CAPÍTULO V

OPTIMIZACIÓN DEL MODELO

En el capítulo anterior hemos determinado tres índices a partir de los cuales valorar la productividad y eficiencia de las terminales de contenedores. El presente capítulo trata de optimizar el funcionamiento de las terminales a partir de optimizar al valor de estos índices. Concretamente, puesto que los índices dan una óptica global del servicio prestado en la terminal, sin precisar la calidad del servicio recibida por cada cliente de manera particular, se pretende dar una optimización a grandes rasgos, esto es, cuál es el estado de nuestro sistema en que obtenemos los mejores resultados globales, valorados a través de los índices anteriores. Ello puede constituir un referente para definir el camino a seguir.

Para ello, el presente capítulo lo vamos a estructurar en tres apartados. En el primer de ellos presentaremos el modo en que optimizaremos el modelo. En el segundo se expondrá el método de optimización que se seguirá, centrándonos en sus fundamentos teóricos, para luego aplicarlos al modelo que nos ocupa ya en el tercer apartado.

V.I Planteamiento del problema de optimización

V.1.1 *Variables de decisión*

La cantidad de variables que intervienen en los tres índices es considerable. Además, algunas de ellas dependen del progreso tecnológico, por lo que no están en manos de los operadores de las terminales; mientras que otras son función del tipo de tráfico de la terminal. En aras de ser sistemáticos en la exposición de los resultados, dividiremos las variables en diversos grupos:

- Las de progreso técnico: aquí incluimos aquellas variables que dependen del progreso tecnológico alcanzado. No dependen de la gestión de las terminales. Tendríamos a la productividad unitaria de las grúas (μg), el porcentaje de personas a poner en cada celda sobre los movimientos requeridos (δ), el coeficiente ω (según el avance de la técnica la relación entre la cantidad de mano de obra por grúa variará) y la constante ψ.
- Tráfico: las variables que dependen del tráfico de la terminal, esto es, la cantidad media de celdas por buque ($\overline{H}$) y el ritmo medio de llegadas (λ).
- Inversiones: sería la cantidad de grúas en el muelle (c).
- Organización de las operaciones: incluimos aquellas variables cuyo valor depende del modo en que las terminales operen. Tendríamos al tiempo medio de demoras en el servicio (α), la constante ψ(recoge todo aquello que tanto la mano de obra y las grúas no pueden explicar de la producción de cada conjunto grúa-mano de obra como, por ejemplo, el modo de organizar el trabajo), la productividad unitaria de la mano de obra (μ_l) y la media de celdas por

buque($\overline{H}$). Respecto a esta última variable, es menester comentar que se puede redefinir la longitud que define a una celda de tal suerte que a cada buque no se asignen el número máximo de grúas, tal como veremos en el ejemplo numérico del capítulo VII.

De los anteriores grupos, hay que, por su idiosincrasia, suelen tener modificaciones a largo plazo, como es el caso de las variables relacionadas con el progreso técnico; otros, por el contrario, pueden sufrir alteraciones de sus valores a corto plazo. Es por ello, que vamos a definir dos escenarios a optimizar: uno, el de corto plazo, incluiremos a $\overline{H}$, λ, α y μ_l, mientras que el resto de variables permanecerán constantes; otro ,en el que realizaremos otra optimización para un escenario a largo plazo, donde todas las variables son susceptibles de sufrir modificaciones.

V.1.2 *Programas matemáticos*

En este subapartado se trata de definir los programas que finalmente se utilizarán para optimizar el modelo.

En primer lugar, es menester definir la región por donde se pueden situar los valores de las variables, pues éstas , sobretodo a corto plazo, no puede tener un valor cualesquiera.

Definiremos un vector $\overline{x}$ cuyas componentes son las todas las variables que intervienen en la modelización, a saber:

$$\overline{x} = \left[\mu_g, \mu_l, \overline{H}, \lambda, \delta, \alpha, c, \omega, \psi\right]^T \qquad [1]$$

Una primera restricción a todos las variables es que debe tener un valor igual o superior a cero, por lo que:

$$\overline{x} \geq \overline{0} \qquad [2]$$

A corto plazo, la productividad unitaria de la mano de obra(μ_l) tiene una cota superior que viene determinada por las propias limitaciones humanas y por la necesidad de establecer una secuencia determinada de movimientos con las grúas, las cuales tienen una productividad unitaria determinada. Este límite superior lo denominaremos μ^*. En cuanto a la variable α, al estar en términos de tanto por uno, su valor es inferior o igual a la unidad. No obstante, podría darse que los tiempos de demora durante el servicio fuesen superiores a éste, con lo que α sería mayor a la unidad; pero se trata de una situación muy difícil que se produzca en la práctica, por lo que no la consideraremos. Por lo que al número medio de celdas por buque atañe, por las dimensiones de los buques en la actualidad, tienen una cota superior de 8. Y, finalmente, debemos imponer que el sistema alcance el equilibrio, esto es, $\rho<1$. Por consiguiente, a corto plazo, la región a optimizar, Ω, será:

$\forall \bar{x} \in \Omega$ cumple que:

$$\bar{x} \geq \bar{0} \qquad [1]$$

$$\mu_l \leq \mu^* \qquad [3]$$

$$\alpha \leq 1 \qquad [4]$$

$$\overline{H} \leq 8 \qquad [5]$$

$$\rho = \frac{\lambda \overline{H}}{c\mu_{ts}} = \frac{\lambda \overline{H}}{c24\psi\mu_l^{\omega}\mu_g} \prec 1 \qquad [6]$$

Para largo plazo, simplemente impondremos [1] , [3] , [4] y [6]. Para este caso, μ* vendrá determinado por las limitaciones humanas. Así, la región en donde se define el óptimo a largo plazo, Ω', vendrá dada por:

$\forall \bar{x} \in \Omega'$ cumple que:

$$\bar{x} \geq \bar{0} \qquad [1]$$

$$\mu_l \prec \mu^* \qquad [3]$$

$$\alpha \leq 1 \qquad [4]$$

$$\rho = \frac{\lambda \overline{H}}{c\mu_{ts}} = \frac{\lambda \overline{H}}{c24\psi\mu_l^{\omega}\mu_g} \prec 1 \qquad [6]$$

Puesto que tanto el índice de productividad P como el de eficiencia E contienen a todas las variables implicadas, denominaremos a éstos, para escribir el programa matemático, de un modo genérico como $f(\bar{x})$. Así, los programas a realizar son:

- A corto plazo para $f(\bar{x})$:

Max $f(\bar{x})$

s.a $\bar{x} \in \Omega$

siendo $f : \Re^{+} \rightarrow \Re$.

-A largo plazo para $f(\overline{x})$:

$$\text{Max } f(\overline{x})$$

$$\text{s.a } \overline{x} \in \Omega'$$

Para el indicador ICB, el vector de sus componentes es:

$$\overline{y} = \left[\mu_g, \mu_l, \overline{H}, \lambda, \alpha, \omega, c, \psi\right]^T \qquad [7]$$

Es decir, la única variable no incluida en ICB es δ. Por lo tanto, los programas tanto a largo plazo como a corto serán iguales que los anteriores para este índice con la salvedad de en las regiones de optimicidad no incluirán la restricción relativa a δ y el vector de componentes será $\overline{y}$. Los precios unitarios se considerarán en todo momento como exógenos al sistema, esto es, los agentes que intervienen(terminal, autoridad portuaria y navieras) no tienen potestad para cambiarlos. Por lo tanto, no serán variables a tener en cuenta.

V.2 Método de optimización. Construcción de un algoritmo heurístico

V.2.1 *Introducción*

Tal como se han planteado los diversos programas en al apartado anterior, se trata de resolver un problema de optimización no lineal y con restricciones de desigualdad. Para ello, hay diversos métodos de resolución, como por ejemplo, los consistentes en reducir el problema con restricciones al sin a partir de definir una función de peso.

Sin embargo, de la forma en que se definen las funciones a optimizar, se dimanan una serie de inconvenientes que actuarán de condicionantes en la elección del método a usar para la resolución de los programas matemáticos expuestos. En efecto, todas las funciones se componen de expresiones difíciles de operar. Así, por ejemplo, en el índice de productividad, P, hay una función gamma incluida la cual depende de las variables que interviene en el programa. En estas condiciones, la inclusión de las funciones a optimizar en cualquier de los software que resuelven problemas de optimización resulta totalmente inviable. Lo mismo puede decirse de la utilización de métodos que impliquen trabajar con el gradiente de las funciones, como, por ejemplo, el de Newton.

Por todo ello, se ha optado por la resolución de los anteriores programas a través de la construcción de un método heurístico.

Se trata de determinar una algoritmo que permita hallar una solución a los programas matemáticos expuestos si no la óptima, sí la más cercana posible a ella.

Para ello, los principios rectores que marcarán la definición de tal método serán: por un lado, adaptarse al problema planteado, esto es, teniendo en cuenta que las variables tan sólo pueden estar comprendidas en un dominio determinado dada su naturaleza; y, por otro, en cuanto a su ejecución, que sea lo más fácil posible de determinar y no es necesaria la exactitud (en este último sentido basta pensar en las simplificaciones realizadas en la construcción de las funciones objeto de optimización).

V.2.2 *Definición del algoritmo heurístico*

En primer lugar es menester diferenciar entre largo y corto plazo. Para ello nos centraremos en la variable $\overline{H}$, número medio de celdas. El crecimiento del valor de esta variable puede proceder de dos fuentes: bien por un avance de la tecnología naval que permita mayores esloras de los buques, bien por un aumento del tamaño medio de los buques en la terminal concreta que se está estudiando. Ya sea por un motivo u otro, estos incrementos serán más bien discretos. Así, por ejemplo, si en la actualidad el valor medio del número de celdas por buque en una terminal concreta es de H*, en un futuro a largo plazo es de esperar que se esté a los sumo a H*+2. En consecuencia, la distinción entre programas a corto plazo y a largo se plasmará en resolver un problema con un valor de $\overline{H}$ equivalente al actual (corto plazo) y otro con un valor del número medio de celdas por buque de $\overline{H}$+1 o 2, según el valor actual de la variable.

Una vez situados en el problema o bien a corto o a plazo, se distinguirá entre la resolución de la optimización del índice de productividad P y el E, por un lado, y el de coste, ICB, por otro, pues cada uno de estos grupos tienen variables diferentes.

Para la resolución de la optimización de los índices P y E se usan las siguientes pausas. En primer lugar, en cuanto a la variable α, cuanto menor sean las demoras producidas en las operaciones, mayor será la eficiencia y productividad del sistema. Por consiguiente es razonable suponer de antemano α=0, con lo que se reduce al número de variables.

Por otro lado, las variaciones del número de grúas no es de esperar que sean considerables, y ello en base a dos motivos: se trata de una inversión costosa, por lo que las terminales suelen tener la cantidad, si no la óptima, cercana a ella; tienen un número máximo concreto dado por la longitud del muelle. Por ende, se supondrán algunos valores naturales concretos, cercanos al valor actual del número de grúas de la terminal a estudiar. Así, si en la actualidad tiene C* grúas, se podrían considerar C*+2, C*+1, C*, C*-1 y C*-2 grúas y hacer un programa para cada uno de estos valores de la variable c.

Una vez llegados a este punto, de los programas para la optimización de P y E se han determinado el valor de las variables $\overline{H}$, α y c. Queda por resolver lo que sucede con las variables δ, ω, ψ, μ_l , μ_g y λ.

Por lo que al ritmo medio de llegada de los buque (λ) atañe, puesto que el mercado del tráfico de contenedores es altamente competitivo, se supondrá que la terminal no ejerce influencia alguna sobra esta variable, por lo que se supondrá que viene dada.

En cuanto a las variables que intervienen en la función de producción Cobb-Douglas definida dentro de la modelización de la carga y descarga de contenedores, esto es, ω, ψ, μ_l y μ_g se pueden realizar las siguientes simplificaciones. Tal como se explicó cuando se definió la constante ω, carece de sentido un valor de la misma superior a la unidad, puesto que ello implicaría admitir que un aumento unitario de la productividad de la mano de obra conlleva a un incremento igual de la producción de la carga-descarga o, en otros términos, el factor productivo grúa tiene la misma importancia cuantitativa sobre la producción que un estibador. Por otro lado, se argumentó cuando se definió el indicador P la necesidad de que esta variable tenga valores superiores a 0,7. A tenor de todo ello, puesto que el intervalo de variación es escaso y, tal como se ha apuntado, carece de sentido hallar el óptimo exacto de las funciones, se sigue que se considerará el valor de ω como estático, esto es, el que ya tiene la terminal. En cuanto a las productividades unitarias de la grúa y la mano de obra, puesto que el mercado del tráfico de contenedores es muy competitivo, ya hay una presión constante para que el valor de estas variables sean los más altas posibles. Por consiguiente, puede suponerse que los valores actuales de la terminal objeto de estudio serán los óptimos o lo más cercanos posibles a ellos. De todo lo anterior, tan sólo queda la constante ψ. Se trata de un valor que pretende aglutinar todo aquello que influye en la producción considerada y que no es explicado por los factores productivos grúa ni mano de obra. Por ello, dada su generalidad, se considerará como una variable a determinar.

Finalmente queda por comentar la constante δ. Mide la proporción entre número de movimientos y cantidad de mano de obra en cada una de las celdas. El valor de esta constante mide implícitamente una serie de aspectos vitales para la carga y descarga de contenedores. Así, viene muy determinada por la organización del trabajo, cómo se asigna la mano de obra a las distintas celdas de los buques. También es un indicador de la eficiencia de la mano de obra en el sistema productivo definido en cada celda. De todo ello se desprende una notoria varianza en los posibles valores que puede tomar esta constante dada la cantidad de factores que influyen directamente en ella. Por consiguiente, es menester considerarla una variable del programa matemático.

A título de conclusión, de todas las variables que interviene en los programas de optimización de los indicadores de eficiencia y productividad, se considerarán que pueden variar c, δ y ψ. Y $\overline{H}$ se define al principio de cada programa de corto o largo plazo, según corresponda.

En cuanto a la optimización del índice ICB, se operará de la misma manera que con los otros dos indicadores con la diferencia que ahora la constante δ no interviene en el problema, por lo que tan sólo habrá, una vez establecido el valor de $\overline{H}$ para el corto y el largo plazo, como variable ψ.

Llegados a este punto, todos los programas expuestos en el apartado anterior han quedado reducidos a la optimización de las funciones objetivo teniendo en cuenta a lo sumo dos variables. Sin embargo, tal como se expuso el principio de este apartado, en los fundamentos para considerar un método heurístico, el empleo de los métodos usuales de optimización no lineal resultan inviables en la práctica dada la complejidad con la que quedan definidas las funciones objetivo. Por consiguiente, el problema origina el empleo de un algoritmo heurístico sigue sin resolverse.

Para la resolución de los programas matemáticos resultantes de los planteamientos anteriores, se procederá de la siguiente manera:

i*) Para la optimización de los indicadores de eficiencia y productividad.*

En este caso, una vez concretado el problema a corto y a largo, a través de dar un valor concreto de $\overline{H}$, y considerando un valor concreto del número de grúas, se deberá maximizar el valor del indicador por medio de ir variando δ y ψ. Una vez obtenido el máximo, se volverá a repetir la operación considerando un número distinto de la cantidad de grúas (c), y así para los diferentes valores de c. La solución final consistirá en el máximo mayor de los hallados.

Pues bien para el cálculo del máximo de cada uno de estos programas matemáticos considerados nos fundaremos en el método desarrollado por Hooke y Jeeves (1961). Se trata de un método directo consistente en ir considerando incrementos de cada una de las variables, partiendo de un valor dado, e ir comparando valores de las funciones. Así, sea la función a maximizar $f(\overline{x})$ siendo $\overline{x} = (\delta, \psi)$. Se parte de un valor concreto de la variable, los correspondientes a los que tiene en la actualidad la terminal, esto es, $\overline{x}^* = (\delta^*, \psi^*)$. Se sigue el siguiente esquema:

1. Se parte de $\overline{x}^* = (\delta^*, \psi^*)$
2. Se considera $\overline{x_1} = (\delta^* + d_1, \psi^*)$ con $d_1 \in \Re$
3. Si $f(\overline{x^*}) \prec f(\overline{x_1})$, entonces nos situamos en $\overline{x_1}$
4. Si $f(\overline{x^*}) \succ f(\overline{x_1})$ entonces se toma como nuevo punto $\overline{x_{1*}} = (\delta^* - d_1, \psi^*)$
5. Para 3 se compara el valor de $f(\overline{x_1})$ con el de $f(\overline{x_2})$ siendo $\overline{x_2} = (\delta^* + d_1, \psi^* + d_2)$. Y para 4 , $f(\overline{x_{1*}})$ con $f(\overline{x_{2*}})$, siendo $\overline{x_{2*}} = (\delta^* - d_1, \psi^* + d_2)$.
6. A 5 se aplica 3 y 4, y se procede de modo iterativo.

El proceso finaliza cuando se llega una tolerancia prefijada de antemano. Ésta deberá nos ser muy pequeña pues se trata de buscar un máximo sin excesiva precisión.

Finalmente, a título de conclusión de todo el apartado, para la optimización de las funciones objetivo con las restricciones impuestas en el primer apartado del presente capítulo se seguirá el siguiente algoritmo para el empleo del método heurístico expuesto:

1) Para la terminal analizada se conoce el valor de las variables a estudiar: $\overline{H}$ *,δ*, ψ* ,c*, ω*, μ_l* , μ_g* y λ*.

2) Cálculo del óptimo a largo plazo: se supone un $\overline{H} = \overline{H}$ *+2 o 1

   2.1) Se considera c_1=c*+1 y se resuelve el programa para las variables δ y ψ. El óptimo que se obtiene es δ_1 y ψ_1.

   2.2) Se supone c_2=c*+2 y vuelve a resolverse el programa con δ y ψ. Se obtiene de solución δ_2 y ψ_2.

   2.3) Se vuelve a resolver otro problema con otro valor de c si es necesario.

   2.4) Resultado a largo plazo: los valores de δ y ψ de los anteriores subproblemas que den lugar al valor más alto de la función objetivo, adoptándose la c correspondiente.

3) Cálculo del óptimo a corto plazo: se supone que $\overline{H} = \overline{H}$ *

   3.1) Se realizan diversos programas de optimización con diferentes valores de c, al igual a en el punto dos, y manteniendo las restricciones de los problemas originales.

   3.2) El resultado se obtendrá de la misma manera que en punto 2.4

ii) *Optimización del índice ICB*.

A efectos de aplicabilidad del método, se trata de un caso particular del anterior: ahora en lugar de tener dos variables con las que maximiza, tan sólo hay una, esto es, ψ. Por consiguiente, lo comentado en al anterior apartado se aplica en este caso. La única diferencia estriba en que, al tener sólo una variable en cada una de los subproblemas que se generan, para la obtención del máximo en éstos tan sólo es suficiente considerar diversos valores plausibles de producirse.