

# Capítol 5. Estudi paramètric

## 5.1. Introducció

En aquest apartat es realitza un estudi paramètric del comportament a tallant de tres seccions de formigó armat, en funció de l'amplada d'ànima, sotmeses simultàniament a flector i a tallant. A tal efecte, s'han estudiat un total de 30 casos mitjançant el programa no lineal TINSA. El principal objectiu d'aquest capítol és quantificar la contribució de les deformacions a tallant en la deformació total en cada cas.

Per tal de dur a terme aquesta quantificació suposarem que ens trobem en el cas d'una biga birecolzada, de cantell útil 1000 mm i de 10 metres de llum total (tot i que els resultats es poden extrapolar a altres tipus de recolzaments i de llum total). Analitzarem el cas de la biga sotmesa a una càrrega puntual al centre de llum i, el cas de la mateixa biga sotmesa a una càrrega uniformement distribuïda.

Analitzant la meitat de la biga, ja que aquesta és totalment simètrica, i utilitzant les següents relacions:

$$\theta = \int \phi(x)dx + \gamma(x) \quad (5.1)$$

$$y = \underbrace{\iint \phi(x)dx}_{y_{flexió}} + \underbrace{\int \gamma(x)dx}_{y_{tallant}} \quad (5.2)$$

podem quantificar la contribució de la deformació a tallant en la deformació total de l'estructura.

## 5.2. Anàlisi de les seccions.

Les variables aplicades a totes dels seccions són comunes i són:

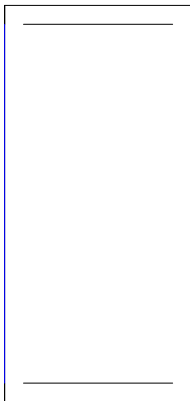
1. Càrrega aplicada. S'ha aplicat a la secció un patró de càrrega amb un moment i un tallant tals que la seva relació  $M/Vd$ , és a dir el braç adimensional, sigui 5, 3.5, 3, 2.5 i 1, representant el centre de llum (a 5 metres dels recolzaments), a 3.5, 3, 2.5 i a 1 metre del recolzament esquerre respectivament. És ben cert que quan menor sigui aquesta relació major serà el tallant respecte el moment i, per tant, una esperada major influència del primer esforç.

2. Armadura longitudinal de la secció. En el cas de l'armadura longitudinal, s'ha utilitzat la relació  $\rho_l/\rho_{l,\min}$  per tal de definir la quantia d'acer. En tots cinc casos s'ha introduït una armadura longitudinal amb una relació  $\rho_w/\rho_{w,\min}$  igual a 2.5.
3. Armadura transversal de la secció. En el cas de l'armadura transversal, s'ha utilitzat la relació  $\rho_w/\rho_{w,\min}$  per tal de definir la quantia d'acer. En tots cinc casos s'ha introduït una armadura transversal amb una relació  $\rho_w/\rho_{w,\min}$  igual a 2.5 i 5.

### **5.2.1. Descripció de les seccions.**

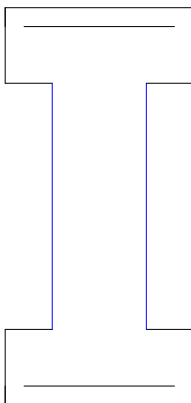
Tal i com s'ha comentat al principi del capítol s'analitzen un total de tres seccions de formigó armat. Les característiques geomètriques de cada una d'elles es mostren a continuació:

#### • **Secció 1**



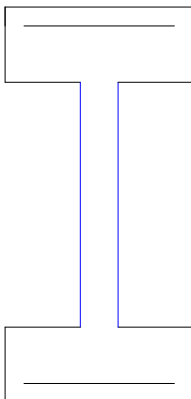
- Cantell:  $h = 1050$  mm
- Amplada:  $b = 500$  mm
- Recobriment armadures:  $r = 50$  mm
- Cantell efectiu:  $d = 1000$  mm

#### • **Secció 2**



- Cantell:  $h = 1050$  mm
- Amplada ala:  $bf = 500$  mm
- Amplada ànima:  $bw = 250$  mm
- Recobriment armadures:  $r = 50$  mm
- Cantell efectiu:  $d = 1000$  mm

• **Secció 3**



- Cantell:  $h = 1050$  mm
- Amplada ala:  $bf = 500$  mm
- Amplada ànima:  $bw = 100$  mm
- Recobriment armadures:  $r = 50$  mm
- Cantell efectiu:  $d = 1000$  mm

Les propietats mecàniques adoptades pel càlcul són comunes a totes les seccions i són:

<b>Formigó</b>	
$f_c$	30 MPa
$\varepsilon_{pic}$	0.0022
$E_0$	$3 \cdot 10^4$ MPa
$\nu$	0
$\varepsilon_{p,res}$	0
$\bar{f}_t$	0.1
$\bar{f}_{bc}$	1.8
$(\xi_1, r_1)$	(3.67, 1.59)
$(\xi_2, r_2)$	(3.67, 1.94)

Taula 5.1. Propietats del formigó

<b>Acer</b>	
$f_y$	500 MPa
$E_0$	$2 \cdot 10^5$ MPa
$E_1$	$2 \cdot 10^2$ MPa
$\varepsilon_{p,res}$	0

Taula 5.2. Propietats de l'acer

Aquestes propietats s'han pres d'acord amb els valors típics de cada material.

**5.2.2. Corbes Esforç - Deformació.**

• **Corbes Moment - Curvatura**

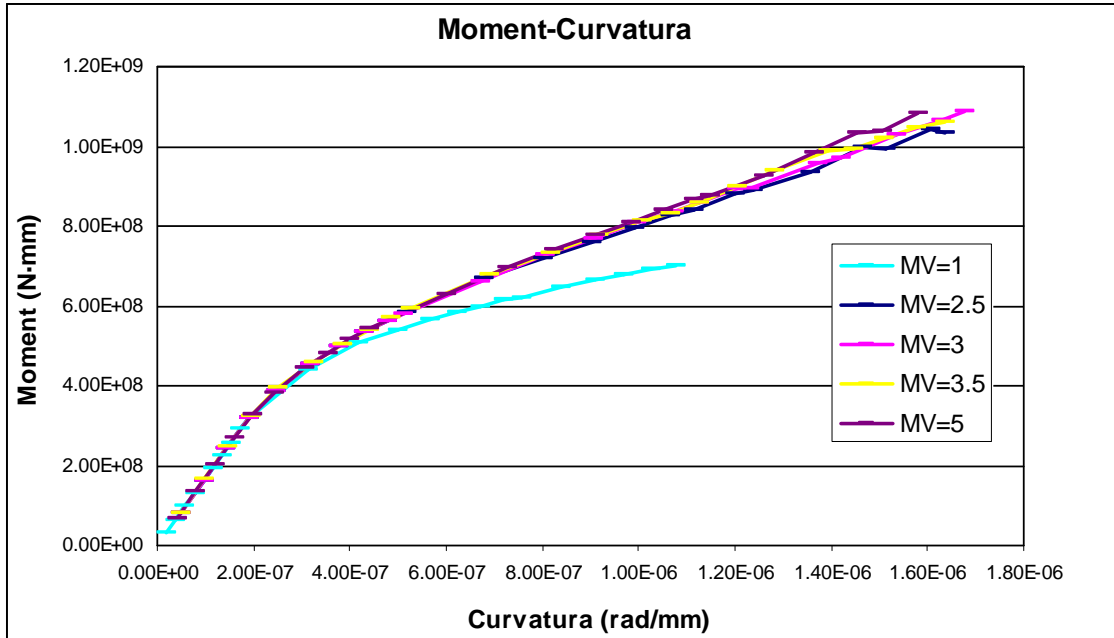


Figura 5.1. Corba Moment – Curvatura per la secció 1 amb armadura  $\rho_w / \rho_{w,min} = 2.5$ .

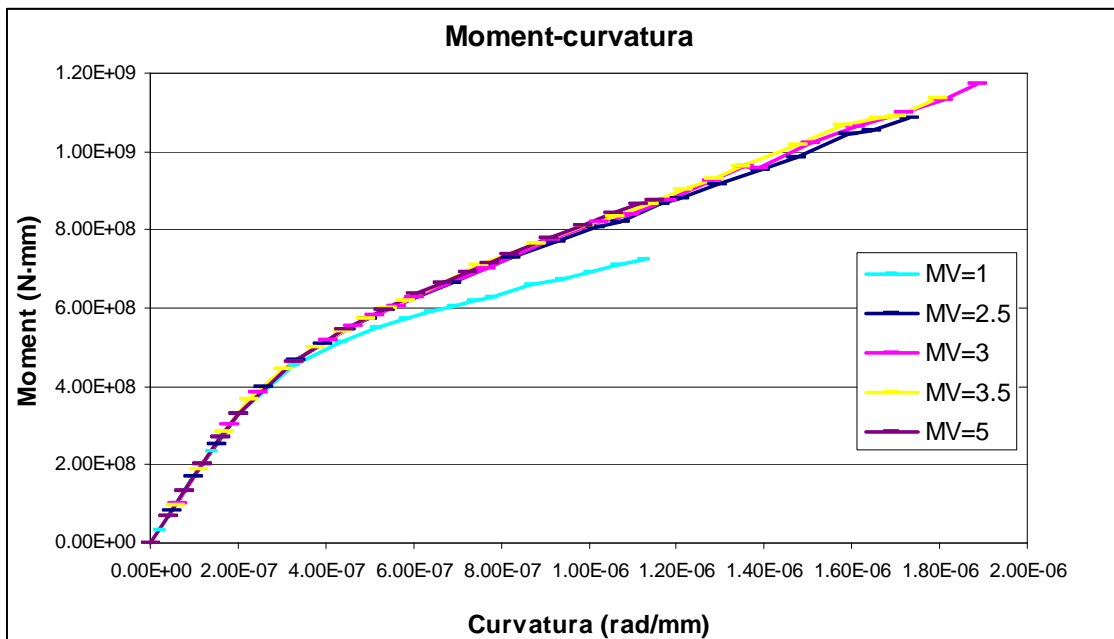


Figura 5.2. Corba Moment – Curvatura per la secció 1 amb armadura  $\rho_w / \rho_{w,min} = 5$ .

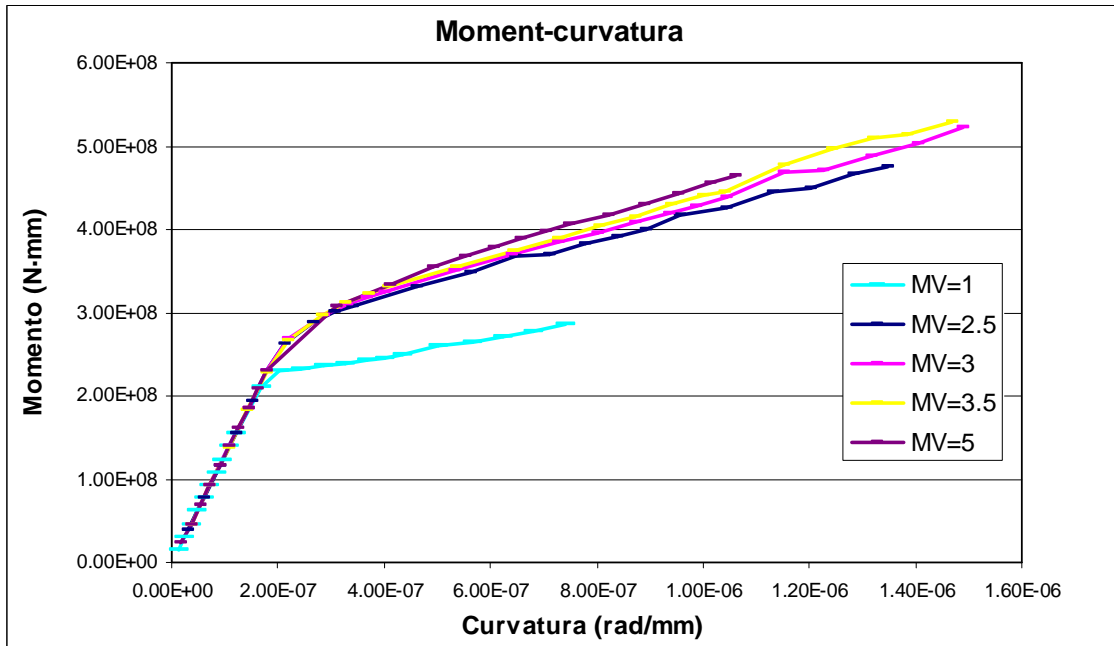


Figura 5.3. Corba Moment – Curvatura per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,min} = 2.5$ .

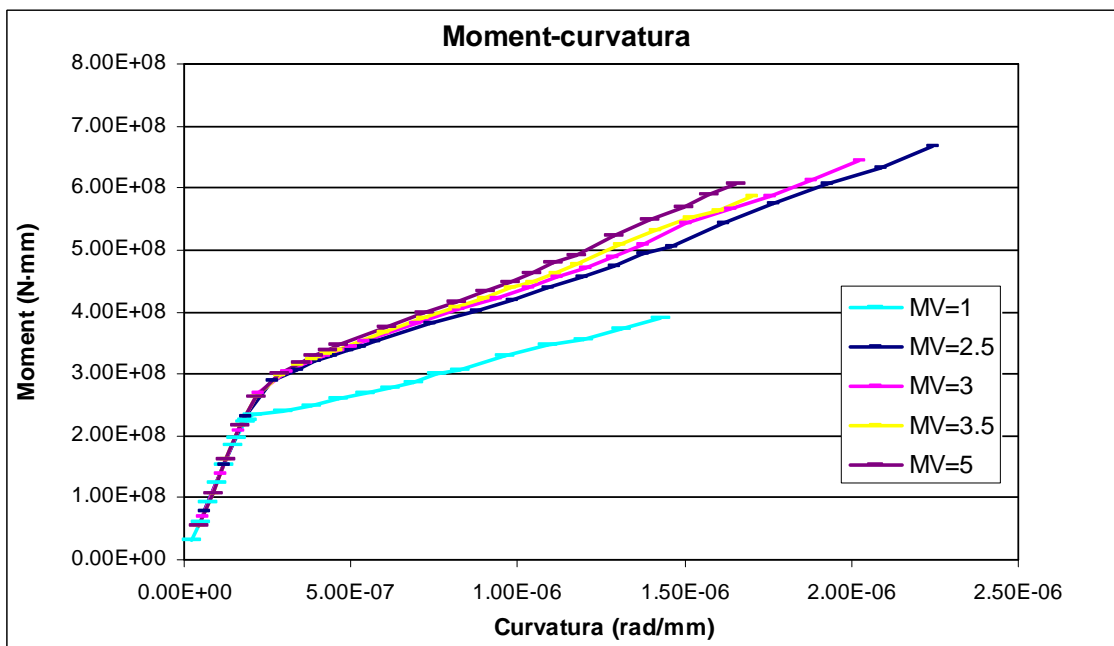


Figura 5.4. Corba Moment – Curvatura per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,min} = 5$ .

Dels anteriors gràfics moment – curvatura podem extreure::

- Hi ha una primera fase lineal, corresponent a la fase elàstica, on cap fibra de la secció ha assolit la resistència a tracció del formigó i, per tant, aquest encara no ha fissurat.
  - Quan major és la quantia d'armadura transversal major és la branca elàstica. Aquest fet ve motivat per la influència de l'armadura transversal a la resistència del tallant, és a dir, a major armadura la contribució de l'acer a la resistència a tallant és major i, consegüentment s'obté una ruptura a tallant més dúctil.
  - La presència d'un tallant, més o menys acusat, també té una influència significativa a la secció. Quan menor és la relació  $M/Vd$ , és a dir, quan major sigui la importància del tallant, es disminueixen els moments de fissuració a la gràfica.
  - Per altra banda, el tallant també afecta a la rigidesa, augmentant-la en la fase fissurada.
  - L'amplada de l'ànima de la secció també té una influència significativa. Quan menor és la relació  $b_w/b_f$ , és a dir, quan més esbelta sigui l'amplada de l'ànima de la secció, més es disminueixen els moments de fissuració, ja que els moments de fissuració depenen de la inèrcia de la peça.
- **Corbes Tallant – Deformació a tallant**

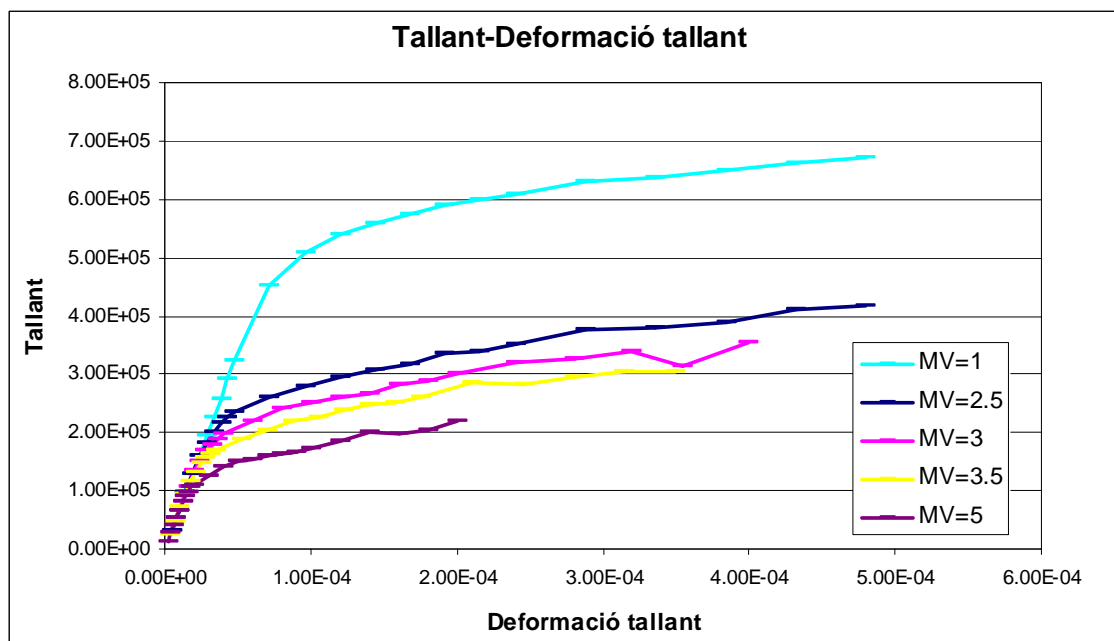


Figura 5.5. Corba Tallant – Deformació a tallant per la secció 1 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,min} = 2.5$ .

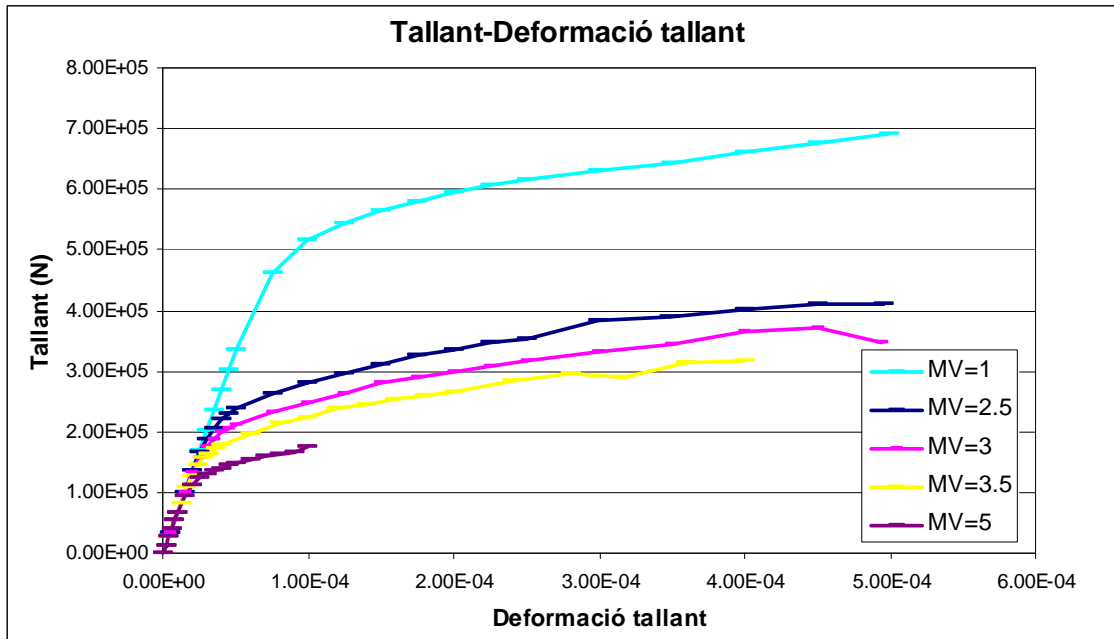


Figura 5.6. Corba Tallant – Deformació a tallant per la secció 1 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,min} = 5$ .

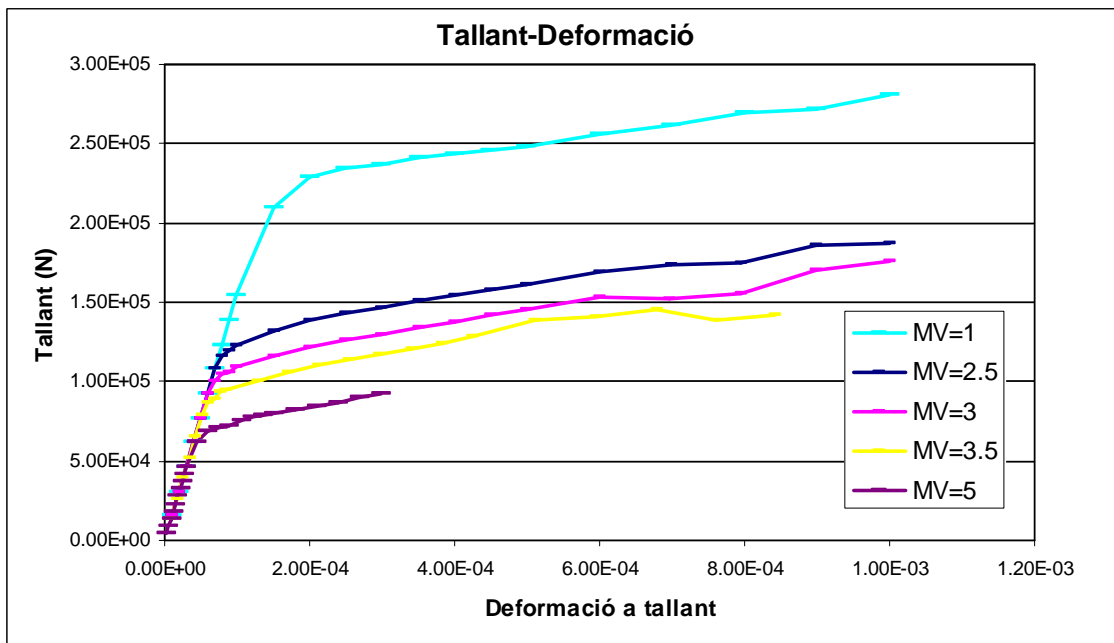


Figura 5.7. Corba Tallant – Deformació a tallant per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,min} = 2.5$ .

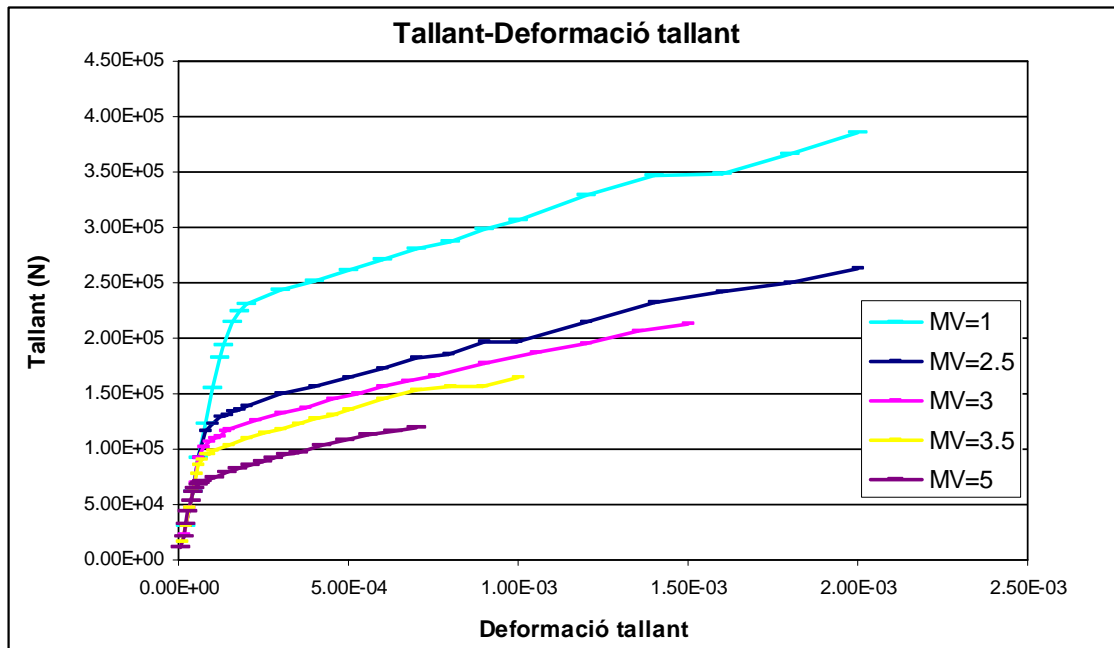


Figura 5.8. Corba Tallant – Deformació a tallant per la secció 1 amb armadura  $\rho_w / \rho_{w,min} = 5$ .

Dels anteriors gràfics tallant – deformació a tallant podem extreure:

- Hi ha una primera fase lineal, corresponent a la fase elàstica, on cap fibra de la secció ha assolit la resistència a tracció del formigó i, per tant, aquest encara no ha fissurat.
- Les corbes amb una relació M/Vd grans estan dominades per la flexió, per tant, la fissuració té lloc per un tallant menor ja que aquesta és deguda fonamentalment a la flexió. Per altra banda, les corbes amb M/Vd petits estan dominades per l'esforç tallant pròpiament dit i la fissuració pot aparèixer per un tallant major, obtenint així un mode de fissuració mixte amb fissures inclinades.
- Per altra banda, el tallant també afecta a la rigidesa, augmentant-la en la fase fissurada, amb el que la corba presenta major enduriment.
- L'amplada de l'ànima de la secció també té una influència significativa. Quan menor és la relació  $b_w/b_f$ , és a dir, quan més esbelta sigui l'amplada de l'ànima de la secció, més es disminueixen els tallants de fissuració ja que aquests depenen de la inèrcia de la secció.



### 5.2.3. Distribucions de tensions.

El model calcula l'estat tensional de cada node de la malla d'elements finits de la secció per a cada pas de càrrega. En aquest apartat només s'hi inclouen algunes components de la tensió en dos estats de càrrega, un (el tercer) corresponent a un règim elàstic, i l'altre (el desè) representant una secció ja fissurada.

- **Distribucions de tensions normals**

A continuació es mostren les distribucions de tensions normals per la secció 3, és a dir, per la secció amb la relació bw/bf igual a 0.2. És interessant observar la distribució lineal del pas corresponent al règim elàstic (figures 5.9 i 5.10), amb la fibra neutra a l'alçada del centre de gravetat de la secció (coordenada 0 de l'eix vertical de la figura). També és interessant observar la distribució típica d'estats ja fissurats (figures 5.11 i 5.12), amb una progressiva pujada de la fibra neutra.

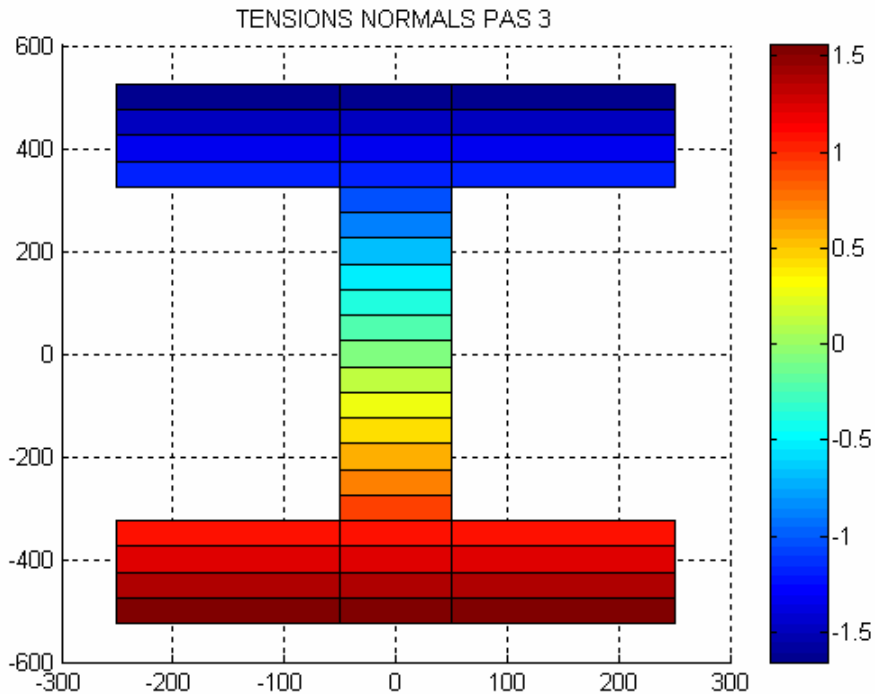


Figura 5.9. Distribució de tensions normals per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,\min} = 2.5$  al 3r pas de càrrega. Coordenades en mm; tensions (color) en  $\text{N/mm}^2$ .

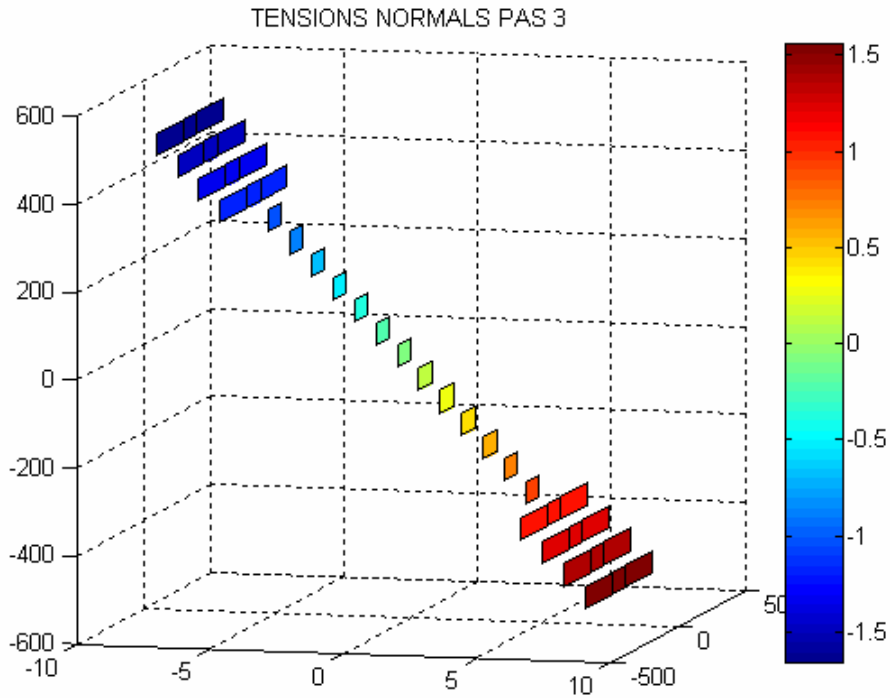


Figura 5.10. Tall de la distribució de tensions normals per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,min} = 2.5$  al 3r pas de càrrega. Coordenades en mm; tensions (color) en N/mm<sup>2</sup>.

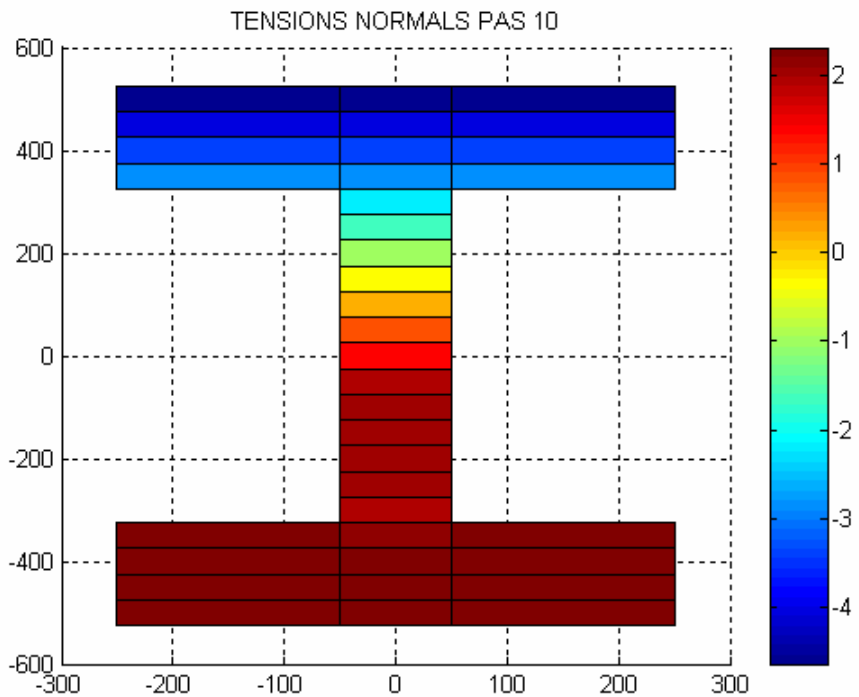


Figura 5.11. Distribució de tensions normals per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,min} = 2.5$  al 10è pas de càrrega. Coordenades en mm; tensions (color) en N/mm<sup>2</sup>.

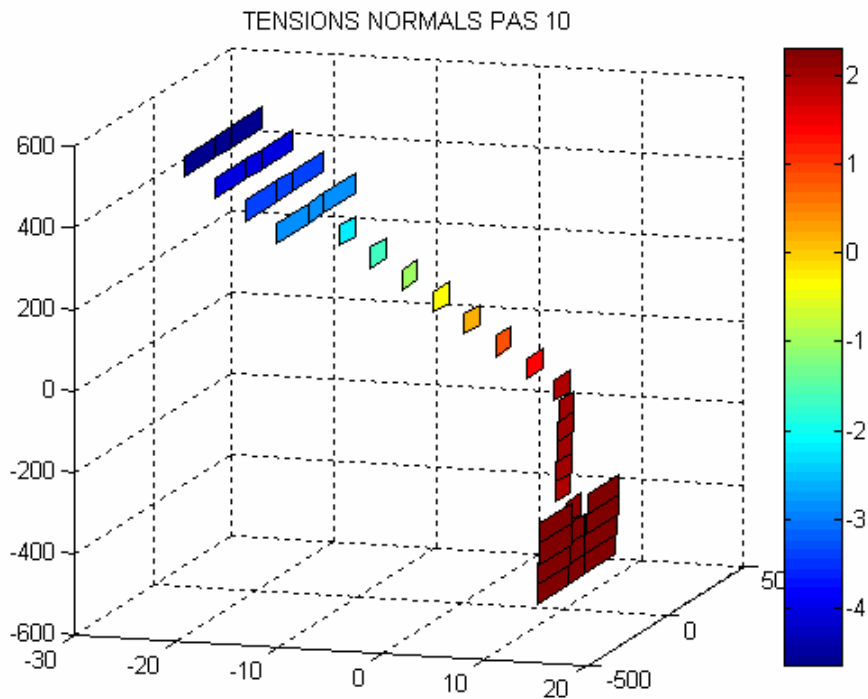


Figura 5.12. Tall de la distribució de tensions normals per la secció 3 amb armadura  $\rho_w / \rho_{w,\min} = 2.5$  al 10è pas de càrrega. Coordenades en mm; tensions (color) en  $\text{N/mm}^2$ .

La resta de seccions no s'han adjuntat ja que s'obtenen resultats semblants.

- **Distribucions de tensions tangencials**

Seguidament es mostren les distribucions de tensions tangencials verticals de la secció 3. Al pas corresponent al règim elàstic (figures 5.13 i 5.14) podem observar com la tensió màxima es produeix al centre de gravetat, on es disposa la fibra neutra. És interessant observar la distribució un cop fissurat el formigó (figures 5.15 i 5.16), amb la fibra neutra desplaçada i amb una clara redistribució de tensions.

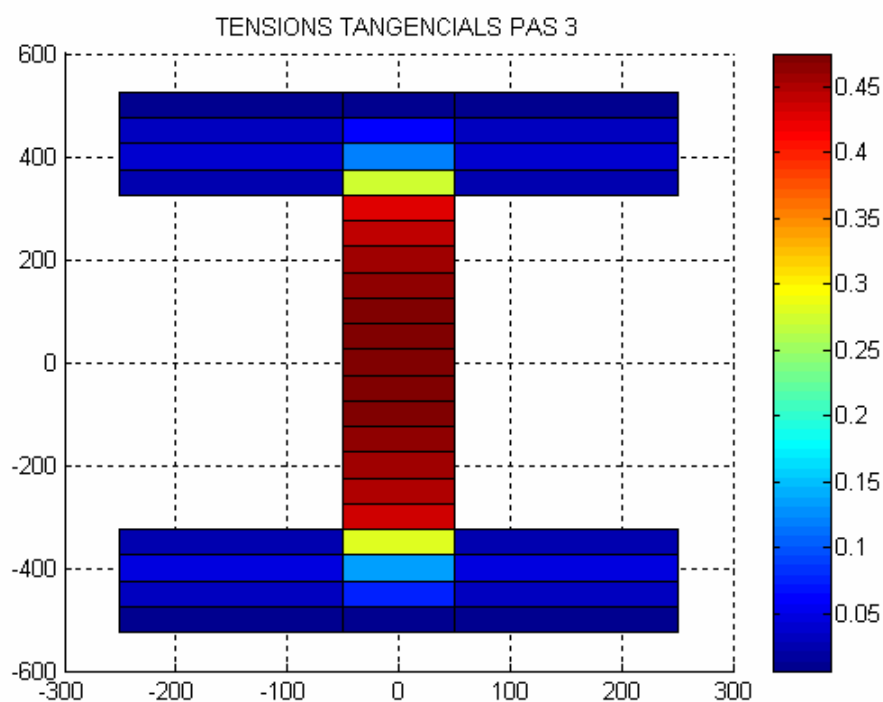


Figura 5.13. Distribució de tensions tangencials per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,min} = 2.5$  al 3r pas de càrrega. Coordenades en mm; tensions (color) en  $N/mm^2$ .

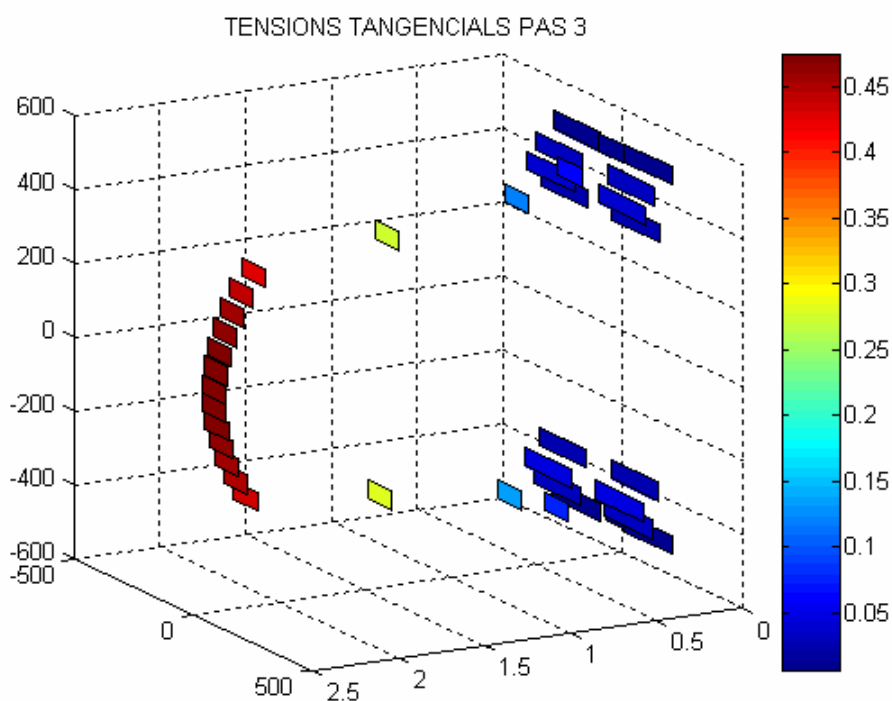


Figura 5.14. Tall de la distribució de tensions tangencials per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,min} = 2.5$  al 3r pas de càrrega. Coordenades en mm; tensions (color) en  $N/mm^2$ .

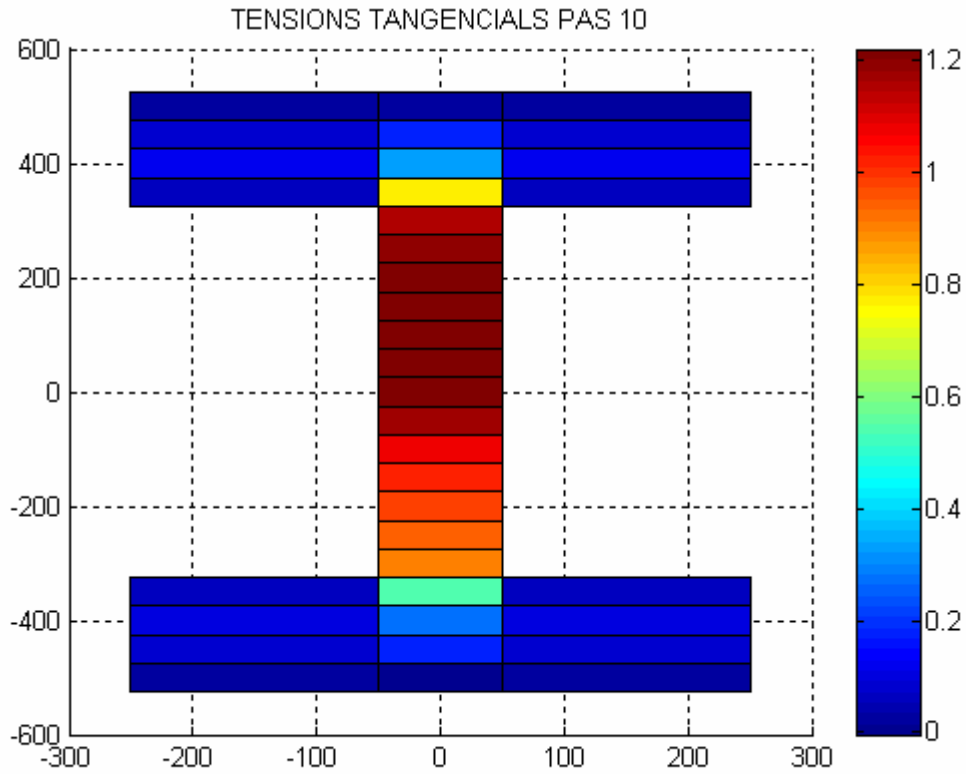


Figura 5.15. Distribució de tensions tangencials per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,\min} = 2.5$  al 10è pas de càrrega. Coordenades en mm; tensions (color) en  $\text{N/mm}^2$ .

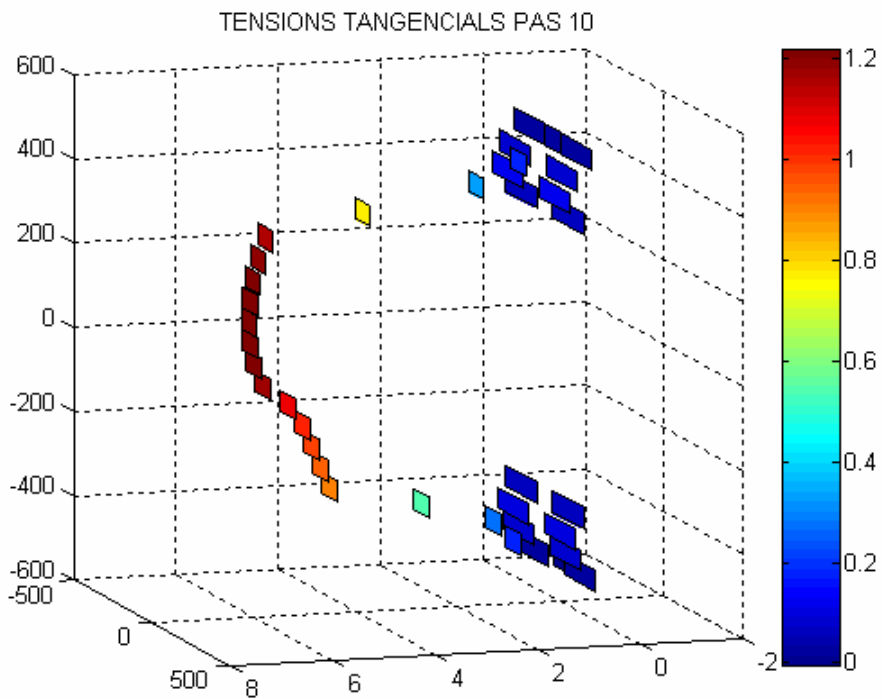


Figura 5.16. Tall de la distribució de tensions tangencials per la secció 3 amb armadura  $\rho_w/\rho_{w,\min} = 2.5$  al 10è pas de càrrega. Coordenades en mm; tensions (color) en  $\text{N/mm}^2$ .

La resta de seccions no s'han adjuntat ja que s'obtenen resultats semblants.

### 5.3. Deformació a tallant vs deformació total

#### 5.3.1. Metodologia.

Un cop obtinguts els resultats dels 30 casos analitzats, s'han interpolat per tal de poder quantificar amb més precisió la contribució de la deformació a tallant i la deformació total de l'estructura. En aquest apartat s'exposa la metodologia seguida.

Mitjançant una aproximació lineal de les gràfiques esforç – deformació obtingudes de la modelització amb el programa TINSA de les tres seccions, s'han extret les rigideses tant a flexió com a tallant.

La gràfica que s'ajunta a continuació és un exemple de l'ajust que s'ha dut a terme.

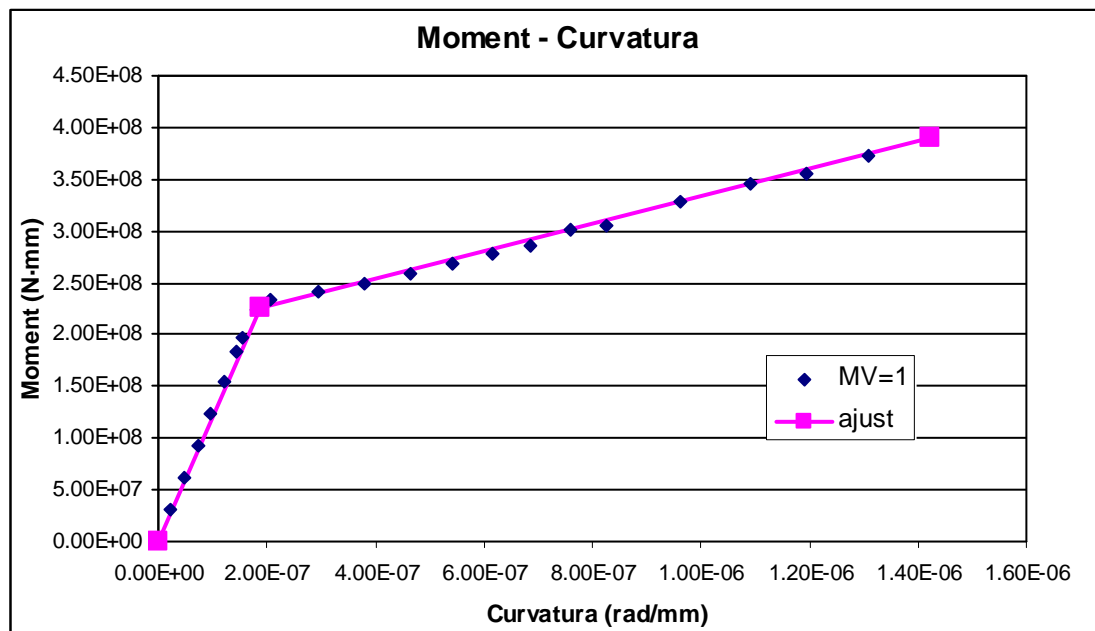


Figura 5.17. Gràfica exemple de l'ajust

Seguidament es mostra la taula de resultats de l'ajust efectuat. Les variables de la taula són:

- **Mcr**: Moment de fisuració
- **K1f**: Rigidesa a flexió del tram elàstic
- **K2f**: Rigidesa a flexió del tram fissurat
- **Vcr**: Tallant de fisuració
- **K1v**: Rigidesa a tallant del tram elàstic
- **K2v**: Rigidesa a tallant del tram fissurat

	MV	Mcr	K1f	K2f	Vcr	K1v	K2v
<b>Secció 1</b> Armadura 1	1	4.41E+08	1.41E+15	3.43E+14	4.51E+05	6.27E+09	5.39E+08
	2.5	3.87E+08	1.57E+15	4.81E+14	2.15E+05	5.61E+09	4.59E+08
	3	3.87E+08	1.58E+15	4.92E+14	1.80E+05	5.62E+09	4.73E+08
	3.5	3.93E+08	1.56E+15	4.93E+14	1.56E+05	5.56E+09	4.64E+08
	5	4.44E+08	1.45E+15	5.00E+14	1.11E+05	5.55E+09	5.84E+08
<b>Secció 1</b> Armadura 2	1	4.00E+08	1.67E+15	3.66E+14	4.60E+05	6.14E+09	5.40E+08
	2.5	4.66E+08	1.40E+15	4.43E+14	2.19E+05	5.48E+09	4.20E+08
	3	4.63E+08	1.41E+15	4.56E+14	1.98E+05	4.95E+09	4.26E+08
	3.5	4.43E+08	1.46E+15	4.64E+14	1.64E+05	5.13E+09	4.12E+08
	5	3.30E+08	1.66E+15	5.72E+14	1.12E+05	5.59E+09	7.79E+08
<b>Secció 2</b> Armadura 1	1	2.85E+08	1.44E+15	2.63E+14	3.63E+05	3.02E+09	1.81E+08
	2.5	3.47E+08	1.31E+15	3.47E+14	1.71E+05	3.05E+09	2.17E+08
	3	3.59E+08	1.28E+15	3.70E+14	1.53E+05	2.73E+09	2.08E+08
	3.5	3.79E+08	1.22E+15	3.84E+14	1.35E+05	2.60E+09	1.81E+08
	5	3.48E+08	1.32E+15	4.16E+14	9.10E+04	2.84E+09	2.47E+08
<b>Secció 2</b> Armadura 2	1	3.00E+08	1.42E+15	2.60E+14	3.07E+05	3.61E+09	2.54E+08
	2.5	3.62E+08	1.27E+15	3.47E+14	1.71E+05	2.87E+09	2.05E+08
	3	3.37E+08	1.34E+15	3.77E+14	1.54E+05	2.74E+09	1.98E+08
	3.5	3.59E+08	1.28E+15	3.79E+14	1.36E+05	2.59E+09	1.85E+08
	5	3.17E+08	1.40E+15	4.28E+14	8.80E+04	2.93E+09	3.03E+08
<b>Secció 3</b> Armadura 1	1	2.11E+08	1.26E+15	1.30E+14	2.09E+05	1.40E+09	8.39E+07
	2.5	2.63E+08	1.23E+15	1.87E+14	1.20E+05	1.33E+09	7.43E+07
	3	2.69E+08	1.22E+15	2.00E+14	1.05E+05	1.31E+09	7.70E+07
	3.5	2.67E+08	1.23E+15	2.10E+14	8.96E+04	1.32E+09	6.71E+07
	5	2.30E+08	1.28E+15	2.65E+14	6.22E+04	1.38E+09	1.20E+08
<b>Secció 3</b> Armadura 2	1	2.26E+08	1.20E+15	1.34E+14	2.24E+05	1.24E+09	8.84E+07
	2.5	2.88E+08	1.10E+15	1.92E+14	1.23E+05	1.23E+09	7.36E+07
	3	2.68E+08	1.23E+15	2.08E+14	1.06E+05	1.18E+09	7.55E+07
	3.5	2.63E+08	1.24E+15	2.18E+14	9.05E+04	1.29E+09	8.02E+07
	5	2.80E+08	1.33E+15	2.16E+14	6.46E+04	1.32E+09	8.46E+07

Taula 5.3. Resultats de l'ajust de les gràfiques

Aquests resultats s'han interpolat per integrar amb més precisió la curvatura i la deformació a tallant per tal d'obtenir les fletxes degudes a flexió i a tallant, segons les relacions exposades anteriorment i que a continuació es recorden:

$$\theta = \int \phi(x)dx + \gamma(x)$$

$$y = \underbrace{\iint \phi(x)dx}_{y_{flexió}} + \underbrace{\int \gamma(x)dx}_{y_{tallant}}$$

### 5.3.2. Gràfica càrrega – deformació

A continuació es mostren les gràfiques càrrega – deformació on s'especifica la fletxa total, la fletxa deguda a tallant i la fletxa deguda a flexió per tal de poder observar les contribucions de cada una d'aquestes últimes a la deformació total de la biga, depenent de la secció d'aquesta.

Cal remarcar que s'han obtingut les gràfiques per bigues sotmeses a una càrrega puntual (figures 5.18 i 5.19) i per una càrrega distribuïda (figures 5.20 i 5.21).

Les gràfiques pertanyen a la secció del centre de llum, ja que aquesta és la que pateix una deformació més important.

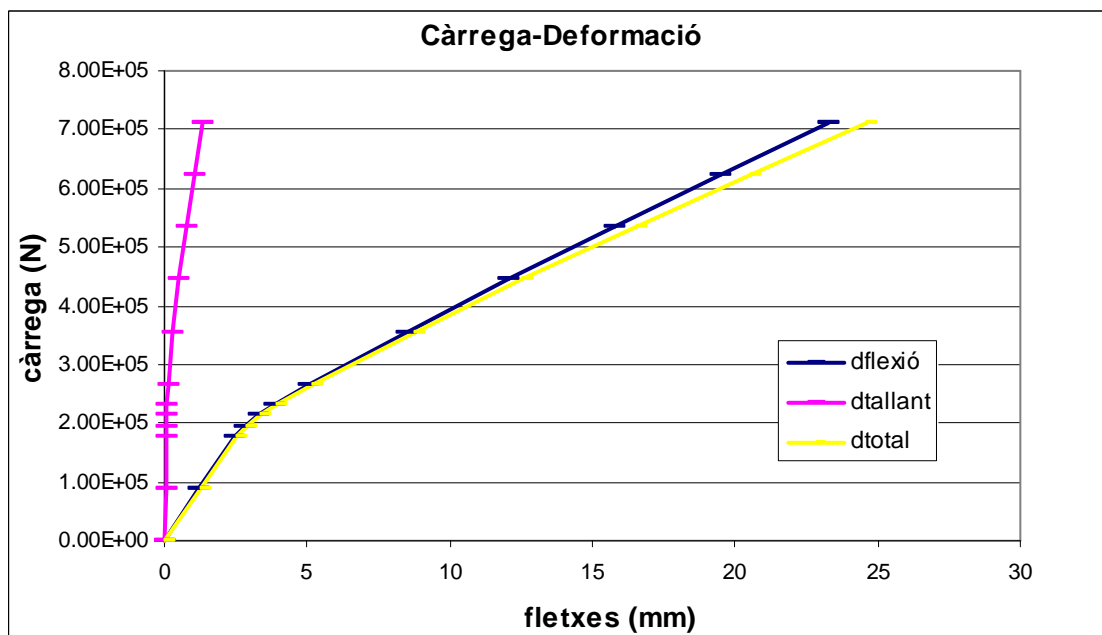


Figura 5.18. Gràfica càrrega - deformació per a la secció 1 i càrrega puntual.



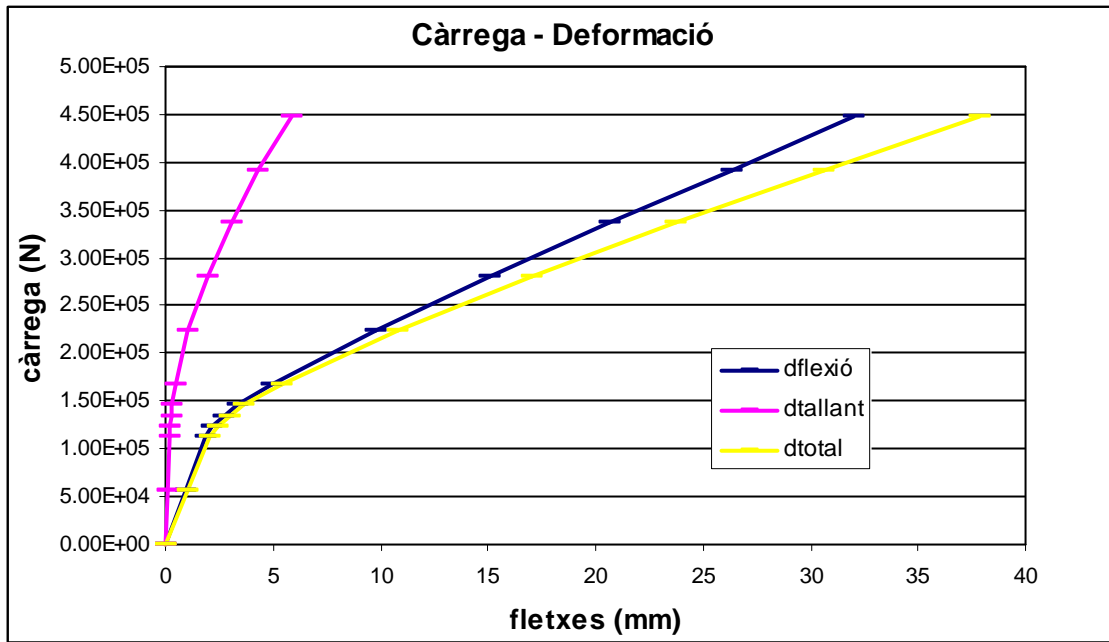


Figura 5.19. Gràfica càrrega - deformació per a la secció 3 i càrrega puntual.

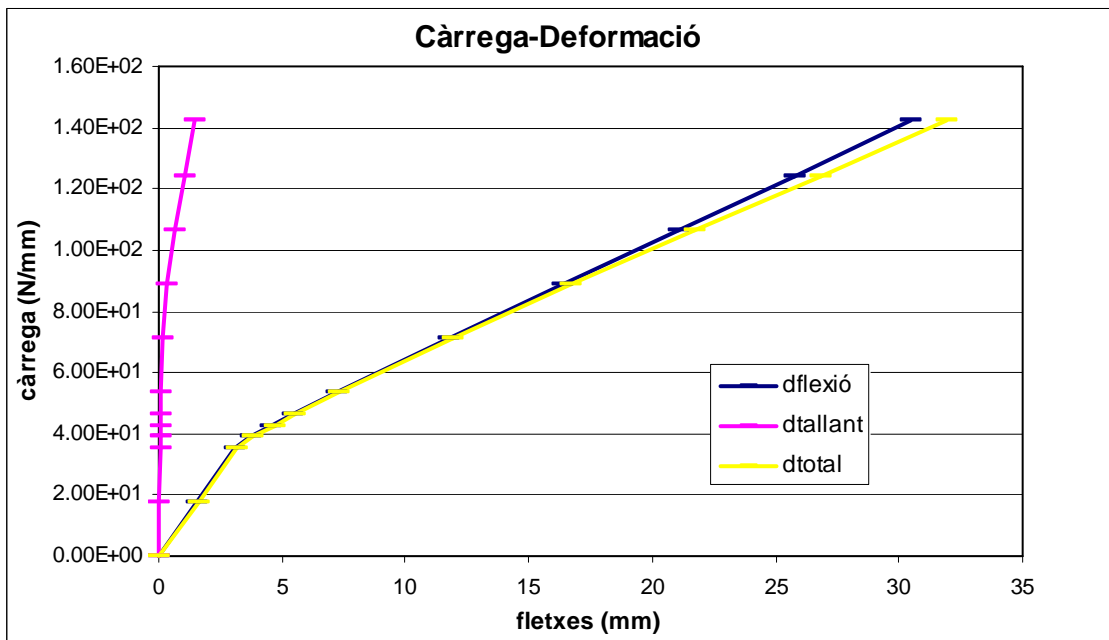


Figura 5.20. Gràfica càrrega - deformació per a la secció 1 i càrrega distribuïda

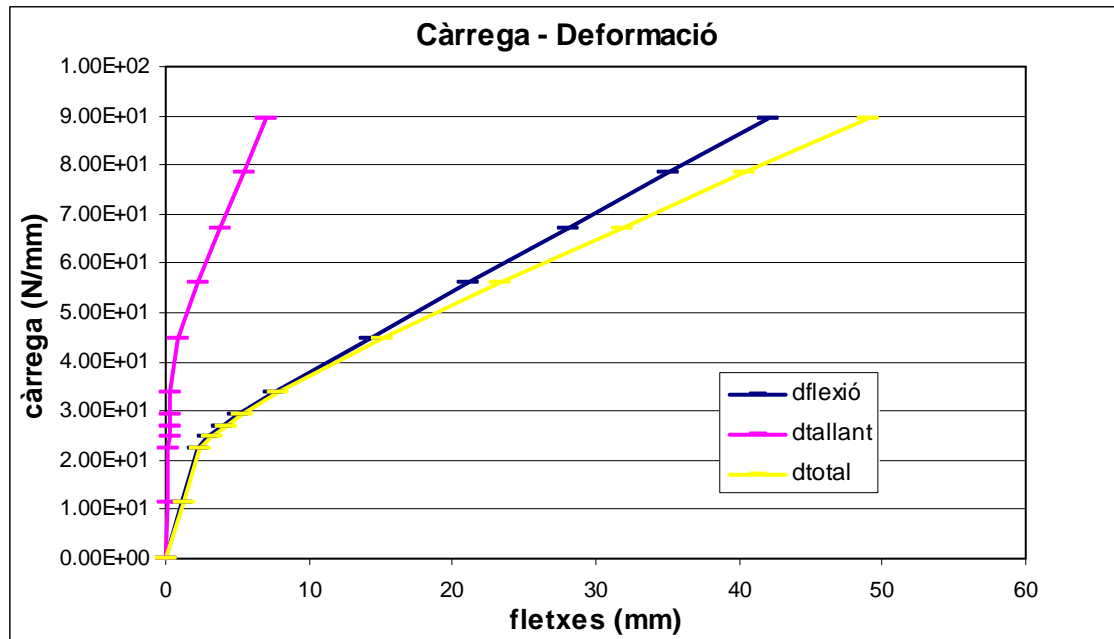


Figura 5.21. Gràfica càrrega - deformació per a la secció 3 i càrrega distribuïda

De les quatre gràfiques anteriors en podem extreure:

- Existeix un tram, el primer, totalment lineal i amb origen el punt (0,0), que ens marca les càrregues que originen un comportament elàstic a l'estructura, és a dir, amb aquestes càrregues la secció del centre de llum encara no ha fissurat.
- La contribució de la fletxa deguda a tallant a la fletxa total és més important com més esvelta és la secció. Això passa tant amb la biga carregada amb un càrrega puntual al centre de llum com en la carregada amb una càrrega uniformement distribuïda.

Per tal d'observar amb més claredat els comentaris exposats, s'adjunta la gràfica de la contribució del tallant (en %) a la deformació total de les peces pels diferents casos de càrrega i seccions.

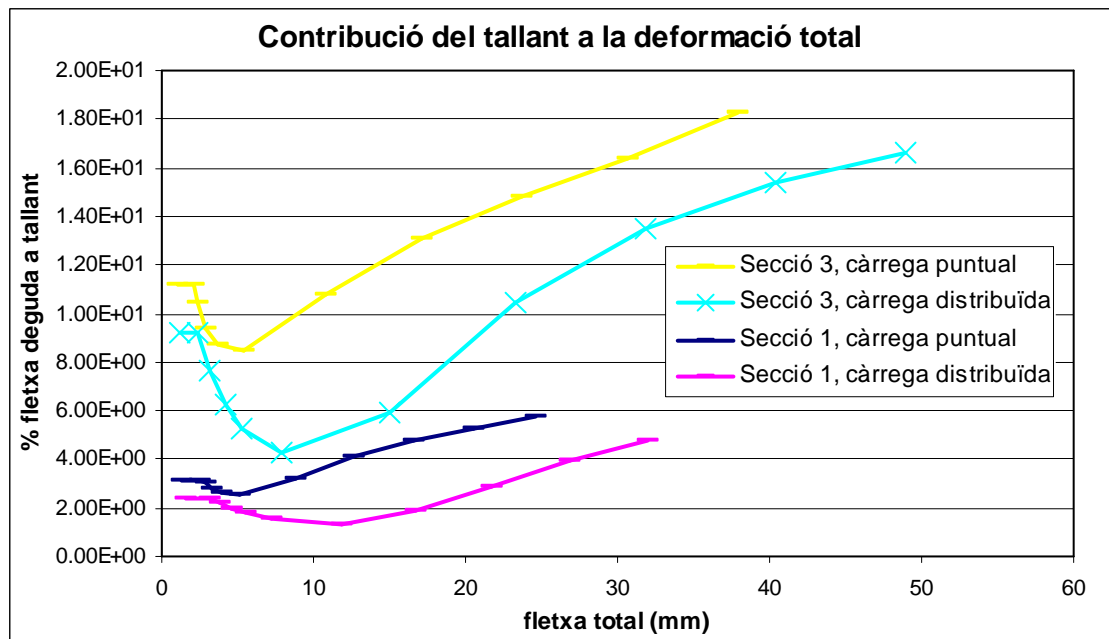


Figura 5.22. Gràfica Contribució del tallant a la deformació total

### 5.3.3. Deformades

Per tal de poder observar la influència de la secció de la biga en la deformabilitat total d'aquesta s'adjunten les figures de la fletxa total obtinguda a les tres seccions en funció de l'armadura transversal disposada i del tipus de càrrega a la que estan sotmeses.

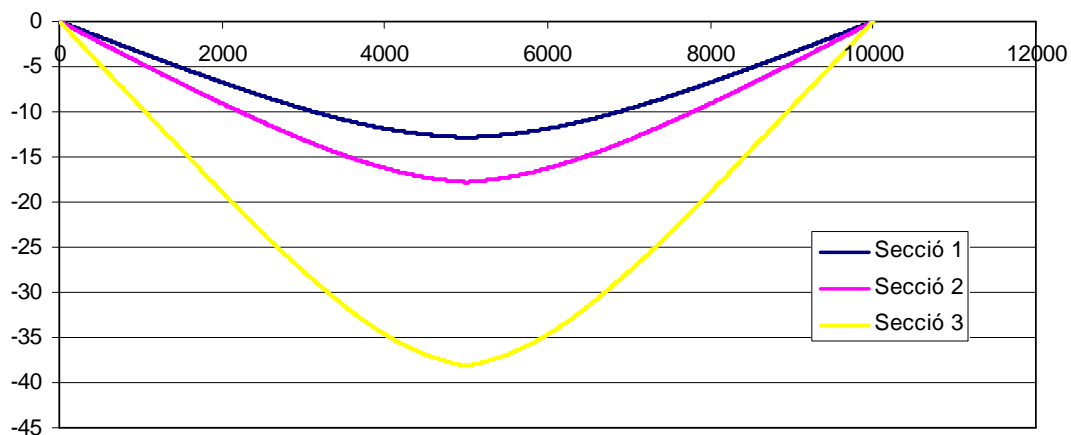


Figura 5.23. Deformades de les tres seccions, amb armadura  $\rho_w / \rho_{w,min} = 2.5$  sotmeses a una càrrega puntual al centre de llum

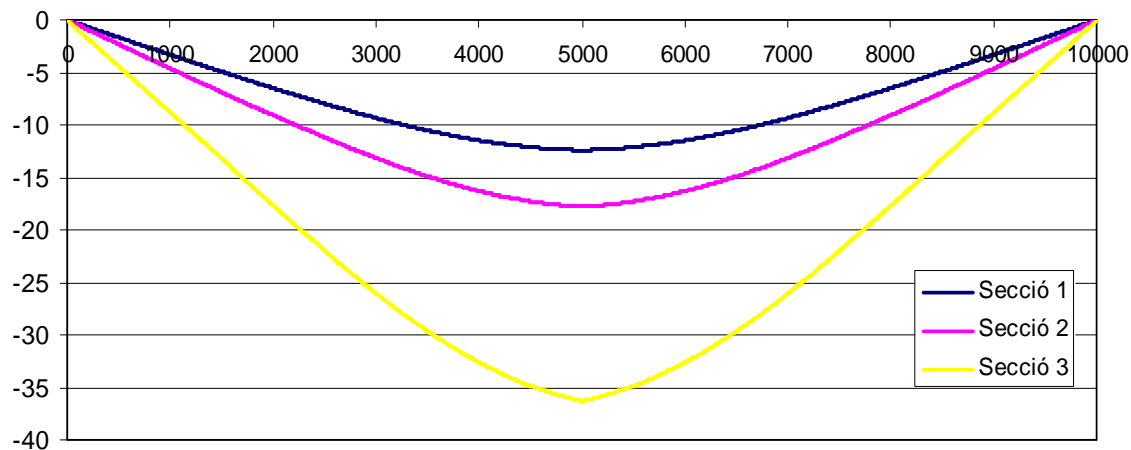


Figura 5.24. Deformades de les tres seccions amb armadura  $\rho_w / \rho_{w,min} = 5$  sotmeses a una càrrega puntual al centre de llum

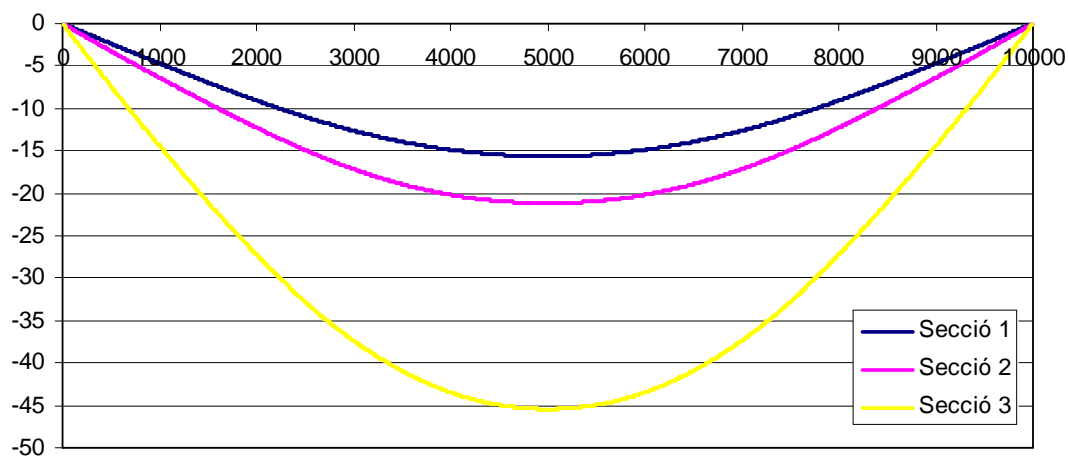


Figura 5.25. Deformades de les tres seccions amb armadura  $\rho_w / \rho_{w,min} = 2.5$  sotmeses a una càrrega distribuïda al centre de llum

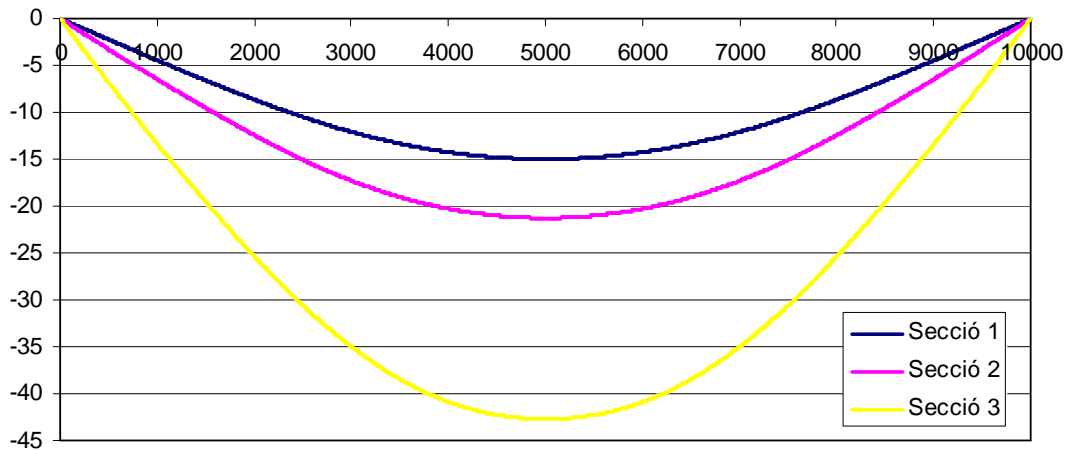


Figura 5.26. Deformades de les tres seccions amb armadura  $\rho_w / \rho_{w,\min} = 5$  sotmeses a una càrrega distribuïda al centre de llum

El comú denominador de les quatre figures és, a igual càrrega aplicada, la secció amb l'ànima més esvelta es deforma molt més que la secció rectangular. També es pot observar que a major armadura transversal disposada i a igual càrrega aplicada menys deformació experimenta la biga.

És interessant, però, veure la forma d'aquestes deformades ja que en les bigues sotmeses a una càrrega puntual, sigui quina sigui l'armadura transversal disposada, la deformada té aspecte triangular, com era d'esperar degut al tipus de càrrega, en canvi, en les bigues sotmeses a una càrrega uniformement distribuïda aquesta té aspecte parabòlic.

Unes altres figures interessants són les que es presenten a continuació, en les que es pot veure de manera diferenciada la fletxa total, la fletxa deguda a tallant i la fletxa deguda a flexió de les bigues en funció de la secció d'aquestes i del tipus de càrrega a la que estan sotmeses.

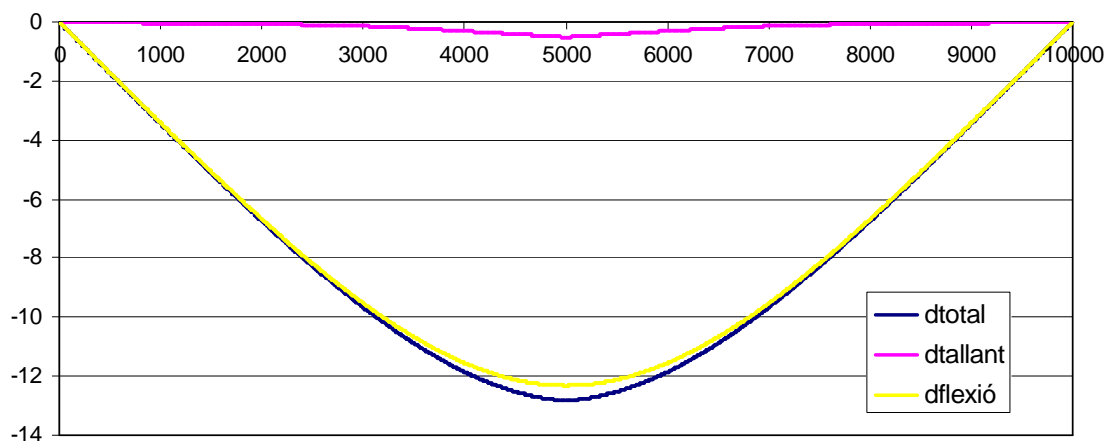


Figura 5.27. Deformades total, degut a tallant i degut a flexió de la secció 1 sotmesa a una càrrega puntual al centre de llum

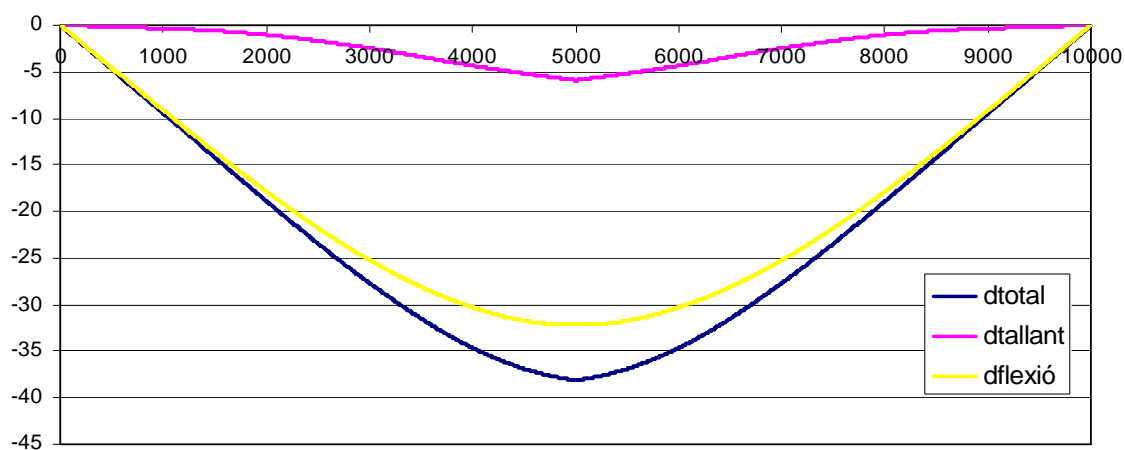


Figura 5.28. Deformades total, degut a tallant i degut a flexió de la secció 3 sotmesa a una càrrega puntual al centre de llum

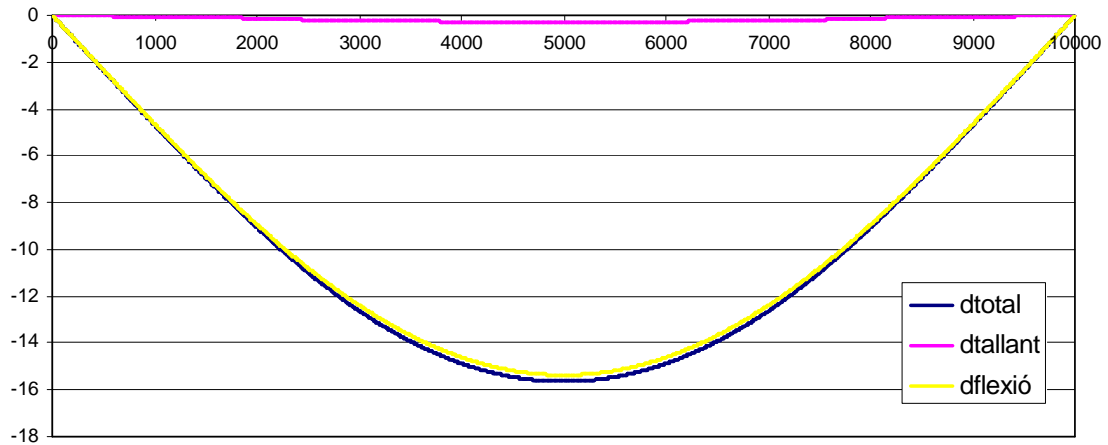


Figura 5.29. Deformades total, degut a tallant i degut a flexió de la secció 1 sotmesa a una càrrega distribuïda al centre de llum

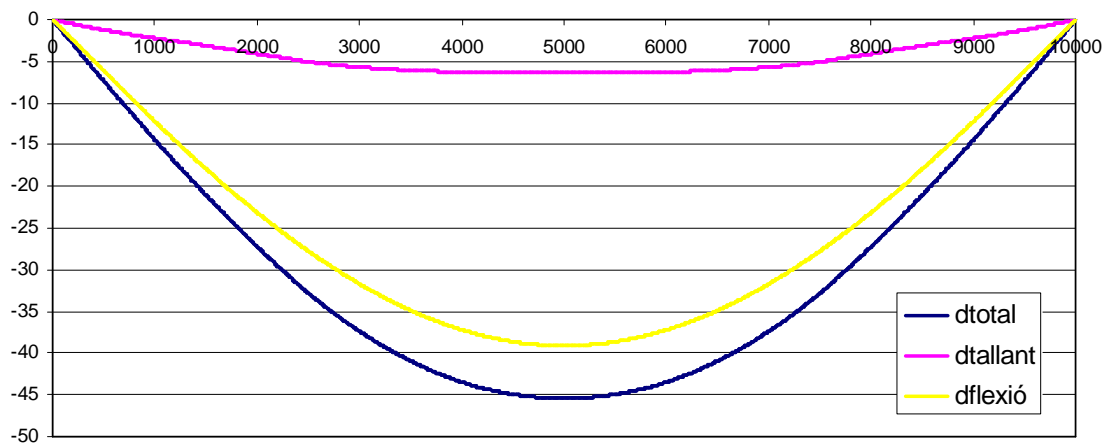


Figura 5.30. Deformades total, degut a tallant i degut a flexió de la secció 3 sotmesa a una càrrega distribuïda al centre de llum

Fixem-nos amb la forma de la deformada deguda a tallant. En les bigues sotmeses a una càrrega puntual, si el tallant fos constant la deformació deguda a aquest esforç seria una recta i, per tant, la deformada formaria un triangle perfecte, però el tallant en aquesta biga no és constant ja que hi ha una part de la biga fissurada i per això la deformada adopta, tan sols, un aspecte triangular. En canvi, com era d'esperar, en les bigues sotmeses a una càrrega uniformement distribuïda la deformada té aspecte parabòlic.

Clarament podem observar com en les bigues amb secció 3, corresponent a la secció en doble T, la deformació a tallant contribueix molt més a la deformació total. En el cas de la secció rectangular aquesta contribució, al centre de llum, és de l'ordre del 2% de la deformació total, en canvi, en el cas de la secció en doble T la contribució, també al centre de llum, és de l'ordre d'un 15%.

### 5.3.4. Quantificació de la contribució de la deformació a tallant a la deformació total de l'estructura.

Tal i com s'ha comentat en altres apartats, la deformació total, o la fletxa total en una biga la podem calcular com:

$$y = \underbrace{\int \int \phi(x) dx}_{y_{flexió}} + \int \gamma(x) dx_{y_{tallant}}$$

on tenim diferenciada l'aportació de la flexió i l'aportació del tallant.

Per altra banda, sabem que la fletxa deguda a la flexió en una biga birecolzada, que és el cas que ens ocupa, la podem calcular com:

- Si hi actua una càrrega al centre de llum:

$$df = \frac{Pl^3}{48 \cdot E \cdot I} \quad (5.3)$$

essent P la càrrega puntual aplicada al centre de llum

- Si hi actua una càrrega uniformement distribuïda:

$$df = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI} \quad (5.4)$$

essent q la càrrega uniformement distribuïda

La inèrcia eficaç que hem d'utilitzar en aquestes relacions és la inèrcia de la secció fissurada. Per tant, obtingudes ja les fletxes a tallant mitjançant la integració de la curvatura que ens ha proporcionat el programa TINSA i la interpolació de resultats, podem extreure la inèrcia eficaç pel càlcul d'elements fissurats com:

- Si hi actua una càrrega al centre de llum:

$$Ie = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot df} \quad (5.5)$$

- Si hi actua una càrrega uniformement distribuïda:

$$Ie = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot df} \quad (5.6)$$



A la literatura ja existeix una fórmula per al càlcul de la inèrcia eficaç en elements fissurats, és la fórmula de Branson (estreta de la EHE [10]). A continuació es mostra una gràfica amb la inèrcia calculada numèricament i la inèrcia de Branson:

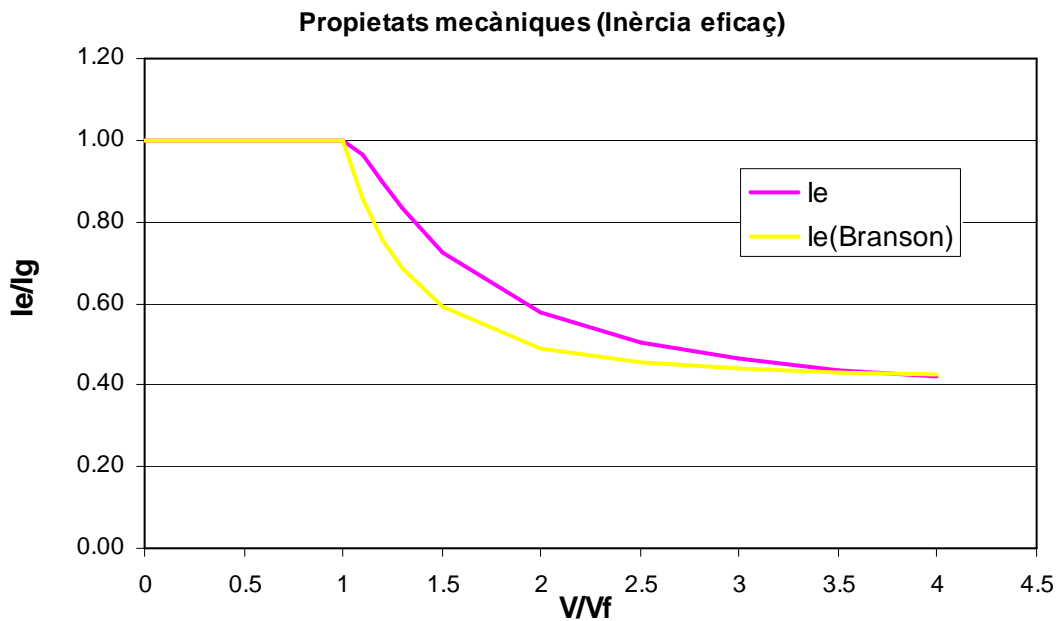


Figura 5.31. Gràfica Inèrcia eficaç adimensional – tallant adimensional per la biga amb secció 1, amb armadura  $\rho_w / \rho_{w,\min} = 2.5$  i sotmesa a una càrrega puntual.

De la gràfica podem concloure que tot i que la corba extreta dels resultats numèrics s'ajusta força bé a la de Branson, aquesta última queda per costat de la seguretat. Si les aproximacions fetes a la gràfica moment – curvatura haguessin estat més precises aquestes corbes s'haurien ajustat millor.

La resta de gràfiques no s'han adjuntat ja que els resultats són semblants.

Fent el mateix raonament i sabent que la fletxa a tallant es pot calcular com:

$$dv = \int \gamma \cdot dx = \int \frac{V}{G \cdot A} \cdot dx \quad (5.7)$$

- Si hi actua una càrrega al centre de llum:

$$V = \frac{P}{2} = cte \Rightarrow dv = \frac{P \cdot l}{4 \cdot G \cdot A} \quad (5.8)$$

- Si hi actua una càrrega uniformement distribuïda:

$$V = \frac{q \cdot l}{2} - qx \Rightarrow dv = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot G \cdot A} \quad (5.9)$$

podem calcular l'àrea eficaç corresponent a elements fissurats de la següent manera:

- Si hi actua una càrrega al centre de llum:

$$Ae = \frac{P \cdot l}{4 \cdot G \cdot dv} \quad (5.10)$$

- Si hi actua una càrrega uniformement distribuïda:

$$Ae = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot G \cdot dv} \quad (5.11)$$

La gràfica que es presenta a continuació ens mostren com varia l'àrea eficaç adimensionalitzada ( $Ae/Ag$ ) en funció de l'amplada de l'ànima de la secció de la biga ( $bw/bf$ ). La primera correspon a la biga sotmesa a una càrrega puntual i la segona aquesta mateixa biga sotmesa a una càrrega uniformement distribuïda.

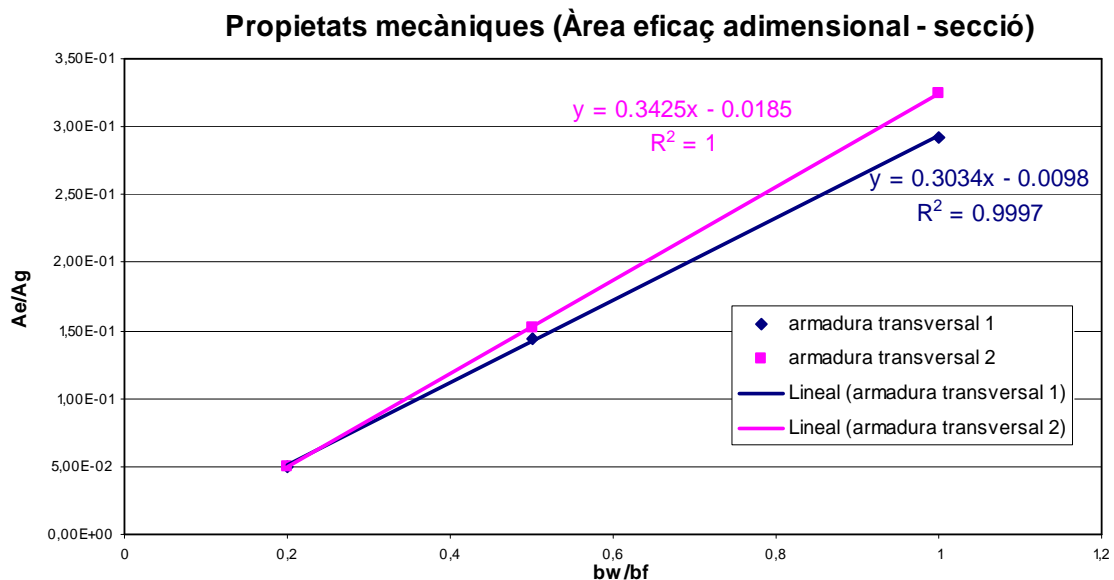


Figura 5.32. Gràfica Àrea eficaç adimensional – secció de biga, sotmesa a una càrrega puntual.

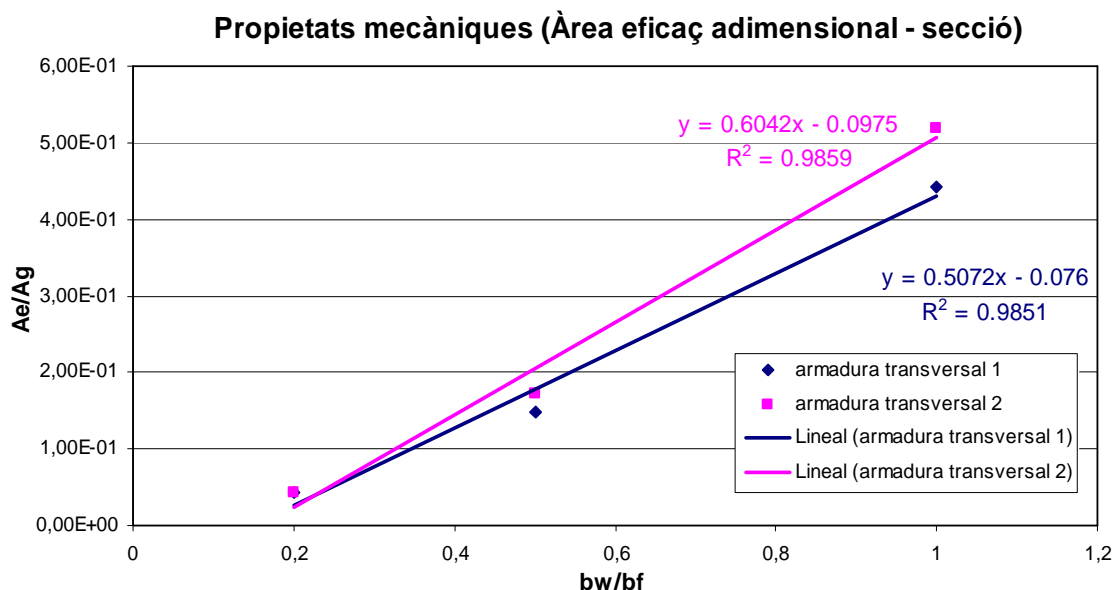


Figura 5.33. Gràfica Àrea eficaç adimensional – secció de biga, sotmesa a una càrrega uniformement distribuïda.

De les gràfiques anteriors podem extreure que la relació entre l'àrea eficaç i la secció de la biga pot considerar-se lineal, en el rang de paràmetres analitzats, amb coeficient de regressió superior a 0.9 en tots els casos, augmentant la pendent d'aquesta recta com més armadura transversal es disposi.

S'han obtinguts els àbacs que ens permeten obtenir l'àrea eficaç de cada una de les seccions estudiades en funció del tallant a la que està sotmesa la biga. Aquests es presenten a continuació:

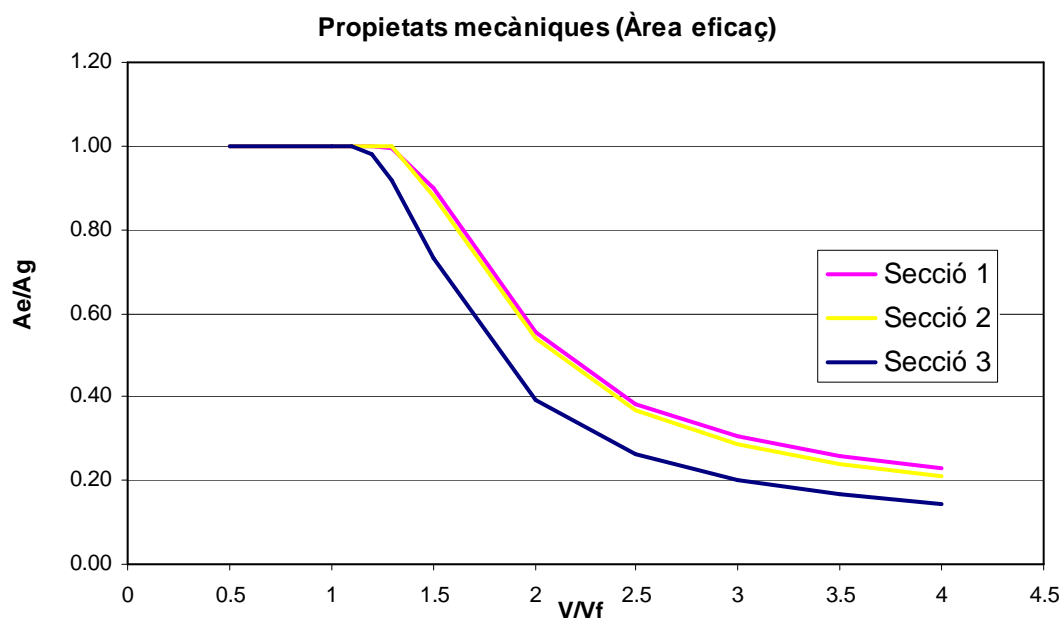


Figura 5.34. Gràfica Àrea eficaç adimensional – tallant adimensional, per bigues amb armadura transversal  $\rho_w / \rho_{w,min} = 2.5$  sotmeses a una càrrega puntual.

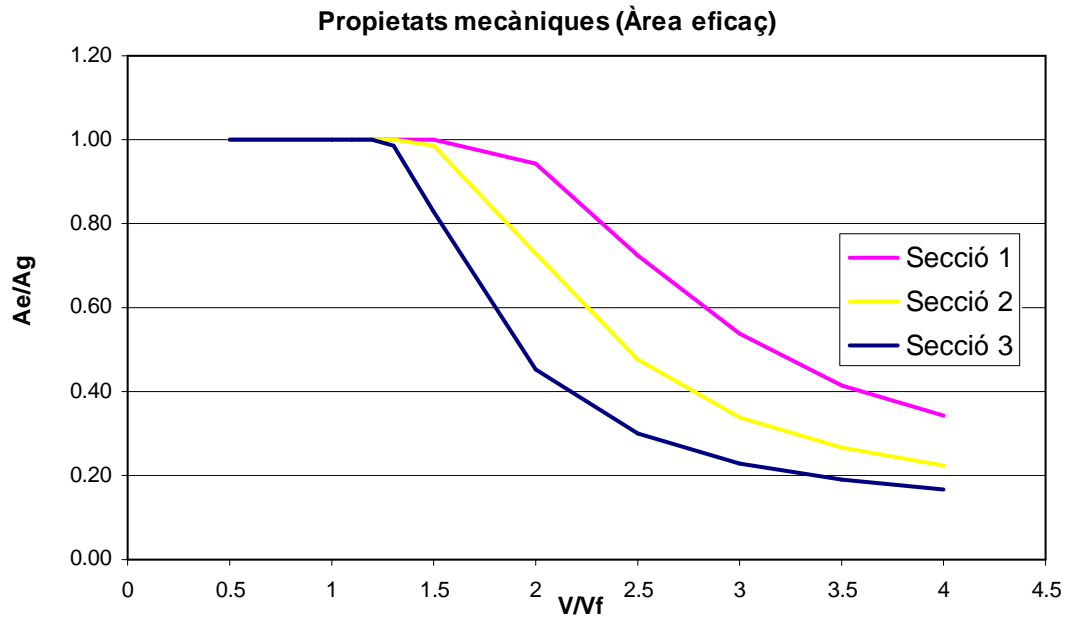


Figura 5.35. Gràfica Àrea eficaç adimensional – tallant adimensional, per bigues amb armadura transversal  $\rho_w / \rho_{w,\min} = 5$  sotmeses a una càrrega puntual.

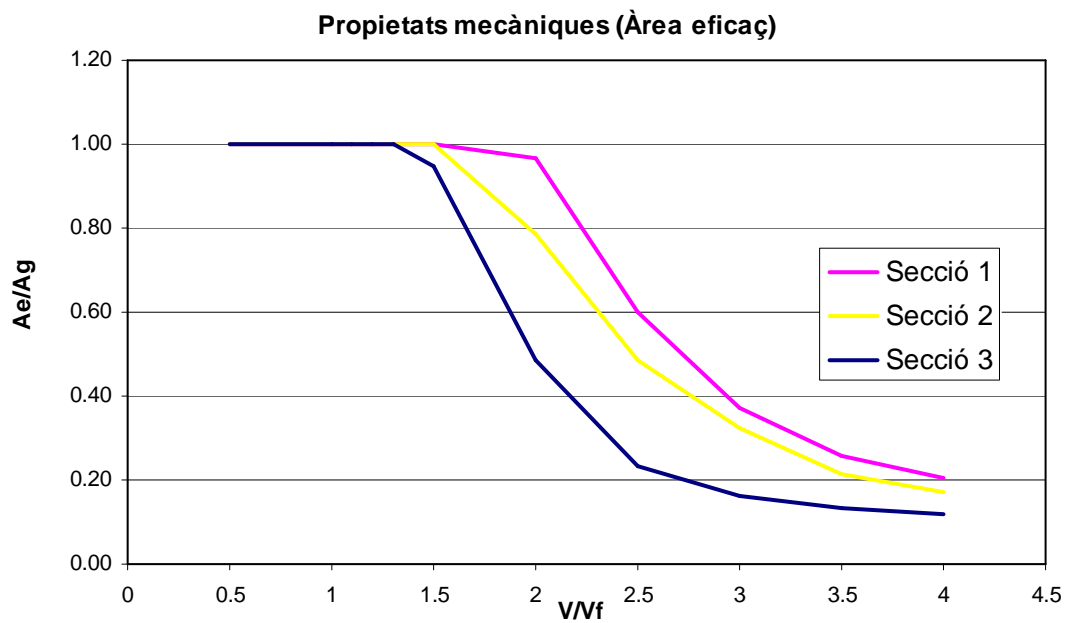


Figura 5.36. Gràfica Àrea eficaç adimensional – tallant adimensional, per bigues amb armadura transversal  $\rho_w / \rho_{w,\min} = 2.5$  sotmeses a una càrrega uniformement distribuïda.

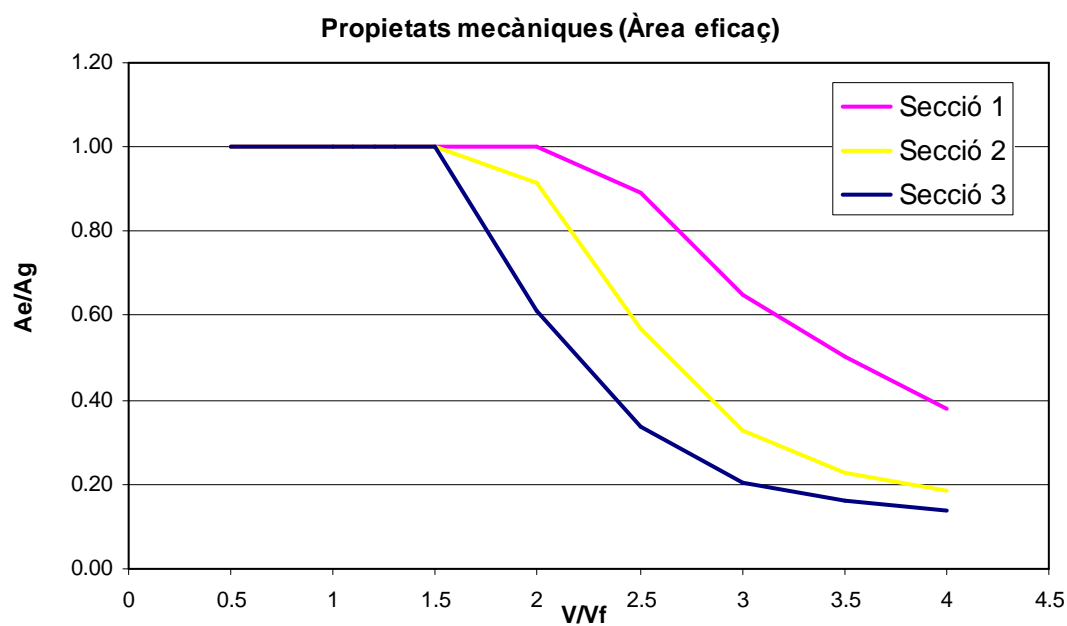


Figura 5.37. Gràfica Àrea eficaç adimensional – tallant adimensional, per bigues amb armadura transversal  $\rho_w / \rho_{w,\min} = 5$  sotmeses a una càrrega uniformement distribuïda.

Així doncs, la fletxa total en bigues de formigó armat fissurades és funció de:

$$dt = df(Ie) + dv(Ae) \quad (5.12)$$

on  $Ie$  és la inèrcia eficaç, que es pot obtenir de la fórmula de Branson i  $Ae$  és l'àrea eficaç que es pot extreure dels àbacs presentats anteriorment.