

Capítulo 7

Campo magnético no homogéneo

Los equipos de resonancia magnética nuclear utilizan electroimanes de alta potencia para generar campos magnéticos uniformes y estables, tanto en espacio como en tiempo. La estabilidad y homogeneidad de estos campos es de extrema importancia, ya que los espectros habituales tienen un ancho de banda de pocas partes por millón (*ppm*) respecto del campo magnético. Es decir, un cambio de tan sólo $10^{-6} T$ ($1 \mu T$) en un campo de $1 T$ puede resultar catastrófico en los resultados.

Con el fin de abaratar enormemente los costes, puesto que los electroimanes de alta potencia tienen un precio muy elevado, en el equipo de resonancia magnética nuclear desarrollado por *AD Telecom* se utilizan imanes permanentes fabricados con unos materiales conocidos como *tierras raras*¹ en su lugar. Esto provoca que el campo magnético uniforme utilizado en los experimentos tenga pequeñas irregularidades o inhomogeneidades que resultarán apreciables en los resultados.

Uno de los objetivos principales de este PFC es desarrollar técnicas de procesado de señal que compensen el efecto de la no homogeneidad del campo magnético uniforme. Con tal fin, en este capítulo se modela este efecto de no homogeneidad y se estudian los efectos que tendrá sobre la señal FID. En base a este modelo se desarrollan métodos de procesado de señal para compensar

¹Una *tierra rara* es un elemento de la colección de elementos metálicos formada por el *escandio*, el *itrio* y los *lantánidos*. El escandio y el itrio se consideran tierras raras porque aparecen en los mismos depósitos minerales que los lantánidos, con los que comparten propiedades químicas similares.

los efectos causados en la señal, basados tanto en el dominio temporal de la señal como en el dominio frecuencial.

7.1. Modelo Teórico de RMN con campo magnético no homogéneo

En el capítulo 2 se ha visto que la frecuencia a la que aparece la señal FID es directamente proporcional a la intensidad del campo magnético B_0 (ecuación 7.1).

$$f_0 = \gamma B_0 \quad (7.1)$$

Se puede ver por qué se cumple esta relación con una aproximación, que será útil para considerar qué ocurre cuando hay variaciones en el campo magnético. Por motivos de sencillez y claridad, esta aproximación no tiene en cuenta que la amplitud de la señal FID decae exponencialmente con el tiempo, pero esto no afecta a las conclusiones que se extraen de los cálculos.

Si se dispone de una muestra que contiene un único compuesto, se denomina $p(x, y, z)$ a la distribución de masa espacial de la misma, y se denomina z a la señal FID. La ecuación 7.2, donde $B(x, y, z)$ es la intensidad del campo magnético, es una buena aproximación al aspecto de dicha señal.

$$z(t) = \int_V p(x, y, z) e^{j(2\pi\gamma B(x,y,z)t+\phi)} dV \quad (7.2)$$

Si el campo magnético es perfectamente uniforme, entonces $B(x, y, z) = B_0$ y se cumple la ecuación 7.3, es decir, el resultado es una senoide a frecuencia f_0 , que equivale a un pico espectral a frecuencia f_0 con amplitud directamente proporcional a la masa de la muestra, tal como se esperaba por los cálculos del capítulo 2.

$$z(t) = e^{j(2\pi\gamma B_0 t+\phi)} \int_V p(x, y, z) dV \quad (7.3)$$

En el caso de *AD Telecom*, el campo magnético no será perfectamente homogéneo, sino que tendrá pequeñas variaciones. Estas variaciones se pueden aproximar linealmente por la ecuación 7.4.

$$B(x, y, z) = B_0 + \Delta B(x, y, z) \quad (7.4)$$

7.1. MODELO TEÓRICO DE RMN CON CAMPO MAGNÉTICO NO HOMOGÉNEO 77

Con esta aproximación se puede recalcular $z(t)$ como en la ecuación 7.5, y definiendo $p(t)$ apropiadamente (ecuación 7.6) se obtiene la forma final de $z(t)$ (ecuación 7.7).

$$z(t) = e^{j(2\pi\gamma B_0 t + \phi)} \int_V p(x, y, z) e^{j(2\pi\gamma \Delta B(x, y, z) t)} dV \quad (7.5)$$

$$p(t) = \int_V p(x, y, z) e^{j(2\pi\gamma \Delta B(x, y, z) t)} dV \quad (7.6)$$

$$z(t) = e^{j(2\pi f_0 t + \phi)} p(t) \quad (7.7)$$

En resumen, lo que le ocurre a la señal FID cuando el campo magnético no es perfectamente homogéneo y tiene pequeñas variaciones es que la señal esperada se ve multiplicada por otra señal, a la que se ha denominado p^2 . Cuando las variaciones son muy pequeñas o inexistentes, $p(t)$ es constante y se obtienen los resultados esperados.

En el dominio de la frecuencia, la señal se representa según 7.8. La señal ideal esperada, una delta de Dirac en $f = f_0$, transformada de Fourier de una senoide no atenuada, se ve convolucionada con $P(f)$, transformada de Fourier de la señal $p(t)$. En el caso ideal en el que el campo es perfectamente homogéneo, $p(t) = k$ es constante y $P(f) = k\delta(f)$, con lo que $Z(f) = k\delta(f - f_0)$ tal como se espera.

$$Z(f) = \delta(f - f_0) * P(f) \quad (7.8)$$

Desde otro punto de vista, se puede considerar que la señal FID se ha visto afectada por un filtro donde los dominios temporal y frecuencial se han intercambiado los papeles. En el modelo de un filtro analógico, la señal temporal se ve convolucionada por la respuesta impulsional del filtro, $h(t)$, y la señal frecuencial resulta multiplicada por la transformada de la respuesta, $H(f)$. Lo que ha ocurrido con la señal temporal FID es que, en el dominio frecuencial, su transformada se ha convolucionado con la señal $P(f)$.

Esta interpretación en lenguaje de filtros se ha utilizado para desarrollar dos técnicas de procesamiento de señal que compensen los efectos que se han producido sobre la señal FID.

²Por *pulso*, puesto que se ha comprobado experimentalmente que esta señal tiene la forma de un pulso de corta duración.

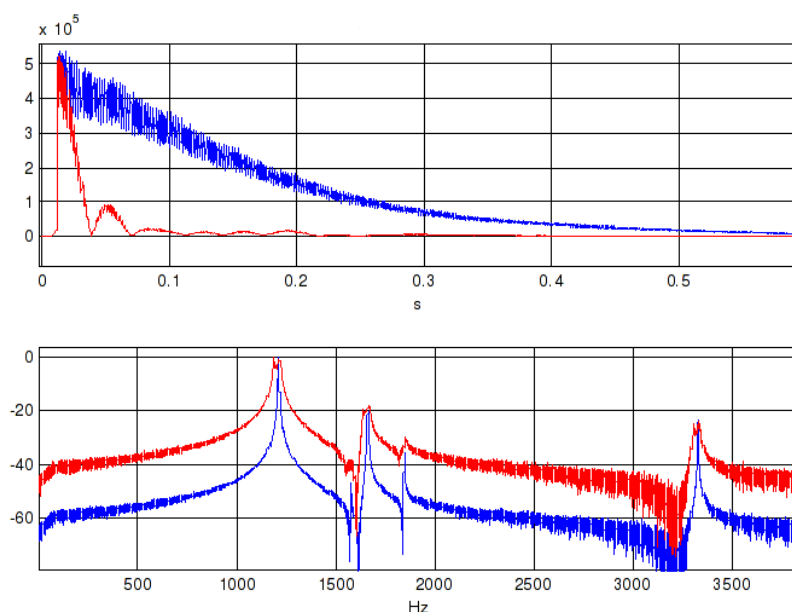


Figura 7.1: Señales ideal (azul) y con campo magnético no uniforme (rojo)

7.2. Comprobación del modelo teórico

Para comprobar la validez del modelo teórico, se ha utilizado un espectrómetro RMN comercial del fabricante *Bruker*. Estos espectrómetros permiten variar el campo magnético configurando una serie de pequeños electroimanes que tienen para compensar las irregularidades del campo magnético generado por los electroimanes de alta potencia. Estos pequeños imanes reciben el nombre de *bobinas shim*.

Se configuraron estas pequeñas bobinas para que generaran unos campos magnéticos que se tradujeron en pequeñas variaciones del campo magnético, haciendo que no fuera perfectamente uniforme. En estas condiciones se adquirió la respuesta de una muestra de *cloroformo deuterado* ($CDCl_3$) para compararla con la respuesta de la misma muestra en condiciones ideales, es decir, con el campo magnético perfectamente uniforme, o con variaciones menores respecto a la resolución del equipo.

El resultado se muestra en la figura 7.1. En la gráfica superior se muestra la señal temporal y en la inferior el resultado frecuencial, en azul se ha representado la señal ideal y en rojo la recuperada cuando el campo

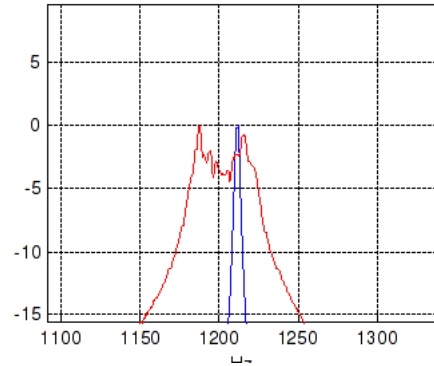


Figura 7.2: Detalle de la distorsión provocada por la no homogeneidad del campo magnético en un pico espectral

magnético no es homogéneo. En la figura 7.2 se observa un detalle de la distorsión provocada en un pico espectral. En estas dos figuras se observa cómo se cumple lo deducido en la sección 7.1, la señal temporal parece multiplicada por otra y en frecuencia se observa una distorsión provocada por la convolución del espectro por un pulso $P(f)$.

7.3. Ecualización en el Dominio de la Frecuencia

En el dominio frecuencial, la respuesta ideal $s[f]$ ha resultado convolucionada por una señal $p[f]$. En diversos sistemas de comunicación se suele usar un filtro forzador de ceros para cancelar el efecto de un filtro o un canal sobre una señal.

El objetivo básico de un filtro forzador de ceros es cancelar el efecto de otro filtro. En la figura 7.3 se observa el diagrama de bloques básico de un forzador de ceros. Si se denota por $p[f]$ la respuesta impulsional del filtro que se desea cancelar, el objetivo es encontrar la respuesta del filtro, $h[f]$, que cumpla la igualdad de la ecuación 7.9. Si se trabaja directamente con los coeficientes de los filtros, se debe trabajar con filtros de respuesta impulsional finita (filtros *FIR*), con lo que se suele usar una aproximación para encontrar un filtro que si bien no cancela perfectamente $p[f]$, puede ser usado con resultados satisfactorios.

$$p[f] * h[f] = \delta[f] \quad (7.9)$$

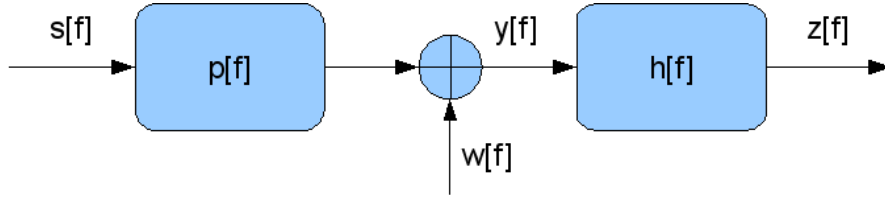


Figura 7.3: Diagrama de bloques del forzador de ceros. La señal ideal $s[f]$ queda convolucionada con la forma $p[f]$. La entrada del sistema es $y[f]$, y el filtro forzador de ceros, de respuesta impulsional $h[f]$ se diseña de manera que $p[f] * h[f] = \delta[f]$, es decir, de modo que cancele el efecto del filtro $p[f]$. Si respetar la igualdad resulta imposible, se toma la solución de mínimos cuadrados.

Si se dispone de $k + 1$ muestras de la señal p y se quiere encontrar un filtro forzador de ceros de orden l ($l + 1$ coeficientes) cumpliendo $l < k$, se puede expresar la ecuación 7.9 como en 7.10.

$$\begin{bmatrix} p_k & p_{k-1} & \cdots & p_{k-l-2} & p_{k-l-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ p_l & p_{l-1} & \cdots & p_1 & p_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ p_1 & p_0 & \cdots & 0 & 0 \\ p_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ \vdots \\ h_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

Si se define la matriz P como indica la ecuación 7.11, se puede escribir la ecuación 7.10 como en 7.12.

$$P = \begin{bmatrix} p_k & p_{k-1} & \cdots & p_{k-l-2} & p_{k-l-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ p_l & p_{l-1} & \cdots & p_1 & p_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ p_1 & p_0 & \cdots & 0 & 0 \\ p_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

El sistema de ecuaciones de 7.12 está sobredeterminado, ya que hay $l + 1$ incógnitas (los coeficientes del filtro) pero $k + 1$ ecuaciones. Para resolverlo se pueden usar dos métodos, uno es el de la máxima verosimilitud y el otro es encontrar la solución que minimiza el error cuadrático medio. Ambos métodos

conducen siempre a la misma solución, que se expresa en la ecuación 7.13, por lo que se pueden considerar métodos equivalentes.

$$P h = \delta \quad (7.12)$$

Se define la matriz pseudoinversa $A^\#$ de una matriz A como en la ecuación 7.14 y entonces se puede reescribir 7.13 como 7.15.

$$h = (P^T P)^{-1} P^T \delta \quad (7.13)$$

$$A^\# = (A^T A)^{-1} A^T \quad (7.14)$$

$$h = P^\# \delta \quad (7.15)$$

En el caso presente, se toma $p[f]$ como el pico de mayor potencia de la señal de entrada, y se usa como entrada para desarrollar el filtro forzador de ceros. Una vez obtenido el filtro $h[f]$, resolviendo numéricamente el sistema lineal de ecuaciones que resulta, se convoluciona la respuesta obtenida con $h[f]$ para obtener la señal ecualizada.

El sistema de la ecuación 7.15 se resuelve mediante un método iterativo³ puesto que son los más comunes y ofrecen buenos resultados, pero esto puede acarrear problemas de estabilidad numérica, que se comentan en la sección 7.5. Por este motivo, a continuación se presenta un método de ecualización alternativo.

7.4. Ecualización en el Dominio del Tiempo

En el dominio del tiempo la respuesta ideal ha resultado multiplicada por una señal. El objetivo del ecualizador en el dominio temporal es ecualizar la señal intentando compensar dicha multiplicación. Esta ecualización es análoga a la ecualización en dominio frecuencial, pero en lugar de cancelar una convolución se pretende cancelar una multiplicación. En la figura 7.4 se observa el diagrama de bloques del ecualizador.

La señal temporal por la que se ha multiplicado la respuesta ideal se recupera a partir de su representación frecuencial. La entrada del sistema es la de la ecuación 7.16, donde $s[n]$ es la señal ideal que se desea recuperar

³Como, por ejemplo, los métodos de Jacobi o de Gauss-Seidel

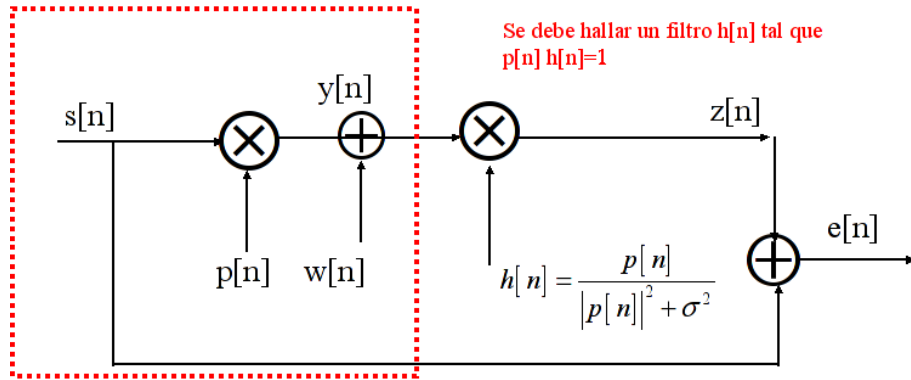


Figura 7.4: Diagrama de bloques del ecualizador en el dominio del tiempo

y $p[n]$ el pulso por el que se ha visto multiplicada. Como en el algoritmo descrito en la sección 7.3, se considera el pico de mayor potencia del espectro de la señal de entrada, al que se denomina $P[f]$. Mediante una transformada inversa discreta de Fourier se obtiene una aproximación a $p[n]$, $\hat{p}[n]$. En la figura 7.5 se representa el proceso seguido para aislar la forma espectral que se desea ecualizar.

A partir de la señal $\hat{p}[n]$, se debe calcular la señal $h[n]$, que definirá la salida como en la ecuación 7.18. Una primera aproximación es usar $h[n] = \frac{1}{\hat{p}[n]}$, solución que funciona correctamente en ausencia de ruido. Si la señal de entrada contiene ruido blanco de potencia σ^2 , se suele usar la definición de 7.17. Si $\sigma^2 = 0$, la ecuación 7.17 se reduce al caso anterior $h[n] = \frac{1}{\hat{p}[n]}$.

$$y[n] = s[n] p[n] \quad (7.16)$$

$$h[n] = \frac{p[n]}{|p[n]|^2 + \sigma^2} \quad (7.17)$$

$$z[n] = y[n] h[n] \quad (7.18)$$

Este método no presenta los problemas de estabilidad numérica que presenta el algoritmo descrito en la sección 7.3, pero en cambio es muy sensible a los errores de redondeo y al fenómeno de la cancelación catastrófica, que se detallan en el apartado 7.6. Por estos motivos se suele aplicar el ecualizador en el dominio frecuencia, recurriendo al ecualizador en el dominio del tiempo cuando se presenta un problema serio de estabilidad numérica.

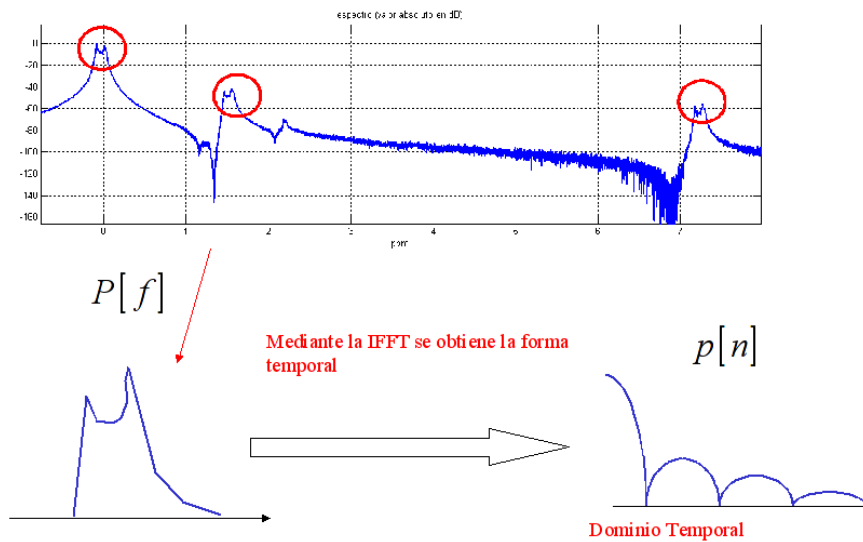


Figura 7.5: Proceso que se sigue en el ecualizador en el dominio temporal

El factor σ^2 que se representa en la figura 7.4 sirve en parte para evitar el efecto de la cancelación catastrófica.

7.5. Estabilidad numérica

La *estabilidad numérica* es una noción del campo del análisis numérico. Un algoritmo es estable numéricamente cuando un error numérico, sin importar su causa, no se propaga significativamente durante los cálculos. Cuando esto sucede se dice que el problema está *bien condicionado*, que significa que la solución del problema no varía significativamente si los datos del problema varían mínimamente. Por el contrario, si un problema está *mal condicionado*, un error pequeño en los datos provocará un error muy grande en la solución.

En el caso de tener un sistema lineal de ecuaciones, como el de 7.19, el condicionamiento se mide con el llamado *número de condición de la matriz* A . Este número se define como el valor máximo del cociente entre el error relativo en x dividido por el error relativo de b . Así, si el error relativo de b es e , el error relativo en la solución $x = A^{-1}b$ será $A^{-1}e$.

$$Ax = b \quad (7.19)$$

Si se calcula la relación entre el error relativo en la solución y el error relativo en b se llega a la ecuación 7.20. Este valor está definido para cualquier norma consistente, y depende de la norma elegida, puesto que hay que elegir una norma para definir el error relativo.

$$\kappa(A) = \|A\| \|A^{-1}\| \quad (7.20)$$

Si se toma la norma Euclídea y las matrices son cuadradas, a la norma se le denomina *norma espectral*, y es la que se usa habitualmente en procesamiento de señal. En este caso se puede denotar el número de condición por 7.21, donde σ_{\max} y σ_{\min} son los valores singulares máximo y mínimo de A . En el caso particular de que A sea normal⁴ entonces el número de condición cumple la ecuación 7.22, donde λ_{\max} y λ_{\min} son los valores propios de A máximo y mínimo en valor absoluto.

$$\kappa(A) = \frac{\sigma_{\max}(A)}{\sigma_{\min}(A)} \quad (7.21)$$

$$\kappa(A) = \left| \frac{\lambda_{\max}(A)}{\lambda_{\min}(A)} \right| \quad (7.22)$$

En el caso del algoritmo de la ecualización en el dominio de la frecuencia se debe resolver un sistema lineal, por lo que el número de condición de la matriz del sistema, $P^\#$ en la ecuación 7.15, es crítico a la hora de considerar la respuesta obtenida. Si el número de condición es muy alto, la respuesta obtenida no será fiable y se deberá recurrir al ecualizador en el dominio temporal.

Otro aspecto a tener en cuenta cuando se trata con un sistema lineal es la *convergencia* del método usado para su resolución. Se dice que un método numérico converge si la solución numérica se aproxima arbitrariamente a la solución exacta.

En el presente proyecto se han utilizado métodos iterativos para encontrar soluciones a los sistemas lineales. Los métodos iterativos son aquellos en los que a base de aplicar el método reiteradamente se obtienen aproximaciones sucesivas a la solución exacta. Estos métodos, como por ejemplo el de *Jacobi* o el de *Gauss-Seidel* aseguran convergencia si la matriz es *diagonalmente dominante*. Una matriz es *diagonalmente dominante* si la magnitud de cada

⁴Una matriz A es *normal* si $A^* A = A A^*$, es decir, si el producto de la matriz por su conjugada conmuta.

elemento de la diagonal principal es mayor que la suma de la magnitud del resto de elementos de la fila correspondiente. La definición precisa se detalla en la ecuación 7.23.

$$|a_{ii}| \geq \sum_{j \neq i} |a_{ij}| \quad \forall i \quad (7.23)$$

Para asegurar que el método utilizado converge y se llega a una solución, se puede sumar una constante a cada elemento de la diagonal. En el caso del forzador de ceros, donde se resuelve la ecuación 7.15 con un método iterativo, se suele sustituir $P^\# = (P^T P^{-1}) P^T$ por $(P^T P^{-1} + k) P^T$, donde k es una constante arbitraria. Esta constante debe ser suficientemente grande como para asegurar que el método convergerá hacia una solución, pero lo suficientemente pequeña como para no modificar significativamente la matriz del sistema y, por lo tanto, la solución que se obtiene. Si se conoce la potencia de ruido de la señal de entrada, $k = \sigma^2$ suele dar buenos resultados.

Para una exposición clara y detallada de los conceptos de análisis numérico definidos en el presente capítulo consultar la referencia [9].

7.6. Error de redondeo

Además de los errores originados por el condicionamiento del problema, explicados en la sección 7.5, otra fuente de error es la pérdida de precisión al realizar los cálculos usando aritmética de punto flotante. Este error provoca la pérdida de dígitos significativos cuando una operación entre dos números provoca un aumento del error relativo sustancialmente mayor que el incremento en error absoluto. Esto puede ocurrir por ejemplo si se restan dos números muy grandes, como puede observarse en el siguiente código MATLAB:

```
>> x = pi;
>> y = 6.022e23;
>> x = x+y-y;
x =
    0
```

Cualquier operación realizada con un ordenador, y en particular los algoritmos descritos en las secciones 7.3 y 7.4, puede sufrir estos efectos no deseados.

En el caso especial del algoritmo de ecualización en el dominio temporal, el paso final del algoritmo consiste en dividir dos funciones una entre otra. En numerosas ocasiones esto implica dividir dos números con una magnitud muy similar. Cuando estos números son muy próximos a cero es posible perder precisión en todos los dígitos. Concretamente, si en un paso intermedio se aproxima uno de los números por cero, el resultado de la división será cero o infinito, efecto conocido con el nombre de *cancelación catastrófica*.

Puesto que no es posible hacer nada para evitar estos efectos, el ecualizador en el dominio temporal se usa solamente cuando no es posible obtener una solución aceptable usando el ecualizador en el dominio frecuencial debido a los problemas descritos en la sección 7.5.

7.7. Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con los dos ecualizadores desarrollados en el presente capítulo.

Ecualizador en el Dominio Frecuencial

Para comprobar el funcionamiento del ecualizador en el dominio frecuencial se usó la señal adquirida en un aparato comercial⁵ con distintos valores de la longitud del filtro y del factor k ⁶. Se comprobó que de no haber problemas graves de condicionamiento del problema, k debe ser igual a 0, ya que de lo contrario el pico espectral se ensancha, con lo que se dificulta la interpretación del espectro, como se observa en la figura 7.6.

En la figura 7.7 se observa el pico espectral de la señal de entrada (rojo) y el pico recuperado por este ecualizador en un caso típico (azul). Se observa cómo, una vez ecualizada la señal, es mucho más fácil determinar a qué frecuencia se encuentra el pico espectral.

Si se puede trabajar con el valor $k = 0$, aumentar la longitud del filtro mejora la calidad del resultado, aunque es necesario más tiempo para calcular el resultado. En la figura 7.8 se muestran los resultados obtenidos para longitudes del filtro de 50, 100 y 200 muestras. Se ve cómo el nivel de lóbulo principal a secundario mejora en cada paso, de 10 a 15 dB y de 15 a 22 dB. En estos casos hay que tener en cuenta a la hora de interpretar los resultados

⁵Sección 7.2.

⁶Sección 7.5.

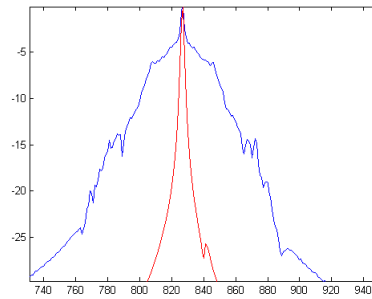


Figura 7.6: Señal ideal (rojo) y recuperada (azul) por el ecualizador en dominio frecuencial con $k = 10^{-10}$ y un filtro de 100 muestras.

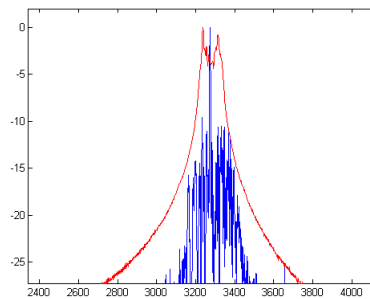


Figura 7.7: Ejemplo de señal de entrada (rojo) y señal recuperada (azul) por el ecualizador en el dominio temporal

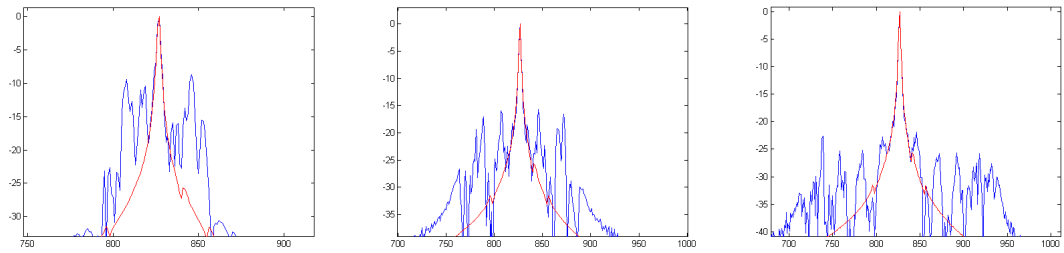


Figura 7.8: Detalle del resultado obtenido con el ecualizador en dominio frecuencial para una longitud del filtro de 50, 100 y 200 muestras

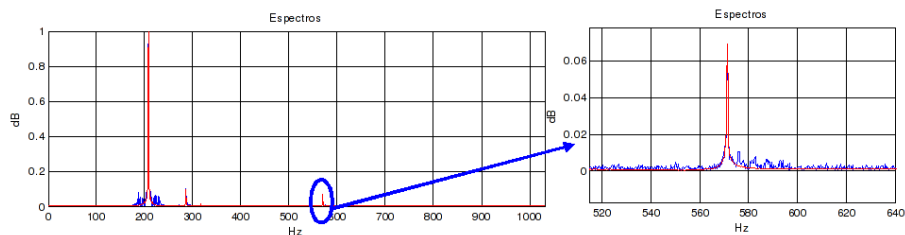


Figura 7.9: Espectro ideal y recuperado en escala lineal. Se observa el buen comportamiento global del ecualizador

que estos picos que aparecen alrededor del pico principal son resultado de la ecualización y no del experimento llevado a cabo.

En la figura 7.9 se observa el espectro ideal (rojo) y el ecualizado (azul) para una longitud del filtro de 200 muestras en escala lineal, que es como se suelen interpretar los espectros de resonancia magnética. Se observa el comportamiento global del ecualizador, que resulta ser muy bueno.

Ecualizador en el Dominio Temporal

Para comprobar el funcionamiento del ecualizador en el dominio temporal y poder analizar los efectos de los errores de redondeo, se desarrolló un software que genera señales sintéticas distorsionadas según lo desarrollado en la sección 7.1 y aplica el ecualizador en el dominio temporal.

En la figura 7.10 se observa una realización de este ecualizador para una señal suma de tres senoides de distinta frecuencia sin ruido. En la fila superior se observan las señales temporales. A la izquierda, la señal temporal

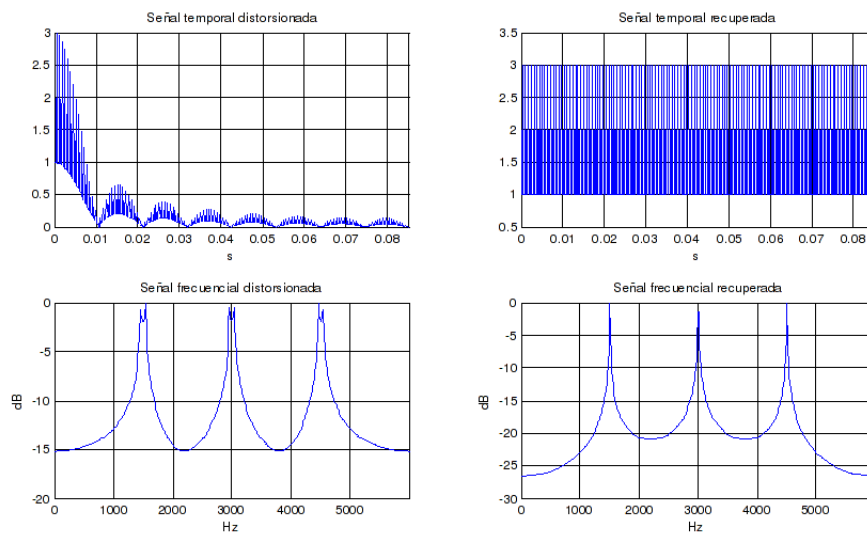


Figura 7.10: Ejemplo de equalización en una señal suma de tres senoides sin ruido. La fila superior corresponde al dominio temporal, la fila inferior al frecuencial, la columna izquierda a señales distorsionadas y la columna derecha a señales ecualizadas

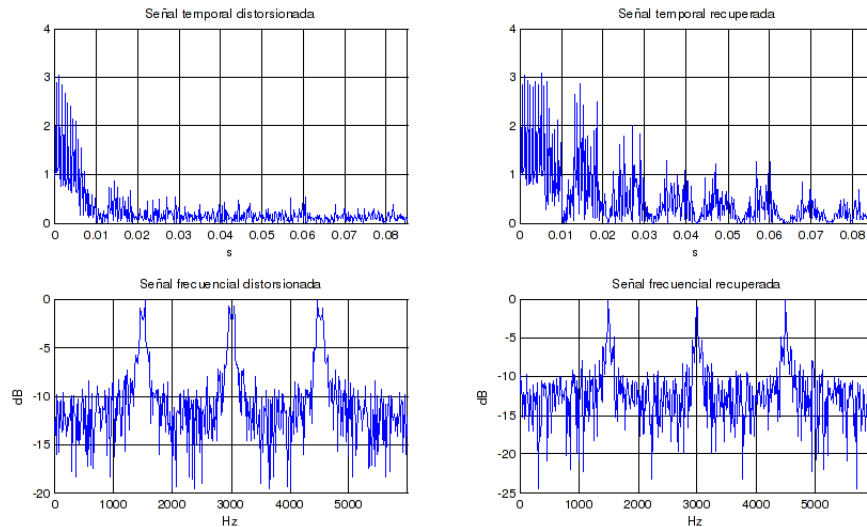


Figura 7.11: Ejemplo de ecualización en el dominio temporal de la señal de la figura 7.10 añadiendo ruido

distorsionada tiene el aspecto de ser una señal multiplicada por otra con una forma que recuerda a una función *sinc*. El ecualizador intenta estimar la forma de esta envolvente a partir de los picos espectrales distorsionados (fila inferior, gráfica de la izquierda). En la columna de la derecha se ve el aspecto de la señal una vez ecualizada (arriba en tiempo y abajo su espectro). Se observa como en este caso el comportamiento del ecualizador es muy bueno, ya que del espectro ecualizado es posible deducir la presencia de tres senoides e incluso se puede determinar la frecuencia de cada una de ellas.

En la figura 7.11 se representa la ecualización de una señal suma de tres senoides con ruido. En este caso, la señal temporal recuperada no es tan buena como en el caso en el que hay ausencia de ruido, sobretudo alrededor de las zonas donde la señal distorsionada tiene valores muy bajos. Esto refleja el efecto de los errores de redondeo presentados en la sección 7.6, y también el hecho de que el ruido afecta más a aquellas zonas de la señal donde hay menor potencia. A pesar de esto, el espectro tiene buen aspecto, y también es posible deducir la presencia de tres senoides y calcular su frecuencia.

7.8. Conclusiones

En la sección 7.1 del presente capítulo se ha presentado un estudio teórico que analiza cual sería el aspecto del resultado de un experimento RMN en el caso en el que el campo magnético no sea uniforme, puesto que será el caso en el que se encontrará el equipo desarrollado por *AD Telecom*. En la sección 7.2 se ha comprobado la validez del modelo teórico adquiriendo una señal con un aparato comercial bajo estas condiciones.

En las secciones 7.3 y 7.4 se han desarrollado dos ecualizadores que corrigen el efecto que el campo magnético no homogéneo tiene sobre los resultados. En las secciones 7.5 y 7.6 se han analizado las fuentes de error y los posibles problemas que pueden presentar estos algoritmos.

Finalmente, en la sección 7.7 se han presentado los resultados obtenidos al analizar los dos ecualizadores, tanto con señales reales como sintéticas. Deducimos que estos algoritmos permitirán compensar el efecto de la no homogeneidad del campo magnético, por lo que los resultados que se obtendrán serán comparables a los que se obtienen actualmente con otros equipos existentes en el mercado.

