angle 0^\circ) \sqrt{3}}{397.9\angle 90^\circ} = (1.1)652.94\angle -90^\circ A$$

El coeficiente de simultaneidad (1.1) no se utiliza para realizar el estudio de las componentes simétricas.

Las componentes simétricas de la corriente de cortocircuito monofásico a tierra se repartirán de la siguiente forma:

$$\bar{I}_{R1} = \bar{I}_{R2} = \bar{I}_{R0} = \frac{\bar{I}_{K1}''}{3} = 217.65\angle -90^\circ A$$

Con este tipo de cortocircuito monofásico a tierra, es necesario considerar las componentes homopolares, ya que existe una fuga de corriente hacia tierra.

Intensidades de línea en el punto de cortocircuito: (intensidades totales en el punto de cortocircuito halladas mediante sus correspondientes componentes simétricas).





Recordar que:

$$\bar{a} = 1\angle 120^\circ \quad \bar{a}^2 = 1\angle 240^\circ \quad \bar{a}^3 = 1\angle 0^\circ$$

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 217.65\angle -90^\circ + 217.65\angle -90^\circ + 217.65\angle -90^\circ = 652.94\angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_S &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R0} = \\ &= 217.65\angle(-90^\circ + 240^\circ) + 217.65\angle(-90^\circ + 120^\circ) + 217.65\angle -90^\circ = 0\angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_T &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R0} = \\ &= 217.65\angle(-90^\circ + 120^\circ) + 217.65\angle(-90^\circ + 240^\circ) + 217.65\angle -90^\circ = 0\angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\Sigma \bar{I} = 652.65\angle -90^\circ \text{ A}$$

En este caso, como existe fuga de energía a tierra, la suma de las intensidades de línea en el punto de cortocircuito no será nula. Existe una componente, que es precisamente la corriente total de cortocircuito

### 1. Hallamos todas las intensidades del circuito

Vamos a hallar las intensidades de línea correspondientes a diversos puntos del sistema de potencia. Para ello, nos basaremos en las componentes simétricas halladas para el apartado anterior (punto de cortocircuito).

Será necesario, mediante divisores de intensidad, dividir las componentes simétricas halladas (recordar que son las totales para el punto de cortocircuito) para las dos secciones en las que queda dividido el circuito a causa del cortocircuito producido en las barras "3" (ver redes de secuencia).

Reparto de las componentes simétricas de las corrientes

Línea

$$\bar{I}_{R1} = 217.65\angle -90^\circ \frac{149\angle -90^\circ}{289.7\angle -90^\circ} = 111.96\angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{R2} = 217.65\angle -90^\circ \frac{149\angle -90^\circ}{289.7\angle -90^\circ} = 111.96\angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{R0} = 217.65\angle -90^\circ \frac{253.18\angle -90^\circ}{\infty} = 0 \text{ A}$$

T<sub>R2</sub> (primario)

$$\bar{I}_{R1} = 217.65\angle -90^\circ \frac{j140.7}{j289.7} = 105.7\angle -90^\circ \text{ A}$$



$$\bar{I}_{R2} = 217.65 \angle -90^\circ \frac{j140.7}{j289.7} = 105.7 \angle -90^\circ A$$

$$\bar{I}_{R0} = 217.65 \angle -90^\circ A$$

Las intensidades serán:

En la línea  $L_1$  y en el secundario del transformador  $T_{R1}$ : (150kV) (valores especificados en el esquema del circuito equivalente del sistema de potencia)

Cálculo de intensidades de línea en la línea 1°

Teniendo presentes las componentes simétricas halladas para este tramo del circuito, tendremos:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 111.96 \angle -90^\circ + 111.96 \angle -90^\circ + 0 \angle 0^\circ = 223.92 \angle -90^\circ A$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_S &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R0} = 111.96 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 111.96 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 10 \angle 0^\circ = \\ &= 111.96 \angle 90^\circ A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_T &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R0} = 111.96 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 111.96 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 111.96 \angle 90^\circ A \end{aligned}$$

$$\sum \bar{I} = 0 \angle 0^\circ A$$

En el generador  $G_1$ : (25kV) (valores especificados en el esquema del circuito equivalente del sistema de potencia)

Para calcular las corrientes que fluyen a través de los bornes del generador  $G_1$ , será necesario pasar las componentes simétricas que transcurrían por la línea 1°, a través del transformador  $T_{R1}$ .

Para pasar las componentes simétricas a través de un transformador es preciso recordar tres requisitos básicos:

Un transformador sólo permitirá el paso de las componentes homopolares cuando sus primarios y secundarios estén conectados en estrella y además cada neutro de estas estrellas esté puesto a tierra. Los demás tipos de conexión nunca permitirán el paso de las componentes homopolares.

Un transformador (aunque mantiene la frecuencia y las potencias en unos valores muy similares) modifica las tensiones y las intensidades al paso de éstas a través del mismo. Por ello, es necesario aplicar la relación de transformación (tanto para intensidades como para tensiones) cuando se desee pasar estas magnitudes a través de un transformador.

Los transformadores también introducen desfases en los argumentos de las magnitudes eléctricas que pasan por sus bobinados. Para simplificar en la resolución de estos problemas, se seguirá lo establecido por la norma Americana ANSI, mediante la cual pueden darse dos situaciones características:



En transformadores triángulo-estrella o estrella-triángulo. Si aumentamos de tensión (transformador elevador) tendremos que sumarles  $30^\circ$  grados a los ángulos de las intensidades en la secuencia directa, y restarles  $30^\circ$  grados a los ángulos de las mismas intensidades en la secuencia inversa. Si lo que hacemos es disminuir la tensión (transformador reductor), el proceso será el contrario del anterior (donde se sumaban grados se restarán, y viceversa).

En transformadores, estrella-estrella o triángulo-triángulo. No se producirá ningún desfase (el desfase es de  $0^\circ$  grados), no debiéndose modificar por tanto los argumentos de las tensiones o de las intensidades.

Componentes simétricas de las intensidades en los bornes del generador  $G_1$

En nuestro caso, perdemos tensión al pasar de la línea  $1^\circ$  (150kV) a los bornes del generador  $G_1$  (25kV). Teniendo presente las recomendaciones para transformadores, las componentes simétricas que pasaban por la línea  $1^\circ$ , al pasar a través del transformador  $T_{R1}$ , quedan convertidas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\bar{I}'_{R1} &= \bar{I}_{R1} \cdot m \angle -30^\circ = 111.96 \angle -90^\circ \left( \frac{150}{25} \right) \angle -30^\circ = 671.76 \angle -120^\circ \text{ A} \\ \bar{I}'_{R2} &= \bar{I}_{R2} \cdot m \angle 30^\circ = 111.96 \angle -90^\circ \cdot \left( \frac{150}{25} \right) \angle 30^\circ = 671.76 \angle -60^\circ \text{ A} \\ \bar{I}'_{R0} &= 0 \text{ A}\end{aligned}$$

El transformador  $T_{R1}$  no permite el paso de las corrientes homopolares a través de él, como queda reflejado en la red de secuencia homopolar.

Cálculo de las intensidades de línea en los bornes del generador  $G_1$

$$\begin{aligned}\bar{I}'_R &= \bar{I}'_{R1} + \bar{I}'_{R2} + \bar{I}'_{R0} = 671.76 \angle -120^\circ + 671.76 \angle -60^\circ + 0 \angle 0^\circ = 1163.52 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \bar{I}'_S &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R0} = 671.76 \angle (-120^\circ + 240^\circ) + 671.76 \angle (-60^\circ + 120^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 1163.52 \angle 90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}'_T &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}'_{R0} = 671.76 \angle (-120^\circ + 120^\circ) + 671.76 \angle (-60^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 0 \angle 0^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\sum \bar{I}' = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

En el primario del transformador  $T_{R2}$  (150kV) (valores especificados en el esquema del circuito equivalente del sistema de potencia)

Cálculo de intensidades de línea en los bornes de  $T_{R2}$

Teniendo presente las componentes simétricas halladas para este tramo del circuito, tendremos:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 105.7 \angle -90^\circ + 105.7 \angle -90^\circ + 217.65 \angle -90^\circ = 429.05 \angle -90^\circ \text{ A}$$



$$\begin{aligned}\bar{I}_S &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R0} = 105.7 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 105.7 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 217.65 \angle -90^\circ = \\ &= 111.8 \angle -90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_T &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R0} = 105.7 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 105.7 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 217.65 \angle -90^\circ = \\ &= 111.8 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \Sigma \bar{I} &= 652.65 \angle -90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

En el generador G<sub>2</sub>: (25kV): (valores especificados en el esquema del circuito equivalente del sistema de potencia)

Para calcular las corrientes que fluyen a través de los bornes del generador G<sub>2</sub>, será necesario pasar las componentes simétricas que transcurrían por el primario del transformador T<sub>R2</sub>.

Para pasar las componentes simétricas a través de un transformador es preciso recordar los tres requisitos básicos dados en el apartado anterior de este mismo problema:

Componentes simétricas de las intensidades en los bornes del generador G<sub>2</sub>

En nuestro caso, perdemos tensión al pasar de los bornes del primario del transformador T<sub>R2</sub> (150kV) a los bornes del generador G<sub>2</sub> (25kV). Teniendo presente las recomendaciones para transformadores, las componentes simétricas, al pasar a través del transformador T<sub>R2</sub>, quedan convertidas de la siguiente forma:

$$\bar{I}'_{R2} = \bar{I}_{R2} \cdot m \cdot 1 \angle 0^\circ = 105.7 \angle -90^\circ \cdot \left(\frac{150}{25}\right) \cdot 1 \angle 0^\circ = 634.2 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}'_{R1} = \bar{I}_{R1} \cdot m \cdot 1 \angle 0^\circ = 105.7 \angle -90^\circ \cdot \left(\frac{150}{25}\right) \cdot 1 \angle 0^\circ = 634.2 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}'_{R0} = \bar{I}_{R0} \cdot m \cdot 1 \angle 0^\circ = 217.65 \angle -90^\circ \cdot \left(\frac{150}{25}\right) \cdot 1 \angle 0^\circ = 1305.9 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Cálculo de las intensidades de línea en los bornes del generador G<sub>2</sub>

$$\bar{I}'_R = \bar{I}'_{R1} + \bar{I}'_{R2} + \bar{I}'_{R0} = 634.2 \angle -90^\circ + 634.2 \angle -90^\circ + 1305.9 \angle -90^\circ = 2574.3 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}'_S &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R0} = \\ &= 634.2 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 634.2 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 1305.9 \angle -90^\circ = 671.7 \angle -90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}'_T &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}'_{R0} = \\ &= 634.2 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 634.2 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 1305.9 \angle -90^\circ = 671.7 \angle -90^\circ \text{ A} \\ \Sigma \bar{I}' &= 3917.7 \angle -90^\circ \text{ A}\end{aligned}$$



El sumatorio de las intensidades no es cero, ya que existe una fuga a tierra de energía eléctrica. Además, este valor de la suma de intensidades debe coincidir con el obtenido para la corriente de cortocircuito total del sistema (es lógico, ya que esta suma de corrientes no es más que el retorno de tierra de la corriente total de cortocircuito aplicándole la relación de transformación correspondiente).

## 2. Tensiones de línea en el punto de cortocircuito (barras "3") (150kV)

Componentes simétricas

Primeramente, hallamos las tensiones con componentes simétricas en el punto de cortocircuito. Por tanto, deberemos usar las intensidades e impedancias totales en el punto de cortocircuito.

$$\bar{V}_{R1} = \bar{E} - \bar{I}_{R1} \bar{Z}_1 = \frac{150000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} - 217.65 \angle -90^\circ \cdot 72.35 \angle 90^\circ = 70855.56 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}_{R2} = -\bar{I}_{R2} \bar{Z}_2 = -217.65 \angle -90^\circ \cdot 72.35 \angle 90^\circ = 15747 \angle 180^\circ V$$

$$\bar{V}_{R0} = -\bar{I}_{R0} \bar{Z}_0 = -217.65 \angle -90^\circ \cdot 253.18 \angle 90^\circ = 55104.62 \angle 180^\circ V$$

Calculamos las tensiones de fase en este punto de cortocircuito

$$\bar{V}_{RN} = \bar{V}_{R1} + \bar{V}_{R2} + \bar{V}_{R0} = 70855.56 \angle 0^\circ + 15747 \angle 180^\circ + 55104.62 \angle 180^\circ = 0 \angle 0^\circ V$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{SN} &= \bar{V}_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{V}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{V}_{R0} = 70855.6 \angle 240^\circ + 15747 \angle 300^\circ + 55104.6 \angle 180^\circ = \\ &= 111613.15 \angle -137.8^\circ V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{TN} &= \bar{V}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{V}_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{V}_{R0} = 70855.6 \angle 120^\circ + 15747 \angle 60^\circ + 55104.6 \angle 180^\circ = \\ &= 111613.15 \angle 137.8^\circ V \end{aligned}$$

Cálculo de las tensiones de línea en el punto de cortocircuito

$$\bar{U}_{RS} = \bar{V}_{RN} - \bar{V}_{SN} = 0 \angle 0^\circ - 111613.2 \angle -137.8^\circ = 111613.15 \angle 42.2^\circ V$$

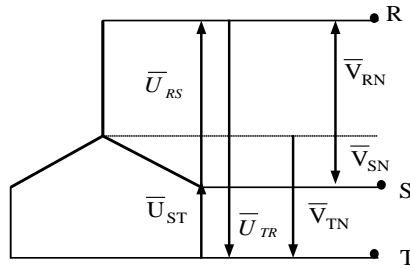
$$\bar{U}_{ST} = \bar{V}_{SN} - \bar{V}_{TN} = 111613.2 \angle -137.8^\circ - 111613.15 \angle 137.8^\circ = 149945.7 \angle -90^\circ V$$

$$\bar{U}_{TR} = \bar{V}_{TN} - \bar{V}_{RN} = 111613.15 \angle 137.8^\circ - 0 \angle 0^\circ = 111613.15 \angle 137.8^\circ V$$

$$\Sigma \bar{U}_L = 0 \angle 0^\circ V$$

La suma de las tensiones de línea, aún con cortocircuito con fugas a tierra, debe ser siempre cero.

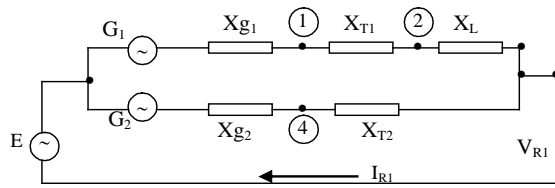
Para el cálculo de estas tensiones de línea nos puede ayudar el siguiente gráfico, donde se relacionan las tensiones de fase con las tensiones de línea:



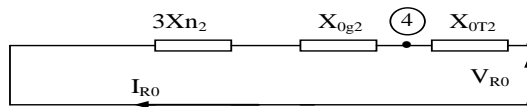
### 3. Tensiones de línea en barras "1" del generador G<sub>1</sub> (25kV)

Para el cálculo de las tensiones, en estas barras alejadas del punto de cortocircuito, serán de gran ayuda los siguientes esquemas que representan al circuito de potencia visto desde el punto de falta (barras "3"). Se representan tanto las secuencias directa e inversa como la secuencia homopolar:

Redes directa e inversa vistas desde las barras "3"



Red homopolar vista desde las barras "3"



Cálculo de las tensiones por componentes simétricas en barras "1"

Para realizar este cálculo debe tenerse presente que estamos situados en la zona de 25kV, con todos los cambios en cuanto a las magnitudes eléctricas (módulos y ángulos) que esto representa.

Primeramente pasamos a la tensión de 25kV las componentes simétricas de las tensiones, halladas en el punto del cortocircuito (150kV):

$$\bar{V}''_{R1} = \frac{\bar{V}_{R1}}{m} 1 \angle -30^\circ = \frac{70855.56 \angle 0^\circ}{6} 1 \angle -30^\circ = 11809.26 \angle -30^\circ V$$

$$\bar{V}''_{R2} = \frac{\bar{V}_{R2}}{m} 1 \angle 30^\circ = \frac{15747 \angle 180^\circ}{6} 1 \angle 30^\circ = 2624.5 \angle 210^\circ V$$

$$\bar{V}''_{R0} = 0 \angle 0^\circ V$$



Nosotros ya conocemos el valor de las componentes simétricas en el punto de cortocircuito buscadas a alto nivel de tensión (150kV). Pero es necesario proceder al cálculo de dichas componentes simétricas, pero ahora en las barras deseadas (en este caso a nivel bajo de tensión 25kV). Existen dos formas para realizar este cálculo:

Nosotros ya conocemos el valor de las componentes simétricas en el punto de cortocircuito buscadas a alto nivel de tensión (150kV). Pero es necesario proceder al cálculo de dichas componentes simétricas, pero ahora en las barras deseadas (en este caso a nivel bajo de tensión 25kV). Existen dos formas para realizar este cálculo:

#### Método A

Con este método, se resta de la tensión total en el punto de cortocircuito (al nivel de tensión adecuado) la caída de tensión que se produce hasta alcanzar el punto o barras de conexión deseadas, (resultan de gran utilidad para la comprensión de las siguientes expresiones los esquemas dados en este apartado de las redes de secuencia vistas desde el punto o barras "3".)

$$\bar{V}'_{R1} = \bar{E}' - \bar{I}'_{R1} \bar{Z}_{g1} = \frac{25000 \angle (0^\circ - 30^\circ)}{\sqrt{3}} - 671.76 \angle -120^\circ \cdot 2.344 \angle 90^\circ = 12859.2 \angle -30^\circ V$$

$$\bar{V}'_{R2} = -\bar{I}'_{R2} \bar{Z}_{g2} = -671.76 \angle -60^\circ \cdot 2.344 \angle 90^\circ = 1574.6 \angle 210^\circ V$$

$$\bar{V}'_{R0} = -\bar{I}'_{R0} \bar{Z}_o = 0 \angle 0^\circ V$$

#### Método B

Con este método, se suma a la tensión total de las componentes simétricas en el punto de cortocircuito (al nivel de tensión adecuado) la caída de tensión que se produce hasta alcanzar el punto o barras de conexión deseadas. (Resultan de gran utilidad para la comprensión de las siguientes expresiones los esquemas dados en este apartado de las redes de secuencia vistas desde el punto ó barras "3".)

$$\begin{aligned} \bar{V}'_{R2} &= \bar{V}''_{R2} + \bar{I}'_{R2} (\bar{Z}_L + \bar{Z}_{TR1}) = \frac{15747 \angle (180^\circ + 30^\circ)}{(150/25)} + 671.76 \angle -60^\circ \cdot (j0.392 + j1.172) = \\ &= 1573.9 \angle 210^\circ V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}'_{R1} &= \bar{V}''_{R1} + \bar{I}'_{R1} (\bar{Z}_L + \bar{Z}_{TR1}) = \frac{70855.56 \angle (0^\circ - 30^\circ)}{(150/25)} + 671.76 \angle -120^\circ \cdot (j0.392 + j1.172) = \\ &= 12860 \angle -30^\circ V \end{aligned}$$

$$\bar{V}'_{R0} = \bar{V}''_{R0} + \bar{I}'_{R0} \bar{Z}_o = 0 \angle 0^\circ V$$



Cálculo de las tensiones de fase en las barras del generador G<sub>1</sub>

$$\begin{aligned}\vec{V}'_{RN} &= \vec{V}'_{R1} + \vec{V}'_{R2} + \vec{V}'_{R0} = 12860\angle -30^\circ + 1573.9\angle 210^\circ + 0\angle 0^\circ = \\ &= 12148.5\angle -36.44^\circ V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{V}'_{SN} &= \vec{V}'_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \vec{V}'_{R2} \cdot \bar{a} + \vec{V}'_{R0} = 12860\angle(-30^\circ + 240^\circ) + 1573.9\angle(210^\circ + 120^\circ) + 0\angle 0^\circ = \\ &= 12148\angle -143.6^\circ V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{V}'_{TN} &= \vec{V}'_{R1} \cdot \bar{a} + \vec{V}'_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \vec{V}'_{R0} = 12860\angle(-30^\circ + 120^\circ) + 1573.9\angle(210^\circ + 240^\circ) + 0\angle 0^\circ = \\ &= 14433.6\angle 90^\circ V\end{aligned}$$

Cálculo de las tensiones de línea en las barras del generador G<sub>1</sub>

$$\vec{U}'_{RS} = \vec{V}'_{RN} - \vec{V}'_{SN} = 12148.5\angle -36.4^\circ - 12148.5\angle -143.6^\circ = 19551.5\angle 0^\circ V$$

$$\vec{U}'_{ST} = \vec{V}'_{SN} - \vec{V}'_{TN} = 12148.5\angle -143.6^\circ - 14433.6\angle 90^\circ = 23749\angle -114^\circ V$$

$$\vec{U}'_{TR} = \vec{V}'_{TN} - \vec{V}'_{RN} = 14433.6\angle 90^\circ - 12148.5\angle -36.44^\circ = 23753\angle 114^\circ V$$

$$\Sigma \vec{U}_L = 240\angle 0.87^\circ V$$

La suma de tensiones de línea debería dar cero. El valor obtenido, aunque no nulo, es muy pequeño, debiéndose esta desviación a posibles redondeos de cálculo.

### Problema 3.8

Dos máquinas síncronas se conectan a través de transformadores trifásicos a una línea de transmisión de energía eléctrica, como se muestra en la Figura. Los parámetros y valores que definen al sistema son:

#### Datos

G <sub>1</sub> , G <sub>2</sub>	100MVA	20kV	X''d=X <sub>1</sub> =X <sub>2</sub> = 20	X <sub>0</sub> = 4%	X <sub>n</sub> = 5%
T <sub>R1</sub> , T <sub>R2</sub>	100MVA	20kV/345kV	X''d=X <sub>1</sub> =X <sub>2</sub> = 8%	X <sub>0</sub> = 8%	X <sub>n</sub> = 0%
Línea			X <sub>1</sub> =X <sub>2</sub> = j178.5 Ω	X <sub>0</sub> = j595.1Ω	

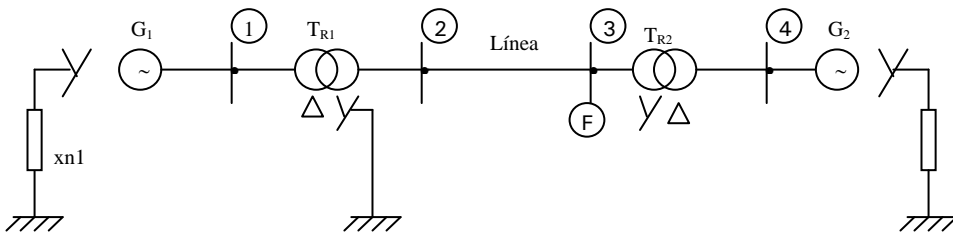


Fig.3.8  
Circuito unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 3.8





**Se pide:**

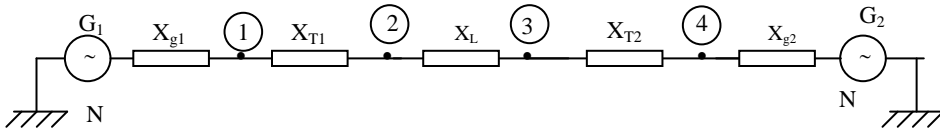
Si el sistema esta operando a voltaje nominal y sin corriente antes del fallo, delante de una falta bifásica, en las barras "3":

- Todas las intensidades del circuito.
- Las tensiones de línea en barras "3" (punto de cortocircuito).
- Tensiones de línea en barras "4".

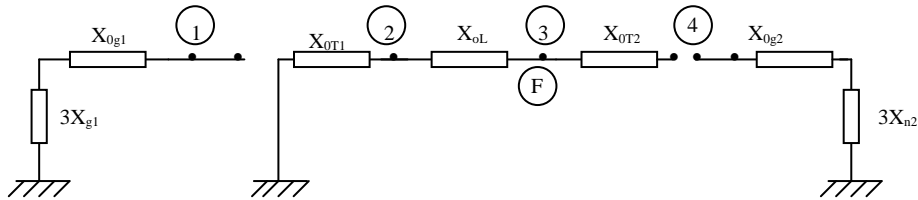
**Resolución**

Redes de secuencia directa, inversa y homopolar

Redes de secuencia directa e inversa (sin generadores)



Red de secuencia homopolar



Cálculo de impedancias

Cálculo de impedancias a 20kV

G<sub>1</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.2 \frac{(20)^2}{100} = j0.8\Omega \quad \bar{X}_o = 0.04 \frac{(20)^2}{100} = j0.16\Omega \quad \bar{X}_n = 0.05 \left( \frac{20}{100} \right)^2 = j0.2\Omega$$

G<sub>2</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.2 \frac{(20)^2}{100} = j0.8\Omega \quad \bar{X}_o = 0.04 \frac{(20)^2}{100} = j0.16\Omega \quad \bar{X}_n = 0.05 \left( \frac{20}{100} \right)^2 = j0.2\Omega$$

T<sub>R1</sub>



$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(20)^2}{100} = j0.32\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.08 \frac{(20)^2}{100} = j0.32\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

TR<sub>2</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(20)^2}{100} = j0.32\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.08 \frac{(20)^2}{100} = j0.32\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

Línea

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j178.5}{(17.25)^2} = j0.6\Omega \quad \bar{X}_0 = \frac{j595.1}{(17.25)^2} = j2\Omega$$

Cálculo de impedancias a 345kV

$$G_1 \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = (j0.8)(17.25)^2 = j238\Omega \quad \bar{X}_0 = (j0.16)(17.25)^2 = j47.6\Omega \quad \bar{X}_n = j59.5\Omega$$

$$G_2 \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = (j0.8)(17.25)^2 = j238\Omega \quad \bar{X}_0 = (j0.16)(17.25)^2 = j47.6\Omega \quad \bar{X}_n = j59.5\Omega$$

$$T_{R1} \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(345)^2}{100} = j95.22\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.08 \frac{(345)^2}{100} = j95.22\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

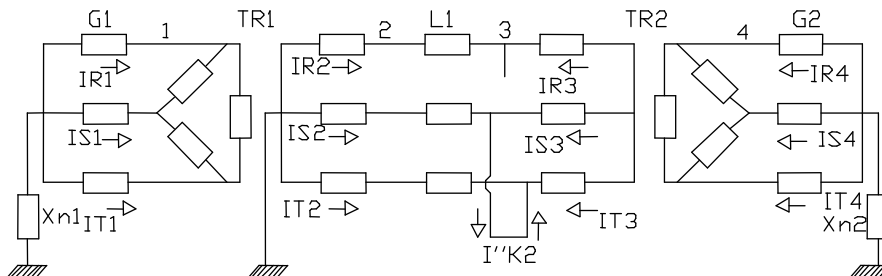
$$T_{R2} \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(345)^2}{100} = j95.22\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.08 \frac{(345)^2}{100} = j95.22\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

$$\text{Línea } \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j178.5\Omega \quad \bar{X}_0 = j595.1\Omega$$

Relación de transformación

$$m = \frac{345}{20} = 17.25$$

Circuito equivalente al producirse una falta bifásica en las barras "3"



Barras "3" a alta tensión (345kV) en el punto de cortocircuito

Cálculo de las impedancias totales vistas desde las barras de cortocircuito



$$\bar{X}_o = (\bar{X}_{oTR1} + \bar{X}_{oL}) = (j95.22 + j595.1) = (0 + j690.32) = 690.32 \angle 90^\circ \Omega$$

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 = \bar{X}_2 &= (\bar{X}_{g1} + \bar{X}_{TR1} + \bar{X}_L) // (\bar{X}_{RT2} + \bar{X}_{g2}) = (j511.72 // j333.22) = (0 + j201.8) = \\ &= 201.8 \angle 90^\circ \Omega \end{aligned}$$

$$\bar{X}_T = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_o = (j201.8 + j201.8 + j690.32) = (0 + j1093.92) = 1093.92 \angle 90^\circ \Omega$$

Cálculo de las componentes simétricas totales en las barras de cortocircuito (345kV) con una falta bifásica

$$\bar{V}_{R1} = \bar{V}_{R2} \quad \bar{I}_{R1} = -\bar{I}_{R2} \quad \bar{V}_{R0} = \bar{I}_{R0} = 0$$

$$\bar{I}_{R1} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{345000 \angle 0^\circ}{2 \cdot (201.8 \angle 90^\circ)} = 493.5 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Además como sabemos que las corrientes  $I_{R1} = -I_{R2}$

$$\bar{I}_{R2} = -\bar{I}_{R1} = 493.5 \angle 90^\circ \text{ A}$$

No existe componente homopolar, ya que como se indica en el enunciado, el cortocircuito es bifásico, sin conexión a tierras, no existiendo fuga de corriente y por consiguiente siendo nula la componente que representa a estas fugas (la componente homopolar):

Intensidades de línea en el punto de cortocircuito (345kV) (Intensidades totales en el punto de cortocircuito halladas mediante sus correspondientes componentes simétricas):

Recordar que:

$$\bar{a} = 1 \angle 120^\circ \quad \bar{a}^2 = 1 \angle 240^\circ \quad \bar{a}^3 = 1 \angle 0^\circ$$

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 493.5 \angle -90^\circ + 493.5 \angle 90^\circ + 0 \angle 0^\circ = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_S &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R0} = 493.5 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 493.5 \angle (90^\circ + 120^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 854.76 \angle 180^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_T &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R0} = 493.5 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 493.5 \angle (90^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 854.76 \angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\Sigma \bar{I} = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$



O bien, directamente:

$$\bar{I}_s = \frac{1.1\bar{U}_n}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)} = \frac{1.1 \cdot 345000 \angle -90^\circ}{2 \cdot (201.8 \angle 90^\circ)} = (1.1)854.8 \angle 180^\circ \text{ A}$$

Nunca se tiene en cuenta el factor (1.1), cuando se trabaja con componentes simétricas.

### 1. Hallamos todas las intensidades del circuito

Vamos a hallar las intensidades de línea correspondientes a diversos puntos del sistema de potencia. Para ello, nos basaremos en las componentes simétricas halladas para el apartado anterior (punto de cortocircuito).

Será necesario, mediante divisores de intensidad, dividir las componentes simétricas halladas (recordar que son las totales para el punto de cortocircuito), para las dos secciones en las que queda dividido el circuito a causa del cortocircuito producido en las barras "3" (ver redes de secuencia).

Reparto de las componentes simétricas de las corrientes

Línea

$$\bar{I}_{R1} = 493.5 \angle -90^\circ \frac{j333.22}{j844.94} = 194.62 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{R2} = 493.5 \angle 90^\circ \frac{j333.22}{j844.94} = 194.62 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{R0} = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

T<sub>R2</sub> (primario)

$$\bar{I}_{R1} = 493.5 \angle -90^\circ \frac{j511.72}{j844.94} = 298.9 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{R2} = 493.5 \angle 90^\circ \frac{j511.72}{j844.94} = 298.9 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{R0} = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

Las intensidades serán:

En la línea L<sub>1</sub> y en el secundario del transformador T<sub>R1</sub>: (valores denominados, I<sub>R2</sub>, I<sub>S2</sub>, I<sub>T2</sub>). (345kV)

Cálculo de intensidades de línea en la línea 1°

Teniendo presentes las componentes simétricas halladas para este tramo del circuito, tendremos:



$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 194.62 \angle -90^\circ + 194.62 \angle 90^\circ + 0 \angle 0^\circ = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_S &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R0} = 194.62 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 194.62 \angle (90^\circ + 120^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 337 \angle 180^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_T &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R0} = 194.62 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 194.62 \angle (90^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 337 \angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\Sigma \bar{I} = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

En el generador  $G_1$ : (valores denominados,  $I_{R1}$ ,  $I_{S1}$ ,  $I_{T1}$ ). (20kV)

Para calcular las corrientes que fluyen a través de los bornes del generador  $G_1$ , será necesario pasar las componentes simétricas que transcurrían por la línea 1°, a través del transformador  $T_{R1}$ .

Para pasar las componentes simétricas a través de un transformador es preciso recordar los tres requisitos básicos dados en el problema 3.7 (a él nos remitimos para su comprensión):

Componentes simétricas de las intensidades en los bornes del generador  $G_1$

En nuestro caso, perdemos tensión al pasar de la línea 1° (345kV) a los bornes del generador  $G_1$  (20kV). Teniendo presente las recomendaciones para transformadores, las componentes simétricas que pasaban por la línea 1°, al pasar a través del transformador  $T_{R1}$ , quedan convertidas de la siguiente forma:

$$\bar{I}'_{R1} = \bar{I}_{R1} \cdot m \cdot 1 \angle -30^\circ = 194.62 \angle -90^\circ \cdot 17.25 \cdot 1 \angle -30^\circ = 3357.2 \angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}'_{R2} = \bar{I}_{R2} \cdot m \cdot 1 \angle 30^\circ = 194.62 \angle 90^\circ \cdot 17.25 \cdot 1 \angle 30^\circ = 3357.2 \angle 120^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}'_{R0} = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

Cálculo de las intensidades de línea en los bornes del generador  $G_1$

$$\bar{I}'_R = \bar{I}'_{R1} + \bar{I}'_{R2} + \bar{I}'_{R0} = 3357.2 \angle -120^\circ + 3357.2 \angle 120^\circ + 0 \angle 0^\circ = 3357.2 \angle 180^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}'_S &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R0} = 3357.2 \angle (-120^\circ + 240^\circ) + 3357.2 \angle (120^\circ + 120^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 3357.2 \angle 180^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}'_T &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}'_{R0} = 3357.2 \angle (-120^\circ + 120^\circ) + 3357.2 \angle (120^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 6714.4 \angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\Sigma \bar{I}' = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$



En el primario del transformador  $T_{R2}$  (valores denominados  $I_{R3}$ ,  $I_{S3}$ ,  $I_{T3}$ ) (345kV)

Cálculo de intensidades de línea en los bornes de  $T_{R2}$

Teniendo presente las componentes simétricas halladas para este tramo del circuito, tendremos:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 298.9\angle -90^\circ + 298.9\angle 90^\circ + 0\angle 0^\circ = 0\angle 0^\circ A$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_S &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R0} = 298.9\angle(-90^\circ + 240^\circ) + 298.9\angle(90^\circ + 120^\circ) + 0\angle 0^\circ = \\ &= 517.7\angle 180^\circ A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_T &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}_{R0} = 298.7\angle(-90^\circ + 120^\circ) + 298.7\angle(90^\circ + 240^\circ) + 0\angle 0^\circ = \\ &= 517.7\angle 0^\circ A\end{aligned}$$

$$\Sigma \bar{I} = 0\angle 0^\circ A$$

En el generador  $G_2$ : (valores denominados,  $I_{R4}$ ,  $I_{S4}$ ,  $I_{T4}$ ). (20kV)

Para calcular las corrientes que fluyen a través de los bornes del generador  $G_2$ , será necesario pasar las componentes simétricas que transcurrían por el primario del transformador  $T_{R2}$ .

Para pasar las componentes simétricas a través de un transformador es preciso recordar los tres requisitos básicos dados en el problema 3.7 (a él nos remitimos para su comprensión):

Componentes simétricas de las intensidades en los bornes del generador  $G_2$

En nuestro caso, perdemos tensión al pasar de los bornes del primario del transformador  $T_{R2}$  (345kV) a los bornes del generador  $G_2$  (20kV). Teniendo presente las recomendaciones para transformadores, las componentes simétricas, al pasar a través del transformador  $T_{R2}$ , quedan convertidas de la siguiente forma:

$$\bar{I}'_{R1} = \bar{I}_{R1} \cdot m \cdot 1\angle -30^\circ = 298.9\angle -90^\circ \cdot 17.25 \cdot 1\angle -30^\circ = 5156\angle -120^\circ A$$

$$\bar{I}'_{R2} = \bar{I}_{R2} \cdot m \cdot 1\angle 30^\circ = 298.9\angle 90^\circ \cdot 17.25 \cdot 1\angle 30^\circ = 5156\angle 120^\circ A$$

$$\bar{I}'_{R0} = 0\angle 0^\circ A$$

Cálculo de las intensidades de línea en los bornes del generador  $G_2$

$$\bar{I}'_R = \bar{I}'_{R1} + \bar{I}'_{R2} + \bar{I}'_{R0} = 5156\angle -120^\circ + 5156\angle 120^\circ + 0\angle 0^\circ = 5156\angle 180^\circ A$$

$$\begin{aligned}\bar{I}'_S &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R0} = 5156\angle(-120^\circ + 240^\circ) + 5156\angle(120^\circ + 120^\circ) + 0\angle 0^\circ = \\ &= 5156\angle 180^\circ A\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\bar{I}'_T &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}'_{R0} = 5156 \angle (-120^\circ + 120^\circ) + 5156 \angle (120^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 10312 \angle 0^\circ \text{ A} \\ \Sigma \bar{I}' &= 0 \angle 0^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

## 2. Tensiones de línea en el punto de cortocircuito (barras "3") (345kV)

Componentes simétricas

Primeramente, hallamos las tensiones con componentes simétricas en el punto de cortocircuito. Por tanto, deberemos usar las intensidades e impedancias totales en el punto de cortocircuito.

$$\begin{aligned}\bar{V}_{R1} &= \bar{E} - \bar{I}_{R1} \bar{Z}_1 = \frac{345000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} - 493.5 \angle -90^\circ \cdot 201.8 \angle 90^\circ = 99597.5 \angle 0^\circ \text{ V} \\ \bar{V}_{R2} &= -\bar{I}_{R2} \bar{Z}_2 = -493.5 \angle 90^\circ \cdot 201.8 \angle 90^\circ = 99588.3 \angle 0^\circ \text{ V} \\ \bar{V}_{R0} &= -\bar{I}_{R0} \bar{Z}_0 = 0 \angle 0^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

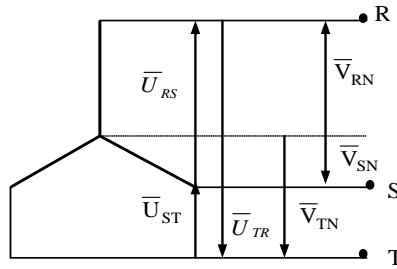
Calculamos las tensiones de fase en este punto de cortocircuito

$$\begin{aligned}\bar{V}_{RN} &= \bar{V}_{R1} + \bar{V}_{R2} + \bar{V}_{R0} = 99597.5 \angle 0^\circ + 99588.3 \angle 0^\circ = 199186 \angle 0^\circ \text{ V} \\ \bar{V}_{SN} &= \bar{V}_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{V}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{V}_{R0} = 99597.5 \angle (0^\circ + 240^\circ) + 99588.3 \angle (0^\circ + 120^\circ) = \\ &= 99592.9 \angle 180^\circ \text{ V} \\ \bar{V}_{TN} &= \bar{V}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{V}_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{V}_{R0} = 99597.5 \angle (0^\circ + 120^\circ) + 99588.3 \angle (0^\circ + 240^\circ) = \\ &= 99592.9 \angle 180^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

Cálculo de las tensiones de línea en el punto de cortocircuito

$$\begin{aligned}\bar{U}_{RS} &= \bar{V}_{RN} - \bar{V}_{SN} = 199186 \angle 0^\circ - 99592.9 \angle 180^\circ = 298778.9 \angle 0^\circ \text{ V} \\ \bar{U}_{ST} &= \bar{V}_{SN} - \bar{V}_{TN} = 99592.9 \angle 180^\circ - 99592.9 \angle 180^\circ = 0 \angle 0^\circ \text{ V} \\ \bar{U}_{TR} &= \bar{V}_{TN} - \bar{V}_{RN} = 99592.9 \angle 180^\circ - 199186 \angle 0^\circ = 298778.9 \angle 180^\circ \text{ V} \\ \Sigma \bar{U}_{línea} &= 0 \angle 0^\circ\end{aligned}$$

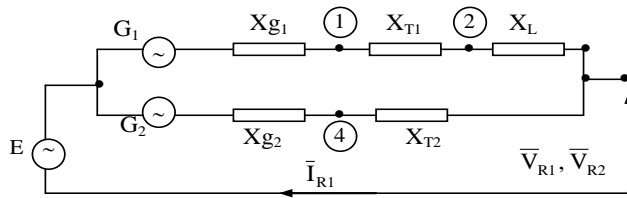
Para el cálculo de estas tensiones de línea nos puede ayudar el siguiente gráfico, donde se relacionan las tensiones de fase con las tensiones de línea:



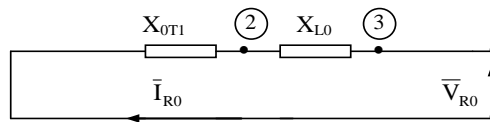
### 3. Tensiones de línea en barras "4" (20kV)

Para el cálculo de las tensiones en estas barras alejadas del punto de cortocircuito, serán de gran ayuda los siguientes esquemas que representan al circuito de potencia visto desde el punto de falta (barras "3"). Se representan tanto las secuencias directa e inversa como la secuencia homopolar:

Redes directa e inversa vistas desde las barras "3"



Red homopolar vistas desde las barras "3"



Cálculo de las tensiones por componentes simétricas en barras "4"

Para realizar este cálculo, debe tenerse presente que estamos situados en la zona de 20kV, con todos los cambios en cuanto a las magnitudes eléctricas (módulos y ángulos) que esto representa.

Primeramente pasamos a la tensión de 20kV las componentes simétricas de las tensiones, halladas en el punto del cortocircuito (345kV):

$$\bar{V}''_{R1} = \frac{\bar{V}_{R1}}{m} 1 \angle -30^\circ = \frac{99597.5 \angle 0^\circ}{17.25} 1 \angle -30^\circ = 5773.77 \angle -30^\circ V$$





$$\bar{V}''_{R2} = \frac{\bar{V}_{R2}}{m} 1 \angle 30^\circ = \frac{99597.5 \angle 0^\circ}{17.25} 1 \angle 30^\circ = 5773.77 \angle 30^\circ V$$

$$\bar{V}''_{R0} = 0 \angle 0^\circ V$$

Una vez pasadas las componentes simétricas de las tensiones en el punto de cortocircuito a bajo nivel de tensión, procedemos al cálculo de dichas componentes simétricas pero ahora en el punto (barras) deseado. Existen dos formas para realizar este cálculo:

#### Método A

Con este método, se resta de la tensión total en el punto de cortocircuito, la caída de tensión que se produce hasta alcanzar el punto o barras de conexión deseadas. (Resulta de gran utilidad para la comprensión de las siguientes expresiones los esquemas dados en este apartado de las redes de secuencia vistas desde el punto ó barras "3".)

$$\bar{V}'_{R1} = \bar{E}' - \bar{I}'_{R1} \bar{X}_{1g2} = \frac{20000 \angle -30^\circ}{\sqrt{3}} - 5156 \angle -120^\circ \cdot 0.8 \angle 90^\circ = 7422.2 \angle -30^\circ V$$

$$\bar{V}'_{R2} = -\bar{I}'_{R2} \bar{X}_{2g2} = -5156 \angle 120^\circ \cdot 0.8 \angle 90^\circ = 4124.8 \angle 30^\circ V$$

$$\bar{V}'_{R0} = -\bar{I}'_{R0} \bar{X}_{og2} = 0 \angle 0^\circ V$$

#### Método B

Con este método, se suma a la tensión total de las componentes simétricas en el punto de cortocircuito la caída de tensión que se produce hasta alcanzar el punto o barras de conexión deseadas. (Resulta de gran utilidad para la comprensión de las siguientes expresiones los esquemas dados en este apartado de las redes de secuencia vistas desde el punto ó barras "3".)

$$\bar{V}'_{R1} = \bar{V}''_{R1} + \bar{I}'_{R1} \bar{X}_{TR2} = 5773.77 \angle -30^\circ + 5156 \angle -120^\circ \cdot 0.32 \angle 90^\circ = 7423.6 \angle -30^\circ V$$

$$\bar{V}'_{R2} = \bar{V}''_{R2} + \bar{I}'_{R2} \bar{X}_{TR2} = 5773.77 \angle 30^\circ + 5156 \angle 120^\circ \cdot 0.32 \angle 90^\circ = 4123.8 \angle 30^\circ V$$

$$\bar{V}'_{R0} = 0 \angle 0^\circ V$$

Cálculo de las tensiones de fase en las barras "4"

Utilizando cualquiera de los dos métodos anteriores:

$$\bar{V}'_{RN} = \bar{V}'_{R1} + \bar{V}'_{R2} + \bar{V}'_{R0} = 7423.6 \angle -30^\circ + 4123.8 \angle 30^\circ = 10136.3 \angle -9.36^\circ V$$

$$\begin{aligned} \bar{V}'_{SN} &= \bar{V}'_{R1} \bar{a}^{-2} + \bar{V}'_{R2} \bar{a} + \bar{V}'_{R0} = 7423.6 \angle (-30^\circ + 240^\circ) + 4124.8 \angle (30^\circ + 120^\circ) = \\ &= 10136.3 \angle -170.6^\circ V \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\bar{V}'_{TN} &= \bar{V}'_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{V}'_{R2} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{V}'_{R0} = 7423.6 \angle (-30^\circ + 120^\circ) + 4124.8 \angle (30^\circ + 240^\circ) = \\ &= 3298.8 \angle 90^\circ V\end{aligned}$$

Cálculo de las tensiones de línea en las barras "4"

$$\bar{U}'_{RS} = \bar{V}'_{RN} - \bar{V}'_{SN} = 10136.3 \angle -9.36^\circ - 10136.3 \angle -170.6^\circ = 20001.4 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{U}'_{ST} = \bar{V}'_{SN} - \bar{V}'_{TN} = 10136.3 \angle -170.6^\circ - 3298.8 \angle 90^\circ = 11160.15 \angle -153.6^\circ V$$

$$\bar{U}'_{TR} = \bar{V}'_{TN} - \bar{V}'_{RN} = 398.8 \angle 90^\circ - 10136.3 \angle -9.36^\circ = 11158.3 \angle 153.7^\circ V$$

$$\sum \bar{U}'_{línea} = 0 \angle 0^\circ$$

La suma de las tensiones de línea debe ser nula.

### Problema 3.9

Dos máquinas síncronas se conectan a través de transformadores trifásicos a una línea de transmisión, como se muestra en la Figura. Los valores que definen el sistema de potencia son:

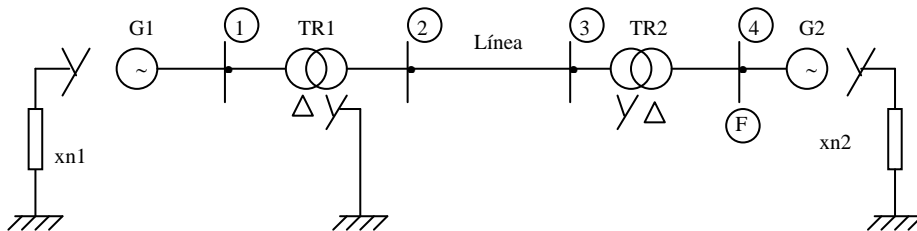
#### Datos

G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub>: 100 MVA    20 kV    X''<sub>d</sub> = X<sub>1</sub> = X<sub>2</sub> = 20 %    X<sub>0</sub> = 4 %    X<sub>n</sub> = 5 %

T<sub>R1</sub>, T<sub>R2</sub>: 100 MVA    345/20 kV    ε<sub>exc</sub> = X<sub>1</sub> = X<sub>2</sub> = X<sub>0</sub> = 8 %    X<sub>n</sub> = 0 %

Línea    X<sub>1</sub> = X<sub>2</sub> = j 178,5 Ω    X<sub>0</sub> = j 595,1 Ω

Fig.3.9  
Circuito unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 3.9



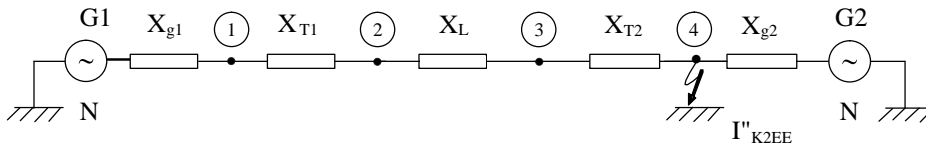
Si se produce una falta bifásica a tierra en barras 4, hallar:

- Todas las intensidades del circuito.
- Las tensiones de línea en el punto de cortocircuito (barras 4).
- Las tensiones de línea en los bornes del generador (barras 1).
- Las tensiones de línea en los bornes del secundario del transformador T<sub>R1</sub> (barras 2).

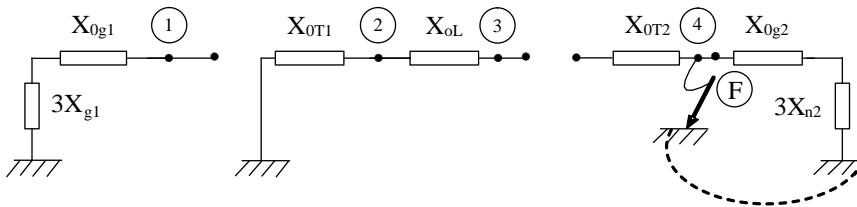


### Resolución

- Redes de secuencia directa, inversa y homopolar
- *Redes de secuencia directa e inversa (sin generadores)*



### Red de secuencia homopolar



### Cálculo de impedancias

#### Cálculo de impedancias a 20 kV

G<sub>1</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.2 \frac{(20)^2}{100} = j0.8\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.04 \frac{(20)^2}{100} = j0.16\Omega \quad \bar{X}_n = 0.05 \left( \frac{20}{100} \right)^2 = j0.2\Omega$$

G<sub>2</sub>

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.2 \frac{(20)^2}{100} = j0.8\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.04 \frac{(20)^2}{100} = j0.16\Omega \quad \bar{X}_n = 0.05 \left( \frac{20}{100} \right)^2 = j0.2\Omega$$

$$T_{R1} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(20)^2}{100} = j0.32\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.08 \frac{(20)^2}{100} = j0.32\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

$$T_{R2} \quad \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(20)^2}{100} = j0.32\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.08 \frac{(20)^2}{100} = j0.32\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$



$$\text{Línea } \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \frac{j178.5}{(17.25)^2} = j0.6\Omega \quad \bar{X}_0 = \frac{j595.1}{(17.25)^2} = j2\Omega$$

Cálculo de impedancias a 345 kV

$$G_1 \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = (j0.8)(17.25)^2 = j238\Omega \quad \bar{X}_0 = (j0.16)(17.25)^2 = j47.6\Omega \quad \bar{X}_n = j59.5\Omega$$

$$G_2 \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = (j0.8)(17.25)^2 = j238\Omega \quad \bar{X}_0 = (j0.16)(17.25)^2 = j47.6\Omega \quad \bar{X}_n = j59.5\Omega$$

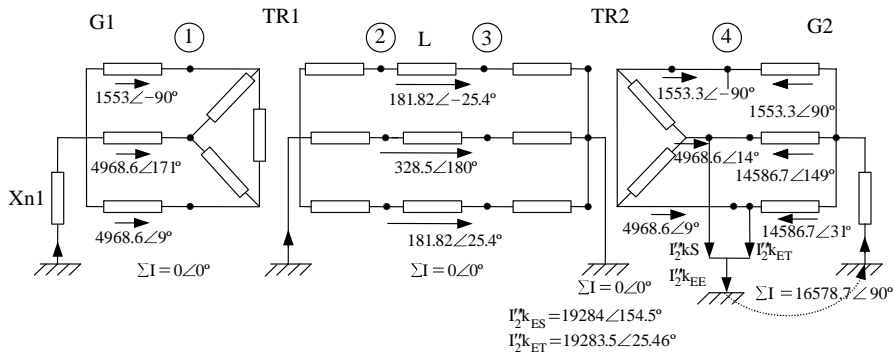
$$TR_1 \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(345)^2}{100} = j95.22\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.08 \frac{(345)^2}{100} = j95.22\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

$$TR_2 \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0.08 \frac{(345)^2}{100} = j95.22\Omega \quad \bar{X}_0 = 0.08 \frac{(345)^2}{100} = j95.22\Omega \quad \bar{X}_n = 0$$

$$\text{Línea } \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j178.5\Omega \quad \bar{X}_0 = j595.1\Omega$$

Relación de transformación

$$m = \frac{345}{20} = 17.25$$



Barras 4 a nivel bajo de tensión (20 kV) en el punto de cortocircuito

Cálculo de las impedancias totales vistas desde las barras de cortocircuito

$$\bar{Z}_{4_1} = \bar{Z}_{4_2} = \left[ \left( \bar{X}_{g1} + \bar{X}_{TR1} + \bar{X}_L + \bar{X}_{TR2} \right) // \left( \bar{X}_{g2} \right) \right] = \left[ \left( j2.04 // j0.8 \right) \right] = (0 + j0.574) = 0.574\angle90^\circ\Omega$$



$$\bar{Z}_{4_o} = [(\bar{X}_{og2} + 3\bar{X}_{n2})] = [j0.16 + 3(j0.2)] = (0 + j0.76) = 0.76\angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_r = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_o = (j0.574 + j0.574 + j0.76) = (0 + j1.908) = 1.908\angle 90^\circ \Omega$$

Cálculo de las componentes simétricas totales de las corrientes en el punto de cortocircuito considerando un cortocircuito bifásico a tierra

Aplicando las ecuaciones correspondientes a este tipo de cortocircuitos:

$$\bar{I}_{R1} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 // \bar{Z}_o)} = \frac{20000\angle 0^\circ / \sqrt{3}}{j0.574 + (j0.574 // j0.76)} = \frac{20000\angle 0^\circ / \sqrt{3}}{0.901\angle 90^\circ} = 12815.5\angle -90^\circ A$$

$$\bar{I}_{R2} = -\bar{I}_{R1} \frac{\bar{Z}_o}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_o} = -12815.5\angle -90^\circ \frac{j0.76}{j0.76 + j0.574} = 7301.18\angle 90^\circ A$$

$$\bar{I}_{R0} = -\bar{I}_{R1} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_o} = -12815.5\angle -90^\circ \frac{j0.574}{j0.76 + j0.574} = 5514.3\angle 90^\circ A$$

Con este tipo de cortocircuito bifásico a tierra, es necesario considerar las componentes homopolares, ya que existe una fuga de corriente hacia tierra.

Intensidades de línea en el punto de cortocircuito (intensidades totales en el punto de cortocircuito halladas mediante sus correspondientes componentes simétricas):

Recuérdese que

$$\bar{a} = 1\angle 120^\circ \quad \bar{a}^2 = 1\angle 240^\circ \quad \bar{a}^3 = 1\angle 0^\circ$$

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 12815.5\angle -90^\circ + 7301.18\angle 90^\circ + 5514.3\angle 90^\circ = 0\angle 0^\circ A$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_S &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R0} = 12815.5\angle (150^\circ) + 7301.18\angle (90^\circ + 120^\circ) + 5514.3\angle 90^\circ = \\ &= 19285.4\angle 154.6^\circ A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_T &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{I}_{R0} = 12815.5\angle (30^\circ) + 7301.18\angle (90^\circ + 240^\circ) + 5514.3\angle 90^\circ = \\ &= 19285.4\angle 25.4^\circ A \end{aligned}$$

$$\bar{I}_{\overset{\sim}{K}EE} = \bar{I}_{\overset{\sim}{2}KES} + \bar{I}_{\overset{\sim}{2}KET} = 16544.37\angle 90^\circ A$$

En este caso, como existe fuga de energía a tierra, la suma de las intensidades de línea en el punto de cortocircuito no será nula. Existe una componente, que es precisamente la corriente total de cortocircuito.



## 1. Hallamos todas las intensidades del circuito

Para hallar las intensidades de línea correspondientes a diversos puntos del sistema de potencia, nos basamos en las componentes simétricas halladas en el apartado anterior (punto de cortocircuito).

Es necesario dividir, mediante divisores de intensidad, las componentes simétricas halladas (recuérdese que son las totales para el punto de cortocircuito), para las dos secciones en que queda dividido el circuito a causa del cortocircuito producido en las barras 4 (v. redes de secuencia).

Reparto de las componentes simétricas de las corrientes

Secundario del  $T_{R2}$

$$\bar{I}_{R1} = \bar{I}_{R1_T} \frac{j0.8}{j2.84} = 3610 \angle -90^\circ A$$

$$\bar{I}_{R2} = \bar{I}_{R2_T} \frac{j0.8}{j2.84} = 2056.7 \angle 90^\circ A$$

$$\bar{I}_{R0} = \bar{I}_{R0_T} \cdot 0 = 0 \angle 0^\circ A$$

Generador  $G_2$

$$\bar{I}_{R1} = 12815.5 \angle -90^\circ \frac{j2.04}{j2.84} = 9205.5 \angle -90^\circ A$$

$$\bar{I}_{R2} = 7301.18 \angle 90^\circ \frac{j2.04}{j2.84} = 5244.5 \angle 90^\circ A$$

$$\bar{I}_{R0} = \bar{I}_{R0_p} = 5514.3 \angle 90^\circ A$$

Nótese que la componente homopolar que circula por los terminales del transformador  $T_{R2}$  es nula ya que, como indica la red de secuencia homopolar, este transformador no permite el paso de esta componente. (Toda la componente homopolar ha de pasar por el generador  $G_2$ .)

En el generador  $G_2$ : (20 kV) (valores especificados en el esquema del circuito equivalente del sistema de potencia)

Para calcular las corrientes que fluyen a través de los bornes del generador  $G_2$ , no es necesario pasarlas componentes simétricas por ningún transformador. Por tanto, adoptando directamente los valores de las mismas dados en el divisor de intensidad del apartado anterior, tenemos:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 9205.5 \angle -90^\circ + 5244.5 \angle 90^\circ + 5514.3 \angle 90^\circ = 1553.3 \angle 90^\circ A$$



$$\begin{aligned}\bar{I}_S &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R0} = 9205.5 \angle (150^\circ) + 5244.5 \angle (90^\circ + 120^\circ) + 5514.3 \angle 90^\circ = \\ &= 14586.7 \angle 149^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_T &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}_{R0} = 9205.5 \angle (30^\circ) + 5244.5 \angle (90^\circ + 240^\circ) + 5514.3 \angle 90^\circ = \\ &= 14586.7 \angle 31^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\Sigma \bar{I} = 16578.70 \angle 90^\circ \text{ A}$$

El valor de la suma de intensidades se corresponde con el valor total de la corriente de cortocircuito bifásico a tierra, ya que precisamente este valor es el retorno de la corriente total de falta a través de tierra.

En el secundario del transformador  $T_{R2}$ : (20 kV) (valores especificados en el esquema del circuito equivalente del sistema de potencia)

Para calcular las corrientes que fluyen a través de los bornes del secundario del transformador  $T_{R2}$ , no es necesario pasar las componentes simétricas por ningún transformador, sino que pueden adoptarse directamente los valores de las mismas dados en el divisor de intensidad del apartado anterior.

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 3610 \angle -90^\circ + 2056.7 \angle 90^\circ + 0 \angle 0^\circ = 1553.3 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_S &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R0} = 3610 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 2056.7 \angle (90^\circ + 120^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 4968.6 \angle 171^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_T &= \bar{I}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}_{R2} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}_{R0} = 3610 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 2056.7 \angle (90^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 4968.6 \angle 9^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\Sigma \bar{I} = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

En esta ocasión, la suma de intensidades es nula, ya que el  $T_{R2}$  no tiene conexión a tierra (triángulo) y, por tanto, no puede tener resultante la suma de las intensidades de línea que acometen a él.

En la línea  $L_1$ , en el secundario del transformador  $T_{R1}$  y en el primario del transformador  $T_{R2}$ : (345 kV) (valores especificados en el esquema del circuito equivalente del sistema de potencia)

Cálculo de intensidades de línea para estos elementos

Para calcular las corrientes que fluyen a través de los bornes del secundario del transformador  $T_{R1}$  y de la línea, al estar al nivel alto de tensión (345 kV), es necesario pasar las componentes simétricas que transcurrían a través del secundario del transformador  $T_{R2}$ .



Para pasar las componentes simétricas a través de un transformador, es preciso recordar los tres requisitos básicos indicados en el problema 3.7 (a él nos remitimos para su comprensión).

Componentes simétricas de las intensidades en los bornes del transformador  $T_{R2}$  y de la línea

En nuestro caso, ganamos tensión al pasar del secundario del transformador  $T_{R2}$  (20 kV) a la línea 1.<sup>a</sup> (345 kV). Teniendo en cuenta las recomendaciones para transformadores, las componentes simétricas que pasaban por el secundario del transformador  $T_{R2}$ , al pasar a través del mismo transformador se convierten en la línea 1.<sup>a</sup> en:

$$\begin{aligned}\bar{I}'_{R1} &= \frac{\bar{I}_{R1}}{m} 1 \angle 30^\circ = \frac{3610 \angle -90^\circ}{17.25} 1 \angle 30^\circ = 209.27 \angle -60^\circ \text{ A} \\ \bar{I}'_{R2} &= \frac{\bar{I}_{R2}}{m} 1 \angle -30^\circ = \frac{2056.7 \angle 90^\circ}{17.25} 1 \angle -30^\circ = 119.23 \angle 60^\circ \text{ A} \\ \bar{I}'_{R0} &= 0 \angle 0^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Cálculo de las corrientes de línea en los bornes del transformador  $T_{R2}$  y de la línea

$$\begin{aligned}\bar{I}'_R &= \bar{I}'_{R1} + \bar{I}'_{R2} + \bar{I}'_{R0} = 209.27 \angle -60^\circ + 119.23 \angle 60^\circ + 0 \angle 0^\circ = 181.82 \angle -25.4^\circ \text{ A} \\ \bar{I}'_S &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R0} = 209.27 \angle (-60^\circ + 240^\circ) + 119.23 \angle (60^\circ + 120^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 328.5 \angle 180^\circ \text{ A} \\ \bar{I}'_T &= \bar{I}'_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}'_{R2} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}'_{R0} = 209.27 \angle (-60^\circ + 120^\circ) + 119.23 \angle (60^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 181.82 \angle 25.4^\circ \text{ A} \\ \Sigma \bar{I}' &= 0 \angle 0^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

La suma de las corrientes de línea ha de ser nula (consúltese el circuito equivalente).

En el generador  $G_1$ : (20 kV) (valores especificados en el esquema del circuito equivalente del sistema de potencia)

Para calcular las corrientes que fluyen a través de los bornes del generador  $G_1$ , es necesario pasar las componentes simétricas que transcurrían por la línea 1.<sup>a</sup> a través del transformador  $T_{R1}$ .

Para pasar las componentes simétricas a través de un transformador, es preciso recordar los tres requisitos básicos indicados en el problema 3.7 (a él nos remitimos para su comprensión).

Componentes simétricas de las intensidades en los bornes del generador  $G_1$

En nuestro caso, perdemos tensión al pasar de la línea 1.<sup>a</sup> (345 kV) a los bornes del generador  $G_1$  (20 kV). Teniendo en cuenta las recomendaciones para transformadores,





las componentes simétricas que pasaban por la línea 1.<sup>a</sup>, al pasar a través del transformador  $T_{R1}$ , quedan convertidas de esta forma:

$$\bar{I}''_{R1} = \bar{I}'_{R1} \cdot m \cdot 1 \angle -30^\circ = 209.27 \angle -60^\circ \cdot 17.25 \cdot 1 \angle -30^\circ = 3610 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}''_{R2} = \bar{I}'_{R2} \cdot m \cdot 1 \angle 30^\circ = 119.23 \angle 60^\circ \cdot 17.25 \cdot 1 \angle 30^\circ = 2056.7 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}''_{R0} = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

El transformador  $T_{R1}$  no permite el paso de las corrientes homopolares a través de él, como queda reflejado en la red de secuencia homopolar. Además, se comprueba que las intensidades que pasan por los bornes del generador  $G_1$  coinciden con las intensidades del secundario del transformador  $T_{R2}$  (lo cual es normal, ya que los dos se encuentran a igual potencial y han experimentado iguales transformaciones).

Cálculo de las intensidades de línea en los bornes del generador  $G_1$

$$\bar{I}''_R = \bar{I}''_{R1} + \bar{I}''_{R2} + \bar{I}''_{R0} = 3610 \angle -90^\circ + 2056.7 \angle 90^\circ + 0 \angle 0^\circ = 1553.3 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}''_S &= \bar{I}''_{R1} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}''_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{I}''_{R0} = 3610 \angle (-90^\circ + 240^\circ) + 2056.7 \angle (90^\circ + 120^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 4968.6 \angle 171^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}''_T &= \bar{I}''_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{I}''_{R2} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{I}''_{R0} = 3610 \angle (-90^\circ + 120^\circ) + 2056.7 \angle (90^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 4968.6 \angle 9^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\sum \bar{I}'' = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$$

La suma de las corrientes de línea a través del generador  $G_1$  ha de ser nula (consúltese el circuito equivalente).

## 2. Tensiones de línea en el punto de cortocircuito (barras 4 a 20 kV)

Componentes simétricas

Primero, hallamos las tensiones con componentes simétricas en el punto de cortocircuito. Por tanto, tenemos que usar las intensidades y las impedancias totales en el punto de cortocircuito.

$$\bar{V}_{R1} = \bar{E} - \bar{I}_{R1} \bar{Z}_1 = \bar{V}_{R2} = \bar{V}_{R0} = \frac{20000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} - 12815.5 \angle -90^\circ \cdot 0.574 \angle 90^\circ = 4190 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Con este tipo de cortocircuito bifásico a tierra, coinciden los valores de las tres componentes simétricas de las tensiones.

Calculamos las tensiones de fase en este punto de cortocircuito



$$\bar{V}_{RN} = \bar{V}_{R1} + \bar{V}_{R2} + \bar{V}_{R0} = 3\bar{V}_{R1} = 3(4190\angle 0^\circ) = 12567.76\angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}_{SN} = \bar{V}_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{V}_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{V}_{R0} = \bar{V}_{R1}(1 + \bar{a} + \bar{a}^2) = 0\angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}_{TN} = \bar{V}_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{V}_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{V}_{R0} = \bar{V}_{R1}(1 + \bar{a} + \bar{a}^2) = 0\angle 0^\circ V$$

Cálculo de las tensiones de línea en el punto de cortocircuito

$$\bar{U}_{RS} = \bar{V}_{RN} - \bar{V}_{SN} = 12567.76\angle 0^\circ - 0\angle 0^\circ = 12567.76\angle 0^\circ V$$

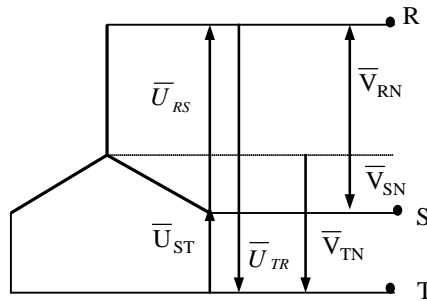
$$\bar{U}_{ST} = \bar{V}_{SN} - \bar{V}_{TN} = 0\angle 0^\circ V$$

$$\bar{U}_{TR} = \bar{V}_{TN} - \bar{V}_{RN} = 0\angle 0^\circ - 12567.76\angle 0^\circ = 12567.76\angle 180^\circ V$$

$$\Sigma \bar{U}_{línea} = 0\angle 0^\circ$$

La suma de las tensiones de línea, aun con cortocircuito con fugas a tierra, ha de ser siempre cero.

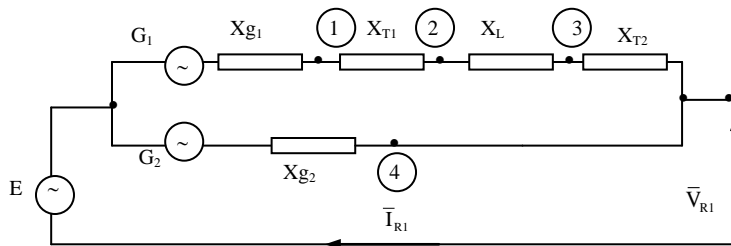
Para el cálculo de estas tensiones de línea, nos puede ayudar el gráfico siguiente, donde se relacionan las tensiones de fase con las tensiones de línea:



### 3. Tensiones de línea en barras 1 del generador G<sub>1</sub>: (20 kV)

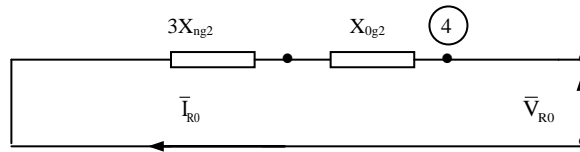
Para el cálculo de las tensiones en estas barras alejadas del punto de cortocircuito, son de gran ayuda los esquemas siguientes, que representan el circuito de potencia visto desde el punto de fallo (barras 4). Se representan tanto las secuencias directa e inversa como la secuencia homopolar:

Redes directa e inversa vistas desde las barras 4





Red homopolar vista desde las barras 4



Cálculo de las tensiones por componentes simétricas en barras 1

Para realizar este cálculo, hemos de tener presente que estamos situados en la zona de 20 kV, con todos los cambios en cuanto a las magnitudes eléctricas (módulos y ángulos) que esto representa.

A diferencia de los problemas precedentes, en este caso la tensión del punto de cortocircuito (bornes del generador  $G_2$  a 20 kV) coincide con la tensión pedida en los bornes del generador  $G_1$ , que también es de 20 kV; por tanto, las componentes simétricas halladas en el punto de cortocircuito (barras 4) ya no han de modificarse para buscar las componentes simétricas de las tensiones en las barras 1. Estas componentes eran:

$$\bar{V}_{R1} = 4190 \angle 0^\circ V \quad \bar{V}_{R2} = 4190 \angle 0^\circ V \quad \bar{V}_{R0} = 0 \angle 0^\circ V$$

Para hallar las componentes simétricas de las tensiones en la nueva posición (barra 1), podemos realizar los cálculos de dos formas diferentes.

Método A

Con este método, se resta de la tensión total en el punto de cortocircuito (al nivel de tensión adecuado) la caída de tensión que se produce hasta alcanzar el punto o las barras de conexión deseadas. (Resultan de gran utilidad para comprender las expresiones siguientes los esquemas dados en este apartado de las redes de secuencia vistas desde el punto o las barras 4).

$$\bar{V}''_{R1} = \bar{E}'' - \bar{I}''_{R1} \cdot X_{g1} = \frac{20000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} - 3610 \angle -90^\circ \cdot 0.8 \angle 90^\circ = 8660 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}''_{R2} = -\bar{I}''_{R2} \cdot X_{g1} = -2056.7 \angle 90^\circ \cdot 0.8 \angle 90^\circ = 1645 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}''_{R0} = -\bar{I}''_{R0} \cdot \bar{X}_{g1} = 0 \angle 0^\circ V$$

Método B

Con este método, se suma a la tensión total de las componentes simétricas en el punto de cortocircuito (al nivel de tensión adecuado) la caída de tensión que se produce hasta alcanzar el punto o las barras de conexión deseadas. (Resultan de gran utilidad para comprender las expresiones siguientes los esquemas dados en este apartado de las redes de secuencia vistas desde el punto o las barras 4).



$$\bar{V}''_{R1} = \bar{V}_{R1} + (\bar{X}_{TR2} + \bar{X}_L + \bar{X}_{TR1}) \bar{I}''_{R1} = 4190 \angle 0^\circ + 1.24 \angle 90^\circ \cdot 3610 \angle -90^\circ = 8666 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}''_{R2} = \bar{V}_{R2} + (\bar{X}_{TR2} + \bar{X}_L + \bar{X}_{TR1}) \bar{I}''_{R2} = 4190 \angle 0^\circ + 1.24 \angle 90^\circ \cdot 2056.7 \angle 90^\circ = 1639.7 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}''_{R0} = \bar{V}_{R0} + 0 \cdot \bar{I}''_{R0} = 0 \angle 0^\circ V$$

Cálculo de las tensiones de fase en las barras 1 del generador G<sub>1</sub>

$$\bar{V}''_{RN} = \bar{V}''_{R1} + \bar{V}''_{R2} + \bar{V}''_{R0} = 8666 \angle 0^\circ + 1639.7 \angle 0^\circ + 0 \angle 0^\circ = 10305 \angle 0^\circ V$$

$$\begin{aligned} \bar{V}''_{SN} &= \bar{V}''_{R1} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{V}''_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{V}''_{R0} = 8666 \angle (0^\circ + 240^\circ) + 1639.7 \angle (0^\circ + 120^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 7966 \angle -130.3^\circ V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}''_{TN} &= \bar{V}''_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{V}''_{R2} \cdot \bar{a}^{-2} + \bar{V}''_{R0} = 8666 \angle (0^\circ + 120^\circ) + 1639.7 \angle (0^\circ + 240^\circ) + 0 \angle 0^\circ = \\ &= 7966 \angle 130.3^\circ V \end{aligned}$$

Cálculo de las tensiones de línea en las barras 1 del generador G<sub>1</sub>

$$\bar{U}''_{RS} = \bar{V}''_{RN} - \bar{V}''_{SN} = 10305 \angle 0^\circ - 7966 \angle -130.3^\circ = 16608.4 \angle 21.45^\circ V$$

$$\bar{U}''_{ST} = \bar{V}''_{SN} - \bar{V}''_{TN} = 7966 \angle -130.3^\circ - 7966 \angle 130.3^\circ = 12150.6 \angle -90^\circ V$$

$$\bar{U}''_{TR} = \bar{V}''_{TN} - \bar{V}''_{RN} = 7966 \angle 130.3^\circ - 10305 \angle 0^\circ = 16608.4 \angle 158.54^\circ V$$

$$\Sigma \bar{U}''_{Línea} = 0 \angle 0^\circ V$$

La suma de tensiones de línea da un valor nulo, como era de esperar.

#### 4. Tensiones de línea en las barras 2 del secundario del transformador T<sub>R1</sub>: (345 kV)

Para realizar este cálculo, hemos de tener presente que estamos situados en la zona de 345 kV, con todos los cambios en cuanto a las magnitudes eléctricas (módulos y ángulos) que esto representa.

Primero, pasamos a la tensión de 345 kV las componentes simétricas de las tensiones halladas en el punto del cortocircuito (20 kV):

$$\bar{V}'_{R1} = \bar{V}_{R1} \cdot m \cdot 1 \angle -30^\circ = 4190 \angle 0^\circ \cdot 17.25 \cdot 1 \angle 30^\circ = 72277.5 \angle 30^\circ V$$

$$\bar{V}'_{R2} = \bar{V}_{R2} \cdot m \cdot 1 \angle 30^\circ = 4190 \angle 0^\circ \cdot 17.25 \cdot 1 \angle -30^\circ = 72277.5 \angle -30^\circ V$$

$$\bar{V}'_{R0} = 0 \angle 0^\circ V$$

Una vez pasadas las componentes simétricas de las tensiones en el punto de cortocircuito al alto de tensión, procedemos a calcular dichas componentes simétricas, pero ahora en el punto (barras) deseado. Existen dos formas para realizar este cálculo:



### Método A

Con este método, se resta de la tensión total en el punto de cortocircuito la caída de tensión que se produce hasta alcanzar el punto o las barras de conexión deseadas. (Resultan de gran utilidad para comprender las expresiones siguientes los esquemas dados en este apartado de las redes de secuencia vistas desde el punto o las barras 4).

$$\begin{aligned}\bar{V}'_{R1} &= \bar{E}' - \bar{I}'_{R1} (\bar{X}_{g1} + \bar{X}_{TR1}) = \frac{345000 \angle (0^\circ + 30^\circ)}{\sqrt{3}} - 209.27 \angle -60^\circ \cdot 333.27 \angle 90^\circ = \\ &= 129442.43 \angle 30^\circ V\end{aligned}$$

$$\bar{V}'_{R2} = -\bar{I}'_{R2} (\bar{X}_{g1} + \bar{X}_{TR1}) = -119.23 \angle 60^\circ \cdot 333.27 \angle 90^\circ = 39735.7 \angle -30^\circ V$$

$$\bar{V}'_{R0} = -\bar{I}'_{R0} (\bar{X}_{og1} + \bar{X}_{oTR1}) = 0 \angle 0^\circ V$$

### Método B

Con este método, se suma a la tensión total de las componentes simétricas en el punto de cortocircuito la caída de tensión que se produce hasta alcanzar el punto o las barras de conexión deseadas. (Resultan de gran utilidad para comprender las expresiones siguientes los esquemas dados en este apartado de las redes de secuencia vistas desde el punto o las barras 4).

$$\begin{aligned}\bar{V}'_{R1} &= \bar{V}_{R1} + \bar{I}'_{R1} (\bar{X}_L + \bar{X}_{TR2}) = 72277.5 \angle 30^\circ + 209.27 \angle -60^\circ \cdot 273.72 \angle 90^\circ = \\ &= 129559 \angle 30^\circ V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}'_{R2} &= \bar{V}_{R2} + \bar{I}'_{R2} (\bar{X}_L + \bar{X}_{TR2}) = 72277.5 \angle -30^\circ + 119.23 \angle 60^\circ \cdot 273.72 \angle 90^\circ = \\ &= 39642 \angle -30^\circ V\end{aligned}$$

$$\bar{V}'_{R0} = \bar{V}_{R0} + \bar{I}'_{R0} (\bar{X}_L + \bar{X}_{TR2}) = 0 \angle 0^\circ V$$

Cálculo de las tensiones de fase en las barras 2

Utilizando cualquiera de los dos métodos anteriores:

$$\bar{V}'_{RN} = \bar{V}'_{R1} + \bar{V}'_{R2} + \bar{V}'_{R0} = 129559 \angle 30^\circ + 39642 \angle -30^\circ + 0 \angle 0^\circ = 153224.5 \angle 17^\circ V$$

$$\bar{V}'_{SN} = \bar{V}'_{R1} \cdot \bar{a}^2 + \bar{V}'_{R2} \cdot \bar{a} + \bar{V}'_{R0} = 129559 \angle 270^\circ + 39642 \angle 60^\circ + 0 \angle 0^\circ = 89706.6 \angle -90^\circ V$$

$$\bar{V}'_{TN} = \bar{V}'_{R1} \cdot \bar{a} + \bar{V}'_{R2} \cdot \bar{a}^2 + \bar{V}'_{R0} = 129559 \angle 150^\circ + 39642 \angle 210^\circ + 0 \angle 0^\circ = 153224.5 \angle 163^\circ V$$

Cálculo de las tensiones de línea en las barras 2

$$\bar{U}'_{RS} = \bar{V}'_{RN} - \bar{V}'_{SN} = 153224.5 \angle 17^\circ - 89706.6 \angle -90^\circ = 198927.8 \angle 42.6^\circ V$$



$$\bar{U}'_{ST} = \bar{V}'_{SN} - \bar{V}'_{TN} = 89706.6 \angle -90^\circ - 153224.5 \angle 163^\circ = 198927.8 \angle -42.56^\circ V$$

$$\bar{U}'_{TR} = \bar{V}'_{TN} - \bar{V}'_{RN} = 153224.5 \angle 163^\circ - 153224.5 \angle 17^\circ = 293025 \angle 180^\circ V$$

$$\Sigma \bar{U}'_{línea} = 0 \angle 0^\circ$$

La suma de las tensiones de línea ha de ser nula.

### Problema 3.10

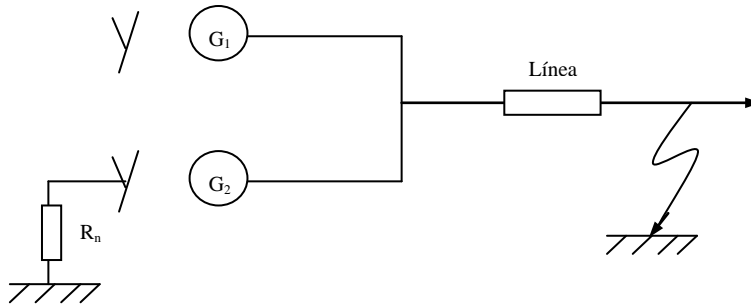
Dos generadores síncronos de 40 MVA y 10 kV cada uno, dispuestos en paralelo, suministran energía a una línea de distribución. Las impedancias secuenciales de los generadores y la línea son:

#### Datos

	Generadores	Línea
Secuencia directa	$j 6 \Omega$	$j 10 \Omega$
Secuencia inversa	$j 4 \Omega$	$j 10 \Omega$
Secuencia homopolar	$j 1 \Omega$	$j 20 \Omega$

El primer generador tiene su punto neutro aislado de tierra, mientras que el segundo generador tiene su punto neutro conectado a tierra a través de una resistencia de  $0,8 \Omega$ .

Fig.3.10  
Circuito unifilar  
del sistema de  
potencia  
correspondiente  
al problema  
3.10



Si se produce un cortocircuito entre la fase R y tierra (cortocircuito monofásico), en el extremo más alejado de la línea, y se supone que los generadores antes del fallo trabajan sin carga, hallar:

1. La intensidad monofásica de cortocircuito ( $\bar{I}''_{k1}$ ), en el punto del fallo.
2. La intensidad que circula por la fase S del primer generador ( $\bar{I}''_{Sg1}$ ), al producirse el cortocircuito.

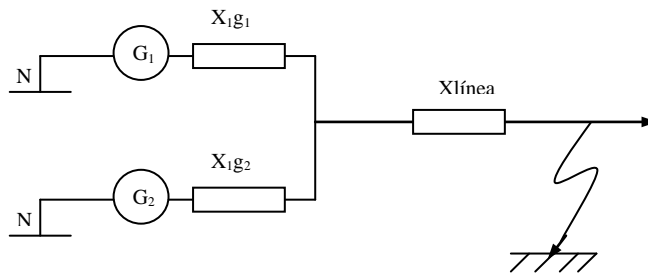


3. La intensidad que circula por la fase R del segundo generador ( $I''_{Rg2}$ ), al producirse el cortocircuito.
4. La tensión entre líneas  $U_{ST}$  en bornes del segundo generador al producirse el cortocircuito.

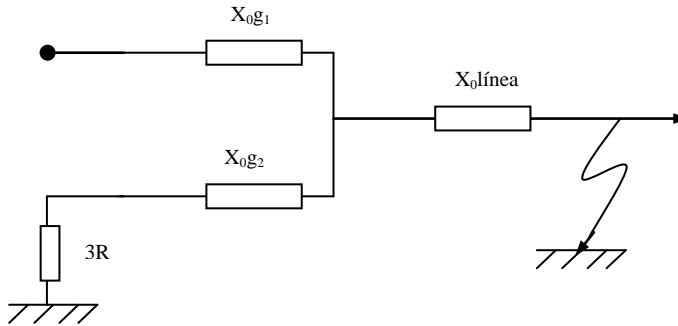
### Resolución

Redes de secuencia directa, inversa y homopolar

Redes de secuencia directa e inversa (sin generadores)



Red de secuencia homopolar



Cálculo de las impedancias totales vistas desde el punto de cortocircuito (10 kV)

$$\bar{X}_1 = (\bar{X}_{1g1} // \bar{X}_{1g2}) + \bar{X}_{línea} = (j6 // j6) + (j10) = (0 + j13) = 13 \angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{X}_2 = (\bar{X}_{2g1} // \bar{X}_{2g2}) + \bar{X}_{línea} = (j4 // j4) + (j10) = (0 + j12) = 12 \angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{X}_0 = 3\bar{X}_n + \bar{X}_{0g2} + \bar{X}_{0línea} = ((3 \cdot 0.8) + j1 + j20) = (2.4 + j21) = 21.13 \angle 83.48^\circ \Omega$$

$$\bar{X}_T = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_0 = (2.4 + j21) + (j13 + j12) = (2.4 + j46) = 46 \angle 87^\circ \Omega$$



Cálculo de las componentes simétricas totales de las corrientes en el punto de cortocircuito

$$\bar{I}_{R1} = \bar{I}_{R2} = \bar{I}_{R3} = \frac{\bar{V}_f}{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_0} = \frac{10000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3} \cdot 46 \angle 87^\circ} = 125.5 \angle -87^\circ \text{ A}$$

Al ser un cortocircuito monofásico a tierra, las tres componentes simétricas de las corrientes son iguales y del valor hallado. Además, recuérdese que, con este tipo de cortocircuito monofásico a tierra, es necesario considerar las componentes homopolares, ya que existe una fuga de corriente hacia tierra.

### 1. La intensidad monofásica de cortocircuito ( $\bar{I}''_{k1}$ ) en el punto del fallo

Intensidades de línea en el punto de cortocircuito (intensidades totales en el punto de cortocircuito halladas mediante sus correspondientes componentes simétricas):

$$\bar{I}''_{K1} = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 3\bar{I}_{R1} = 3(125.5 \angle -87^\circ) = 376.5 \angle -87^\circ \text{ A}$$

Las intensidades de línea de las otras fases:  $I''_{KS} = I''_{KT} = 0$  (son nulas)

### 2. La intensidad que circula por la fase S del primer generador ( $\bar{I}''_{sg1}$ ) al producirse el cortocircuito

Para hallar esta intensidad de línea, es necesario conocer, en primer lugar, las componentes simétricas de las intensidades en bornes de este generador  $G_1$ . Para ello, hay que realizar un divisor de intensidad con los valores totales de las componentes simétricas de las intensidades halladas en el punto de cortocircuito.

Nótese que, al ser idénticos los dos generadores en cuanto a secuencias directa e inversa, basta con dividir por dos las componentes simétricas totales para hallar las correspondientes componentes simétricas en cualquiera de los dos generadores.

En cambio, para la secuencia homopolar, los dos generadores se comportan de forma diferente. Mientras que el primer generador no está puesto a tierra (no pueden circular por él corrientes homopolares), el segundo generador está puesto a tierra y toda la componente homopolar del sistema circula a través de él.

Contribuciones de los dos generadores

$$\bar{I}_{R1g1} = \bar{I}_{R1} \frac{j6}{j12} = 125.5 \angle -87^\circ \cdot \frac{j6}{j12} = 62.75 \angle -87^\circ = \bar{I}_{R1g2} \text{ A}$$

$$\bar{I}_{R2g1} = \bar{I}_{R2} \frac{j4}{j8} = 125.5 \angle -87^\circ \cdot \frac{j4}{j8} = 62.75 \angle -87^\circ = \bar{I}_{R2g2} \text{ A}$$





$$\bar{I}_{R0g1} = 0A$$

$$\bar{I}_{R0g2} = \bar{I}_{R0} = 125.5 \angle -87^\circ A$$

La intensidad que circula por la fase S del primer generador ( $\bar{I}_{sg1}''$ ) al producirse el cortocircuito será:

Recuérdese que  $\bar{a} = 1 \angle 120^\circ$      $\bar{a}^2 = 1 \angle 240^\circ$      $\bar{a}^3 = 1 \angle 0^\circ$

$$\bar{I}_S'' = \bar{I}_{R1} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R2} \bar{a} + \bar{I}_{R0} = (-3.28 + j62.66) = 62.75 \angle 93^\circ A$$

### 3. La intensidad que circula por la fase R del segundo generador ( $\bar{I}_{rg2}''$ ) al producirse el cortocircuito

Puesto que en el apartado anterior ya hemos calculado las componentes simétricas de las intensidades correspondientes tanto al generador  $G_1$  como al generador  $G_2$ , resulta fácil hallar la intensidad de línea correspondiente a la fase R solicitada.

La intensidad que circula por la fase R del segundo generador ( $\bar{I}_{Rg2}''$ ) al producirse el cortocircuito será:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{R1} + \bar{I}_{R2} + \bar{I}_{R0} = 62.75 \angle -87^\circ + 62.75 \angle -87^\circ + 125.5 \angle -87^\circ = 251 \angle -87^\circ A$$

### 4. La tensión entre líneas ( $U_{st}$ ) en bornes del segundo generador al producirse el cortocircuito será:

Componentes simétricas

Primero, buscamos las componentes simétricas de las tensiones en el punto de cortocircuito:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{R1} &= \bar{E} - \bar{I}_{R1} \bar{Z}_1 = \frac{10000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} - (125.5 \angle -87^\circ) \cdot (13 \angle 90^\circ) = 4145.1 \angle -1.18^\circ = \\ &= (4144.2 - j85.34)V \end{aligned}$$

$$\bar{V}_{R2} = -\bar{I}_{R2} \bar{Z}_2 = -(125.5 \angle -87^\circ) \cdot 12 \angle 90^\circ = 1506 \angle -183^\circ = (-1503.9 - j78.82)V$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{R0} &= -\bar{I}_{R0} \bar{Z}_0 = -(125.5 \angle -87^\circ) \cdot 21.13 \angle 83.48^\circ = 2651.8 \angle 176.5^\circ = \\ &= (-2646.8 + j162.8)V \end{aligned}$$

Cálculo de las componentes simétricas de las tensiones en bornes del generador  $G_1$

Mediante las componentes simétricas halladas en el punto de cortocircuito, es posible hallar las componentes simétricas de las tensiones en bornes del generador  $G_1$ :



$$\begin{aligned}\bar{V}_{R1} &= 4145.1\angle -1.18^\circ + 125.5\angle -87^\circ \cdot (10\angle 90^\circ) = (5397.5 - j19.78) = \\ &= 5397.5\angle -0.21^\circ V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{R2} &= 1506\angle 183^\circ + 125.5\angle -87^\circ \cdot (10\angle 90^\circ) = (-250.65 - j13.13) = \\ &= 251\angle -177^\circ V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_{R0} &= 2651.8\angle -176.5^\circ + 20\angle -90^\circ \cdot (125.5\angle -87^\circ) = (-140.3 + j293.3) = \\ &= 325\angle 115.6^\circ V\end{aligned}$$

Recuérdese que en este problema no existen transformadores, por lo que es suficiente con añadir las pérdidas por caída de tensión de la impedancia de la línea para obtener los valores solicitados.

Cálculo de las tensiones de fase en bornes del generador  $G_1$

$$\bar{V}_R = \bar{V}_{R1} + \bar{V}_{R2} + \bar{V}_{R0} = (5006.4 - j260.1) = 5013.13\angle 2.93^\circ V$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_{R1} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R2} \bar{a} + \bar{V}_{R0} = (-2719.6 - j4581.9) = 5328.2\angle -120.7^\circ V$$

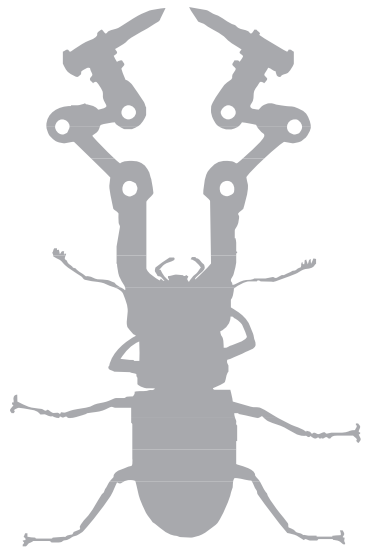
Cálculo de las tensiones de línea en bornes del generador  $G_1$

$$\bar{U}_{RS} = \bar{V}_R - \bar{V}_S = (7726 + j484.2) = 9118\angle 32^\circ V$$

$$\bar{U}_{ST} = \bar{V}_S - \bar{V}_T = (-11.6 - j9782.9) = 9782.9\angle -90^\circ V \quad \sum \bar{U}_{LÍNEA} = 0V$$

$$\bar{U}_{TR} = \bar{V}_T - \bar{V}_R = (-7714.4 - j4940.9) = 9161\angle 147.4^\circ V$$

El valor de la tensión de línea que se pide en el enunciado se corresponde con la fase S y la suma total de las tensiones de línea es nula.



→ 4



# Enunciados de problemas de fallos en sistemas de potencia

## Problema 4.1

Disponemos de un sistema de potencia formado por una central generadora y una subestación transformadora de distribución que abastecen unos consumidores a través del embarrado B. Las protecciones del sistema de potencia se llevan a cabo mediante interruptores magnetotérmicos, colocados como se indica en la Figura. La potencia que se prevé distribuir a través del embarrado B coincide con la potencia nominal del transformador.

### Datos

Generador:

$$12 \text{ MVA} \quad 20 \text{ kV} \quad X''_d = X_1 = X_2 = 16 \% \quad X_o = 5 \% \quad X_n = 0$$

Transformador

$$25 \text{ MVA} \dots 110/20 \text{ kV} \dots \varepsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 7 \% \quad X_o = 0.9 \cdot X_1 \quad X_n = j1 \Omega$$

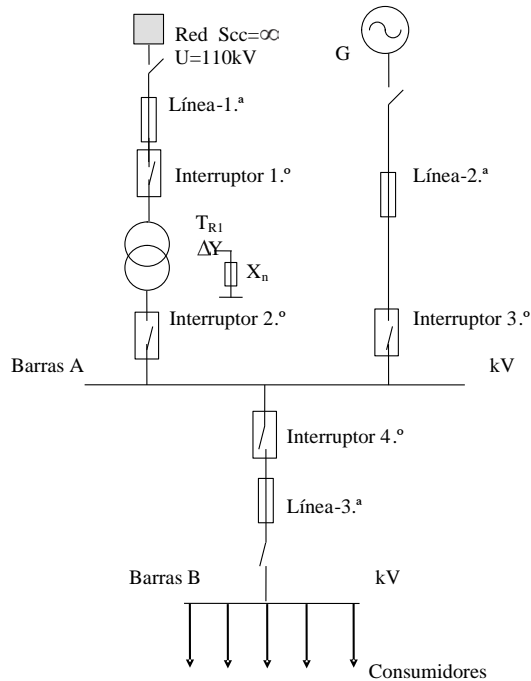
$$L_1 \quad Z_1 = Z_2 = (2.25 + j6.5) \Omega \quad X_o = 2.5 \cdot X_1$$

$$L_2 \quad Z_1 = Z_2 = (0.08 + j0.11) \Omega \quad X_o = 2.5 \cdot X_1$$

$$L_3 \quad Z_1 = Z_2 = (0.42 + j0.57) \Omega \quad X_o = 2.5 \cdot X_1$$



Fig.4.1  
Esquema unifilar  
del sistema de  
potencia corres-  
pondiente al  
problema 4.1



Intensidades nominales para interruptores de protección estándar

100 A, 125 A, 160 A, 200 A, 250 A, 315 A, 400 A,  
630 A, 800 A, 1250 A, 1600 A, 2000 A, 2600 A

Poderes de corte y de cierre para interruptores de protección estándar

3.15 kA, 10 kA, 16 kA, 20 kA, 31.5 kA, 40 kA, 50 kA, 63 kA,  
100 kA

Hallar, para cada interruptor, ante una falta trifásica en diversos puntos del circuito:

1. La intensidad nominal de los interruptores. (Dar un valor normalizado.)
2. La protección térmica contra sobrecargas, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo inverso. Las intensidades de arranque ( $I_r$ ) (considérese un margen de seguridad de un 10 %). Los coeficientes de arranque.
3. La protección magnética contra cortocircuitos, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo independiente o instantáneo (supónganse cortocircuitos trifásicos en los embarrados A y B).
4. El poder de cierre y el poder de corte para cada interruptor, así como las intensidades de cierre y corte (supónganse cortocircuitos trifásicos en bornes de cada interruptor).



## Respuestas

1. Las intensidades nominales de los interruptores son:
  - Intensidades nominales:  $I_{11^\circ} = 131.2 \text{ A}$      $I_{12^\circ} = 721.7 \text{ A}$      $I_{13^\circ} = 346.4 \text{ A}$      $I_{14^\circ} = 721.7 \text{ A}$
  - Las intensidades nominales normalizadas son:  
 $I_{n11^\circ} = 400 \text{ A}$      $I_{n12^\circ} = 1250 \text{ A}$      $I_{n13^\circ} = 630 \text{ A}$      $I_{n14^\circ} = 1250 \text{ A}$
2. Los relés térmicos se dimensionarán con los valores siguientes:
  - Las intensidades de arranque son (aumento de un 10 % como margen de seguridad):  
 $I_{arr11^\circ} = 144.3 \text{ A}$      $I_{arr12^\circ} = 794 \text{ A}$      $I_{arr13^\circ} = 381 \text{ A}$      $I_{arr14^\circ} = 794 \text{ A}$
  - Los coeficientes de arranque son:  
 $C_{arr11^\circ} = 36 \%$      $C_{arr12^\circ} = 63.5 \%$      $C_{arr13^\circ} = 60 \%$      $C_{arr14^\circ} = 63.5 \%$
3. Los relés magnéticos se dimensionarán con los valores siguientes:
  - Los interruptores ante un cortocircuito trifásico en las barras A y B, respectivamente, se verán afectados por unas intensidades de valor:  
 $I_{11^\circ} = (1730 \text{ A}-1084 \text{ A})$      $I_{12^\circ} = (9514 \text{ A}-5964 \text{ A})$      $I_{13^\circ} = (2335 \text{ A}-1464 \text{ A})$   
 $I_{14^\circ} = (0 \text{ A}-7428 \text{ A})$
  - Las intensidades que se tomarán en el ajuste a tiempo independiente serán (recuérdese que, como mínimo, han de existir dos interruptores que protejan cada defecto en coordinación):  
 $I_{mag11^\circ} = 1600 \text{ A}$  ( $4 \cdot I_n$ ), con un tiempo de disparo de  $t = 0.5 \text{ s}$   
 $I_{mag12^\circ} = 5000 \text{ A}$  ( $4 \cdot I_n$ ), con un tiempo de disparo de  $t = 0.3 \text{ s}$   
 $I_{mag13^\circ} = 1260 \text{ A}$  ( $2 \cdot I_n$ ), con un tiempo de disparo de  $t = 0.3 \text{ s}$   
 $I_{mag14^\circ} = 6250 \text{ A}$  ( $5 \cdot I_n$ ), con un tiempo de disparo de  $t = 0.0 \text{ s}$
4. Los poderes de cierre y corte para cada interruptor son:
  - Las intensidades máximas ante un cortocircuito trifásico en bornes de cada interruptor (las más desfavorables, debidas a la aportación de la parte superior o inferior del interruptor) son:  
 $I''_{k311^\circ} = 10125/-71^\circ \text{ A}$      $I''_{k312^\circ} = 9479/-83.4^\circ \text{ A}$      $I''_{k313^\circ} = 9479/-83.4^\circ \text{ A}$   
 $I''_{k314^\circ} = 11849/-83.4^\circ \text{ A}$
  - Las intensidades máximas asimétricas son:  
 $I_{S11^\circ} = 19472/-71^\circ \text{ A}$      $I_{S12^\circ} = 23192/-83.4^\circ \text{ A}$      $I_{S11^\circ} = 23192/-83.4^\circ \text{ A}$   
 $I_{S11^\circ} = 29325/-84.4^\circ \text{ A}$
  - Las intensidades de corte son:  $I_{a11^\circ} = 10125/-71^\circ \text{ A}$      $I_{a12^\circ} = 9479/-83.4^\circ \text{ A}$   
 $I_{a13^\circ} = 9479/-83.4^\circ \text{ A}$      $I_{a14^\circ} = 11154/-84.4^\circ \text{ A}$
  - Los poderes de corte y cierre para cada interruptor son las siguientes: para todos los interruptores, se ha adoptado un poder de corte de 20 kA y un poder de cierre de 50 kA.



### Problema 4.2

Disponemos de un sistema de potencia formado por una subestación transformadora de distribución que abastece unos consumidores a través del embarrado B y un grupo de motores a través del embarrado A. Las protecciones del sistema de potencia se llevan a cabo mediante interruptores magnetotérmicos y fusibles adecuados, colocados como se indica en la Figura. La potencia que se prevé distribuir a través del embarrado B es de 20 MVA, y la tensión coincide con el valor que toma la misma en el embarrado A.

#### Datos

Motores 20 MVA 20 kV  $\cos \delta = 0.96$   $I_{arr}/I_n = 5$   $\eta = 80 \%$   $n = 1500$  rpm

Transformador 30 MVA 120/20 kV  $\epsilon_{cc} = Z_1 = Z_2 = 12 \%$   $Z_0 = 0.9$   $Z_1$   $X_n = j1 \Omega$

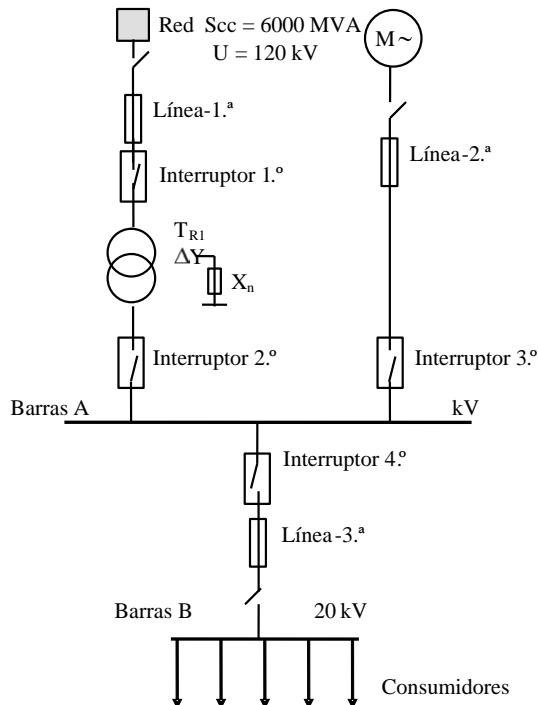
$$\epsilon_{RCC} = X_1 = X_2 = 0.8 \%$$

$L_1$   $Z_1 = Z_2 = (1+j3)\Omega$   $X_0 = 2.5 \cdot X_1$

$L_2$   $Z_1 = Z_2 = (0.06+j0.6)\Omega$   $X_0 = 2.5 \cdot X_1$

$L_3$   $Z_1 = Z_2 = (0.08+j0.8)\Omega$   $X_0 = 2.5 \cdot X_1$

Fig.4.2  
Esquema unifilar  
del sistema de  
potencia corres-  
pondiente al  
problema 4.2







Intensidades nominales para interruptores de protección estándar

100 A, 125 A, 160 A, 200 A, 250 A, 315 A, 400 A,  
630 A, 800 A, 1250 A, 1600 A, 2000 A, 2600 A

Poderes de corte y de cierre para interruptores de protección estándar

3.15 kA, 10 kA, 16 kA, 20 kA, 31.5 kA, 40 kA, 50 kA, 63 kA,  
100 kA

Hallar, para cada interruptor, ante una falta trifásica en diversos puntos del circuito:

1. La intensidad nominal de los interruptores. (Dar un valor normalizado.)
2. La protección térmica contra sobrecargas, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo inverso. Las intensidades de arranque ( $I_r$ ) (considérese un margen de seguridad de un 10 %). Los coeficientes de arranque.
3. La protección magnética contra cortocircuitos, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo independiente o instantáneo. (Supónganse cortocircuitos trifásicos en los embarrados A y B.)
4. El poder de cierre y el poder de corte para cada interruptor, así como las intensidades de cierre y de corte. (Supónganse cortocircuitos trifásicos en bornes de cada interruptor.)

## Respuestas

1. Las intensidades nominales de los interruptores son:

– Intensidades nominales:

$$I_{I1^\circ} = 144.3 \text{ A} \quad I_{I2^\circ} = 866 \text{ A} \quad I_{I3^\circ} = 577.4 \text{ A} \quad I_{I4^\circ} = 866 \text{ A}$$

– Las intensidades nominales normalizadas son:

$$I_{nI1^\circ} = 400 \text{ A} \quad I_{nI2^\circ} = 1250 \text{ A} \quad I_{nI3^\circ} = 1250 \text{ A} \quad I_{nI4^\circ} = 1250 \text{ A}$$

2. Los relés térmicos se dimensionarán con los valores siguientes:

– Las intensidades de arranque son (aumento de un 10 % como margen de seguridad):

$$I_{arrI1^\circ} = 158.7 \text{ A} \quad I_{arrI2^\circ} = 952.6 \text{ A} \quad I_{arrI3^\circ} = 635.1 \text{ A} \quad I_{arrI4^\circ} = 952.6 \text{ A}$$

– Los coeficientes de arranque son:

$$C_{arrI1^\circ} = 40 \% \quad C_{arrI2^\circ} = 76 \% \quad C_{arrI3^\circ} = 51 \% \quad C_{arrI4^\circ} = 76 \%$$

3. Los relés magnéticos se dimensionarán con los valores siguientes:

– Los interruptores ante un cortocircuito trifásico en las barras A y B, respectivamente, se verán afectados por unas intensidades de valor:



$$I_{11^\circ} = (1215 \text{ A}-825.4 \text{ A}) \quad I_{12^\circ} = (7291 \text{ A}-4952.3 \text{ A}) \quad I_{13^\circ} = (2644 \text{ A}-1795.8 \text{ A}) \quad I_{14^\circ} = (0 \text{ A}-6756.2 \text{ A})$$

- Las intensidades que se tomarán en el ajuste a tiempo independiente serán (recuérdese que, como mínimo, han de existir dos interruptores que protejan cada defecto en coordinación):

$$I_{\text{mag}1^\circ} = 800 \text{ A } (2 \cdot I_n), \text{ con un tiempo de disparo de } t = 0.5 \text{ s.}$$

$$I_{\text{mag}2^\circ} = 4800 \text{ A } (3 \cdot I_n), \text{ con un tiempo de disparo de } t = 0.3 \text{ s.}$$

$I_{\text{mag}3^\circ} = 2250 \text{ A } (1.8 \cdot I_n)$ , con un tiempo de disparo de  $t = 0.3 \text{ s.}$  (Se tendría que tener una intensidad de  $I = 5 \cdot I_n = 5 \cdot 924 = 4620 \text{ A}$  para poder arrancar el motor, por lo que sería recomendable utilizar fusibles tipo motor unidos a un relé térmico. Véase la sección de problemas resueltos.)

$$I_{\text{mag}4^\circ} = 4800 \text{ A } (3 \cdot I_n), \text{ con un tiempo de disparo de } t = 0.0 \text{ s.}$$

4. Los poderes de cierre y corte para cada interruptor son:

- Las intensidades máximas ante un cortocircuito trifásico en bornes de cada interruptor (las más desfavorables, debidas a la aportación de la parte superior o inferior del interruptor) son:

$$I''_{k311^\circ} = 14912.4/-76.4^\circ \text{A} \quad I''_{k312^\circ} = 7292.7/-86.3^\circ \text{A} \quad I''_{k313^\circ} = 7292.7/-86.3^\circ \text{A} \\ I''_{k314^\circ} = 9.946,5/-85.7^\circ \text{A}$$

- Las intensidades máximas asimétricas son:

$$I_{s11^\circ} = 31637/-76.4^\circ \text{A} \quad I_{s12^\circ} = 18770.4/-86.3^\circ \text{A} \quad I_{s11^\circ} = 18770.4/-86.3^\circ \text{A} \quad I_{s11^\circ} = 25314.6/-85.7^\circ \text{A}$$

- Las intensidades de corte son:

$$I_{a11^\circ} = 14912.4/-76.4^\circ \text{A} \quad I_{a12^\circ} = 7292.7/-86.3^\circ \text{A} \quad I_{a13^\circ} = 7156/-86.3^\circ \text{A} \quad I_{a14^\circ} = 9355.7/-85.8^\circ \text{A}$$

- Los poderes de corte y cierre para cada interruptor son los siguientes: para todos los interruptores, se han adoptado un poder de corte de 20 kA y un poder de cierre de 50 kA.

### Problema 4.3

Disponemos de un sistema de potencia formado por una subestación transformadora de distribución que abastece unos consumidores a través del embarrado B y un grupo de motores a través del embarrado A. Las protecciones del sistema de potencia se llevan a cabo mediante interruptores magnetotérmicos y fusibles adecuados, colocados como se indica en la Figura. La potencia que se prevé distribuir a través del embarrado B es de 10 MVA y la tensión coincide con el valor que toma la misma para el embarrado A.



## Datos

Motores:

$$14 \text{ MVA} \quad 8 \text{ kV} \quad \cos \delta = 0.94 \quad I_{\text{arr}}/I_n = 6 \quad \eta = 75 \% \quad n = 1500 \text{ rpm}$$

Transformador:

$$18 \text{ MVA} \quad 80/8 \text{ kV} \quad \varepsilon_{\text{cc}} = Z_1 = Z_2 = 15 \% \quad Z_o = 0.9 \cdot Z_1 \quad X_n = j1 \Omega$$

$$\varepsilon_{\text{xc}} = X_1 = X_2 = 14.9 \%$$

$$L_1 \quad Z_1 = Z_2 = (0+j0)\Omega \quad X_o = 2.5 \cdot X_1 \text{ despreciable}$$

$$L_2 \quad Z_1 = Z_2 = (0+j0)\Omega \quad X_o = 2.5 \cdot X_1 \text{ despreciable}$$

$$L_3 \quad Z_1 = Z_2 = (0.08+j0.8)\Omega \quad X_o = 2.5 \cdot X_1$$

Intensidades nominales para interruptores de protección estándar

$$\begin{array}{ccccccc} 100 \text{ A}, & 125 \text{ A}, & 160 \text{ A}, & 200 \text{ A}, & 250 \text{ A}, & 315 \text{ A}, & 400 \text{ A}, \\ 630 \text{ A}, & 800 \text{ A}, & 1250 \text{ A}, & 1600 \text{ A}, & 2000 \text{ A}, & 2600 \text{ A} & \end{array}$$

Poderes de corte y de cierre para interruptores de protección estándar

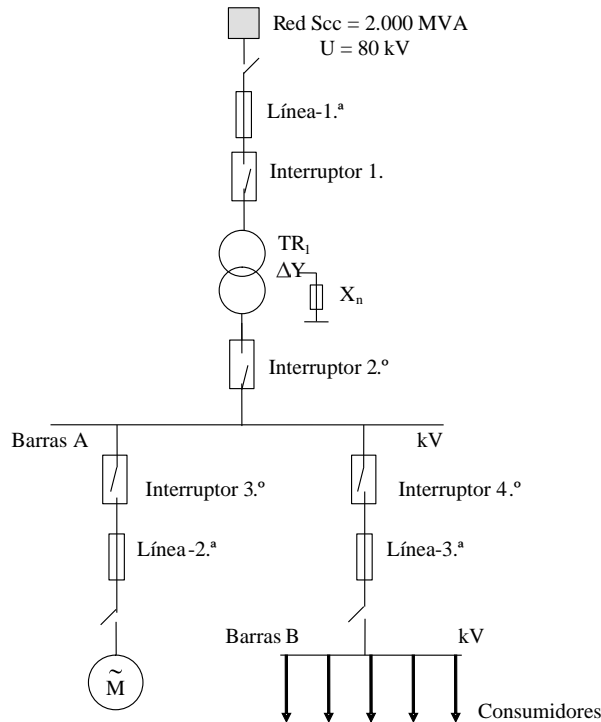
$$3.15 \text{ kA}, \quad 10 \text{ kA}, \quad 16 \text{ kA}, \quad 20 \text{ kA}, \quad 31.5 \text{ kA}, \quad 40 \text{ kA}, \quad 50 \text{ kA}, \quad 63 \text{ kA}, \quad 100 \text{ kA}$$

Para cada interruptor, ante un fallo trifásico en diversos puntos del circuito, hallar:

1. La intensidad nominal de los interruptores. (Dar un valor normalizado.)
2. La protección térmica contra sobrecargas, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo inverso. Las intensidades de arranque ( $I_r$ ) (considérese un margen de seguridad de un 15 %). Los coeficientes de arranque.
3. La protección magnética contra cortocircuitos, es decir, el ajuste de las curvas a tiempo independiente o instantáneo (supónganse cortocircuitos en los embarrados A y B).
4. El poder de cierre y el poder de corte para cada interruptor, así como las intensidades de cierre y de corte (supónganse cortocircuitos trifásicos en bornes de cada interruptor).



Fig. 4.3  
Esquema unifilar  
del sistema de  
potencia corres-  
pondiente al  
problema 4.3



## Respuestas

1. Las intensidades nominales de los interruptores son:

– Intensidades nominales:

$$I_{I1^\circ} = 130 \text{ A} \quad I_{I2^\circ} = 1300 \text{ A} \quad I_{I3^\circ} = 1010 \text{ A} \quad I_{I4^\circ} = 722 \text{ A}$$

– Las intensidades nominales normalizadas son:

$$I_{nI1^\circ} = 400 \text{ A} \quad I_{nI2^\circ} = 2000 \text{ A} \quad I_{nI3^\circ} = 1600 \text{ A} \quad I_{nI4^\circ} = 1250 \text{ A}$$

2. Los relés térmicos se dimensionan con los valores siguientes:

– Las intensidades de arranque son (aumento de un 15 % como margen de seguridad).

$$I_{arrI1^\circ} = 150 \text{ A} \quad I_{arrI2^\circ} = 1493 \text{ A} \quad I_{arrI3^\circ} = 1162 \text{ A} \quad I_{arrI4^\circ} = 830 \text{ A}$$

– Los coeficientes de arranque son:

$$C_{arrI1^\circ} = 37.5 \% \quad C_{arrI2^\circ} = 74.7 \% \quad C_{arrI3^\circ} = 72.6 \% \quad C_{arrI4^\circ} = 66.4 \%$$

3. Los relés magnéticos se dimensionan con los valores siguientes:

– Los interruptores ante un cortocircuito trifásico en las barras A y B, respectivamente, se verán afectados por unas intensidades de valor:



$$I_{11^\circ} = (898 \text{ A}-258 \text{ A}) \quad I_{12^\circ} = (8990 \text{ A}-2581 \text{ A}) \quad I_{13^\circ} = (6685 \text{ A}-1922 \text{ A}) \\ I_{14^\circ} = (0 \text{ A}-4505 \text{ A})$$

- Las intensidades que se tomarán en el ajuste a tiempo independiente serán (recuérdese que, como mínimo, han de existir dos interruptores que protejan cada defecto en coordinación):

$$I_{\text{mag}11^\circ} = 800 \text{ A } (2 \cdot I_n), \text{ con un tiempo de disparo de } t = 0.5 \text{ s}$$

$$I_{\text{mag}12^\circ} = 2000 \text{ A } (1 \cdot I_n), \text{ con un tiempo de disparo de } t = 0.3 \text{ s}$$

$I_{\text{mag}13^\circ} = 1600 \text{ A } (1 \cdot I_n)$ , con un tiempo de disparo de  $t = 0.3 \text{ s}$ . (Se tendría que tener una intensidad de  $I = 6 \cdot I_n = 6 \cdot 1010 = 6060 \text{ A}$ , para poder arrancar el motor, por lo que sería recomendable utilizar fusibles de tipo motor, unidos a un relé térmico. Véase la sección de problemas resueltos.)

$$I_{\text{mag}14^\circ} = 3750 \text{ A } (3 \cdot I_n), \text{ con un tiempo de disparo de } t = 0.0 \text{ s}$$

- Los poderes de cierre y corte, para cada interruptor, son:

- Las intensidades máximas ante un cortocircuito trifásico en bornes de cada interruptor (las más desfavorables, debidas a la aportación de la parte superior o inferior del interruptor) son:

$$I''_{k311^\circ} = 14434/-84.3^\circ \text{ A} \quad I''_{k312^\circ} = 8990/-87.8^\circ \text{ A} \quad I''_{k313^\circ} = 8990/-87.8^\circ \text{ A} \quad I''_{k314^\circ} \\ = 15668/-86.3^\circ \text{ A}$$

- Las intensidades máximas asimétricas son:

$$I_{S11^\circ} = 35721.7/-84.3^\circ \text{ A} \quad I_{S12^\circ} = 24792.6/-87.8^\circ \text{ A} \quad I_{S11^\circ} = 24792.6/-87.8^\circ \text{ A} \quad I_{S11^\circ} = \\ 39441.7/-86.3^\circ \text{ A}$$

- Las intensidades de corte son:

$$I_{a11^\circ} = 14434/-84.3^\circ \text{ A} \quad I_{a12^\circ} = 8990.3/-87.8^\circ \text{ A} \quad I_{a13^\circ} = 8990.3/-87.8^\circ \text{ A} \quad I_{a14^\circ} \\ = 15668.3/-86.3^\circ \text{ A}$$

- Los poderes de corte y cierre para cada interruptor son los siguientes: para los interruptores ( $I_1$  e  $I_4$ ), se han adoptado un poder de corte de 20 kA y un poder de cierre de 50 kA. Para los interruptores ( $I_2$  e  $I_3$ ), el poder de corte es de 16 kA y el poder de cierre, de 40 kA.

#### Problema 4.4

Disponemos de un sistema de potencia, formado por una subestación transformadora de distribución y dos centrales eléctricas que, conjuntamente, abastecen un grupo de motores a través del embarrado B. Ante la posibilidad de aumentar la demanda de potencia, se cree conveniente incorporar una tercera central ( $G_3$ ). Las protecciones del tercer grupo generador se realizan mediante un interruptor magnetotérmico y fusibles adecuados, colocados como se indica en la Figura. Las solicitaciones máximas a que está sometido el interruptor se producen bajo las condiciones de cortocircuito y, por tanto, este es el régimen a estudiar.



**Datos**

Motor	16 MVA. 10 kV	$\cos \delta = 0.94$	$I_{arr}/I_n = 5$	$\eta = 80 \%$	$n = 1.500$ rpm
G <sub>1</sub>	75 MVA	10.5 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 11.5 \%$	$X_o = 0.4 \cdot X_1$	$X_n = j1 \Omega$
G <sub>2</sub>	35 MVA	10.5 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 19 \%$	$X_o = 0.4 \cdot X_1$	$X_n = j1 \Omega$
G <sub>3</sub>	15 MVA	10.5 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 12 \%$	$X_o = 0.4 \cdot X_1$	$X_n = j1 \Omega$
Tr <sub>1</sub>	75 MVA	121/11 kV	$\epsilon_{xcc} = X_1 = X_2 = 11.5 \%$	$X_o = 0.9 \cdot Z_1$	$X_n = 0$
Tr <sub>2</sub>	35 MVA	121/11 kV	$\epsilon_{xcc} = X_1 = X_2 = 12.5 \%$	$X_o = 0.9 \cdot Z_1$	$X_n = 0$
Tr <sub>3</sub>	20 MVA	121/11 kV	$\epsilon_{xcc} = X_1 = X_2 = 12.5 \%$	$X_o = 0.9 \cdot Z_1$	$X_n = 0$
Tr <sub>4</sub>	20 MVA	121/11 kV	$\epsilon_{xcc} = X_1 = X_2 = 12.5 \%$	$X_o = 0.9 \cdot Z_1$	$X_n = 0$
L <sub>1</sub>	$Z_1 = Z_2 = (0.19 + j1.52)\Omega$		$X_o = 2.5 \cdot X_1$		
L <sub>2</sub>	$Z_1 = Z_2 = (1.12 + j3.95)\Omega$		$X_o = 2.5 \cdot X_1$		
L <sub>3</sub>	$Z_1 = Z_2 = (0.37 + j0.28)\Omega$		$X_o = 2.5 \cdot X_1$		

Intensidades nominales para interruptores de protección estándar

100 A,	125 A,	160 A,	200 A,	250 A,	315 A,	400 A,
630 A,	800 A,	1250 A,	1600 A,	2000 A,	2600 A	

Poderes de corte y de cierre para interruptores de protección estándar

3.15 kA,	10 kA,	16 kA,	20 kA,	31.5 kA,	40 kA,	50 kA,	63 kA,
100 kA							

Ante una falta monofásica, bifásica o trifásica en bornes del interruptor, y considerando siempre la aportación total de energía (la de la parte superior más la de la parte inferior del interruptor), hallar:

1. Las intensidades de cortocircuito que se producirán en bornes del interruptor ( $I''_{k11}$ ,  $I''_{k12}$ ,  $I''_{k13}$ ) (considérese la aportación de energía total, la superior más la inferior).
2. Las máximas intensidades asimétricas de cortocircuito en bornes del interruptor ante los diversos tipos de cortocircuito ( $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ ), y el poder de cierre (considérese la aportación de energía total, es decir, la superior más la inferior).
3. Las potencias de cortocircuito ( $S''_{k1}$ ,  $S''_{k2}$ ,  $S''_{k3}$ ) en bornes del interruptor ante los diversos fallos que puedan producirse (considérese la aportación de energía total, la superior más la inferior).



4. La intensidad de corte ( $I_a$ ) y el poder de corte ante un fallo trifásico en bornes del interruptor estudiado (considérese la aportación de energía total, la superior más la inferior).

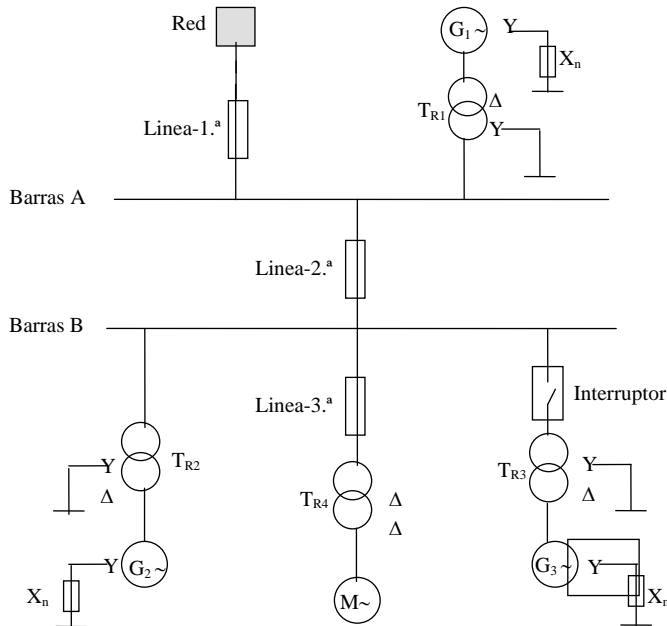


Fig. 4.4 Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.4

### Respuestas

1. Las intensidades de cortocircuito que se producirán en el interruptor (consideradas las aportaciones de la parte superior y la inferior del circuito, es decir, las totales) serán:

$$I''_{kI1} = 6543/-83.8^\circ\text{A} \quad I''_{kI2} = 7118/-83.8^\circ\text{A} \quad I''_{kI3} = 8219/-83.4^\circ\text{A}$$

2. Las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán en bornes del interruptor (consideradas las aportaciones por la parte superior y la inferior del circuito, es decir, las totales) serán:

$$I_{s1} = 16840/-85.4^\circ\text{A} \quad I_{s2} = 17313/-83.8^\circ\text{A} \quad I_{s3} = 19.992/-83.8^\circ\text{A}$$

- El poder de cierre de que se dotará al interruptor para hacer frente a todos los tipos de cortocircuitos será 40 kA.

3. Las potencias de cortocircuito (consideradas las aportaciones de la parte superior y la inferior del circuito, es decir, las totales) serán:

$$S''_{k1} = 1246.6 \text{ MVA} \quad S''_{k2} = 1356.4 \text{ MVA} \quad S''_{k3} = 1566 \text{ MVA}$$

4. La intensidad de corte en el interruptor ante una falta trifásica (consideradas las aportaciones de la parte superior y la inferior del circuito, es decir, las totales) será:

$$I_a = 78930.25/-90^\circ \text{ A} \quad \text{Poder de corte: } 16 \text{ kA}$$



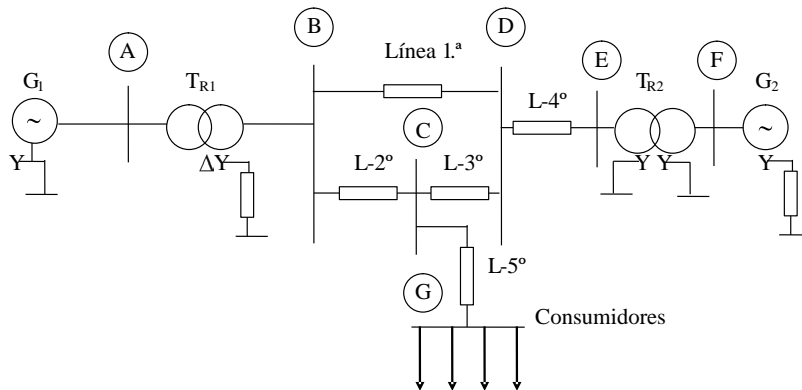
### Problema 4.5

El esquema de la Figura representa una sección de una red eléctrica trifásica, alimentada por dos generadores, situados en los extremos del sistema de potencia. A efectos de diseño de los interruptores de protección, y para conocer la respuesta del circuito en diversos puntos del mismo ante situaciones anómalas, se supone que los generadores funcionan sin carga y a la tensión nominal:

#### Datos

$G_1$	40 MVA	40 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 10 \%$	$X_0 = 6 \%$	$X_n = 0$
$G_2$	50 MVA	50 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 12 \%$	$X_0 = 6 \%$	$X_n = j4 \Omega$
$T_{R1}$	50 MVA	150/40 kV	$E_{cc} = X_1 = X_2 = 11 \%$	$X_0 = 0.9 \cdot X_1$	$X_n = j8 \Omega$
$T_{R2}$	60 MVA	150/50 kV	$E_{cc} = X_1 = X_2 = 9 \%$	$X_0 = 0.9 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$L_1$	$X_1 = X_2 = j35 \Omega$		$X_0 = 2.5 \cdot X_1$		
$L_2$ y $L_3$	$X_1 = X_2 = j40 \Omega$		$X_0 = 2.5 \cdot X_1$		
$L_4$	$X_1 = X_2 = j30 \Omega$		$X_0 = 2.5 \cdot X_1$		
$L_5$	$X_1 = X_2 = j20 \Omega$		$X_0 = 2.5 \cdot X_1$		

Fig.4.5  
Esquema unifilar  
del sistema de  
potencia corres-  
pondiente al  
problema 4.5



Se pide:

1. En el supuesto de producirse unos cortocircuitos (monofásicos, bifásicos, trifásicos) en las barras de interconexión A, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{S1}$ ,  $I_{S2}$ ,  $I_{S3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ) (supóngase un tiempo de retardo de 0.1 s para los interruptores).





2. En el supuesto de producirse los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión C, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{S1}$ ,  $I_{S2}$ ,  $I_{S3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ) (supóngase un tiempo de retardo de 0.1 s para los interruptores). Finalmente, indicar las corrientes de cortocircuito bifásico a tierra ( $I''_{kEE}$ ,  $I''_{kSE}$ ,  $I''_{kTE}$ ) que se producirían en las barras citadas.
3. En el supuesto de producirse los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión G, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{S1}$ ,  $I_{S2}$ ,  $I_{S3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ) (supóngase un tiempo de retardo de 0.1 s para los interruptores).
4. Dibujar las redes de secuencia directa, inversa y homopolar de la red representada.

## Respuestas

1. Las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán en A son:

$$I''_{k1} = 7778.16 / -90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2} = 7115.13 / -90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k3} = 8215.85 / -90^\circ \text{ A}$$

$$I_{S1} = 25111.23 / -90^\circ \text{ A}, \quad I_{S2} = 20124.62 / -90^\circ \text{ A}, \quad I_{S3} = 23237.93 / -90^\circ \text{ A}$$

– La corriente de corte trifásica será:  $I_a = 5843.83 / -90^\circ \text{ A}$

2. Las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán en C son:

$$I''_{k1} = 81722 / -90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2} = 1089.49 / -90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k3} = 1258.04 / -90^\circ \text{ A}$$

$$I_{S1} = 2311.43 / -90^\circ \text{ A}, \quad I_{S2} = 3081.54 / -90^\circ \text{ A}, \quad I_{S3} = 3558.27 / -90^\circ \text{ A}$$

– La corriente de corte trifásica será:  $I_a = 1054.3 / -90^\circ \text{ A}$

– Las corrientes de cortocircuito bifásico a tierra son:

$$I''_{kEE} = 720.88 / 90.28^\circ \text{ A}, \quad I''_{kES} = 1346.6 / 164.76^\circ \text{ A}, \quad I''_{kET} = 1346.65 / 15.81^\circ \text{ A}$$

3. Las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán en G son:

$$I''_{k1} = 649.91 / -90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2} = 861.79 / -90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k3} = 995.12 / -90^\circ \text{ A}$$

$$I_{S1} = 1838.24 / -90^\circ \text{ A}, \quad I_{S2} = 2437.51 / -90^\circ \text{ A}, \quad I_{S3} = 2814.62 / -90^\circ \text{ A}$$

– La corriente de corte trifásica será:  $I_a = 889.42 / -90^\circ \text{ A}$

4. Las redes de secuencia directa, inversa y homopolar no se indican. Pero, para redes parecidas, consúltese la sección de problemas resueltos.



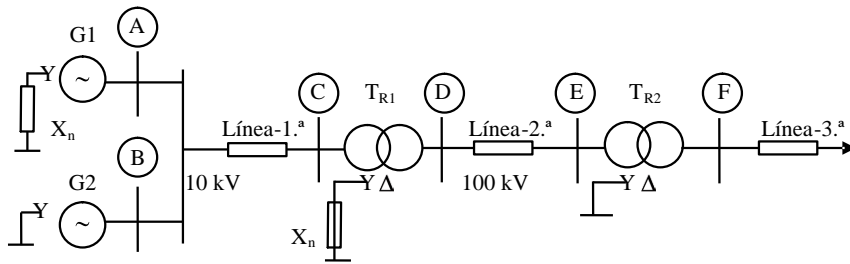
### Problema 4.6

El esquema de la Figura representa una sección de una red eléctrica trifásica, alimentada por dos generadores situados en paralelo al principio del sistema de potencia. A efectos de diseño de los interruptores de protección, y para conocer la respuesta del circuito en diversos puntos del mismo ante situaciones anómalas, se supone que los generadores funcionan sin carga y a la tensión nominal:

#### Datos

$G_1$	20 MVA... 10 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 12\%$	$X_0 = 0.4 \cdot X_1$	$X_n = j4 \Omega$
$G_2$	30 MVA.. 10 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 14\%$	$X_0 = 0.4 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$T_{R1}$	60 MVA 150/15 kV	$\varepsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 12\%$	$X_0 = 0.9 \cdot X_1$	$X_n = j7.5 \Omega$
$T_{R2}$	50 MVA 150/15 kV	$\varepsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 10\%$	$X_0 = 0.9 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$L_1$		$Z_1 = Z_2 = (0.06 + j0.12) \Omega$	$Z_0 = 2.5 \cdot Z_1$	
$L_2$		$Z_1 = Z_2 = (2 + j6) \Omega$	$Z_0 = 2.5 \cdot Z_1$	
$L_3$		$Z_1 = Z_2 = (0.1 + j0.6) \Omega$	$Z_0 = 2.5 \cdot Z_1$	

Fig.4.6  
Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.6



Se pide:

1. En el supuesto de producirse unos cortocircuitos (monofásicos, bifásicos, trifásicos) en las barras de interconexión C, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ) (supóngase un tiempo de retardo de 0.1 s para los interruptores).
2. En el supuesto de producirse los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión E, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de corto-



circuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ) (supóngase un tiempo de retardo de 0.1 s para los interruptores).

3. En el supuesto de producirse los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión F, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ) (supóngase un tiempo de retardo de 0.1 s para los interruptores).
4. Dibujar las redes de secuencia directa, inversa y homopolar de la red representada.

### Respuestas

1. Las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán en C son:

$$I''_{k1} = 18197/-80.7^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2} = 14175.3/-81.1^\circ \text{ A}, \quad I''_{k3} = 16368/-81.1^\circ \text{ A}$$

$$I_{s1} = 41432/-80.2^\circ \text{ A}, \quad I_{s2} = 32476/-81.1^\circ \text{ A}, \quad I_{s3} = 37500/-81.1^\circ \text{ A}$$

– La corriente de corte trifásica será:  $I_a = 12.315,8/-81,1^\circ \text{ A}$

2. Las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán en E son:

$$I''_{k1} = 928.8/-85.5^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2} = 613.15/-84.9^\circ \text{ A}, \quad I''_{k3} = 708/-84.9^\circ \text{ A}$$

$$I_{s1} = 2338/-85.5^\circ \text{ A}, \quad I_{s2} = 1508/-84.9^\circ \text{ A}, \quad I_{s3} = 1742.2/-84.9^\circ \text{ A}$$

– La corriente de corte trifásica será:  $I_a = 675.18/-84.9^\circ \text{ A}$

3. Las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán en F son:

$$I''_{k1} = 0/0^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2} = 3081.2/-84.2^\circ \text{ A}, \quad I''_{k3} = 3557.9/-84.2^\circ \text{ A}$$

$$I_{s1} = 0/-0^\circ \text{ A}, \quad I_{s2} = 7495/-84.2^\circ \text{ A}, \quad I_{s3} = 8654.4/-84.2^\circ \text{ A}$$

– La corriente de corte trifásica será:  $I_a = 3557.9/-84.2^\circ \text{ A}$

4. Las redes de secuencia directa, inversa y homopolar no se indican. Pero, para redes parecidas, consúltese la sección de problemas resueltos.

### Problema 4.7

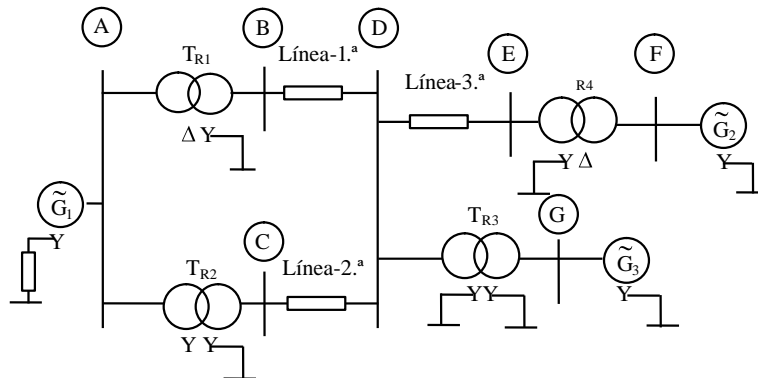
El esquema de la Figura representa una sección de una red eléctrica trifásica, alimentada por tres generadores, situados en los extremos del sistema de potencia. A efectos de diseño de los interruptores de protección, y para conocer la respuesta del circuito en diversos puntos del mismo ante situaciones anómalas, se supone que los generadores funcionan sin carga y a la tensión nominal:



**Datos**

$G_1$ :	60 MVA 20 kV	$X''d = X_1 = X_2 = 10\%$	$X_0 = 8\%$	$X_n = j8\ \Omega$
$G_2$ :	80 MVA 30 kV	$X''d = X_1 = X_2 = 12\%$	$X_0 = 10\%$	$X_n = 0$
$G_3$ :	25 MVA 40 kV	$X''d = X_1 = X_2 = 15\%$	$X_0 = 12\%$	$X_n = 0$
$T_{R1}$ y $T_{R2}$	30 MVA 140/20 kV	$\varepsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 11\%$	$X_0 = 0.9 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$T_{R3}$	30 MVA 140/40 kV	$\varepsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 14\%$	$X_0 = 0.9 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$T_{R4}$	90 MVA 140/30 kV	$\varepsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 12\%$	$X_0 = 0.9 \cdot X_1$	$X_n = 0$
$L_1$	$X_1 = X_2 = j25\ \Omega$	$X_0 = 2.5 \cdot X_1$		
$L_2$	$X_1 = X_2 = j25\ \Omega$	$X_0 = 2.5 \cdot X_1$		
$L_3$	$X_1 = X_2 = j50\ \Omega$	$X_0 = 2.5 \cdot X_1$		

Fig. 4.7  
Esquema unifilar  
del sistema de  
potencia corres-  
pondiente al  
problema 4.7



Se pide:

1. En el supuesto de producirse unos cortocircuitos (monofásicos, bifásicos, trifásicos) en las barras de interconexión D, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ) (supóngase un tiempo de retardo de 0.1 s para los interruptores).
2. En el supuesto de producirse los mismos cortocircuitos anteriores (monofásicos, bifásicos, trifásicos) pero ahora en las barras de interconexión F, ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán ( $I''_{k1}$ ,  $I''_{k2}$ ,  $I''_{k3}$ ,  $I_{s1}$ ,  $I_{s2}$ ,  $I_{s3}$ )? Indicar también el valor de la corriente simétrica de corte en las mismas barras ante un cortocircuito trifásico ( $I_a$ ) (supóngase un tiempo de retardo de 0.1 s para los interruptores).



- Si se produce en barras D un cortocircuito fase-fase-tierra, indicar las intensidades iniciales de cortocircuito ( $I''_{k2EE}$ ,  $I''_{k2ES}$ ,  $I''_{k2ET}$ ), así como la tensión de línea en la fase R con este fallo.
- Dibujar las redes de secuencia directa, inversa y homopolar de la red representada.

### Respuestas

- Las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán en D son:

$$I''_{k1} = 2141.76/-90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2} = 2047.87/-90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k3} = 2364.68/-90^\circ \text{ A}$$

$$I_{S1} = 6057.81/-90^\circ \text{ A}, \quad I_{S2} = 5792.25/-90^\circ \text{ A}, \quad I_{S3} = 6688.32/-90^\circ \text{ A}$$

– La corriente de corte trifásica será:  $I_a = 1.988,63/-90^\circ \text{ A}$

- Las corrientes iniciales de cortocircuito y las máximas corrientes asimétricas de cortocircuito que se producirán en F son:

$$I''_{k1} = 17113.1/-90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2} = 14905.15/-90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k3} = 17211/-90^\circ \text{ A}$$

$$I_{S1} = 48403.1/-90^\circ \text{ A}, \quad I_{S2} = 42158.13/-90^\circ \text{ A}, \quad I_{S3} = 48680/-90^\circ \text{ A}$$

– La corriente de corte trifásica será:  $I_a = 12125.8/-90^\circ \text{ A}$

- Las corrientes iniciales de cortocircuito que se producirán en D, con una falta bifásica a tierra, son:

$$I''_{k2EE} = 930.43/-90^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2ES} = 2100.02/167.2^\circ \text{ A}, \quad I''_{k2ET} = 2100.02/12.8^\circ \text{ A}$$

– La tensión en la fase R con este fallo es:  $U_R = 115875.7/0^\circ \text{ V}$

- Las redes de secuencia directa, inversa y homopolar no se indican. Pero, para redes parecidas, consúltese la sección de problemas resueltos.

### Problema 4.8

El esquema de la Figura representa una sección de una red eléctrica trifásica, alimentada por múltiples puntos. A efectos de diseño del interruptor, y para conocer la respuesta del circuito en diversos puntos del mismo ante situaciones anómalas, se supone que los generadores funcionan sin carga y a la tensión nominal:

#### Datos

Tensión del punto F<sub>1</sub> y del punto F<sub>2</sub>:.....100 kV

$$G1: 45 \text{ MVA} \quad 20 \text{ kV} \quad X''_d = X_1 = X_2 = j0.8 \Omega \quad X_o = j0.32 \Omega \quad X_n = j0.50 \Omega$$

$$G2: 55 \text{ MVA} \quad 32 \text{ kV} \quad X''_d = X_1 = X_2 = j1.8 \Omega \quad X_o = j0.72 \Omega \quad X_n = 0$$



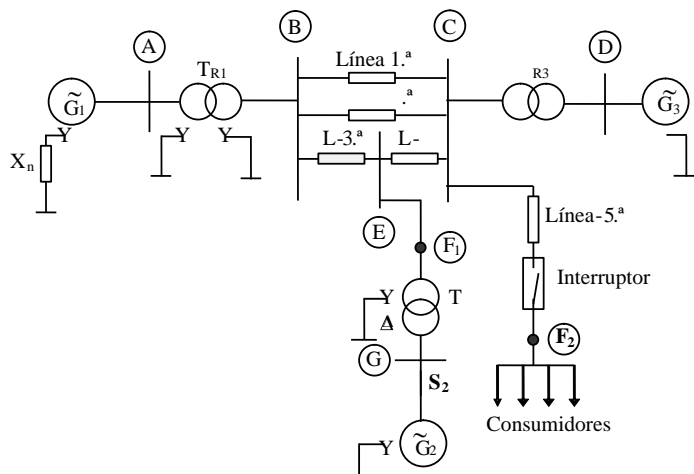
G3: 65 MVA 40 kV	$X''d = X1 = X2 = j2.7 \Omega$	$Xo = j1.08 \Omega$	$Xn = 0$
TR1: 50 MVA 100/20 kV	$\epsilon_{cc} = X1 = X2 = j0.8 \Omega$	$Xo = j0.72 \Omega$	$Xn = 0$
TR2: 60 MVA 100/32 kV	$\epsilon_{cc} = X1 = X2 = j1.7 \Omega$	$Xo = j1.53 \Omega$	$Xn = 0$
TR3: 70 MVA 100/40 kV	$\epsilon_{cc} = X1 = X2 = j2.5 \Omega$	$Xo = j2.25 \Omega$	$Xn = 0$
L1 y L2	$X1 = X2 = j20 \Omega$	$Xo = j50 \Omega$	
L3	$X1 = X2 = j25 \Omega$	$Xo = j62.5 \Omega$	
L4	$X1 = X2 = j14 \Omega$	$Xo = j35 \Omega$	
L5	$Z1 = Z2 = (5+j10) \Omega_m$	$Zo = 2.5 \cdot Z1$	

Los valores de las impedancias calculadas siempre están dados al nivel más bajo de tensión

**Se pide:**

1. En el supuesto de un fallo monofásico fase-tierra en el punto  $F_1$ , ¿cuál será la corriente inicial de cortocircuito ( $I''_{k1}$ ) que se producirá?
2. Si desconectamos  $G_2$  y se produce un fallo monofásico fase-tierra en el punto  $F_2$ , ¿cuál será la corriente máxima asimétrica de cortocircuito ( $I_s$ ) que soportará el interruptor que se encuentre situado en la fase referida?
3. Si desconectamos  $G_2$  y se produce un fallo trifásico en el punto  $F_2$ , ¿cuál será la corriente simétrica de corte ( $I_a$ ) que ha de interrumpir el interruptor si su tiempo de retardo es de 0.1 s?
4. Dibujar las redes de secuencia directa, inversa y homopolar de la red representada.

Fig. 4.8  
Esquema  
unifilar del  
sistema de  
potencia  
correspondiente  
al problema 4.8





## Respuestas

1. La corriente inicial de cortocircuito que se producirá en  $F_1$  es:  $I''_{k1} = 4420.5/-90^\circ$  A.
2. La corriente máxima asimétrica de cortocircuito en  $F_2$  ( $G_2$  desconectado) será:  $I_s = 3623.6/-78.79^\circ$  A.
3. La corriente simétrica de corte en  $F_2$  ( $G_2$  desconectado) será:  $I_a = 2131.16/-80.3^\circ$  A.
4. Las redes de secuencia directa, inversa y homopolar no se indican. Pero, para redes parecidas, consúltese la sección de problemas resueltos.

## Problema 4.9

El esquema de la Figura representa una sección de una red eléctrica trifásica, alimentada por múltiples puntos. A efectos de diseño del interruptor, y para conocer la respuesta del circuito en diversos puntos del mismo ante situaciones anómalas, se supone que los generadores funcionan sin carga y a la tensión nominal:

### Datos

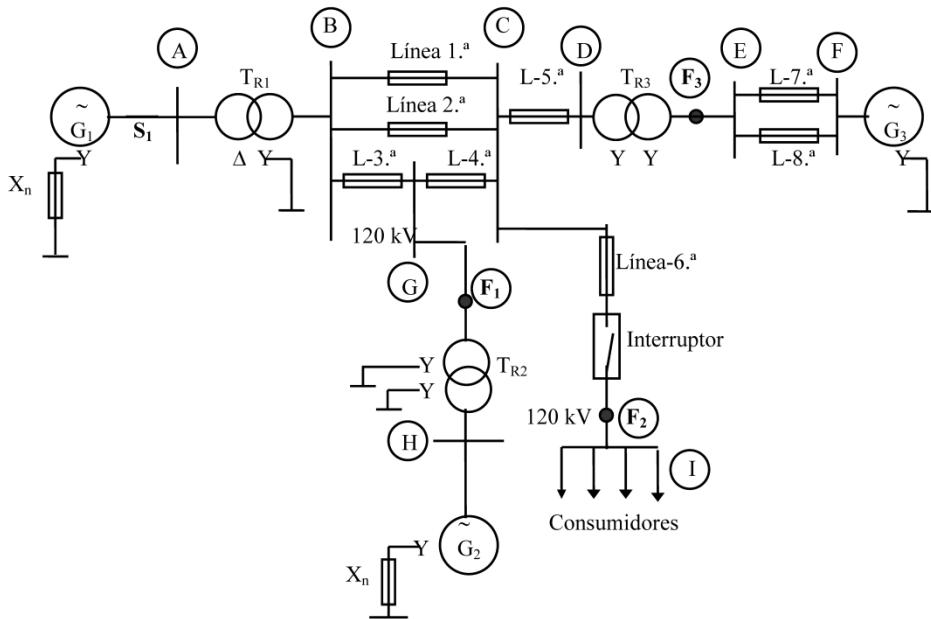
Tensión del punto  $F_1$  y del punto  $F_2$ :....120 kV. La tensión del punto  $F_3$  es de 40 kV

$G_1$	40 MVA	20 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 14 \%$	$X_0 = 4 \%$	$X_n = 0 \%$
$G_2$	50 MVA	30 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 16 \%$	$X_0 = 4 \%$	$X_n = 2.962 \%$
$G_3$	60 MVA	40 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 12 \%$	$X_0 = 4.5 \%$	$X_n = 0$
$T_{R1}$	50 MVA	120/20 kV	$\epsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 10 \%$	$X_0 = 0.9X_1$	$X_n = 0$
$T_{R2}$	60 MVA	120/30 kV	$\epsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 9 \%$	$X_0 = 0.9X_1$	$X_n = 0$
$T_{R3}$	64 MVA	120/40 kV	$\epsilon_{cc} = X_1 = X_2 = 12 \%$	$X_0 = 0.9X_1$	$X_n = 0$
$L_1$ y $L_2$			$X_1 = X_2 = j20 \Omega$	$X_0 = 2.5 \cdot X_1$	
$L_3$			$X_1 = X_2 = j18 \Omega$	$X_0 = 2.5 \cdot X_1$	
$L_4$			$X_1 = X_2 = j22 \Omega$	$X_0 = 2.5 \cdot X_1$	
$L_5$			$X_1 = X_2 = j24 \Omega$	$X_0 = 2.5 \cdot X_1$	
$L_6$			$Z_1 = Z_2 = (2+j6) \Omega$	$Z_0 = 2.5 \cdot Z_1$	
$L_7$ y $L_8$			$X_1 = X_2 = j2.6 \Omega$	$X_0 = 2.5 \cdot X_1$	



Los valores de las impedancias calculadas siempre están dados al nivel más bajo de tensión.

Fig.4.9  
Esquema unifilar  
del sistema de  
potencia corres-  
pondiente al  
problema 4.9



Se pide:

1. En el supuesto de un fallo monofásico fase-tierra en el punto  $F_1$ , ¿cuál será la corriente inicial de cortocircuito ( $I''_{k1}$ ) que se producirá?
2. Ante un fallo trifásico en el punto  $F_2$ , ¿cuál será la corriente simétrica de corte ( $I_a$ ) capaz de interrumpir el interruptor si su tiempo de retardo es de 0.1 s?
3. Si se produce un fallo monofásico fase-tierra en el punto  $F_2$ , ¿cuál será la corriente máxima asimétrica de cortocircuito ( $I_s$ ) que soportará el interruptor que se encuentre situado en la fase referida?
4. Si desconectamos el generador  $G_1$  de la red, mediante  $S_1$  y se produce un fallo bifásico doble fase-tierra en el punto  $F_3$ , ¿cuáles serán las corrientes iniciales de cortocircuito ( $I''_{kEE}$ ,  $I''_{kES}$ ,  $I''_{kET}$ ) que se producirán?
5. Dibujar las redes de secuencia directa, inversa y homopolar de la red representada.

### Respuestas

1. La corriente inicial de cortocircuito que se producirá en  $F_1$  es:  $I''_{k1} = 2632.5/-90^\circ$  A.
2. La corriente simétrica de corte en  $F_2$  será:  $I_a = 1883.5/-86.8^\circ$  A.





3. La corriente máxima asimétrica de cortocircuito en  $F_2''$  será:  $I_s = 4811.2/-85.7^\circ$  A.
4. Con el generador  $G_1$  desconectado, las corrientes de cortocircuito que se producirán ante un fallo bifásico a tierra en  $F_3$  serán:  $I''_{kEE} = 6176/90^\circ$  A,  $I''_{kES} = 7100/-205.8^\circ$  A,  $I''_{kET} = 7100/25.8^\circ$  A.
5. Las redes de secuencia directa, inversa y homopolar no se indican. Pero, para redes parecidas, consúltese la sección de problemas resueltos.

### Problema 4.10

Disponemos de un generador síncrono trifásico, el cual trabaja en vacío (sin carga). Su neutro está puesto a tierra a través de una reactancia. Con esta situación, se produce un fallo monofásico a tierra en los bornes del generador, como se indica en la Figura:

#### Datos

G 20000 kVA 13.8 kV  $X''d_1 = 35\%$   $X_2 = 25\%$   $X_0 = 10\%$   $X_n = 0\%$

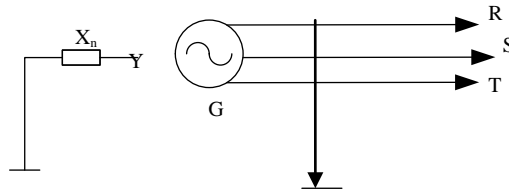


Fig. 4.10 Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.10

Se pide:

1. Las corrientes de cortocircuito en los bornes del generador.
2. Las tensiones de línea en las tres fases del generador.

#### Respuestas

1. Las corrientes de cortocircuito en los bornes del generador son:

$$I''_{k1RG} = 3590/-90^\circ \text{ A}, \quad I''_{kS1G} = I''_{kT1G} = 0$$

2. Las tensiones de línea en las tres fases del generador son:

$$U_{RSG} = 8063/77.7^\circ \text{ V}, \quad U_{STG} = 15775/-90^\circ \text{ V}, \quad U_{TRG} = 8063/102.2^\circ \text{ V}$$



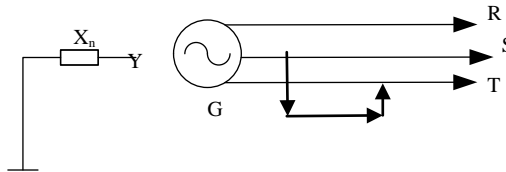
### Problema 4.11

Disponemos de un generador síncrono trifásico, el cual trabaja en vacío (sin carga). Su neutro está puesto a tierra a través de una reactancia. Con esta situación, se produce una falta bifásica entre fases en los bornes del generador, como se indica la Figura:

#### Datos

G.....20000 kVA ...13.8 kV..... $X''_{d1} = 35\%$ ... $X_2 = 25\%$  .... $X_0 = 10\%$  ..... $X_n = 0\%$

Fig. 4.11  
Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.11



Se pide:

1. Las corrientes de cortocircuito en los bornes del generador.
2. Las tensiones de línea en las tres fases del generador.

#### Respuestas

1. Las corrientes de cortocircuito en los bornes del generador son:  
 $I''_{k1RG} = 0/0^\circ \text{ A}$ ,  $I''_{kS1G} = 2420/180^\circ \text{ A}$ ,  $I''_{kT1G} = 2420/0^\circ \text{ A}$
2. Las tensiones de línea en las tres fases del generador son:  
 $U_{RSG} = 13970/0^\circ \text{ V}$ ,  $U_{STG} = 10/0^\circ \text{ V}$ ,  $U_{TRG} = 13970/180^\circ \text{ V}$

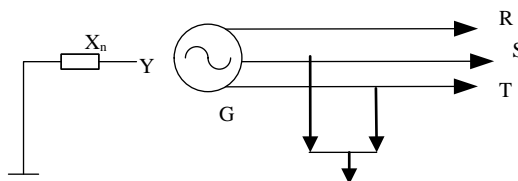
### Problema 4.12

Disponemos de un generador síncrono trifásico que trabaja en vacío (sin carga). Su neutro está puesto a tierra a través de una reactancia. Con esta situación, se produce un fallo bifásico entre fases a tierra en los bornes del generador, como se indica en la Figura.

#### Datos

G 20000 kVA 13.8 kV  $X''_{d1} = 35\%$   $X_2 = 25\%$   $X_0 = 10\%$   $X_n = 0\%$

Fig.4.12  
Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.12





Se pide:

1. Las corrientes en los bornes del generador.
2. Las tensiones de línea en las tres fases del generador.

### Respuestas

1. Las corrientes de cortocircuito en los bornes del generador son:

$$I''_{kIRG} = 0/0^\circ \text{ A}, \quad I''_{kSIG} = 3071/136^\circ \text{ A}, \quad I''_{kTIG} = 3071/44^\circ \text{ A}$$

2. Las tensiones de línea en las tres fases del generador son:

$$U_{RSG} = 4047/0^\circ \text{ V}, \quad U_{STG} = 0/0^\circ \text{ V}, \quad U_{TRG} = 4047/180^\circ \text{ V}$$

### Problema 4.13

El circuito que se muestra en la Figura corresponde a un suministro trifásico formado por un generador síncrono trifásico, una línea de transporte de energía eléctrica y un transformador. El extremo de la línea está abierto y, por tanto, el generador trabaja sin carga. Las conexiones existentes, así como las características de las máquinas, son las indicadas en la Figura.

#### Datos

$$G_1 \quad 25 \text{ MVA} \quad 132 \text{ kV} \quad X/R = 6 \quad Z_0 = 0.8 \cdot Z_1 \quad X_n = 0 \%$$

$$T_{R1} \quad 90 \text{ MVA} \quad 132/33 \text{ kV} \quad X_1 = X_2 = 16 \% \quad X_0 = 16 \% \quad X_n = 0$$

Línea

$$Z_1 = Z_2 = (0.0895 + j 0.2336) \Omega/\text{km}$$

$$Z_0 = (0.1965 + j 0.5895) \Omega/\text{km} \quad \text{Longitud de la línea} = 3.16 \text{ km}$$

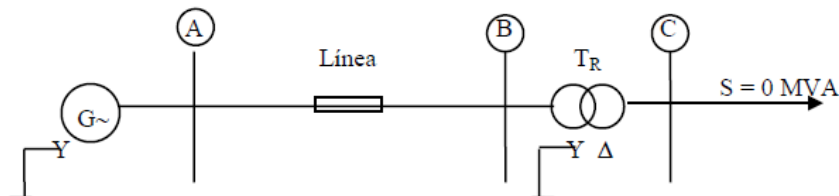


Fig.4.13  
Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.13



Si el sistema está operando a voltaje nominal y sin corriente antes del fallo, ante un fallo monofásico (fase-tierra), en la fase R de las barras B, hallar:

1. Con el conexionado existente: la intensidad que circula por las tres fases del generador y por el primario del transformador.
2. Si se desconecta el neutro del generador siguiendo sin cambios las conexiones restantes: la intensidad que circula por las tres fases del generador y por las tres fases del primario del transformador.
3. Si se desconecta el neutro del transformador, pero el neutro del generador está conectado: la intensidad que circula por las tres fases del generador y por las tres fases del primario del transformador.

### Respuestas

1. Con el conexionado existente:

$$I_{RG} = 3106/-74^\circ \text{ A} \quad I_{SG} = 730/96.7^\circ \text{ A} \quad I_{TG} = 730/96.7^\circ \text{ A}$$

$$I_{RTR} = 726/-83.3^\circ \text{ A} \quad I_{STR} = 726/-83.3^\circ \text{ A} \quad I_{TTR} = 726/-83.3^\circ \text{ A}$$

2. Si se desconecta el neutro del generador siguiendo sin cambios las conexiones restantes:

$$I_{RG} = 2110/-80.2^\circ \text{ A} \quad I_{SG} = 1055/99.8^\circ \text{ A} \quad I_{TG} = 1055/99.8^\circ \text{ A}$$

$$I_{RTR} = 1055/-80.2^\circ \text{ A} \quad I_{STR} = 1055/-80.2^\circ \text{ A} \quad I_{TTR} = 1055/-80.2^\circ \text{ A}$$

3. Si se desconecta el neutro del transformador, pero el neutro del generador está conectado:

$$I_{RG} = 2781/-72.9^\circ \text{ A} \quad I_{SG} = 0/0^\circ \text{ A} \quad I_{TG} = 0/0^\circ \text{ A}$$

$$I_{RTR} = 0/0^\circ \text{ A} \quad I_{STR} = 0/0^\circ \text{ A} \quad I_{TTR} = 0/0^\circ \text{ A}$$

### Problema 4.14

Dos generadores síncronos de 40 MVA y 10 kV cada uno se disponen en paralelo y suministran energía a una línea de distribución. Las impedancias secuenciales de los generadores y la línea son las siguientes:

#### Datos

	Generadores	Línea
Secuencia directa	$j 8 \Omega$	$j 15 \Omega$
Secuencia inversa	$j 6 \Omega$	$j 15 \Omega$
Secuencia homopolar	$j 4 \Omega$	$j 30 \Omega$



El primer generador tiene su punto neutro conectado a tierra a través de una resistencia de  $1 \Omega$ , mientras que el segundo generador tiene su punto neutro aislado de tierra.

Si se produce un cortocircuito entre la fase R y tierra en el extremo más alejado de la línea, y los generadores trabajan sin carga, hallar:

1. La intensidad monofásica de cortocircuito ( $I''_{k1}$ ) en el punto del fallo.
2. La intensidad que circula por la fase S del primer generador ( $I''_{SG1}$ ) al producirse el cortocircuito.
3. La intensidad que circula por la fase R del segundo generador ( $I''_{RG2}$ ) al producirse el cortocircuito.
4. La tensión entre líneas  $U_{ST}$  en bornes del segundo generador al producirse el cortocircuito.

### Respuestas

1. La intensidad monofásica de cortocircuito en el fallo es:  $I''_{k1} = 243.75/-87.6^\circ \text{ A}$ .
2. La intensidad de la fase S del primer generador es:  $I''_{SG1} = 40.625/-87.6^\circ \text{ A}$ .
3. La intensidad de la fase R del segundo generador es:  $I''_{RG2} = 81.25/-87.6^\circ \text{ A}$ .
4. La tensión entre líneas, en bornes del segundo generador, es:  $U_{STG2} = 9860.17/-90^\circ \text{ V}$ .

### Problema 4.15

Dos generadores síncronos trifásicos de 35 MVA y 7.5 kV cada uno se disponen en paralelo y suministran energía a una línea de distribución. Las impedancias secuenciales de los generadores y la línea son las siguientes:

#### Datos

	Generadores	Línea
Secuencia directa	$j 6 \Omega$	$j 12 \Omega$
Secuencia inversa	$j 5 \Omega$	$j 12 \Omega$
Secuencia homopolar	$j 2 \Omega$	$j 25 \Omega$

El primer generador tiene su punto neutro aislado de tierra, mientras que el segundo generador tiene su punto neutro conectado a tierra a través de una resistencia de  $0.8 \Omega$ .



Si se produce un cortocircuito entre la fase R y tierra (cortocircuito monofásico), en el extremo más alejado de la línea, y se supone que los generadores antes del fallo trabajan sin carga, hallar:

1. La intensidad monofásica de cortocircuito ( $I''_{k1}$ ) en el punto del fallo.
2. La intensidad que circula por la fase S del primer generador ( $I''_{SG1}$ ) al producirse el cortocircuito.
3. La intensidad que circula por la fase R del segundo generador ( $I''_{RG2}$ ) al producirse el cortocircuito.
4. La tensión entre líneas  $U_{ST}$  en bornes del segundo generador al producirse el cortocircuito.

### Respuestas

1. La intensidad monofásica de cortocircuito es:  $I''_{k1} = 229.5/-87.6^\circ$  A.
2. La intensidad de la fase S del primer generador es:  $I''_{SG1} = 38.25/92.45^\circ$  A.
3. La intensidad de la fase R del segundo generador es:  $I''_{RG2} = 153/-87.6^\circ$  A.
4. La tensión entre líneas en bornes del segundo generador es:  $U_{STG2} = 7435/-90^\circ$  V.

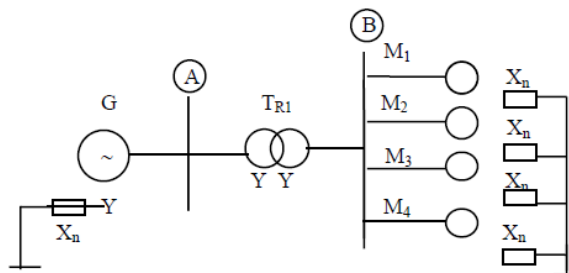
### Problema 4.16

Se dispone de un sistema de energía formado por un generador, un transformador y un grupo de motores asíncronos conectados en paralelo. Los valores característicos de las máquinas y del transformador son los siguientes (los valores dados para el motor son los que se han tomado en su conjunto):

#### Datos

G	7500 MVA	4.16 kV	$X''d_1 = X_2 = 10\%$	$X_0 = 5\%$	$X_n = 5\%$
$T_R$	7500 MVA	4.16/0.6 kV	$\epsilon_{xcc} = X_1 = X_2 = 10\%$	$X_0 = 0.9 \cdot X_1$	$X_n = 0\%$
M	5000 MVA	0.6 kV	$X''d_1 = X_2 = 20\%$	$X_0 = 4\%$	$X_n = 2\%$

Fig.4.14 Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.16





Si se produce un fallo monofásico a tierra en el embarrado B y el sistema está operando a voltaje nominal y sin corriente antes del fallo, tomando como tensión de referencia  $E = 1/0^\circ$ , hallar:

1. Las intensidades de cortocircuito de todas las fases del generador.
2. Las intensidades totales en el punto de fallo a tierra ( $I''_{kIR}, I''_{kIS}, I''_{kIT}$ ).
3. Las intensidades de las tres fases del conjunto de motores ante el fallo.
4. Las intensidades de fallo de las tres fases, que van desde el secundario del transformador hasta el punto de fallo.

### Respuestas

1. Las intensidades de cortocircuito en todas las fases del generador son:

$$I_{RG} = 0/0 \text{ A}, \quad I_{SG} = 2769/90^\circ \text{ A}, \quad I_{TG} = 2769/-90^\circ \text{ A}$$

2. Las intensidades totales en el punto de fallo a tierra son:

$$I''_{kIR} = 55425/-90^\circ \text{ A}, \quad I''_{kIS} = I''_{kIT} = 0/0^\circ \text{ A}$$

3. Las intensidades de las tres fases del conjunto de motores ante el fallo son:

$$I_R = 33255/-90^\circ \text{ A}, \quad I_S = 11085/-90^\circ \text{ A}, \quad I_T = 11085/-90^\circ \text{ A}$$

4. Las intensidades de fallo de las tres fases, en el secundario del transformador, son:

$$I_R = 22170/-90^\circ \text{ A}, \quad I_S = 11085/90^\circ \text{ A}, \quad I_T = 11085/90^\circ \text{ A}$$

### Problema 4.17

El circuito que se muestra en la Figura corresponde a una sección de una red de transporte de energía interconectada por varios puntos. El suministro está formado por una acometida trifásica, un generador trifásico, un transformador y un enlace para usuarios. El extremo de la línea de consumidores está abierto y, por tanto, el generador trabaja sin carga. Las conexiones existentes, así como las características de las máquinas, son las que se muestran en la Figura.

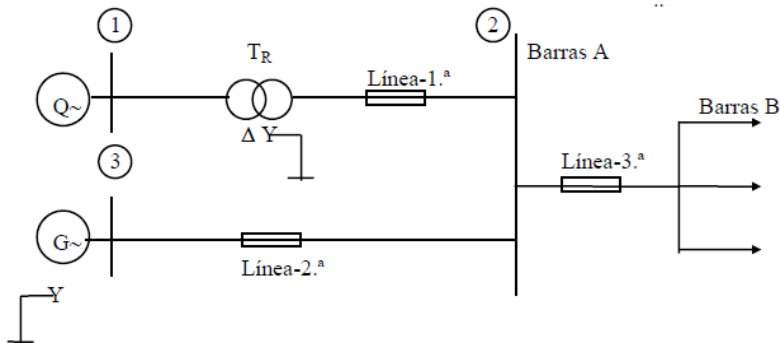
#### Datos

Q	2000 MVA	110 kV			
G <sub>1</sub>	12 MVA	20 kV	$X''_{d1} = X_2 = 16 \%$	$X_0 = 5 \%$	$X_n = 0 \%$
T <sub>R1</sub>	25 MVA	110/20 kV	$X_1 = X_2 = 7 \%$	$X_0 = 0.9 \cdot X_1$	$X_n = 0$



Línea 1. <sup>a</sup>	$X_1 = X_2 = j 6.5 \Omega$	$X_0 = j 15 \Omega$	$X_n = 0$
Línea 2. <sup>a</sup>	$X_1 = X_2 = j 0.11 \Omega$	$X_0 = j 0.25 \Omega$	$X_n = 0$
Línea 3. <sup>a</sup>	$X_1 = X_2 = j 0.57 \Omega$	$X_0 = j 1.42 \Omega$	$X_n = 0$

Fig. 4.15  
Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.17



Si el sistema está operando a voltaje nominal y sin corriente antes del fallo, ante un fallo monofásico (fase-tierra) en la fase R de las barras 2, hallar:

1. Las intensidades que circulan por las tres fases del generador.
2. Las intensidades que circulan por las tres fases del transformador hasta el punto de fallo.
3. Las intensidades que circulan por las tres fases de la acometida hacia el punto de fallo.

### Respuestas

1. Las intensidades que circulan por las fases del generador son:

$$I_{RG} = 4118/-90^\circ \text{ A} \quad I_{SG} = 1415/-90^\circ \text{ A} \quad I_{TG} = 1415/-90^\circ \text{ A}$$

2. Las intensidades que circulan por las tres fases del transformador hasta el punto de fallo son:

$$I_{RTR} = 8041/-90^\circ \text{ A} \quad I_{STR} = 1415/90^\circ \text{ A} \quad I_{TTR} = 1415/90^\circ \text{ A}$$

3. Las intensidades que circulan por las tres fases de la acometida hacia el punto de fallo son:

$$I_{RQ} = 5460/-90^\circ \text{ A} \quad I_{SQ} = 5460/90^\circ \text{ A} \quad I_{TQ} = 0/0^\circ \text{ A}$$





### Problema 4.18

Dos generadores síncronos se conectan a una línea de transmisión de energía a través de dos transformadores trifásicos, como se muestra en la Figura. Los valores nominales y las reactancias de las máquinas y los transformadores son:

#### Datos

$G_1$	80 MVA	25 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 20\%$	$X_o = 6\%$	$X_n = j0.2\ \Omega$
$G_2$	60 MVA	25 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 18\%$	$X_o = 5\%$	$X_n = j0.1\ \Omega$
$T_{R1}$	80 MVA	150/25 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 11\%$	$X_o = 8\%$	$X_n = 0\%$
$T_{R2}$	60 MVA	50/25 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 15\%$	$X_o = 10\%$	$X_n = 0\%$
Línea			$X_1 = X_2 = j12$	$X_o = j30\ \Omega$	

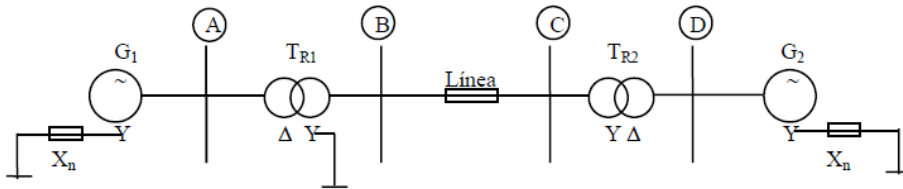


Fig.4.16  
Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.18

Si el sistema está operando a voltaje nominal y sin corriente antes del fallo, ante un fallo bifásico (fase-fase) en las fases S y T de las barras C, hallar:

1. La intensidad que circula por la fase T ( $I''_{k2T}$ ) del generador  $G_1$ .
2. La intensidad que circula por la fase S ( $I''_{k2S}$ ) desde la línea de transmisión hasta el punto de fallo.
3. La intensidad que circula por la fase R ( $I''_{k2R}$ ) del generador  $G_2$ .
4. El voltaje línea-línea  $U_{ST}$  en bornes del generador  $G_2$ .
5. El voltaje línea-línea  $U_{TR}$  en el punto de fallo (barras C).
6. El voltaje línea-línea  $U_{RS}$  en bornes del generador  $G_2$ .

#### Respuestas

Los valores pedidos son, respectivamente:

1.  $I''_{k2T} = 5242.4/0^\circ\text{ A}$ ,
2.  $I''_{k2S} = 756.7/180^\circ\text{ A}$ ,
3.  $I''_{k2R} = 2102.8/180^\circ\text{ A}$
4.  $U_{ST} = 15898/-141.8^\circ\text{ V}$ ,
5.  $U_{TR} = 131903/180^\circ\text{ V}$ ,
6.  $U_{RS} = 25000/0^\circ\text{ V}$



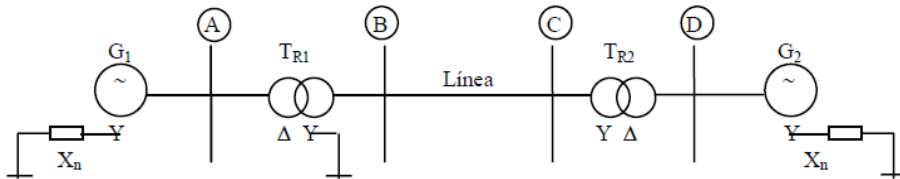
### Problema 4.19

Dos generadores síncronos se conectan a una línea de transmisión de energía a través de dos transformadores trifásicos, como se muestra en la Figura. Los valores nominales y las reactancias de máquinas y los transformadores son:

#### Datos

$G_1$	70 MVA	25 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 16 \%$	$X_o = 6 \%$	$X_n = j0.3 \Omega$
$G_2$	50 MVA	25 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 14 \%$	$X_o = 5 \%$	$X_n = j0.2 \Omega$
$T_{R1}$	70 MVA	150/25 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 10 \%$	$X_o = 6 \%$	$X_n = 0 \%$
$T_{R2}$	50 MVA	150/25 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 12 \%$	$X_o = 8 \%$	$X_n = 0 \%$
Línea			$X_1 = X_2 = j20 \Omega$	$X_o = j50 \Omega$	

Fig. 4.17  
Esquema unifilar  
del sistema de  
potencia corres-  
pondiente al  
problema 4.19



Si el sistema está operando a voltaje nominal y sin corriente antes del fallo, ante un fallo bifásico a tierra (fase-fase-tierra) en las fases S, T y tierra de las barras D, hallar:

1. La intensidad que circula por la fase R ( $I''_{k2R}$ ) del generador  $G_1$ .
2. La intensidad que circula por la fase S ( $I''_{k2S}$ ) en la línea de transmisión.
3. La intensidad que circula por la fase T ( $I''_{k2T}$ ) del generador  $G_2$ .
4. El voltaje línea-línea  $U_{ST}$  al principio de la línea (barras B).
5. El voltaje línea-línea  $U_{TR}$  en el punto de fallo.
6. El voltaje línea-línea  $U_{RS}$  en bornes del generador  $G_1$ .

#### Respuestas

Los valores que adoptan las diversas magnitudes eléctricas son, respectivamente:

1.  $I''_{k2R} = 1113.6/-90^\circ \text{ A}$ ,
2.  $I''_{k2S} = 19778.4/180^\circ \text{ A}$ ,
3.  $I''_{k2T} = 8893/36.53^\circ \text{ A}$
4.  $U_{ST} = 86727.9/-44.7^\circ \text{ V}$ ,
5.  $U_{TR} = 14336.1/180^\circ \text{ V}$ ,
6.  $U_{RS} = 86725.2/44.7^\circ \text{ V}$



### Problema 4.20

Dos generadores síncronos se conectan a una línea de transmisión de energía a través de dos transformadores trifásicos, como se muestra en la Figura. Los valores nominales y las reactancias de las máquinas y los transformadores son:

#### Datos

$G_1$	200 MVA	30 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 18 \%$	$X_o = 4 \%$	$X_n = 5 \%$
$G_2$	200 MVA	30 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 18 \%$	$X_o = 4 \%$	$X_n = 5 \%$
$T_{R1}$	200 MVA	360/30 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 10 \%$	$X_o = 10 \%$	$X_n = 0 \%$
$T_{R2}$	200 MVA	360/30 kV	$X''_d = X_1 = X_2 = 10 \%$	$X_o = 10 \%$	$X_n = 0 \%$
Línea			$X_1 = X_2 = j178.5$	$X_o = j595.1 \Omega$	

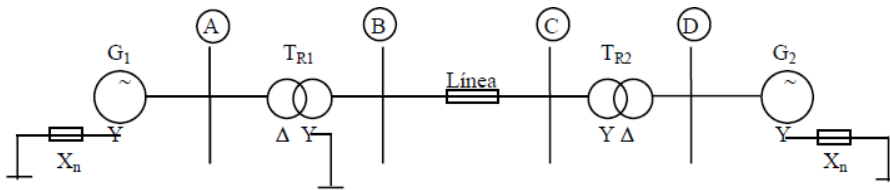


Fig. 4.18  
Esquema unifilar del sistema de potencia correspondiente al problema 4.20

Si el sistema está operando a voltaje nominal y sin corriente antes del fallo, ante un fallo bifásico (fase-fase) en las fases S y T de las barras C, hallar:

1. La intensidad que circula por la fase T ( $I''_{k2T}$ ) del generador  $G_1$ .
2. La intensidad que circula por la fase S ( $I''_{k2S}$ ) desde la línea de transmisión hasta el punto de fallo.
3. La intensidad que circula por la fase R ( $I''_{k2R}$ ) del generador  $G_2$ .
4. El voltaje línea-línea  $U_{ST}$  en bornes del generador  $G_2$ .
5. El voltaje línea-línea  $U_{TR}$  en el punto de fallo (barras C).
6. El voltaje línea-línea  $U_{RS}$  en bornes del generador  $G_2$ .

#### Respuestas

Los valores pedidos son, respectivamente:

1.  $I''_{k2T} = 6931.2/0^\circ \text{ A}$ ,
2.  $I''_{k2S} = 500.22/180^\circ \text{ A}$ ,
3.  $I''_{k2R} = 6872.4/180^\circ \text{ A}$
4.  $U_{ST} = 17643.22/-148.2 \text{ V}$
5.  $U_{TR} = 311768.3/180^\circ \text{ V}$ ,
6.  $U_{RS} = 29997.6/0^\circ \text{ V}$



**ANEXO I. Constantes de magnitudes físicas, terrestres y cuánticas**

Aceleración gravitacional a nivel de mar		9.80665 m/s <sup>2</sup> (referencia estándar 9.807 m/s <sup>2</sup> )	Tabla I.I. Constantes Terrestres
		9.7804 m/s <sup>2</sup> (en el ecuador)	
		9.8322 m/s <sup>2</sup> (en el polo)	
Masa de la Tierra		5.98·10 <sup>24</sup> kg	
Radio de la Tierra		6.37·10 <sup>6</sup> m (valor medio)	
		6378.2 km (en el ecuador)	
		6356.8 km (en el polo)	
Presión atmosférica a nivel del mar (760 mmHg)		1.013·10 <sup>5</sup> N/m	
Constante de Boltzmann	K = R/N	1.38·10 <sup>-23</sup> J/°K	Tabla I.II. Constantes Físicas
Constante de Faraday	F = N·e	9.6485·10 <sup>4</sup> C	
Constante de Rydberg	R <sub>∞</sub>	1.097·10 <sup>7</sup> m <sup>-1</sup>	
Constante de la gravitación universal (de Cavendish)	G	6.67·10 <sup>-11</sup> Nm <sup>2</sup> /kg <sup>2</sup>	
Constante universal de los gases	R	8.314 J/mol·K 1=1.9872 kcal/mol·k	
Electrón: Carga eléctrica	q <sub>e</sub>	1.602·10 <sup>-19</sup> C	
Masa	m <sub>e</sub>	9.1091·10 <sup>-31</sup> kg	
Número de Avogadro	N <sub>A</sub>	6.023·10 <sup>23</sup> partículas/mol	
Neutrón: Carga eléctrica	q <sub>n</sub>	Cero	
Masa	m <sub>n</sub>	1.6750·10 <sup>-27</sup> kg	
Permitividad del vacío	ε <sub>0</sub>	8.8542·10 <sup>-12</sup> C <sup>2</sup> /Nm <sup>2</sup> =	
		$= \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$	
Permeabilidad del vacío	μ <sub>0</sub>	4π·10 <sup>-7</sup> N/A <sup>2</sup> = 4π·10 <sup>-7</sup> Ns <sup>2</sup> /C <sup>2</sup>	
Protón: Carga eléctrica	q <sub>p</sub>	1.602·10 <sup>-19</sup> C	
Masa	m <sub>p</sub>	1.6725·10 <sup>-27</sup> kg	
Velocidad de la luz	C	2.997925·10 <sup>8</sup> m/s	



Tabla I.III  
Constantes de  
Física Cuántica

Constante de Planck	$h=6.6238 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Unidad atómica de momento angular	$h=1.054 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Masas en reposo de algunas partículas fundamentales (uma):	
Neutrón	${}^1_0n = 1.008982 \text{ uma}$
Protón	${}^1_1p = 1.007593 \text{ uma}$
Electrón	${}^0_{-1}e = 5.4876 \cdot 10^{-4} \text{ uma}$
Partícula alfa	${}^4_2He = 4.002603$
Energía de un fotón	$E = hf$
Factores de conversión masa-energía	
Factor de conversión de la energía (electronvolt)	$1 \text{ uma}=931.162 \text{ MeV} ; 1 \text{ kg}=5.60999 \cdot 10^{29} \text{ MeV}$ $1 \text{ eV} = 1.6021892 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Factor de conversión de la masa (unidad masa atómica)	$1 \text{ uma} = 1.6605655 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

## ANEXO II. Resistividad ( $\rho$ ), coeficiente de temperatura ( $\alpha$ ), punto de fusión ( $^{\circ}\text{C}$ ) y densidad ( $\delta$ ) de diversos materiales y aleaciones

### Metales

Material	Composición	Resistividad $\rho$ a 20 $^{\circ}\text{C}$ ( $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ )	Coefficiente de temp. $\alpha(^{\circ}\text{C}^{-1})$	Punto de fusión aprox. ( $^{\circ}\text{C}$ )	Densidad ( $\text{kg}/\text{dm}^3$ )
Plata recocida		0.0146	0.0038	960	10.5
Plata martillada		0.0159	0.0038	960	10.5
Cobre electrolítico		0.01754	0.00393	1083	8.97
Cobre reducido patrón		0.0195	0.00393	1083	8.97
Cobre recocido industrial		0.0207	0.00393	1083	8.97
Oro recocido		0.0233	0.0034	1063	19.3
Oro martillado		0.0236	0.0034	1063	19.3
Aluminio puro		0.0261	0.00446	660	2.7
Aluminio recocido		0.028	0.00446	660	2.7
Molibdeno		0.0557	0.0033	2625	10.2
Cinc		0.057	0.0007	419.4	7.15
Tungsteno		0.06	0.0045	3410 $\pm$ 20	19.3
Hierro fundido		0.098	0.0050	1535	7.86
Hierro puro		0.13	0.0050	1535	7.86
Hierro galvanizado duro		0.196	0.0050	1535	7.86
Hierro galvanizado extraduro		0.205	0.0050	1535	7.86
Níquel		0.11	0.0048	1455	8.9
Platino		0.12	0.0037	1769	21.45
Estaño		0.13	0.0037	232	7.29
Plomo		0.205	0.0039	327.4	11.342
Antimonio		0.36	0.0039	630.5	6.618
Mercurio		0.95	0.0007	-38.87	13.6

## Aleaciones

Material	Composición	Resistividad $\rho$ a 20 °C ( $\Omega$ mm <sup>2</sup> /m)	Coefficiente de temp. $\alpha$ (°C <sup>-1</sup> )	Punto de fusión aprox. (°C)	Densidad (kg/dm <sup>3</sup> )
Aleación 875 (2)	Cr 22.5% + Al 5.5% + Fe	1.42	0.00002	1520	7.1
Aleación 815 (2)	Cr 22.5% + Al 4.6% + Fe	1.32	0.00008		
Kanthal DR (3)	Fe 75% + Cr 20% + Al 4.5% + Co 0.5%	1.32	0.00007	1505	7.2
Karma (1)	Ni 73% + Cr 20% + Al 7% + Fe	1.23	–	1400	8.105
Nikrothal (3)	Ni 75 % + Cr 17 % + Si + Mn	1.23	0.000003	1410	8.1
Aleación 750n (2)	Cr 15 % + Al 4% + Fe	1.22	0.00015	1520	7.43
Chromel AA (2)	Ni 68% + Cr 20% + Fe 8%	1.14	0.00011	1390	8.33
Nichrome (1)	Ni 60 % + Cr 16 % + Fe	1.1	0.00015	1350	8.247
Chromel C (2)	Ni 60% + Cr 16% + Fe	1.1	0.00015	1350	8.247
Nikrothal 6 (3)	Ni 60% + Cr 16% + Fe	1.1	0.00014	1350	8.25
Nichrome V (1)	Ni 80% + Cr 20%	1.06	0.00011	1400	8.412
Chromel A (2)	Ni 80% + Cr 20%	1.06	0.00011	1400	8.412
Nikrothal 8 (3)	Ni 80% + Cr 20%	1.06	0.00008	1400	8.41
Chromax (1)	Ni 35% + Cr 20% + Fe	0.974	0.00036	1380	7.95
Chromel D (2)	Ni 35% + Cr 20% + Fe	0.974	0.00036	1380	7.95
Nilvar (1)	Ni 36% + Fe	0.786	0.00135	1425	8.06
Inoxidable tipo 304	Cr 18% + Ni 8% + Fe	0.711	0.00094	1399	7.93
Aleación 142	Ni 42% + Fe	0.65	0.0012	1425	8.12
Advance (1)	Ni 43% + Cu	0.477	±0.00002	1210	8.9
Copel (2)	Ni 43% + Cu	0.477	±0.00002	1210	8.9
Cuprothal 294 (3)	Ni 45% + Cu	0.477	0.00002	–	8.9
Therlo (1)	Ni 29% + Co 17% + Fe	0.477	0.0038	1450	8.36
Manganina	Mn 13% + Cu	0.471	±0.000015	1020	8.192
Aleación 146	Ni 46 % + Fe	0.447	0.0027	1425	8.17
Aleación 152	Ni 51 % + Fe	0.422	0.0029	1425	8.247
Duranickel	Níquel + aditivos	0.422	0.001	1435	8.75
Midohm (1)	Ni 23% + Cu	0.2921	0.00018	1100	8.9
Cuprothal 180 (3)	Ni 22% + Cu	0.292	0.00018	–	8.9
Aleación R63	Mn 4% + Si 1% + Ni	0.211	0.003	1425	8.72
Hitemco (1)	Ni 72% + Fe	0.195	0.0042	1425	8.46
Permanickel	Níquel + aditivos	0.162	0.0033	1150	8.75
Aleación 90	Ni 11% + Cu	0.146	0.00049	1100	8.9
Cuprothal 90 (3)	Ni 11% + Cu	0.146	0.00045	–	8.9
Cuprothal 60 (3)	Ni 6% + Cu	0.0974	0.0006	–	8.9
Gr. A Níquel	Ni 99%	0.097	0.055	1450	8.9
Lohm (1)	Ni 6% + Cu	0.097	0.0008	1100	8.9
Aleación 99	Ni 99.8%	0.078	0.006	–	–
Aleación 30	Ni 2.25% + Cu	0.049	0.0015	1100	8.9
Cuprothal 30 (3)	Ni 2% + Cu	0.0487	0.0014	–	8.9
Cu Ni 44 (Kostantan)	Ni 44% + Mn 1.5% + Cu	0.49	0.00006	1200	8.9



### ANEXO III. Coeficientes de resistividad de los aislantes

Tabla III.I.  
Coeficientes de resistividad de semiconductores

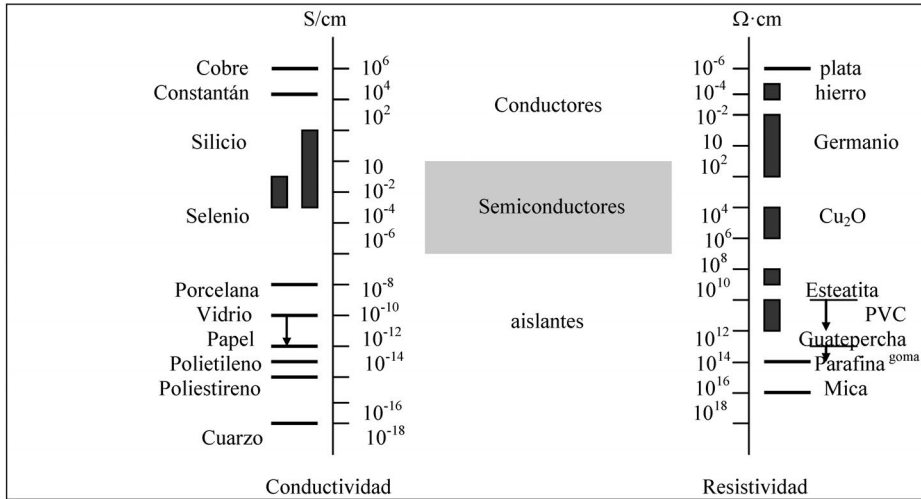


Tabla III.II  
Coeficientes de resistividad de líquidos y sólidos aislantes más usuales

Aislante	Resistividad (MΩ cm)	( $\times 10^6$ ) Ω·cm	( $\times 10^{-4}$ ) Ω·mm <sup>2</sup> /m
Aceite de transformador	$1 \text{ a } 10 \cdot 10^{12}$	$1 \text{ a } 10 \cdot 10^{18}$	$1 \text{ a } 10 \cdot 10^{14}$
Aire seco	$\infty$	$\infty$	$\infty$
Amianto	0.16	$0.16 \cdot 10^6$	$0.1 \cdot 10^2$
Arcilla	200	$200 \cdot 10^6$	$200 \cdot 10^2$
Baquelita	$2 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{18}$	$2 \cdot 10^{14}$
Celulosa	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^5$
Cera de abejas	$5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{16}$	$5 \cdot 10^{12}$
Cuarzo fundido	$5 \cdot 10^{12}$	$5 \cdot 10^{18}$	$5 \cdot 10^{14}$
Ebonita	$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^{18}$	$1 \cdot 10^{14}$
Goma laca	$1 \cdot 10^{10}$	$1 \cdot 10^{16}$	$1 \cdot 10^{12}$
Madera parafinada	$10 \text{ a } 100 \cdot 10^8$	$10 \text{ a } 100 \cdot 10^{14}$	$10 \text{ a } 100 \cdot 10^{10}$
Mármol	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^7$
Mica	$2 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{17}$	$2 \cdot 10^{13}$
Micalex	0.5	$0.5 \cdot 10^6$	$0.5 \cdot 10^2$
Macanita	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^8$
Papel barnizado	$1 \text{ a } 20 \cdot 10^{12}$	$1 \text{ a } 20 \cdot 10^{18}$	$1 \text{ a } 20 \cdot 10^{14}$
Parafina	$1 \cdot 10^{13}$	$1 \cdot 10^{19}$	$1 \cdot 10^{15}$
Pirex	$1 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^{17}$	$1 \cdot 10^{13}$
Pizarra	$1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^4$
Porcelana	$3 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{20}$
Vidrios comunes	$2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{13}$	$2 \cdot 10^9$



Aislante	Resistividad (MΩ cm)	(×10 <sup>6</sup> ) Ω·cm	(×10 <sup>-4</sup> ) Ω·mm <sup>2</sup> /m
Aceite de alquitrán	1.67·10 <sup>9</sup>	1.67·10 <sup>15</sup>	1.67·10 <sup>11</sup>
Aceite de cáñamo	28.5·10 <sup>3</sup>	28.5·10 <sup>9</sup>	28.5·10 <sup>5</sup>
Aceite de colza	95·10 <sup>3</sup>	95·10 <sup>9</sup>	95·10 <sup>5</sup>
Aceite de parafina	8·10 <sup>6</sup>	8·10 <sup>12</sup>	8·10 <sup>8</sup>
Aceite de resina	3·10 <sup>5</sup>	3·10 <sup>11</sup>	3·10 <sup>7</sup>
Aceite de ricino	3.9·10 <sup>5</sup>	3.9·10 <sup>11</sup>	3.9·10 <sup>7</sup>
Acido esteárico	35·10 <sup>7</sup>	35·10 <sup>13</sup>	35·10 <sup>9</sup>
Bencina	14·10 <sup>6</sup>	14·10 <sup>12</sup>	14·10 <sup>8</sup>
Benzol	1.32·10 <sup>3</sup>	1.32·10 <sup>9</sup>	1.32·10 <sup>5</sup>
Petróleo	4·10 <sup>4</sup>	4·10 <sup>10</sup>	4·10 <sup>6</sup>

Tabla III.III.  
Resistividades de  
líquidos aislantes

## ANEXO IV. Magnitudes y unidades magnéticas

Término	Símbolo	Relación	Unidad en el sistema SI	Unidad en el sistema práctico de medidas	Unidad en el sistema de medidas electro-magnéticas
Transflujo	$\theta$	$\theta = I$ $\theta = \phi \cdot R_m$	A (amperio)	A AW(amperio-vuelta)	A AW
Flujo magnético	$\phi$	$\phi = B \cdot A$ $\phi = \theta/R_m$	Wb (weber) Vs (voltio-segundo)	Vs Wb	M (max-well)
Inducción magnética	B	$B = \phi/A$ $B = \mu \cdot H$	T(tesla) Wb/m <sup>2</sup> Vs/m <sup>2</sup>	Vs/cm <sup>2</sup> Wb/cm <sup>2</sup>	M/cm <sup>2</sup> G (gauss)
Reluctancia magnética	$R_m$	$R_m = \frac{l}{\mu A}$ $R_m = \frac{\theta}{\phi}$	$\frac{1}{H}$ $\frac{A}{Vs}$	$\frac{A}{Vs}$ $\frac{1}{H}$	$\frac{A}{G \cdot cm^2}$
Permeabilidad	$\mu$	$\mu = \frac{B}{H}$	$\frac{H}{m}$ $\frac{Vs}{Am}$	$\frac{Vs}{A \cdot cm}$ $\frac{A}{cm}$	$\frac{G \cdot m}{A}$
Intensidad de campo magnético	H	$H = \frac{B}{\mu}$ $H = \frac{\sigma}{l}$	$\frac{A}{m}$	$\frac{A}{cm}$ $\frac{AW}{cm}$	Oe (oersted)
Tensión magnética	V	$V = H \cdot l$	A	A	Gb(gilbert)

Tabla IV.I  
Magnitudes magnéticas fundamentales



Tabla IV.II  
Conversiones  
magnéticas  
más usuales

<b>Término</b>	<b>Conversiones</b>
Flujo magnético	$1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs} = 10^8 \text{ M}$
Inducción magnética	$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2 = 1 \text{ Vs/m}^2 = 10^4 \text{ M/cm}^2 = 10^4 \text{ G}$ $1 \text{ Vs/cm}^2 = 1 \text{ Wb/cm}^2 = 10^8 \text{ M/cm}^2 = 10^8 \text{ G}$
Reluctancia magnética	$1 \text{ A/Vs} = 1 \text{ 1/H} = 10^8 \frac{\text{A}}{\text{G} \cdot \text{cm}^2}$
Permeabilidad	$1 \text{ H/m} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 10^6 \frac{\text{G} \cdot \text{cm}^2}{\text{A}}$ $1 \frac{\text{Vs}}{\text{A} \cdot \text{cm}} = 1 \frac{\text{H}}{\text{cm}} = 10^8 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{A}}$
Intensidad de campo magnético	$1 \text{ A/m} = 10^{-2} \text{ A/cm} = 1.256 \cdot 10^{-2} \text{ Oe}$ $1 \text{ A/cm} = 1.256 \text{ Oe}$
Tensión magnética	$1 \text{ A} = 1.256 \text{ Gb}$

## ANEXO V. Conductores eléctricos

### V.I. Los conductores más utilizados para el transporte de energía eléctrica son cuatro: (Denominaciones en Español e Inglés)

Halcón → Hawk

Cóndor → Condor

Gaviota → Gull

Cardenal → Cardinal

Tabla V.I  
Conductores de  
Aluminio-Acero

	<b>Halcón</b>	<b>Cóndor</b>	<b>Gaviota</b>	<b>Cardenal</b>
Composición: Aluminio; mm.	26×3.442	54×3.084	54×2.822	54×3.376
Acero; mm.	7×2.677	7×3.084	7×2.822	7×3.376
Secciones: Aluminio; mm <sup>2</sup> .	241.68	402.84	337.74	483.42
Acero; mm <sup>2</sup> .	39.42	52.26	43.81	62.64
Total; mm <sup>2</sup> .	281.10	455.10	381.55	546.06
Sección equivalente de cu; mm <sup>2</sup> .	152.01	253.36	212.31	304.03
Diámetro del alma de acero; mm.	8.031	9.246	8.466	10.135
Diámetro de cable; mm.	21.793	27.762	25.4	30.378
Pesos: Aluminio; Kg/Km.	666.6	1115	934.6	1338
Acero; Kg/Km.	308	407	342.2	488
Total; Kg/Km.	974.6	1.522	1276.8	1826
Carga de rotura; Kg.	8817.8	12950	11135.7	15.536
Modulo de elasticidad; Kg/mm <sup>2</sup> .	7.730	6.860	6.860	6.860
Coefficiente de dilatación por grado de temperatura	$18.99 \times 10^{-h}$	$19.35 \times 10^{-h}$	$19.35 \times 10^{-h}$	$19.35 \times 10^{-h}$
Resistencia eléctrica a 20° C; Ω/Km	0.119	0.0721	0.0851	0.0597

CONDUCTORES				
MAGNITUD	Halcón	Cóndor	Gaviota	Cardenal
Densidad máxima admisible; A/mm <sup>2</sup>	2.043	1.757	1.869	1.628
Intensidad correspondiente; A	574.28	799.61	713.116	888.98

Tabla V.II. Densidad máxima admisible y su intensidad correspondiente

CONDUCTORES				
LÍNEA CON	Halcón	Cóndor	Gaviota	Cardenal
Un circuito de fases simples	574.28	799.61	713.116	888.98
Un circuito de fases dúplex	1148.56	1599.22	1426.23	1777.96
Un circuito de fases tríplex	1722.84	2398.83	2139.34	2666.94
Un circuito de fases cuádruplex	2297.12	3198.44	2852.46	3555.92
Dos circuitos de fases simples, acoplados en paralelo	Iguales valores que para una línea con un circuito dúplex			
Dos circuitos de fases dúplex, acoplados en paralelo	Iguales valores que para una línea con un circuito cuádruplex			

Tabla V.III Intensidad máxima admisible para fases simple, dúplex, tríplex y cuádruplex

## ANEXO VI. Conductancia. Autoinducción y Susceptancia

### VI.1 Pérditancia o Conductancia

$$G_K = \frac{P(kW / km)}{V_{FASE}^2 (kV)} \cdot 10^{-3} (S / km) \quad G_{TOTAL} = G_K \cdot Long \cdot n^\circ \text{ fases}$$

Donde:

- $G_k$  = Conductancia por km y fase. (S/km)
- $P$  = potencia activa por km y fase (kW/km)
- $V_{FASE}$  = tensión de fase (kV)

Fase	Radio equivalente
Simple	$r_{eq} = r$
Dúplex	$r_{eq} = \sqrt{r \Delta}$
Típlex	$r_{eq} = \sqrt[3]{r \Delta^2}$
Cuádruplex	$r_{eq} = \sqrt[4]{r \Delta^3 \sqrt{2}}$
Con $n$ subconductores	$r_{eq} = \sqrt[n]{r \Delta^{n-1}}$

Tabla VI.1 Valor del radio equivalente  $r_{eq}$ , para  $n$  subconductores, por fase



Tabla VI.II  
Fórmulas del  
coeficiente de  
autoinducción con  
fases simples y  
múltiples. Reactan-  
cia inductiva ( $X_{Lk} =$   
 $w \cdot L_k$ )  $\Omega/\text{km}$

Fase	Coefficiente de autoinducción en H/Km
Simple	$L_K = [0.5 + 4.6 \lg \frac{D}{r}] 10^{-4}$
Dúplex	$L_K = [0.25 + 4.6 \lg \frac{D}{\sqrt{r\Delta}}] 10^{-4}$
Típlex	$L_K = [0.166 + 4.6 \lg \frac{D}{\sqrt[3]{r\Delta^2}}] 10^{-4}$
Cuádruplex	$L_K = [0.125 + 4.6 \lg \frac{D}{\sqrt[4]{\sqrt{2r}\Delta^3}}] 10^{-4}$

Tabla VI.III  
Fórmulas de  
capacidad con  
fases simples y  
múltiples. Susceptan-  
tancia ( $B_k = w \cdot C_k$ )  
(S/km)

Fase	Coefficiente de capacidad F/km
Simple	$C_K = \frac{24.2}{\lg \frac{D}{r}} 10^{-9}$
Dúplex	$C_K = \frac{24.2}{\lg \frac{D}{\sqrt{r\Delta}}} 10^{-9}$
Típlex	$C_K = \frac{24.2}{\lg \frac{D}{\sqrt[3]{r\Delta^2}}} 10^{-9}$
Cuádruplex	$C_K = \frac{24.2}{\lg \frac{D}{\sqrt[4]{\sqrt{2r}\Delta^3}}} 10^{-9}$

### ANEXO VII. Método de las constantes auxiliares

Tabla VII.I.  
Constantes  
auxiliares  
 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, y, \bar{D}$   
de las líneas

Constante	Módulo	Argumento	Parte real	Parte imaginaria
$\bar{A} = \text{Cosh } \bar{0}$	$\bar{A} = \rho_{(\text{Cosh } \rho)}$	$\beta_A = \beta_{(\text{Cosh } \rho)} =$ $= \text{arctg } \frac{a''}{a'}$	$a' = A \text{Cos } \beta_{\bar{A}}$	$a'' = A \text{Sen } \beta_{\bar{A}}$
$\bar{B} = \bar{Z}_c \text{Senh } \bar{0}$	$\bar{B} = \bar{Z}_c \rho_{(\text{Senh } \rho)}$	$\beta_{\bar{B}} = \beta_{\bar{z}_c} \beta_{(\text{Senh } \rho)} =$ $= \text{arctg } \frac{b''}{b'}$	$b' = B \text{Cos } \beta_{\bar{B}}$	$b'' = B \text{Sen } \beta_{\bar{B}}$
$C = \frac{1}{Z_c} \text{Senh } \bar{1}$	$C = \frac{1}{Z_c} \rho_{(\text{Senh } \rho)}$	$\beta_{\bar{C}} = \beta_{(\text{Senh } \rho)} - \beta_{\bar{z}_c} =$ $= \text{arctg } \frac{c''}{c'}$	$c' = C \text{Cos } \beta_{\bar{C}}$	$c'' = C \text{Sen } \beta_{\bar{C}}$
$\bar{D} = \bar{A}$	$\bar{D} = \bar{A}$	$\beta_{\bar{D}} = \beta_{\bar{A}}$	$d' = a'$	$d'' = a''$

## VII.I Fórmulas para la obtención de las constantes auxiliares

Método de las funciones hiperbólicas y circulares

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \cosh \bar{\Theta}_c = (\cosh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\sinh \Theta_c' \cdot \sen \Theta_c'')$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_c \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \bar{Z}_c \cdot ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sen \Theta_c''))$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{\Theta}_c = \frac{1}{\bar{Z}_c} ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sen \Theta_c''))$$

Método del desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \left[ 1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{4} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{6} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{8} + \dots \right]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_L \left[ 1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_L \left[ 1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right]$$

Se tomará un término con 80km, dos términos con 160km, tres términos con 240km, etc.

Impedancia característica

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_{LÍNEA}}{\bar{Y}_{LÍNEA}}} \quad \text{con:} \quad \begin{aligned} \bar{Z}_{LÍNEA} &= (R_{LÍNEA} + jX_{LÍNEA}) = \bar{Z}_L \\ \bar{Y}_{LÍNEA} &= (G_{LÍNEA} + jB_{LÍNEA}) = \bar{Y}_L \end{aligned}$$

Ángulo característico

$$\bar{\Theta}_c = \sqrt{\bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{Y}_{LÍNEA}} \quad \text{En radianes.}$$

$$\bar{\Theta}_{c_{GRADOS}} = \frac{360^\circ}{2\pi} (\Theta_c' + j\Theta_c'') = \frac{360^\circ}{2\pi} \sqrt{\bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{Y}_{LÍNEA}} = \text{en.. gra dos .}$$

Potencia característica



$$P_C = \frac{U_{LÍNEA}^2}{Z_C} \quad \text{Siendo el valor de la tensión, sólo en módulo: } \bar{U}_{LÍNEA} = \bar{V}_{FASE} \cdot \sqrt{3}$$

### VII.II. Comprobación de las constantes auxiliares

1.  $\bar{A} - \bar{B} \cdot \bar{C} = (1 + j0)$                       Siendo  $\bar{A} = (a' + ja'')$      $\bar{B} = (b' + jb'')$   
 $\bar{C} = (c' + jc'')$
2.  $(a'^2 - a''^2) - (b'c') + (b''c'') = 1$
3.  $(2a'a'') - (b'c'') + (b''c') = 0$

Para que las constantes sean correctas se tienen que cumplir las tres condiciones a la vez.

### VII.III. Fórmulas a aplicar con el método de las constantes

Conocidos los valores al principio de línea. (Todos los parámetros son vectores.)

$$\begin{array}{ll} \text{Carga:} & \begin{array}{l} \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} - \bar{I}_1 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} - \bar{V}_1 \cdot \bar{C} \end{array} & \text{Vacío:} & \begin{array}{l} \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} \\ \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} \end{array} \end{array}$$

Conocidos los valores al final de línea. (Todos los parámetros son vectores.)

$$\begin{array}{ll} \text{Carga:} & \begin{array}{l} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{array} & \text{Vacío:} & \begin{array}{l} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} \end{array} \end{array}$$

### VII.IV. Fórmulas generales para sistemas eléctricos de potencia

Potencia activa, reactiva y aparente trifásicas

$$P_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_i \quad Q_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_i \quad \bar{S}_i = \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^* \cdot \sqrt{3} = (P_i + jQ_i)$$

$$P_1 = S_i \cdot \cos \phi_i \quad Q_1 = S_i \cdot \sin \phi_i \quad S_1 = \frac{P_i}{\tan \phi_i}$$

Impedancia, reactancia inductiva, y ángulo total de un sistema de potencia

$$\bar{Z}_i = (R_i + jX_i) = Z_i \angle \phi_i \quad X_{TRI} = \frac{U_{ni}^2}{S_{ni}} \varepsilon_{XCCni} \quad \phi_i = \phi_{U_i} - \phi_{I_i} = \phi_{\bar{S}_i}$$

Intensidad al final de línea, tensión de fase, tensión al inicio de línea y rendimiento total de un sistema de potencia

$$\bar{I}_i = \frac{P_i}{U_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_i} \angle(\phi_{U_i} - \phi_{P_i}) \quad \bar{V}_i = \frac{\bar{U}_i}{\sqrt{3}} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{12} \cdot \bar{I}_{12}$$

$$\eta = \frac{P_{SALIDA}}{P_{ENTRADA}} \cdot 100$$

Fórmula para obtener el módulo de la tensión al final de línea conocidos: la tensión al inicio de línea, las potencias finales de línea y la impedancia de la línea

$$U_2^4 + [2 \cdot (R_{12} \cdot P_2 + X_{12} \cdot Q_2) - U_1^2] U_2^2 + (Z_{12} \cdot S_2)^2 = 0$$

Compensación de energía reactiva. Diversas fórmulas para su obtención, conocidas las tensiones de la zona a compensar, así como la potencia total activa y las impedancias

$$Q_{2-NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_2 + Kp)^2} \quad Q_{COMP} = (Q_{2-NUEVA} - Q_{2-ANTIGUA})$$

$$K = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \quad K = \frac{U_2^2}{Z_{12}} \cos \phi_{Z_{12}} \quad K = \frac{U_2^2}{Z_{12}} \sin \phi_{Z_{12}} \quad X_{COMP} = \frac{U_i^2}{Q_{COMP}}$$

$$C_{COMP} = \frac{1}{X_{COMP} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}$$

Impedancias de los transformadores trifásicos con tres devanados

$$X_{PS} = \frac{U_{PS}^2}{S_{PS}} \epsilon_{XCCPS} \quad X_{ST} = \frac{U_{ST}^2}{S_{ST}} \epsilon_{XCCST} \quad X_{PT} = \frac{U_{PT}^2}{S_{PT}} \epsilon_{XCCPT}$$

$$X_P = \frac{X_{PS} + X_{PT} - X_{ST}}{2} \quad X_S = \frac{X_{PS} + X_{ST} - X_{PT}}{2} \quad X_T = \frac{X_{PT} + X_{ST} - X_{PS}}{2}$$

## ANEXO VIII. Método del circuito equivalente en "T", y en "II"

### VIII.1. Método del circuito equivalente en "T"

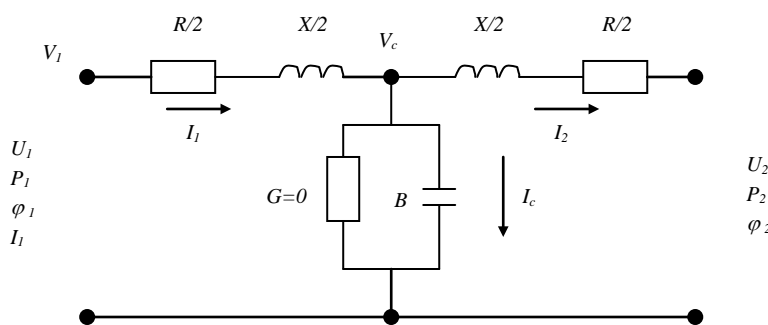
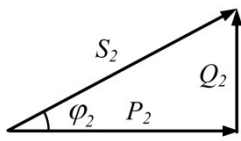


Fig. VIII.1  
Circuito equivalente en "T" para una línea de longitud media

Régimen en carga



$$P_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 \quad \text{siendo} \quad P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \phi_2 \quad \text{siendo} \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_2$$

$$\bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \phi_2} \quad \text{siendo} \quad \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2)$$

Otras fórmulas importantes son:  $\phi_2 = \phi_{v2} - \phi_{I2}$   $\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} (\phi_{v2} - \phi_2)$

Las fórmulas específicas del circuito equivalente en "T" (ver Figura) son:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \bar{I}_2 \quad \bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \bar{I}_1$$

Y recordando que:  $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$  la tensión es:  $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1\text{Fase}} \cdot \sqrt{3}$  y el ángulo inicial es:  $\phi_1 = \phi_{v1} - \phi_{I1}$

Conocidos la tensión, intensidad y ángulo inicial podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1 \quad \bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1)$$

Finalmente la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema serán:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 \quad \Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} 100$$

La caída de tensión no excederá de un 10%. La pérdida de potencia no excederá de un 3% cada 100km

Régimen en vacío

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto las potencias, la intensidad y el ángulo final de línea son nulas:

$$P_2 = Q_2 = S_2 = 0. \quad \phi_2 = \phi_{v2} - \phi_{I2} = 0 \quad \bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} (\phi_{v2} - \phi_2 = 0)$$

Las otras fórmulas quedan como sigue:



$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \bar{I}_2 = \bar{V}_2 \quad \bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_2 \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = \bar{I}_C$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{Linea}}{2} \bar{I}_1 = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}}{2} \bar{I}_C$$

Una vez obtenidas la intensidad y la tensión al inicio de línea se prosigue con las fórmulas dadas para el régimen de carga.

### VIII.II. Método del circuito equivalente en $\Pi$

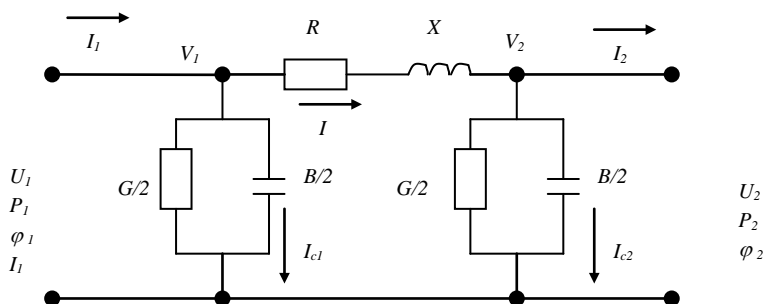
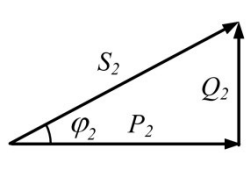


Fig.VIII.2  
Circuito  
equivalente en  
"π", para una  
línea de  
longitud media



$$P_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 \quad \text{siendo} \quad P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \phi_2 \quad \text{siendo} \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_2 \quad \bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \phi_2}$$

$$\text{siendo} \quad \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2)$$

Otras fórmulas importantes son:  $\phi_2 = \phi_{v2} - \phi_{I2} \quad \bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} (\phi_{v2} - \phi_2)$

Las fórmulas específicas del circuito equivalente en "II" (ver Figura) son:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad \bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad \bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2}$$

Al principio de línea tendremos:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad \bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I}$$

Y recordando que:  $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$  la tensión es:  $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$  y el ángulo inicial es:  
 $\phi_1 = \phi_{U1} - \phi_{I1}$

Conocidos la tensión, la intensidad y ángulo inicial podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \phi_1$$



$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1 \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1)$$

Finalmente la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema serán:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 \qquad \Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 \qquad \eta = \frac{P_2}{P_1} 100$$

La caída de tensión no excederá de un 10%. La pérdida de potencia no excederá de un 3% cada 100km

Régimen de vacío

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto las potencias, la intensidad y el ángulo final de línea son nulas:

$$P_2 = Q_2 = S_2 = 0. \qquad \phi_2 = \phi_{v2} - \phi_{I2} = 0$$

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_2} (\phi_{v2} - \phi_2 = 0)$$

Las otras fórmulas quedan como sigue:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \qquad \bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 = \bar{I}_{C2} \qquad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \qquad \bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I}$$

Una vez obtenidas la intensidad y la tensión al inicio de línea se prosigue con las fórmulas dadas para el régimen de carga.

## ANEXO IX. Fórmulas para el cálculo de líneas eléctricas

### IX.1. Cálculo del Efecto Corona

Tensión crítica disruptiva (Uc)

$$Uc = 84 \cdot mc \cdot mt \cdot r \cdot \delta \cdot \log \frac{D}{re}$$

Con:

- mc = Coeficiente de rugosidad del conductor con:
- mc = 1 para hilos con superficie lisa
- mc = de 0.93 a 0.98 para hilos oxidados o rugosos
- mc = de 0.83 a 0.87 para cables

mt = Coeficiente de la humedad relativa del aire, que provoca una disminución en la Uc (lluvia, niebla, escarcha, nieve) con:

- mt = 1 para tiempo seco

mt = 0.8 para tiempo húmedo

re = Radio del conductor en centímetros

D = Distancia media geométrica entre fases, en centímetros

$\delta$  = Factor de corrección de la densidad del aire, en función de la altura sobre el nivel del mar. Si la temperatura se pone en grados centígrados y la altura de presión de la columna de mercurio en cm de Hg, la densidad del aire no tendrá unidades

$\vartheta$  = Temperatura ambiente en °C

$$\delta = \frac{3.921h}{273 + \sigma}$$

Para hallar la altura de presión del aire en cm de Hg, utilizaremos la expresión dada por Halley:

Fórmula de Halley

$$\log h = \log 76 - \frac{y}{18336}$$

Donde: h = altura de presión del aire en cm de Hg (mercurio)

y = altura topográfica en (m)

Tensión más elevada ( $U_{me}$ )

La tensión más elevada se obtendrá en tablas, o bien aplicando un aumento del 10% al 15% por encima de la tensión nominal:

$$U_{me} = 1.15 \cdot U_n$$

Comprobación del Efecto Corona

Si  $U_c < U_{me}$  si se produce el efecto corona

Si  $U_c > U_{me}$  no se produce el efecto corona

Pérdida de potencia por Efecto Corona (Fórmula de Peek)

$$P_{km-FASE} = \frac{241}{\delta} (f + 25) \sqrt{\frac{re}{D} \left[ \frac{U_{MAX}}{\sqrt{3}} - \frac{U_{CRITICA}}{\sqrt{3}} \right]^2} \cdot 10^{-5} (kW / km - Fase)$$

Con:

$U_c$  = Tensión eficaz compuesta crítica disruptiva, capaz de producir el efecto corona, en kV

$\delta$  = Factor de corrección de la densidad del aire (sin unidades)

r = Radio del conductor en centímetros

f = Frecuencia en períodos por segundo, en general 50 Hz

D = distancia media geométrica entre fases, en centímetros



$U_{max}$  = Tensión compuesta más elevada, definida en el artículo 2 del Reglamento de Líneas, en kilovoltios. Si no se dispone del reglamento, adoptar  $U_{max} = U_n \cdot 1.15$

### IX.II. Momento Eléctrico

$$Me = Pe \cdot L = u\% \cdot \frac{U_n^2}{R_{K-fase} + X_{K-fase} \cdot \text{tag} \phi}$$

Con:

$L$  = Longitud de la línea en km

$u\%$  = Caída de tensión en tanto por ciento, siempre menor al 10%

$Pe$  = Potencia que podrá transportar la línea calculada mediante el momento eléctrico, en MW

$U_n$  = Tensión nominal de la línea en kilovoltios (kV)

$Me$  = Momento Eléctrico, en MW · km

$R_{K-fase}$  = Resistencia eléctrica por kilómetro y fase, en  $\Omega/\text{km}$

$X_{K-fase}$  = Reactancia inductiva por kilómetro y fase, en  $\Omega/\text{km}$

$\text{tag} \phi$  = tangente del ángulo total ( $\phi_V - \phi_I$ ), calculado para el tramo buscado (final de línea por ejemplo)

Entonces:

$$L = \frac{Me}{Pe} (km) \quad Pe = Me \cdot L (MW)$$

Que es la distancia máxima (en km) a la que el sistema (línea) podrá transportar una determinada potencia, o bien, la potencia máxima que el sistema podrá transportar a una determinada distancia.

### IX.III. Pérdida de potencia en el transporte de energía

$$P_{K\%} = \frac{100 R_{K-fase}}{U_n^2} \cdot \frac{Pe}{\cos^2 \phi} \quad P_{100km\%} = P_{K\%} \cdot 100$$

$$P_{pérdida-total-\%} = P_{K\%} \cdot L \quad P_{pérdida-total} = P_{T\%} \cdot Pe$$

Con:

$P_{K\%}$  = Pérdida de potencia por cada km y fase, en %

$U_n$  = Tensión nominal de la línea, en KV

$Pe$  = Potencia que podrá transportar la línea calculada mediante el momento eléctrico, en MW

$\cos \phi$  = coseno del ángulo total ( $\phi_V - \phi_I$ ), de un tramo de línea considerado (final de línea por ejemplo)

$P_{\% - 100km}$  = Pérdida de potencia, en %, a los 100 km (este valor no debe superar el 3% según normas)

$P_{\%pérdida-total}$  = Pérdida de potencia en %, para el total de la longitud de la línea  
 $P_{Pérdida-total}$  = Potencia total pérdida (MW) para el total de la longitud de la línea

Como máximo se admite una pérdida de potencia inferior al 3% por cada 100km de línea.

#### IX.IV. Pérdida de potencia por efecto térmico

$$P_{MAX} = (\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos \phi_2 \cdot I_{MAX}) \cdot N^{\circ}_{CONDUCTORES} \cdot N^{\circ}_{CIRCUITOS}$$

Con:

$P_{MAX}$  = Potencia máxima a transportar sin rebasar los límites térmicos en MW  
 $U_2$  = Tensión compuesta al final de línea en kV  
 $\cos \delta_2$  = Ángulo total al final de línea ( $\delta_2 = \delta_{U_2} - \delta_{I_2}$ )  
 $I_{MAX} = \delta'_{MAX} \cdot S_{CONDUCTOR}$  (Intensidad máxima modificada por tablas)  
 $\delta'_{MAX} = \delta_{MAX} \cdot \gamma$   
 $\delta_{MAX}$  = Densidad de corriente máxima admisible del (Aluminio) en tablas  
 $\gamma$  = Factor de corrección de la densidad admisible que depende de la composición del cable

$$\begin{aligned} \gamma &= 0.902 \text{ para } 30 \text{ Aluminio} + 7 \text{ Acero} \\ \gamma &= 0.926 \text{ para } 6 \text{ Aluminio} + 7 \text{ Acero y } 26 \text{ Aluminio} + 7 \text{ Acero} \\ \gamma &= 0.941 \text{ para } 54 \text{ Aluminio} + 7 \text{ Acero} \end{aligned}$$

La  $I_{max}$ , puede hallarse directamente en la tabla V.VIII de estos anexos, siempre para un circuito simple, ya que si existen más de un circuito, o bien, más de un conductor por circuito, ya se tiene en cuenta en la fórmula dada en este apartado.



### ANEXO X. Resumen de fórmulas de líneas eléctricas

Magnitud	Módulo	Argumento	Parte real	Parte imaginaria
$\bar{Y} = G + jB$	$\bar{Y} = \sqrt{G^2 + B^2}$	$\varphi_{\bar{Y}} = \arctg \frac{B}{G}$	$G = Y \cos \varphi_{\bar{Y}}$	$B = Y \operatorname{sen} \varphi_{\bar{Y}}$
$\bar{Z} = R + jX$	$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$	$\varphi_{\bar{Z}} = \arctg \frac{B}{G}$	$R = Z \cos \varphi_{\bar{Z}}$	$X = Z \operatorname{sen} \varphi_{\bar{Z}}$
$\bar{\theta} = \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}$	$\theta = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{\sqrt{R^2 + X^2}}{G^2 + B^2}}$	$\varphi_{\theta} = \frac{1}{2}(\varphi_{\bar{Z}} + \varphi_{\bar{Y}})$	$\theta' = \theta \operatorname{Cosh} \varphi_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{(R^2 + X^2)(G^2 + B^2)} + RG - XB \right]}$	$\theta'' = \theta \operatorname{Senh} \varphi_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{(R^2 + X^2)(G^2 + B^2)} - RG + XB \right]}$
$\bar{Z}_e = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}}$	$Z_e = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{\sqrt{R^2 + X^2}}{\sqrt{G^2 + B^2}}}$	$\varphi_{Z_e} = \frac{1}{2}(\varphi_Z + \varphi_{\bar{Y}})$	$Z_e' = Z_e \cos \varphi_{Z_e} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{R^2 + X^2}{G^2 + B^2} + \frac{RG + XB}{G^2 + B^2} \right]}$	$Z_e'' = Z_e \operatorname{sen} \varphi_{Z_e} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{R^2 + X^2}{G^2 + B^2} - \frac{RG + XB}{G^2 + B^2} \right]}$
$\operatorname{Cosh} \bar{\theta} = \operatorname{Cosh}(\theta' + j\theta'')$	$p(\cos \bar{\theta}) = \sqrt{(\operatorname{Cosh} \theta')^2 - (\operatorname{Senh} \theta'')^2} = \sqrt{(\operatorname{Senh} \theta')^2 + (\operatorname{Cosh} \theta'')^2}$	$\varphi \operatorname{cosh} \bar{\theta} = \arctg(\operatorname{Tangh} \theta' \operatorname{tg} \theta'')$	$(\operatorname{Cosh} \theta)' = \operatorname{Cosh} \theta' \cos \theta''$	$(\operatorname{Cosh} \theta)'' = \operatorname{Senh} \theta' \operatorname{sen} \theta''$
$\operatorname{Senh} \bar{\theta} = \operatorname{Senh}(\theta' + j\theta'')$	$p(\operatorname{Senh} \bar{\theta}) = \sqrt{(\operatorname{Cosh} \theta')^2 - (\operatorname{Cosh} \theta'')^2} = \sqrt{(\operatorname{Senh} \theta')^2 + (\operatorname{Senh} \theta'')^2}$	$\varphi \operatorname{Senh} \bar{\theta} = \arctg \frac{\operatorname{Senh} \theta'}{\operatorname{Tangh} \theta'}$	$(\operatorname{Senh} \theta)' = \operatorname{Senh} \theta' \cos \theta''$	$(\operatorname{Senh} \theta)'' = \operatorname{Cosh} \theta' \operatorname{sen} \theta''$

## ANEXO XI. Fórmulas para el cálculo de cortocircuitos mediante el método de las redes de secuencia y las componentes simétricas

### XI.1. Cálculo por el Método de las Componentes Simétricas

Operador de giro ( $\underline{a}$ )

El operador:  $\underline{a} = \underline{a}^4 = (-0.5 + j 0.87) = 1(120^\circ$  equivale a un giro del vector de  $+120^\circ$

$\underline{a}^2 = (-0.5 - j 0.87) = 1(240^\circ$  equivale a un giro del vector de  $+240^\circ$

$\underline{a}^3 = (1 + j0) = 1(0^\circ$  equivale a un giro del vector de  $+360^\circ$

Ecuaciones (A): conocidas las componentes simétricas, permiten hallar los vectores principales.

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= \bar{I}_{R_1} + \bar{I}_{R_2} + \bar{I}_{R_0} \\ \bar{I}_S &= \bar{I}_{S_1} + \bar{I}_{S_2} + \bar{I}_{S_0} = \bar{I}_{R_1} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_2} \bar{a} + \bar{I}_{R_0} \\ \bar{I}_T &= \bar{I}_{T_1} + \bar{I}_{T_2} + \bar{I}_{T_0} = \bar{I}_{R_1} \bar{a} + \bar{I}_{R_2} \bar{a}^2 + \bar{I}_{R_0}\end{aligned}$$

Ecuaciones (B): conocidos los vectores principales, permiten hallar sus componentes simétricas.

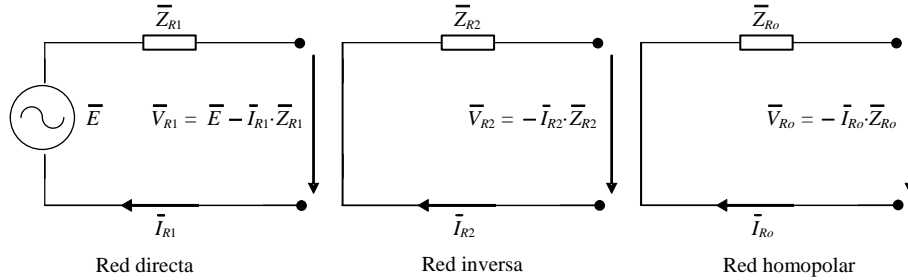
$$\bar{I}_{R_1} = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a} + \bar{I}_T \bar{a}^2) \quad \bar{I}_{R_2} = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S \bar{a}^2 + \bar{I}_T \bar{a}) \quad \bar{I}_{R_0} = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T)$$

Intensidades y tensiones referidas a la fase (R): las componentes ( $I_1$ ,  $I_2$  y  $I_0$ ) de la corriente o ( $U_1$ ,  $U_2$  y  $U_0$ ) de la tensión se refieren siempre a la fase (R). Normalmente, esta fase de referencia no se indica como subíndice.

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_0 & \bar{I}_1 &= \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{a}\bar{I}_S + \bar{a}^2\bar{I}_T) \\ \bar{I}_S &= \bar{a}^2\bar{I}_1 + \bar{a}\bar{I}_2 + \bar{I}_0 & \bar{I}_2 &= \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{a}^2\bar{I}_S + \bar{a}\bar{I}_T) \\ \bar{I}_T &= \bar{a}\bar{I}_1 + \bar{a}^2\bar{I}_2 + \bar{I}_0 & \bar{I}_0 &= \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) \\ \bar{U}_R &= \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_0 & \bar{U}_1 &= \frac{1}{3}(\bar{U}_R + \bar{a}\bar{U}_S + \bar{a}^2\bar{U}_T) \\ \bar{U}_S &= \bar{a}^2\bar{U}_1 + \bar{a}\bar{U}_2 + \bar{U}_0 & \bar{U}_2 &= \frac{1}{3}(\bar{U}_R + \bar{a}^2\bar{U}_S + \bar{a}\bar{U}_T) \\ \bar{U}_T &= \bar{a}\bar{U}_1 + \bar{a}^2\bar{U}_2 + \bar{U}_0 & \bar{U}_0 &= \frac{1}{3}(\bar{U}_R + \bar{U}_S + \bar{U}_T)\end{aligned}$$



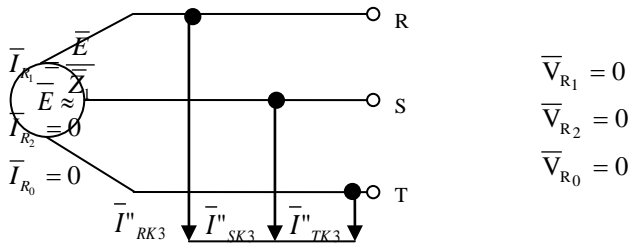
Ecuaciones (C): aplicando las leyes de Kirchoff y las redes de secuencia hallamos las Ecuaciones C.



### XI.II. Cálculo del Cortocircuito Trifásico

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son:  $\bar{U}_R = \bar{U}_S = \bar{U}_T = 0$

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



Las intensidades serán: recordando que  $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$ , donde  $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} [0^\circ] \quad \bar{I}_S = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} [240^\circ] \quad \bar{I}_T = \frac{1.1 \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} [120^\circ]$$

Las tensiones serán: recordando que  $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$ , donde  $c = 1.1$

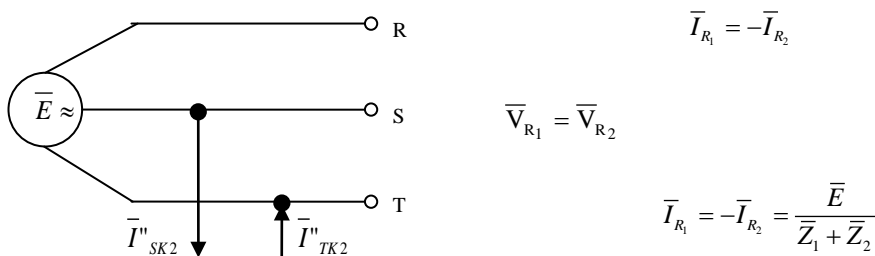
$$\bar{U}_R = \bar{U}_S = \bar{U}_T = 0$$



### XI.III. Cálculo del Cortocircuito Bifásico

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son:  $\bar{I}_R = 0$   $\bar{V}_S = \bar{V}_T$ . Las componentes homopolares son nulas en este cortocircuito.

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



Las intensidades serán: recordando que  $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$ , donde  $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = 0 \quad \bar{I}_S = \frac{1.1\bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle -90^\circ \quad \bar{I}_T = \frac{1.1\bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle 90^\circ$$

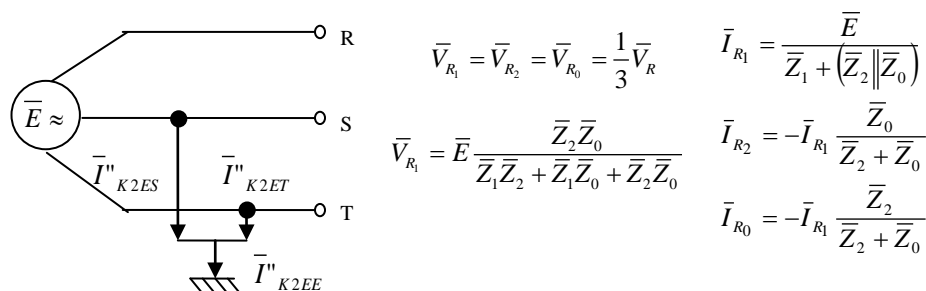
Las tensiones serán: recordando que  $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$ , donde  $c = 1.1$

$$\bar{V}_R = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}} \frac{2\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} (0^\circ) \quad \bar{V}_S = \bar{V}_T = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle 180^\circ$$

### XI.IV. Cálculo del Cortocircuito Bifásico a Tierra

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son:  $I_R = 0$   $V_S = V_T = 0$

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:





Las intensidades serán: recordando que  $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$ , donde  $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = 0 \quad \bar{I}_S = j1.1\bar{U}_n \frac{\bar{a}\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0} \quad \bar{I}_T = -j1.1\bar{U}_n \frac{\bar{a}^2\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0}$$

$$\bar{I}_{EE} = 1.1\bar{U}_n \cdot \sqrt{3} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0}$$

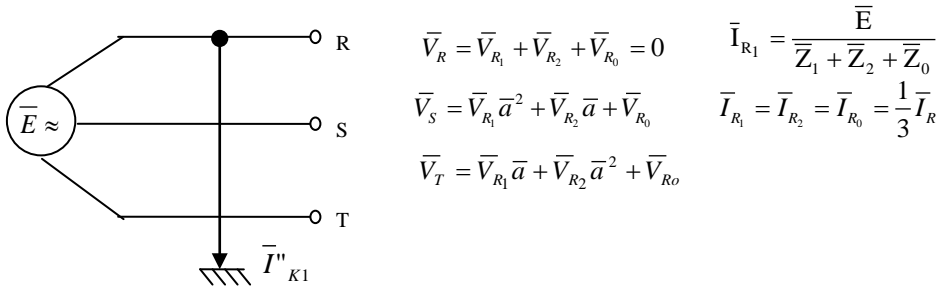
Las tensiones serán: recordando que  $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$ , donde  $c = 1.1$

$$\bar{V}_R = 1.1\sqrt{3}\bar{U}_n \frac{\bar{Z}_2\bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0} \quad \bar{V}_S = \bar{V}_T = 0$$

### XI.V. Cálculo del Cortocircuito Monofásico a Tierra

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son:  $\bar{V}_R = 0 \quad \bar{I}_S = \bar{I}_T = 0$

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



Las intensidades serán: recordando que  $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$ , donde  $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = \frac{1.1\bar{U}_n\sqrt{3}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \quad \bar{I}_S = \bar{I}_T = 0$$

Las tensiones serán: recordando que  $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$ , donde  $c = 1.1$

$$\bar{V}_R = 0 \quad \bar{V}_T = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}} \left( \bar{a} - \frac{\bar{Z}_1\bar{a} + \bar{Z}_2\bar{a}^2 + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right) \quad \bar{V}_S = \frac{1.1\bar{U}_n}{\sqrt{3}} \left( \bar{a}^2 - \frac{\bar{Z}_1\bar{a}^2 + \bar{Z}_2\bar{a} + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right)$$

## XI.VI. Otras Fórmulas de Interés en Componentes Simétricas

1. Redes trifásicas con tensiones nominales mayores de 1kV, (tanto para cortocircuitos próximos al generador como para los cortocircuitos alejados de él):

$$\frac{c \cdot U_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3}}$$

Con:

- $U_N$  Tensión nominal (tensión entre líneas) de la red en el punto de cortocircuito.
  - $c = 1.1$  Diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red en el punto de falta.
2. Redes trifásicas con tensiones nominales menores a 1kV (sin generadores de baja tensión):

$$\frac{c \cdot U_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot U_{NT}}{\sqrt{3}}$$

Con:

- $U_{NT}$  Tensión nominal del lado de baja tensión de los transformadores que alimentan a la red.
  - $c = 1$  Diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red para el cálculo de las máximas corrientes iniciales simétricas de cortocircuito.
  - $c = 0.95$  Diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red para el cálculo de las mínimas corrientes iniciales simétricas de cortocircuito.
3. En caso de redes con tensiones nominales superiores a 1kV: donde existan generadores con  $X''_d > 20\%$  que alimentan directamente (sin transformadores intercalados) al punto de cortocircuito, o bien, si se disponen de redes con tensiones nominales menores o iguales a 1kV en donde el punto de cortocircuito está alimentado por generadores de baja tensión, se cumple para las fuerzas electromotrices de los generadores la siguiente expresión:

$$\frac{c \cdot U_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot U_{NG}}{\sqrt{3}} + I_{NG} \cdot X''_d \cdot \sin \phi_{NG}$$

Con:

- $U_{NG}$  Tensión nominal del generador
- $I_{NG}$  Corriente nominal del generador
- $X''_d$  Reactancia inicial del generador
- $\phi_{NG}$  Ángulo de desfase entre  $U_{NG}/\sqrt{3}$  y  $I_{NG}$  para servicio nominal



#### 4. Observaciones generales relativas al cálculo

En redes que dispongan de una impedancia ( $Z$ ) de cortocircuito formada principalmente por elementos inductivos (impedancias de bobinas, transformadores, motores y generadores) y que sólo presenten tramos cortos paralelos de líneas aéreas o cables, normalmente es posible prescindir de las resistencias dado que su valor es mucho menor al de las inductancias (sobre todo con redes con tensiones nominales superiores a 1kV). Con esta omisión, el valor de las impedancias no difiere apreciablemente del de las reactancias. Tampoco es necesario tener presente las resistencias efectivas de las líneas que presenten tensiones de servicio varias veces superiores a la tensión de la red en la que está situado el punto de cortocircuito. Con todas estas simplificaciones, la impedancia de cortocircuito considerada resulta ser algo menor que la impedancia real, y por tanto, los valores de las corrientes de cortocircuito calculados con estas impedancias resultarán aumentados respecto a su valor real, o sea, que estos valores nos darán un cierto margen de seguridad.

Por el contrario, para dimensionar las instalaciones e interruptores de protección es necesario conocer el valor de la máxima corriente asimétrica de cortocircuito ( $I_s$ ) dependiendo su valor de la relación entre la resistencia efectiva y la reactancia del sistema, es decir, del factor ( $\chi$ ). Por ello, si los dispositivos y componentes implicados en el cortocircuito presentan resistencias efectivas grandes (cables y líneas aéreas largas o de poca sección, o incluso transformadores de poca potencia), al desprestigiar estas resistencias efectivas se obtendría, además de un valor demasiado pequeño para la impedancia de cortocircuito, un factor ( $\chi$ ) demasiado grande, es decir, una corriente máxima asimétrica demasiado elevada. Lo que conllevaría a elegir dispositivos de protección con una resistencia dinámica excesiva, aumentándose en demasía y sin razón su precio final.

Cuando las tensiones superen los 1000V, se podrá desprestigiar las impedancias de las barras de las instalaciones de maniobra. Por el contrario, cuando las tensiones sean inferiores a este valor (1kV), deben tenerse presentes las impedancias de las barras y de las uniones entre aparatos, aunque sólo dispongan de unos metros, al efectuar el cálculo de la impedancia de cortocircuito de la red. Las resistencias de paso debidas a los contactos o ha uniones por tornillos (que alcanzan valores de hasta 0.08m $\Omega$ ) reducen también el valor de la corriente de cortocircuito en las instalaciones de baja tensión, aunque su cálculo con precisión resulta prácticamente imposible, desprestigándose para el análisis de las corrientes de cortocircuito.

Resumiendo, puede decirse que si desprestigiamos las resistencias efectivas simplificaremos la determinación de la impedancia de cortocircuito de la red, sobre todo si ésta presenta ramas en paralelo y mallas, pero teniendo muy presente que a la hora de determinar las corrientes máximas asimétricas de cortocircuito ( $I_s$ ) no se podrán realizar estas simplificaciones.

## ANEXO XII. Fórmulas, Factores correctores y Tablas para el Cálculo de las Corrientes de Cortocircuito Mediante la Norma VDE 0102

### XII.1. Cálculo de las corrientes de cortocircuito $I_s$ , $I_a$ e $I_k$

Las corrientes de cortocircuito ( $I_s$ ,  $I_a$ , e  $I_k$ ) se calculan a partir de la corriente inicial simétrica de cortocircuito ( $I''_k$ ) y de los factores indicados en las directrices VDE 0102. Si el punto de cortocircuito está alimentado directamente por las distintas fuentes de corriente de cortocircuito se cumplen las siguientes relaciones para ( $I_s$ ,  $I_a$ ,  $I_{aM}$  e  $I_k$ ):

Corriente máxima asimétrica de cortocircuito ( $I_s$ ):

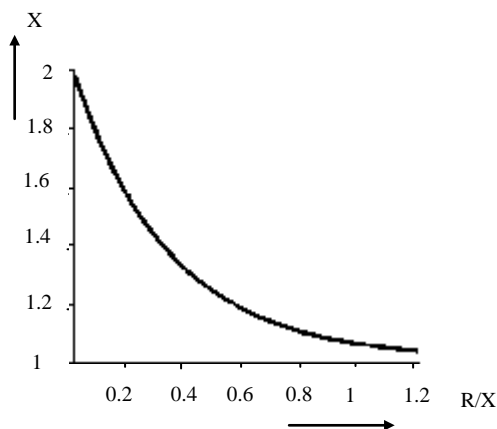


Fig. XII.I  
Factor ( $\chi$ ) para calcular la corriente máxima asimétrica de cortocircuito ( $I_s$ ). Donde ( $R$ ) y ( $X$ ) son la resistencia ( $R_k$ ) y la reactancia ( $X_k$ ) de la impedancia de cortocircuito de la red ( $Z_k$ )

El factor ( $\chi$ ) depende de la relación ( $R_k/X_k$ ) correspondiente a los distintos elementos o dispositivos implicados en el cortocircuito y tiene presente el amortiguamiento temporal de la componente aperiódica y, en el caso de cortocircuitos próximos al generador, el de la componente simétrica.

Corriente simétrica de corte ( $I_a$ )

Máquinas síncronas:

Máquinas asíncronas:  $I_{aM} = \mu \cdot q \cdot I''_k$

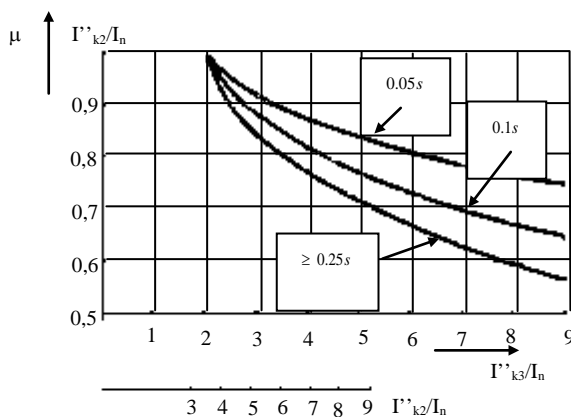


Fig. XII.II  
Factor ( $\mu$ ) para calcular la corriente simétrica de corte ( $I_a$ )



El factor ( $\mu$ ) depende de la relación ( $I''_K / I_n$ ) de los distintos generadores síncronos existentes en el circuito y del retardo mínimo de desconexión ( $t_V$ ).

El factor ( $q$ ) depende de la relación entre la potencia del motor asíncrono, del número de pares de polos y del retardo mínimo de desconexión ( $t_V$ ). Este factor vale la unidad si no existen motores asíncronos en la red analizada.

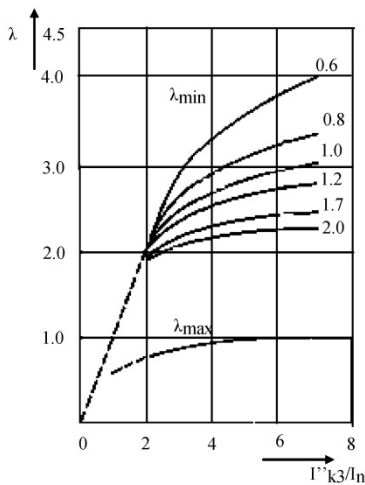
Fig.XII.III  
Factor ( $q$ ) para calcular la corriente simétrica de corte ( $I_{aM}$ ) de un motor asíncrono



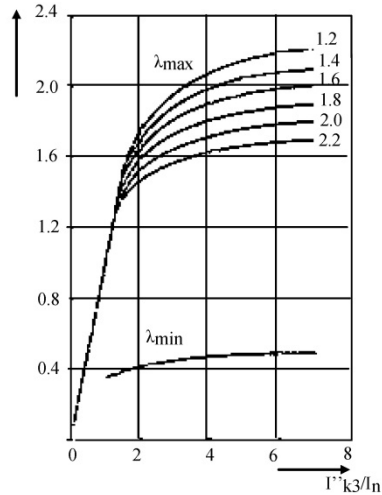
Corriente permanente de cortocircuito ( $I_k$ ):

$$\bar{I}_K = \lambda \cdot I_n$$

Gráfica XII.IV  
Factores ( $\lambda_{max}$  y  $\lambda_{min}$ ) para calcular las corrientes permanentes de cortocircuito máxima ( $I_{kmax}$ ) y mínima ( $I_{kmin}$ ) correspondientes a una máquina síncrona



Turbogeneradores



Generadores de polos salientes

El factor ( $\lambda$ ) depende de la relación ( $I''_K / I_n$ ), de las condiciones de excitación y del tipo de máquina síncrona que exista en la red analizada.

En las redes mixtas formadas por fuentes de corriente de cortocircuito de diverso valor, existirán corrientes de cortocircuito parciales circulando por las diversas ramas que presentarán relaciones ( $R/X$ ) diferentes. Por ello, las diversas porciones de las corrientes de cortocircuito se amortiguan siguiendo constantes de tiempo distintas (según la VDE 0102). Se remite al lector a la sección de problemas resueltos para comprobar cómo se efectúa el cálculo de redes múltiples.







## Bibliografía

- GONZÁLEZ, B.; LÓPEZ, E. (1995): *Sistemas polifásicos*. Paraninfo (1995).
- MARTÍNEZ VELASCO, J. (1996): *Líneas y redes eléctricas*. 3.<sup>a</sup> edición. CPDA. ETSEIB.
- MINISTERIO DE INDUSTRIA Y ENERGÍA (1998): *Reglamento Electrotécnico de Alta Tensión*.
- MUJAL ROSAS, Ramón M. (1998): *Líneas y redes eléctricas. Protección de sistemas de potencia. Colección de problemas*. 2.<sup>a</sup> edición. UPC. ETSEIT.
- MUJAL ROSAS, Ramón M. (2001): *Electrotecnia*. Ediciones UPC. Aula Politécnica.
- MUJAL ROSAS, Ramón M. (2003): *Tecnología eléctrica*. Ediciones UPC. Aula Politécnica.
- MUNTANÉ, Paulino (1993): *Protección de las instalaciones eléctricas*. 2.<sup>a</sup> edición. Marcombo.
- ROMPER, Richard (1985): *Corrientes de cortocircuito en redes trifásicas*. 2.<sup>a</sup> edición. Marcombo.
- STEVENSON, William D. (1992): *Análisis de sistemas eléctricos de potencia*. 2.<sup>a</sup> edición. McGraw-Hill.

