

Método del Coeficiente de Envejecimiento

1. Introducción

En este apéndice se va a revisar el *método del coeficiente de envejecimiento*, como método para realizar análisis tanto instantáneo como diferido bajo el principio de superposición. La aceptación de este principio es perfectamente válida siempre y cuando se cumplan una serie de condiciones que para el hormigón son las siguientes:

- Tensiones dentro del rango $\sigma \leq 0,4f_c$
- ε decreciente (no así necesariamente σ)
- Pieza sin un secado intenso
- No existan variaciones fuertes de σ)

Esta revisión se pretende desarrollar en dos niveles. En el primero, el nivel de fibra, se detalla la aproximación realizada para resolver la integral de Volterra¹. Posteriormente, se expondrá la aplicación del mismo en el estudio de secciones.

2. Método del coeficiente χ aplicado al análisis de fibras

El método del coeficiente de envejecimiento supone una mejora respecto de su versión anterior del módulo efectivo pues permite considerar la existencia de una historia de cargas variables en el tiempo y evaluarlas a través de la inclusión de un coeficiente χ .

Este método fue propuesto originalmente por Trost en 1967 [14]. Planteado inicialmente como un método aproximado para el cálculo de los fenómenos diferidos en el hormigón fue denominado como método del coeficiente de relajación (siendo χ dicho coeficiente de relajación). Trost sugería emplear, para un intervalo de tiempo en el que la tensión fuera variable, un módulo de deformación corregido distinto del empleado en

¹ Dicha ecuación se formulaba como:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}(1 + \varphi(t, t_0)) + \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E(\tau)} d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{cs}(t, t_0)$$

el método del módulo efectivo. Dicho módulo podía calcularse según la siguiente expresión:

$$E_{ef}(t, t_0) = \frac{E(t_0)}{1 + \chi\varphi(t, t_0)} \quad (1)$$

Esta expresión supone un importante paso adelante frente a anteriores planteamientos ya que se puede emplear en casos de tensión variable y, en contraste con la de Dischinger, no requiere ninguna simplificación en la función de fluencia. Además, no es necesaria una discretización temporal ya que únicamente se evalúa la función en los tiempos inicial y final. Su aplicación a la integral de Volterra puede expresarse como sigue:

$$\varepsilon(t) = \sigma(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E(t_0)} + \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E(\tau)} d\sigma(\tau) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (2)$$

$$\varepsilon(t) = \sigma(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E(t_0)} + \frac{1 + \chi\varphi(t, t_0)}{E(t_0)} \Delta\sigma(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (3)$$

La verdadera potencia del método no se hace patente hasta 1972, fecha en la que Bazant prueba el teorema que lleva su nombre [1]. Dicho teorema establece que si las deformaciones debidas a carga varían en el tiempo como una función lineal con el coeficiente de fluencia, entonces las tensiones lo harán con una función que varía linealmente con la relajación. Este interesante teorema admite por lo tanto formularse de la siguiente forma:

Deformación mecánica: $\varepsilon(t) - \varepsilon^0(t)$

$$\varepsilon(t) - \varepsilon^0(t) = (a) + (c)\varphi(t, t_0) \Rightarrow \sigma(t) = (a - c)R(t, t_0) + (c)E(t_0) \quad (4)$$

Con este teorema Bazant probó que reagrupando términos según los coeficientes a y c puede expresarse el coeficiente χ de la siguiente forma:

$$E_{ef}(t, t_0) = \frac{E(t_0) - R(t, t_0)}{\varphi(t, t_0)} \rightarrow \chi(t, t_0) = \frac{E(t_0)}{E(t_0) - R(t, t_0)} \frac{1}{\varphi(t, t_0)} \quad (5)$$

De esta manera, si las deformaciones pueden asumirse lineales con el coeficiente de fluencia, entonces el coeficiente χ es exacto. A partir de entonces, el método comenzó a llamarse del coeficiente de envejecimiento o de módulo de deformación ajustado a la edad (o simplemente de Trost-Bazant) ya que ciertamente χ es más una medida del envejecimiento que una medida de la relajación existente². Sin embargo, la existencia de ese primer nombre ya indica la estrecha relación que existe entre ambos problemas. La superposición de evolución de las deformaciones en el tiempo lineales con la fluencia es bastante realista y puede adoptarse para la mayoría de los casos de

² χ presenta valores bajos (próximos a 0,50) para edades tempranas de carga y valores elevados (próximos a la unidad) para edades de puesta en carga elevadas (evaluándose χ a tiempo infinito en ambos casos).

ingeniería civil donde existan procesos de tensión variable ya que estas estructuras (si sufren deformaciones diferidas) evolucionan en el tiempo relajando un estado tensional inicial evolucionando hacia uno final. Además, en un caso de relajación pura, el coeficiente χ es completamente exacto y ésta es la forma en que se tabula dicho coeficiente.

Para un hormigón de unas características dadas y con distintas edades de puesta en carga, el coeficiente de envejecimiento χ a adoptar a partir de un planteamiento en relajación del mismo (válido para cualquier formulación del coeficiente de fluencia y módulo de deformación). De esta forma, por ejemplo, se obtiene para un hormigón de características $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$; $e = 100 \text{ mm}$; $HR = 80\%$ y formulación EHE de sus parámetros el resultado mostrado en la figura 1.

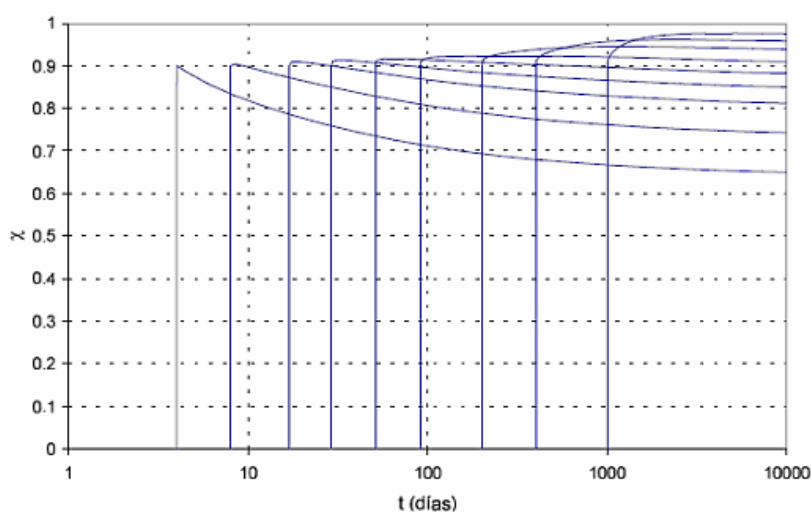


Figura 1. Coeficiente de envejecimiento para espesor ficticio de 100 mm.

En este gráfico, se aprecia cómo a tiempo infinito y para edades usuales de puesta en carga, el valor del coeficiente χ es bastante próximo a 0,80, por lo que es un valor correcto en la mayoría de problemas. Sin embargo a edades de puesta en cargas tempranas o tardías dan lugar a desviaciones importantes en el valor del coeficiente y más aún cuando aumenta espesor de la pieza. Afinar en el valor de χ no tiene realmente excesivo sentido pues la incertidumbre en los valores de fluencia y retracción es muy grande. Sin embargo, para edades de puesta en carga (o evaluación del efecto diferido) diferentes de las usuales sí conviene adoptar un valor más preciso, al menos en la primera cifra de dicho coeficiente. La incertidumbre en el conocimiento de φ no justifica no tener que estudiar el coeficiente de envejecimiento.

Si por ejemplo se considera el mismo hormigón modificando únicamente el espesor equivalente del mismo a un metro, el resultado que se obtiene es el de la Fig. 2.

A partir de ambos gráficos se puede comprobar cómo, para una misma edad de puesta en carga, cuanto menor sea la fluencia que se desarrolle en tiempo, menor será también el valor que adopte el coeficiente de envejecimiento. Este hecho, debido a la diferente relajación de esfuerzos que tiene lugar en la estructura es, además de para el

espesor, generalizable para el resto de parámetros involucrados en el valor del coeficiente de fluencia (resistencia del hormigón, humedad...). En general, puede comprobarse que para pequeñas variaciones en el coeficiente de fluencia (edades de puesta en carga elevadas o pequeños periodos de evaluación) el valor de χ es próximo a la unidad, como sucede en la aproximación que proporciona el módulo efectivo. Sin embargo, para valores grandes del coeficiente de fluencia el valor de χ se reduce sensiblemente pudiendo llegar a presentar valores cercanos a 0,50.

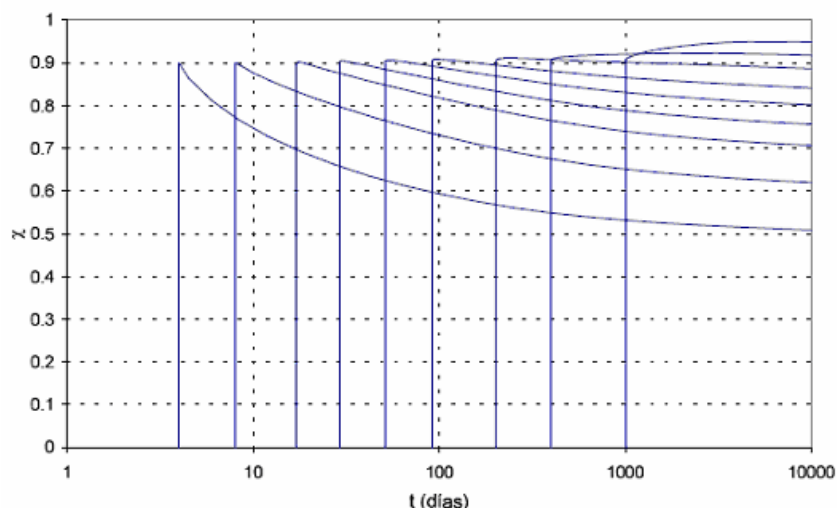


Figura 2. Coeficiente de envejecimiento para espesor ficticio de 1000 mm

El teorema de Bazant permite además asegurar que plantear un problema de relajación y obtener su solución proporciona el mismo resultado que hacerlo mediante el uso del coeficiente de envejecimiento correspondiente. Como el mismo Bazant afirma [3], una puede calcularse a partir de la otra y viceversa. De hecho, basándose en fórmulas simplificadas para la obtención de la relajación³ en una pieza también se puede obtener el valor del coeficiente χ .

El método del coeficiente de envejecimiento es además un método de cálculo cargado de sentido físico y que permite entender de una forma intuitiva los problemas que se están analizando. La ecuación, en realidad, representa un salto $\Delta\sigma$ de la tensión en un solo escalón pero aplicado, en vez de en el origen t_0 (como propone el método del módulo efectivo), en un tiempo equivalente tal que se desarrolle únicamente χ veces la fluencia total desde el comienzo del proceso. Es, en definitiva, como un método paso a paso de un solo paso y efectuado en el lugar preciso. En esquema, puede representarse según se muestra en la figura 3.

De este planteamiento se deduce además de una forma inmediata, que el coeficiente χ debe evaluar la forma de la curva de variación de tensiones. Según cómo sea ésta, χ adoptará uno u otro valor. Si la función fuera constante en el tiempo⁴, χ sería

³ Bazant y Kim [2].

⁴ Lo que propone el método del módulo efectivo en definitiva.

igual a 1,0; si la ley de $\sigma(t)$ en cambio fuera lineal con el tiempo, χ debería valer 0,50. Sin embargo, aunque el primer caso sí se da en la realidad con cierta frecuencia, el segundo caso o en general una variación completamente arbitraria de la ley de tensiones en el tiempo, no se produce para la mayoría de las aplicaciones en la ingeniería. De hecho, la ley de tensiones normalmente evoluciona de una manera similar en todos los casos, relajando los esfuerzos iniciales evolucionando hacia un estado final y de esta forma, el coeficiente χ presenta un valor cercano a 0,80 para edades de puesta en carga usuales.

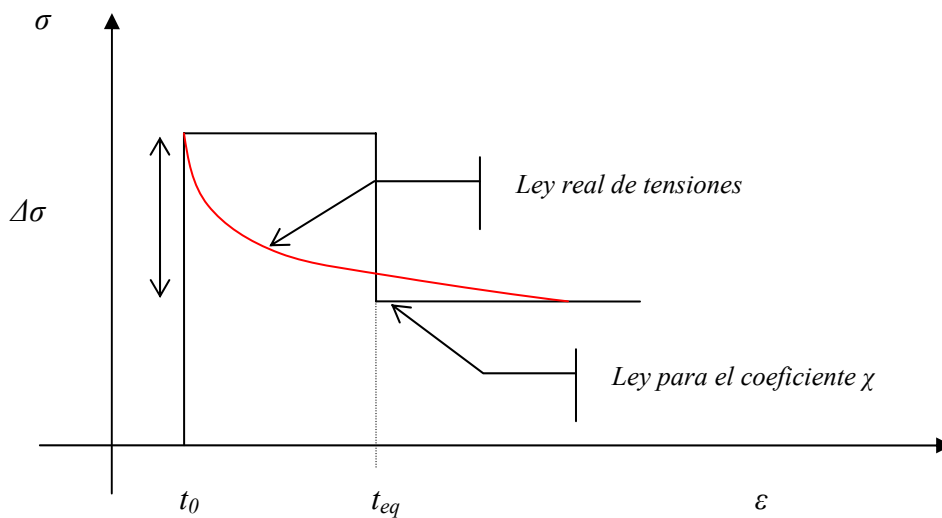


Figura 3. Método del coeficiente de envejecimiento.

3. Fórmula propuesta para el cálculo del coeficiente χ

A pesar de que el método del coeficiente de envejecimiento no es especialmente sensible a su valor a tiempo infinito (pudiendo adoptarse 0,80 con excelentes resultados), para la obtención de la respuesta en tiempos intermedios sí tiene cierta importancia. La mayoría de las fórmulas aproximadas del coeficiente de envejecimiento se refieren al valor a tiempo infinito. Existen algunas como las desarrolladas por el [15], que permite ajustar el valor a edades tempranas. Sin embargo esta fórmula presenta una cierta complejidad en su evaluación y no proporciona resultados correctos fuera de su rango de utilización.

Se propone para este estudio una expresión simplificada que presenta un ajuste razonable para cualquier tiempo de puesta en carga y evaluación. La expresión ajusta el valor a tiempo infinito ayudándose de las fórmulas propuestas por otros autores, y adopta como valor para tiempos pequeños un $\chi = 0,90$ lo cual es bastante correcto para cualquier hormigón a edades tempranas. Finalmente, para la transición entre ambos valores se propone una ley lineal con el tiempo [8] que ha demostrado ser un ajuste correcto.

La fórmula propuesta es por lo tanto inmediata de evaluar, con valores acotados en los extremos y una transición razonable. La expresión resulta:

$$\chi(t, t_0) = 0.9 + \left(\frac{\sqrt{t_0}}{1 + \sqrt{t_0}} \right) \frac{t - t_0}{t} \quad (6)$$

4. Método del coeficiente χ aplicado al análisis de secciones

El método del coeficiente de envejecimiento es un método a la vez potente y sencillo de aplicar. Al requerir únicamente dos cálculos para determinar el estado tensional en cada instante no tiene los problemas de memoria presentados por método paso a paso pudiendo sin embargo aplicarse con buenos resultados a prácticamente cualquier tipo de estructuras y secciones. Una de las razones del excelente comportamiento que presenta el método del coeficiente de envejecimiento es la poca sensibilidad de dicho coeficiente frente a los parámetros involucrados cuando las edades de puesta en carga son cercanas o superiores a los 28 días (edades más tempranas y muy tardías sí pueden llevar a desviaciones importantes en el valor del coeficiente).

En el estudio surge inevitablemente la pregunta sobre si dicho coeficiente, deducido anteriormente para una fibra, sigue siendo aplicable o debe ser modificarse. En el caso de una fibra de hormigón aislada y sometido a un estado de relajación pura, ésta mantiene su longitud inicial constante con el tiempo. En cambio, si por ejemplo se considera una sección mixta, las fibras de hormigón se encuentran ligadas a las de acero estructural y por lo tanto su longitud a la de éstas. Con el paso del tiempo y debido a la transferencia de tensiones de unas a otras, es evidente que las fibras de hormigón se irán traccionando y las de acero comprimiendo y por lo tanto acortando. Por eso, aunque la estructura y la sección estuvieran sometidas a un estado de relajación pura, la interacción entre los distintos materiales obliga a que dicho estado se modifique en sus fibras. Si esa variación es pequeña, el valor del coeficiente χ seguirá siendo aceptable, en caso de no serlo, el valor del coeficiente χ obtenido para una fibra no será válido en el estudio de una sección.

Existen ciertos estudios sobre el tema (ver por ejemplo Lazic y Lazic [9]) donde aplicando esta filosofía se ha llegado a deducir un coeficiente de envejecimiento generalizado χ_F que permite obtener la solución al problema de relajación en una sección mixta de manera exacta. Dicho coeficiente resulta más complejo de obtener que el coeficiente χ del estudio de fibras debido a que además de los parámetros necesarios para determinar χ se necesita incluir la geometría y materiales de la sección. No obstante, comparando los resultados obtenidos del cálculo con χ_F y los obtenidos con χ , se observa que salvo para casos donde existan valores muy elevados de fluencia o relajación, la solución proporcionada por χ coincide prácticamente con la obtenida mediante la aplicación de χ . Como norma general y salvo en casos donde existan redistribuciones muy fuertes en el sistema de hormigón – acero debido a valores

elevados en el valor de la fluencia, es suficiente (de hecho prácticamente exacto) adoptar el valor del coeficiente χ^5 .

La forma de proceder a la hora de abordar un cálculo seccional con el coeficiente de envejecimiento es en cierta forma similar a la del método paso a paso, con la diferencia que se considera un solo paso y que el análisis en el tiempo de estudio se realiza sobre una sección con constantes homogeneizadas al módulo ajustado a la edad Fig. 4:

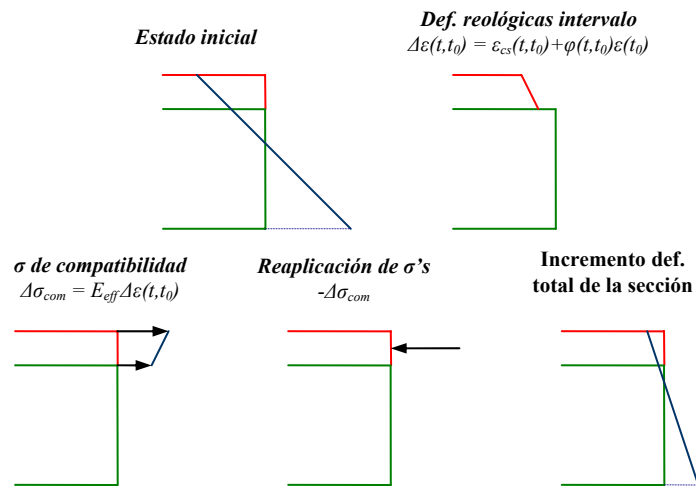


Figura 4. Pasos para hallar el estado tenso – deformacional de la sección al final de cada etapa

⁵ El valor de χ_F es siempre menor que el de χ por lo que el coeficiente no generalizado infravalora las redistribuciones que efectivamente se producen en la sección.