

# Capítulo 4

## Procesado a FI

Tal como se presenta en el capítulo 3, la frecuencia de muestreo del A/D es de  $1\text{ MHz}$ , mientras que la señal útil está centrada en  $10,7\text{ MHz}$ , por lo que no se cumple la condición de Nyquist. Para digitalizar la señal hay que usar la técnica conocida como *muestreo a frecuencia intermedia*<sup>1</sup>. A esta técnica se dedica este capítulo, así como a otros algoritmos que se aplican a la señal temporal una vez digitalizada y antes de aplicar el análisis espectral que se detalla en los subsiguientes capítulos.

Uno de los objetivos del presente proyecto es definir qué procesado se aplica a la señal antes de estimar su composición espectral, es decir, seleccionar la frecuencia de muestreo, el cuantificador, la demodulación I/Q etc. En el presente capítulo se detalla el desarrollo teórico de estas etapas que ha llevado a seleccionar un esquema de digitalización adecuado.

### 4.1. IF Sampling

Las señales reales tienen espectros simétricos respecto al origen. Cuando se muestrea una señal, se ve desplazada en frecuencia por múltiplos de la frecuencia de muestreo, haciendo aparentes las componentes negativas del espectro, y dando lugar en algunos casos al fenómeno del *solapamiento frecuencial*, o *aliasing*, en inglés. El criterio de Nyquist asegura que ninguna de las copias del espectro desplazadas se solapa con otra, evitando tal fenómeno.

---

<sup>1</sup>También se conoce como *IF Sampling* en inglés.

En el caso de que se tenga una señal pasobanda con componentes frecuenciales entre  $f_L$  y  $f_H$ , se puede cumplir esta condición de otro modo, aprovechando que gran parte del espectro, desde el origen hasta  $f_L$ , está vacío, por lo que es posible que no se produzca el efecto del solapamiento frecuencial.

Fijada la frecuencia de muestreo,  $f_m$ , el proceso de digitalización básicamente toma copias del espectro desplazadas múltiplos de esta frecuencia y las suma. Usualmente se tiene una señal con frecuencia central  $\frac{f_m}{4}$  (y  $-\frac{f_m}{4}$ ), así que al aplicarle el muestreo, ocurre solapamiento con las señales centradas en las frecuencias imagen correspondientes a las frecuencias  $\frac{f_m}{4}$  y  $-\frac{f_m}{4}$ , como se ve en la ecuación 4.1. Así, en vez de tener la señal centrada en  $\frac{f_m}{4}$ , que corresponde a un valor  $K = 0$ , se puede tener una señal centrada en una de las frecuencias imagen y no ocurrirá ningún solapamiento siempre que no existan señales en el resto de frecuencias imagen.

$$f_{IM} = \frac{f_m}{4} + K \frac{f_m}{2} \quad (4.1)$$

En nuestro caso,  $f_m = 1 \text{ MHz}$ , así que  $f_{IM} = 0,25 \text{ MHz} + K 0,5 \text{ MHz}$ . La señal útil está centrada en  $10,75 \text{ MHz}$ , así que tomando un valor de  $K = 21$ , aparecerá aproximadamente a la frecuencia digital  $3/4$  (o, equivalentemente,  $-1/4$ ), lo que provoca que el espectro esté invertido. Esta inversión de espectro es equivalente a un desfase de  $\pi \text{ rad}$ , por lo que este efecto se compensa en la etapa de demodulación I/Q (sección 4.2).

## 4.2. Esquema de muestreo a FI

En la figura 4.1 se puede ver el diagrama de bloques del muestreo a frecuencia intermedia y demodulación I/Q, y aparecen todas las etapas de procesado que se aplican. Primero se convierte la señal al dominio digital, y un multiplexador separa las muestras pares de las impares en dos ramas, por lo que la frecuencia digital en cada rama se ve dividida por 2. Las muestras de la rama inferior se multiplican todas por  $-1$  para compensar el efecto de que el espectro de la señal digitalizada está invertido<sup>2</sup>. En cada rama, se multiplica una de cada dos muestras por  $-1$ . Esto es equivalente a multiplicar por una senoide de frecuencia digital máxima. Finalmente se aplica un interpolador a cada rama para recuperar la frecuencia digital original. En el resto de la

---

<sup>2</sup>Sección 4.1.

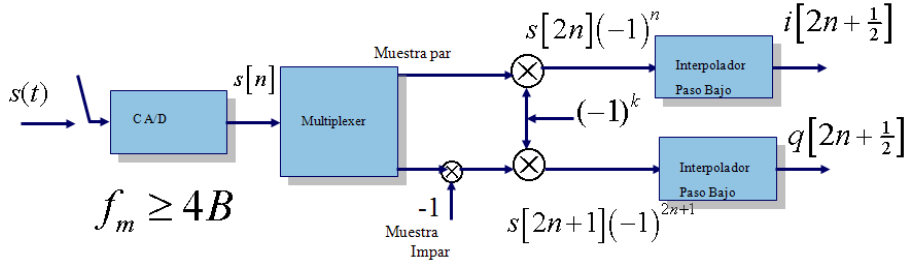


Figura 4.1: Esquema de muestro a frecuencia intermedia

presente sección se justifica teóricamente por qué este esquema realiza una demodulación I/Q correctamente.

La señal obtenida como salida de la cadena receptora<sup>3</sup>,  $s(t)$ , tiene componentes de fase y cuadratura, y puede expresarse, por lo tanto, como en la ecuación 4.2.

$$s(t) = i(t) \cos(\omega t) + q(t) \sin(\omega t) \quad (4.2)$$

La frecuencia de muestreo se escoge como se describe en la sección 4.1, y de modo que la frecuencia de la señal,  $\omega$ , en nuestro caso  $\omega = 2\pi 10,7 \text{ MHz}$ , corresponda a la frecuencia digital  $3/4$ . Se obtienen las componentes de fase y cuadratura,  $i(t)$  y  $q(t)$ , aplicando una demodulación I/Q digital. Esto consiste en multiplicar la señal digitalizada  $s[n]$  por un coseno y un seno de frecuencia digital  $3/4$ . Las muestras correspondientes a tal señal vienen expresadas según 4.3 y, teniendo en cuenta los valores que toma (ecuación 4.4), se deduce que  $\cos\left[\frac{3\pi}{2}n\right]$  es periódico y toma la forma 4.5; y análogamente  $\sin\left[\frac{3\pi}{2}n\right]$  toma la forma 4.6.

$$\cos\left[2\pi \frac{3}{4}n\right] = \cos\left[\frac{3\pi}{2}n\right] \quad (4.3)$$

$$\left[\cos[0], \cos\left[\frac{3\pi}{2}\right], \cos[3\pi], \cos\left[\frac{9\pi}{2}\right], \cos[6\pi], \dots\right] \quad (4.4)$$

$$\cos\left[\frac{3\pi}{2}n\right] = [0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, \dots] \quad (4.5)$$

$$\sin\left[\frac{3\pi}{2}n\right] = [-1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, \dots] \quad (4.6)$$

---

<sup>3</sup>Capítulo 3.

Si se calcula  $s[n] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right]$  se obtiene 4.7, y teniendo en cuenta 4.8 resulta 4.9.

$$\begin{aligned} s[n] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] &= \left( i[n] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] + q[n] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] \right) \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] \\ &= i[n] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right]^2 + q[n] \sin \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\sin \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] = 0 \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} s[n] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] &= i[n] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right]^2 \\ &= [i[n], 0, i[3n], 0, i[5n], \dots] \end{aligned} \quad (4.9)$$

Similarmente, si se desarrolla  $s[n] \sin \left[ \frac{3\pi}{2} n \right]$ , se encuentra 4.10.

$$\begin{aligned} s[n] \sin \left[ \frac{3\pi}{2} n \right] &= q[n] \cos \left[ \frac{3\pi}{2} n \right]^2 \\ &= [0, q[2n], 0, q[4n], 0, q[6n], \dots] \end{aligned} \quad (4.10)$$

Interpolando las muestras nulas, se obtienen las componentes en fase y cuadratura de la señal,  $i[n]$  y  $q[n]$ , que corresponden a las componentes de la señal FID en dos ejes perpendiculares entre sí. Estas señales todavía contienen un error de fase, que es debido a que los dos ejes perpendiculares en recepción no corresponden a los ejes  $x$  e  $y$  de la teoría desarrollada en el capítulo 2, como se explica en la sección 2.2.10. Además, la fase de referencia del sistema receptor y del conversor A/D no coinciden, por lo que existe un error de fase adicional. En el capítulo 6, concretamente en la sección 6.6, se explica qué operaciones de procesamiento de señal se llevan a cabo para corregir este error.

El interés en buscar una frecuencia digital de  $3/4$  viene motivado por la simplificación de la demodulación I/Q, ya que al alternar ceros y valores muestreados (ecuaciones 4.9 y 4.10), se evita realizar la conversión de frecuencia con cálculos en coma flotante. Para encontrar la componente en fase, simplemente se deben tomar las muestras pares y multiplicarlas por  $(-1)^{2n}$ ; y para encontrar las componentes en cuadratura, tomar las muestras impares y multiplicarlas por  $(-1)^{2n+1}$ . Con esto se obtienen las señales  $i[n]$  y  $q[n]$ , sólo que con una frecuencia de muestreo que corresponde a la mitad de la del conversor A/D. Interpolando estas señales se obtienen las señales a la frecuencia de muestreo deseada.

### 4.3. Cuantificación y sobremuestreo

La *cuantificación* se produce debido a las limitaciones de almacenamiento de muestras obtenidas cuando se digitaliza una señal; se pasa de tener una señal analógica a tener una señal con un número posible de valores distintos finito. Cuando se cuantifica una señal, forzosamente se añade un error a ésta, ya que la señal analógica puede tomar un número infinito de valores.

En el caso de este proyecto, se cuantifica la señal digitalizándola con un conversor A/D. Se llama *error de cuantificación* a la diferencia entre el valor real de la señal y el valor cuantificado digital. Idealmente, el error de cuantificación está distribuido uniformemente entre  $-1/2$  y  $1/2$  del paso de cuantificación del conversor, que es medio salto del bit menos significativo.

El *ruido de cuantificación* es un modelo del ruido de cuantificación introducido por un conversor A/D. Corresponde al error de redondeo cometido al cuantificar la señal analógica. En un conversor A/D ideal alimentado con una señal triangular o de diente de sierra que aprovecha todo su rango dinámico, se puede calcular la SNR a la salida según la ecuación 4.11, donde  $Q$  es el número de bits del conversor. En el caso de que la señal de entrada sea una senoide, la SNR viene dada por 4.12. Cuando se tiene una señal de alta frecuencia y ancho de banda grande, la SNR se aproxima más a este caso que al anterior.

$$\begin{aligned} SNR_{OUT} &= 20 \log_{10} (2^Q) \\ &= 6,0206 Q \text{ dB} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$SNR_{OUT} = 1,761 + 6,0206 Q \text{ dB} \quad (4.12)$$

El ruido de cuantificación es independiente de la frecuencia de muestreo  $f_s$ . Se puede aprovechar esto para mejorar la SNR, ya que si se considera que el ruido se distribuye uniformemente en todo el ancho del espectro, con una frecuencia de muestreo doble se dispondrá del doble de ancho espectral para distribuir el ruido, con lo que se conseguiría reducir el nivel de ruido en aproximadamente  $3 \text{ dB}$ . En general, se define el *factor de sobremuestreo*, normalmente designado con la letra griega  $\beta$ , como en 4.13, donde  $B$  es el ancho de banda o la frecuencia máxima de la señal. Así, cada vez que se dobla el factor de muestreo, se pierden  $3 \text{ dB}$  de ruido de cuantificación si se filtran las frecuencias altas o las que no contienen señal útil.

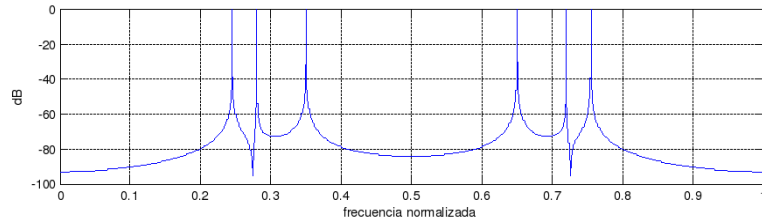


Figura 4.2: Espectro de una señal periódica digitalizada con 30 bits

$$\beta = \frac{f_s}{2B} \quad (4.13)$$

## 4.4. Dithering

Cuando se muestrean ciertas señales periódicas, el error de cuantificación deja de ser uniforme y empieza a ser sistemático. Esto provoca la aparición de picos espúreos en el espectro. Este efecto es más acusado cuando el convertor A/D tiene un número de bits pequeño. Por ejemplo, en la figura 4.2 se muestra el espectro de cierta señal muestreada con 30 bits, y en la figura 4.3 se representa la misma señal muestreada con 10 bits. Esta reducción en el número de bits provoca la aparición de picos espúreos.

El *dither* es un tipo de ruido introducido intencionadamente para aleatorizar el ruido de cuantificación, evitando la aparición de ciertos patrones no deseados en el espectro de una señal digitalizada. Se utiliza habitualmente en procesamiento de señales de audio y vídeo digital, como por ejemplo en pantallas LCD de teléfonos móviles y cámaras digitales, o en programas que muestran imágenes, como navegadores web.

Si se considera una señal periódica con un periodo múltiplo racional del periodo de muestreo, la señal digital correspondiente también será periódica. En un caso así, el error de cuantificación es periódico y está correlado con la señal útil, ya que ambas tienen el mismo periodo. El resultado de este comportamiento cíclico del error de cuantificación es una distorsión armónica que provoca la aparición de unas componentes no deseadas en el espectro que no existen en la señal original analógica, como puede observarse por ejemplo en la figura 4.3.

Para evitar la aparición de dichas componentes, debe modificarse la señal

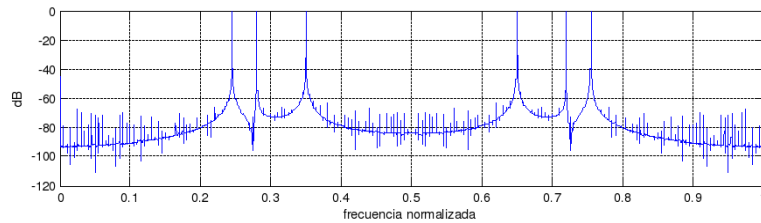


Figura 4.3: Espectro de la señal de la figura 4.2 digitalizada con 10 bits antes de aplicar dithering

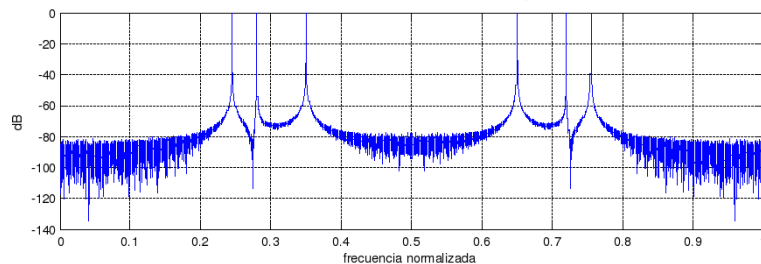


Figura 4.4: Espectro de la señal representada en la figura 4.3 digitalizada tras aplicar dithering

antes de cuantificarla. La única manera de evitar que el error de cuantificación presente regularidades periódicas es que la modificación de la señal sea aleatoria. La técnica del *dithering* consiste en añadir un factor de ruido aleatorio a cada muestra antes de cuantificarla. Este ruido puede ser de diversos tipos en función de cada aplicación. En este proyecto se ha utilizado una distribución uniforme con valores comprendidos entre 0 y el paso de cuantificación. Así se consigue que el ruido de cuantificación no sea periódico y no esté correlado con nuestra señal útil.

Cabe destacar que el dithering debe aplicarse antes de digitalizar la señal, es decir, añadiendo ruido a la entrada de la figura 4.1; o cuando se reduce el número de bits de una señal ya digitalizada<sup>4</sup>.

Aplicando el *dithering* desaparecen las componentes no deseadas a costa de subir el nivel de potencia del suelo de ruido, como puede observarse en la figura 4.4.

---

<sup>4</sup>Capítulo 9.

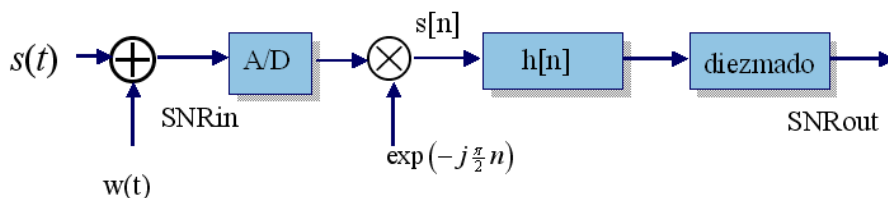


Figura 4.5: Esquema del sistema simulado para cuantificar el efecto del número de bits y el factor de sobremuestreo

## 4.5. Efecto de número de bits y factor de sobremuestreo sobre SNR

Se ha realizado un estudio para cuantificar el efecto del ruido de cuantificación y el factor de sobremuestro sobre una señal que se digitaliza. Para ello se ha desarrollado un software usando *MATLAB* que simula un esquema como el de la figura 4.5. Según este esquema, se dispone de una señal de entrada,  $s(t)$ , a la que se le añade ruido. Esta señal se digitaliza, pudiendo elegir el número de bits, se desplaza  $\pi/2$  en frecuencia<sup>5</sup> y se filtra como parte del proceso de diezmado que se le aplica finalmente. Se analiza la relación entre las *SNR* a la entrada y a la salida del sistema para estudiar el efecto de la cuantificación y el sobremuestro sobre la misma.

### Ruido de cuantificación

El número de bits de un conversor A/D determina el nivel de ruido de cuantificación que habrá sobre la señal muestreada. Para comprobar los datos teóricos, se han generado mediante el software diversas señales consistentes en la suma de senoides a diversas frecuencias, y se ha simulado su paso por distintos conversores A/D con determinado número de bits.

La *SNR* a la salida del sistema viene dada por la fórmula de la ecuación 4.14, donde  $\sigma_n$  es la potencia de ruido en la entrada, y  $\sigma_Q$  es la potencia del ruido debido a la cuantificación.

$$SNR_{OUT} = \frac{P_s}{\sigma_n^2 + \sigma_Q^2} \quad (4.14)$$

<sup>5</sup>Este desplazamiento es útil sólo a efectos de visualización, es decir, no responde a ninguna necesidad de procesado.



#### 4.5. EFECTO DE NÚMERO DE BITS Y FACTOR DE SOBREMUESTREO SOBRE SNR47

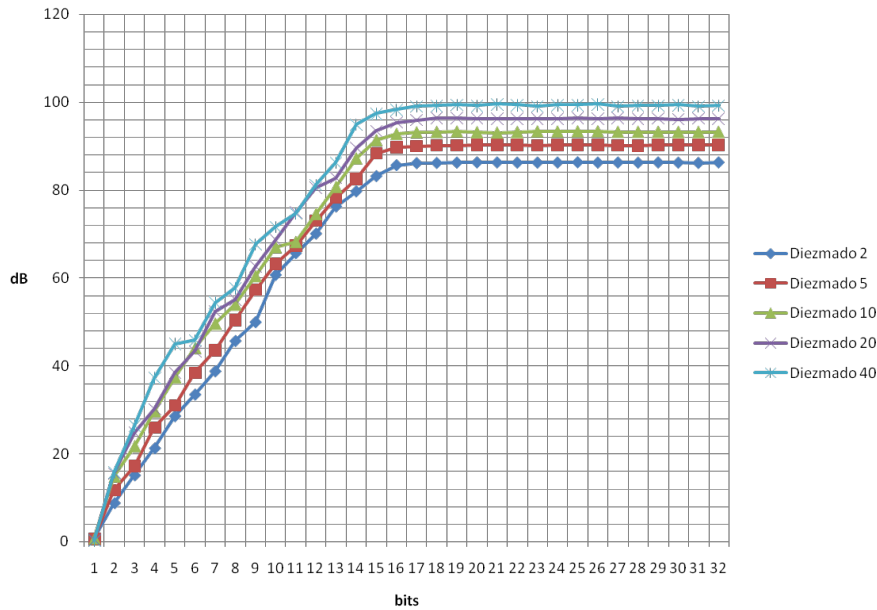


Figura 4.6: SNR a la salida en función del número de bits del convertor A/D

Se ha fijado la  $SNR$  de la señal a la entrada del sistema en  $86\text{ dB}$ , y se ha variado el número de bits del convertor A/D. En la figura 4.6 se ha representado la  $SNR$  a la salida del sistema en función del número de bits del convertor A/D para distintos valores del factor de diezmado. Se observa que, en la zona lineal de la gráfica, la  $SNR$  mejora en  $6\text{ dB}$  por cada bit que se añade al convertor A/D, tal como indica la ecuación 4.12 de la sección 4.3.

También se observa que se produce un efecto de saturación a partir de un determinado número de bits. Este efecto se debe a que a partir de ese punto la potencia del ruido de la señal de entrada es significativamente mayor que el ruido que añade la cuantificación, por lo que a efectos prácticos deja de tener efecto, y aumentar el número de bits mas allá de este punto no ayudará a mejorar la  $SNR$  a la salida, puesto que las otras fuentes de ruido han pasado a ser las que limitan la  $SNR$ .

### Factor de sobremuestro

El sobremuestro consiste en realizar la conversión A/D a una frecuencia mayor de la necesaria. Esto se hace porque, puesto que el ruido de

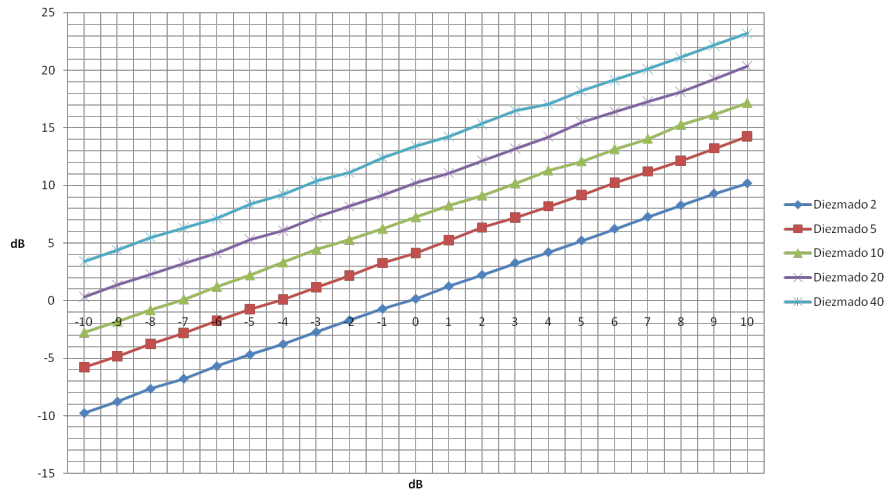


Figura 4.7: SNR a la salida del sistema en función de la SNR a la entrada para distintos valores de diezmado

cuantificación no depende de la frecuencia de muestreo, un ancho de banda mayor implica que el nivel de ruido disminuye. Así, si el ancho de banda se duplica, el nivel de ruido de cuantificación debe bajar en 3 dB para mantener la misma potencia.

Si se filtra el ruido en la banda donde no hay señal útil, se puede diezmado la señal por el mismo factor que el de sobremuestreo para mantenerla con la frecuencia de muestreo deseada, pero con menor ruido. El resultado es equivalente a haber usado un convertor A/D con menor error de cuantificación. El concepto es equivalente al que se usa en los convertidores delta-sigma.

En la figura 4.7 se ha representado la relación señal a ruido a la salida del sistema en función de la que hay a la entrada como resultado de una simulación, para diversos valores del factor de diezmado (que equivale al factor de sobremuestreo). Se observa que tal como se predice, la relación señal a ruido mejora 3 dB cada vez que se duplica el factor de sobremuestreo.

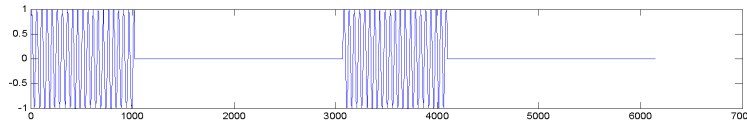


Figura 4.8: Coseno pulsado.

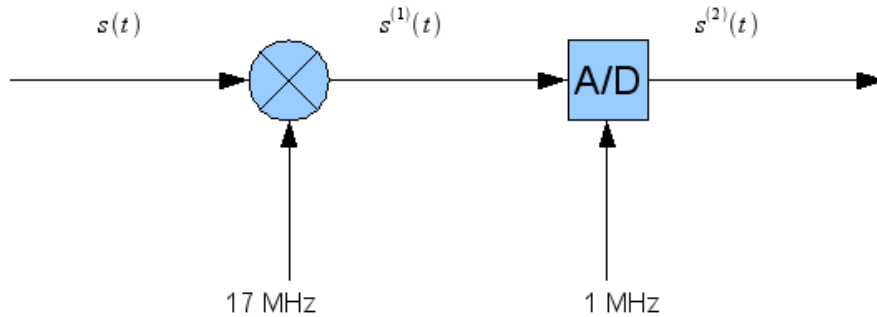


Figura 4.9: Esquema básico de recepción.

## 4.6. Promediado de señales

Otro modo de conseguir una mejor relación señal a ruido es obtener varias señales ruidosas donde la señal ideal es la misma y promediarlas. Esto sólo funciona si el ruido de cada señal está incorrelado con el de las otras señales. Cuando se repite un experimento RMN en idénticas condiciones, idealmente el resultado (la señal FID) es siempre el mismo, con ruido incorrelado. Se puede aprovechar esto para mejorar la  $SNR$ , promediando el resultado de diversos experimentos, consiguiendo reducir la potencia de ruido en  $3\text{ dB}$  cada vez que se duplica el número de señales promediadas.

Para ilustrar y analizar este efecto, a continuación se modelan las distintas señales FID como una serie de senoides centradas a la frecuencia intermedia donde se fuerza igualdad de fase cada cierto tiempo. Se llevó a cabo un experimento con la cadena receptora explicada en el capítulo 3, fijando como señal de entrada un coseno pulsado, similar al que se muestra en la figura 4.8, en la cual se fija la fase cada cierto tiempo  $T$ . Esta señal viene dada por la ecuación 4.15. En la figura 4.9 se representa el proceso aplicado a esta señal.

$$s(t) = \sum_l s_l(t) = \sum_l \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) P(t - lT) \quad (4.15)$$

La frecuencia de la señal de entrada,  $f_i$ , se fija a  $27,75 \text{ MHz}$ , y la del mezclador del oscilador local,  $f_{OL}$ , a  $17 \text{ MHz}$ . Con estos valores, la señal a la salida del mezclador tiene una frecuencia de  $27,75 - 17 = 10,75 \text{ MHz}$ ; y con una frecuencia de muestreo de  $1 \text{ MHz}$  se consigue que la frecuencia digital de la señal digitalizada sea  $3/4$ <sup>6</sup>.

El objetivo es promediar estas senoides con el propósito de disminuir el nivel de ruido y mejorar la SNR. Para conseguir esto, es necesario que las senoides estén en fase en el momento de promediarlas. La ecuación 4.16 representa cada una de las senoides que componen la señal de entrada a la salida del mezclador.

$$\begin{aligned} s_l^{(1)}(t) &= s_l(t) \cos(2\pi f_{OL}t + \varphi_{OL}) \\ &= A \cos(2\pi(f_i - f_{OL})t + (\varphi_i - \varphi_{OL}) - 2\pi f_i lT) P(t - lT) \\ &= A \cos(2\pi(f_i - f_{OL})t + \Delta\varphi - 2\pi f_i lT) P(t - lT) \end{aligned} \quad (4.16)$$

La señal  $s^{(1)}(t) = \sum s_l^{(1)}(t)$  es la salida del mezclador y la que entra en el conversor A/D. Los instantes  $t = lT$  corresponden al inicio de las señales que se pretende promediar. La ecuación 4.17 indica el valor de la señal en estos instantes.

$$\begin{aligned} s(lT) &= s_l(lT) \\ &= A \cos(2\pi(f_i - f_{OL})lT + \Delta\varphi - 2\pi f_i lT) P(lT - lT) \\ &= A \cos(2\pi(-f_{OL})lT + \Delta\varphi) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Si se fija un valor de  $T$  que sea un múltiplo del período correspondiente a la frecuencia  $f_{OL}$ , entonces  $s(lT) = A \cos(\Delta\varphi)$ , que es constante e independiente de  $t$ , lo que indica que las señales están en fase.

Las señales también están en fase después del muestreo IF. A una frecuencia de muestreo de  $1 \text{ MHz}$ , la frecuencia  $10,75 \text{ MHz}$  corresponde a  $-1/4$  ( $= 3/4$ ), como se ha deducido en la sección 4.1.

Definiendo 4.18 y usando que las frecuencias cumplen la relación 4.19 se obtiene que las muestras a la salida del conversor A/D vienen dadas por 4.20. La salida es constante e independiente de  $t$ , y, por lo tanto, las señales están en fase a la salida del conversor A/D.

---

<sup>6</sup>Sección 4.1.

$$\begin{aligned} T &= LT_m \\ n &= lL \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$f_i = f_{OL} + f_{IM} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} s^{(2)}(nT_m) &= A \cos\left(-\frac{\pi}{2}(lL) + \Delta\varphi - 2\pi f_i lT\right) \\ &= A \cos\left(-\frac{\pi}{2}(lL) + \Delta\varphi - 2\pi(f_{IM} + f_{OL})lT\right) \\ &= A \cos\left(-\frac{\pi}{2}(lL) + \Delta\varphi - 2\pi f_{IM}lT\right) \\ &= A \cos\left(-\frac{\pi}{2}(lL) + \Delta\varphi - 2\pi\left(\frac{f_m}{4} + K\frac{f_m}{2}\right)l\frac{L}{f_m}\right) \\ &= A \cos\left(-\frac{\pi}{2}(lL) + \Delta\varphi + \frac{\pi}{2}(lL)\right) \\ &= A \cos(\Delta\varphi) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Si se considera que la frecuencia de la señal a la entrada del sistema es  $f_i + \Delta f$ , la frecuencia digital resultante no es  $-1/4$ . A la salida del mezclador, la señal viene dada por 4.21, y la salida del conversor A/D por 4.22.

$$\begin{aligned} s_i^{(1)}(t) &= A \cos(2\pi(f_{IM} + \Delta f)t + \Delta\varphi - 2\pi(f_{IM} + \Delta f + f_{OL})lT)P(t - lT) \\ s_i^{(1)}(lT) &= A \cos(2\pi(f_{IM} + \Delta f)lT + \Delta\varphi - 2\pi(f_{IM} + \Delta f + f_{OL})lT) \\ &= A \cos(\Delta\varphi) \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} s_i^{(1)}(nT_m) &= s_i^{(1)}(lLT_m) \\ &= A \cos\left(-\frac{\pi}{2}(lL) + 2\pi\frac{\Delta f}{f_m}lL + \Delta\varphi + \frac{\pi}{2}(lL) - 2\pi\frac{\Delta f}{f_m}lL\right) \\ &= A \cos(\Delta\varphi) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Con lo que se deduce que si la señal no es una senoide perfecta, pero está centrada en  $f_i$ , su fase será la misma en cada realización, y el promediado se podrá llevar a cabo con éxito.

## 4.7. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado todo el proceso de digitalización que se aplica a las señales analógicas recibidas de un experimento RMN, antes de estimar su espectro. Concretamente, en la sección 4.1 se demuestra que se puede usar una frecuencia de muestreo muy inferior a la impuesta por el criterio de Nyquist, ya que la señal a digitalizar cumple ciertas condiciones y se le puede aplicar la técnica del muestreo a frecuencia intermedia, mientras que en la sección 4.2 se presenta el esquema de muestreo que se ha usado en el proyecto.

También se ha estudiado el efecto que la cuantificación y el sobremuestro tienen sobre la  $SNR$ <sup>7</sup>, y se ha visto que ésta se puede mejorar aplicando un promediado de señales adecuadamente<sup>8</sup>.

---

<sup>7</sup>Secciones 4.3, 4.4 y 4.5.

<sup>8</sup>Sección 4.6.