

Capítol 2. Estat de l'art

2.1. Mecanismes de resistència a flexió

En general, en el disseny i comprovació d'estructures de formigó, es comença sempre per l'estudi del problema de la flexió. A partir del seu estudi se sol definir la mida i la forma de la secció i la disposició i quantia de les armadures longitudinals.

L'objectiu principal és garantir que les sol·licitacions en els estats últims i de servei siguin menors que les respostes que és capaç de donar la peça. De tota manera, cal remarcar també que, a més, cal garantir que la peça estudiada trenqui de forma dúctil, és a dir, que mostri unes deformacions i fissures que avisin de la ruptura abans que es produeixi el col·lapse.

El problema de la flexió, amb presència o no d'un axil, ha estat un dels problemes més estudiats i que ha aportat més aclariments en el comportament general del formigó, sobretot en el cas de peces prou esveltes.

2.1.1. Hipòtesis bàsiques

Les suposicions bàsiques que s'han fet tradicionalment en l'estudi d'esgotament per sol·licitacions normals han estat les següents:

Esgotament de la peça

L'esgotament de la peça es caracteritza pel valor màxim de les deformacions longitudinals de l'acer i el formigó. Quan un d'aquest dos valors supera el seu corresponent límit de ruptura es considera que la peça falla.

Hipòtesis de Bernoulli

Les seccions planes abans de la deformació es mantenen planes després de la deformació. Aquesta suposició implica que les deformacions longitudinals ϵ de totes les fibres de la secció, siguin de formigó, d'acer passiu o d'acer actiu adherent (en aquest cas es parla d'increment de deformació $\Delta\epsilon$) són proporcionals a la distància del pla neutre.

Implícitament, si s'accepta la hipòtesis de Bernoulli, també cal acceptar que hi ha una bona adherència entre armadura adherent i formigó. Obviament, l'adherència mai seria perfecta als voltants d'una esquerda, però cal garantir que les deformacions mitjanes d'acer i formigó seran prou semblants quan es calibren en una longitud que inclogui diverses fissures.

L'experimentació ha demostrat que la suposició és bastant correcta en peces prou esveltes. En general, s'accepta si la relació entre punts de moment nul i el cantells total de la peça és major que 2.

Llei de tensió-deformació de l'acer

Normalment s'accepta un diagrama de tensió – deformació de l'acer bilinela, amb plasticitat perfecta a partir del límit de fluència.

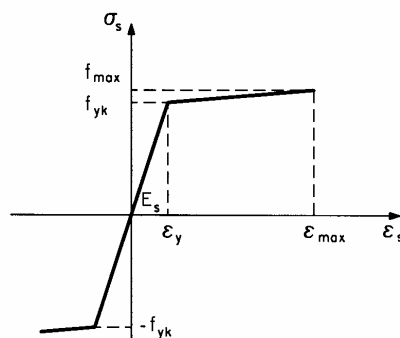


Figura 2.1. Diagrama tensió-deformació habitual de l'acer (Extreta de la EHE-99, [10])

Llei de tensió-deformació del formigó

Normalment s'accepta un diagrama tensió – deformació del formigó format per una branca paràbola i un segment rectilini de plasticitat perfecta.

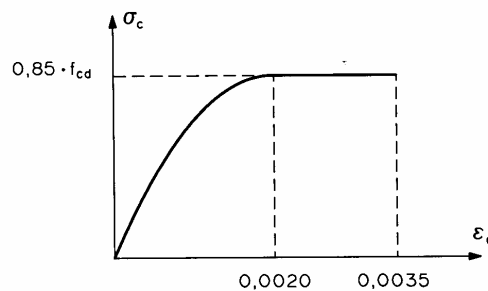


Figura 2.2. Diagrama paràbola-rectangle del formigó (extreta de la EHE-99, [10])

No se sol considerar la resistència a tracció del formigó ja que els esforços de tracció que absorbeix el formigó abans de fissurar-se són relativament petits i generalment tenen, a més, molt poc braç de palanca.

Per una simplificació dels càlculs és corrent substituir la distribució real de tensions que resultaria de l'aplicació del diagrama paràbola-rectangle per una distribució rectangular equivalent que té idèntica resultant al mateix punt d'aplicació, anomenada distribució de Whitney.

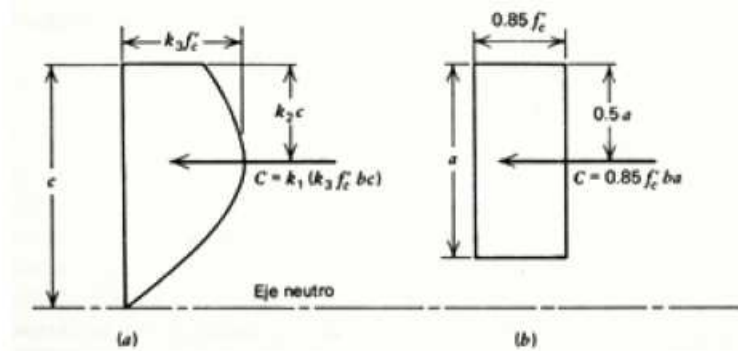


Figura 2.3. Distribució de tensions de compressió. (a) Real. (b) Rectangular equivalent (extreta de Park et al., [20])

2.1.2. Dominis de deformació

Segons les hipòtesis abans exposades, les seccions d'una peça sotmesa a un flexor es van deformant (sempre mantenint-se planes) fins que o bé la deformació del formigó o bé la de l'acer assoleix el seu valor límit. És interessant estudiar les deformacions de tota la secció quan això passa, ja que això definiria el comportament fràgil o dúctil de la ruptura.

Tradicionalment s'han distingit 5 dominis diferents de ruptura, apreciables en la figura 2.4. i comentats breument a continuació:

- Domini 1: l'acer de l'armadura longitudinal arriba a la seva deformació última per tracció, mentre que la resta de la secció també està sotmesa a tracció. És doncs una ruptura fruit d'una sol·licitació de tracció simple o composta i té un comportament dúctil ja que l'acer ha plastificat molt abans de la ruptura avisant amb deformacions elevades. A més, el formigó haurà també fissurat abans que això passi.
- Domini 2: l'acer de l'armadura longitudinal arriba a la seva deformació última per tracció, mentre que no tota la resta de la secció és sotmesa a tracció. Es tracta, doncs, d'una ruptura dúctil (l'acer de l'armadura de tracció plastifica i les deformacions de la peça augmenten abans del trencament) en una peça sotmesa a tracció simple o composta.
- Domini 3: quan el formigó arriba a la seva deformació última, l'armadura de tracció ja ha superat la seva deformació per fluència de manera que és una ruptura dúctil per flexió simple o composta.
- Domini 4: el formigó arriba a la seva deformació última abans que l'armadura de tracció (que en aquest cas està en tracció) plastifiqui. Es tracta doncs d'una ruptura fràgil, no hi ha deformacions exagerades que avisin del trencament imminent. En el disseny de peces per flexió simple o composta s'ha de procurar fugir d'aquest domini de ruptura.
- Domini 4a: domini corresponent a flexió composta en el que part de la secció està sotmesa a tracció però totes les armadures estan sotmeses a compressió. El formigó arriba a la seva deformació última sense que

s'hagin produït grans deformacions. Es tracta d'una ruptura fràgil que cal evitar.

- Domini 5: tota la secció està comprimida en el moment que es produeix l'esclafament del formigó. Es tracta d'una ruptura fràgil ja que cap material plastifica abans del trencament.

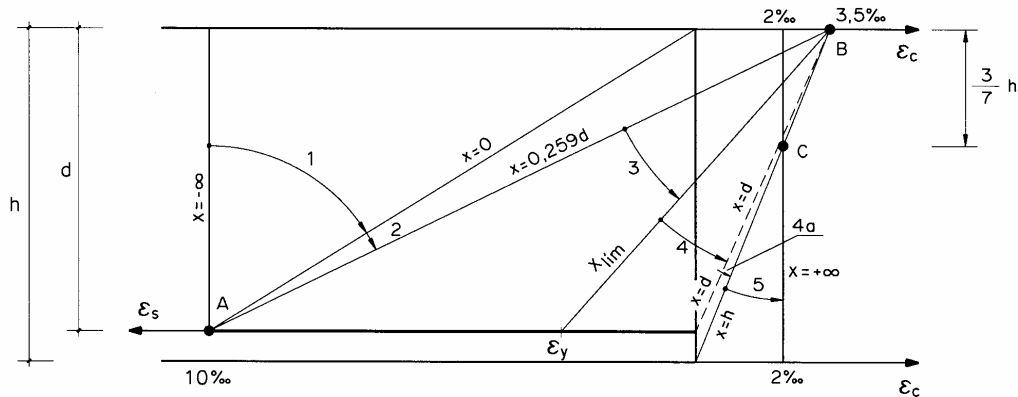


Figura 2.4. Dominis de ruptura (extreta de EHE-99, [10])

La línia divisòria que marca la diferència de comportament fràgil o dúctil és la corresponent a la que separa els dominis 3 i 4. La profunditat x de la fibra neutra en aquesta frontera és anomenada x_{lim} i el seu valor depèn òbviament del límit elàstic de l'acer. Per semblança de triangles es té que:

$$x_{lim} = \frac{d}{1 + \frac{\epsilon_y}{\epsilon_{c,lim}}} \quad (2.1)$$

profunditat que pren el valor de $0.617d$ per acers de 500 MPa i formigons amb $\epsilon_{c,lim} = 0.035$.

Tant en el dimensionament com en la comprovació de seccions sotmeses a flexocompressió se suposen sempre les armadures plastificades, considerant doncs una ruptura dúctil. En comprovació, després cal comprovar si el valor de x aconseguit és menor que x_{lim} , mentre que en dimensionament s'adopta directament aquest valor per la x i la quantitat d'armadura necessària s'intentarà minimitzar. Per fer-ho, és útil comparar el moment de càlcul amb el màxim moment que podria resistir la secció sense armadura de compressió (moment crític) i només absorbir l'excés d'aquest moment amb l'armadura de compressió. Per altra banda, l'armadura de tracció serà la mínima necessària per compensar les tensions de compressió de la secció.

2.2. Mecanisme de resistència a tallant

A diferència del comportament a flexió, el comportament a tallant és molt més complex. Per tant, tot i que el tallant apareix gairebé en tots els casos de càrrega, és un fenomen difícil de comprendre, i més ho és la seva interacció amb el flector malgrat quasi sempre actuïn a la vegada. Per altra banda, el fet que la fallada per tallant sigui generalment de comportament no dúctil fa necessari un estudi detallant del fenomen.

Una biga birecolzada, isòtropa i homogènia uniformement carregada adquireix un estat tensional àmpliament estudiat en la resistència dels materials continus si s'accepta el principi de Saint Venant. Les tensions es calculen mitjançant les conegudes fórmules.

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_z} \cdot z \quad (2.2)$$

$$\tau = \tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{Q \cdot m_y(z)}{I_y \cdot b(z)}$$

mentre que les tensions principals les podem calcular segons

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (2.3)$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

Aquest estat de tensions principals es pot representar gràficament per les línies isostàtiques de la figura 2.5. El sistema de tensions principals tenen una inclinació de 45° (i 135°) en les proximitats de l'eix neutre de la biga.

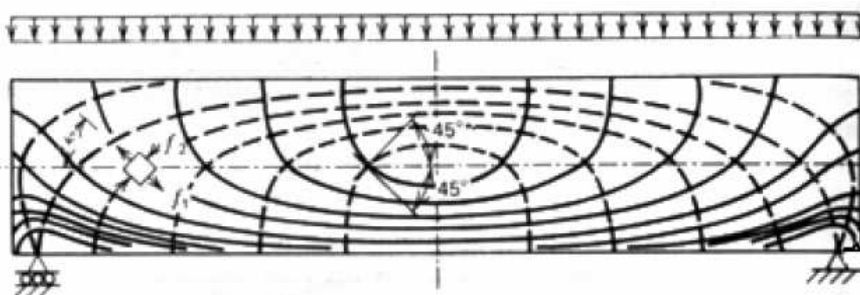


Figura 2.5. Isostàtiques en una biga birecolzada isòtropa i homogènia uniformement carregada (extreta de Park et al., [20])

En un primer nivell de càrrega, aquest comportament propi d'un continu isòtrop i homogeni és vàlid per una biga real de formigó en seccions prou allunyades

de les càrregues concentrades on no és vàlida l'aproximació de Saint Venant. En aquest primer estat, és possible calcular les tensions tal i com es fa en la biga idealitzada: equacions (2.2) i (2.3).

A mesura que s'incrementa la càrrega en la biga de formigó s'observa l'aparició de dos tipus de fissures: unes de verticals, perpendiculars a l'eix de la biga a la zona de flectors grans, que apareixen primer i són més abundants en la zona de moments negatius, i unes altres d'inclinades, normalment extensions a les de flexió (aproximadament a 45° a l'eix de la biga) on el tallant és important. Les fissures apareixen abans d'arribar als valors de càrrega corresponents als que comportarien traccions crítiques pel formigó en el cas de la biga idealitzada i, tot i que no coincideixen, segueixen a grans trets les línies isostàtiques.

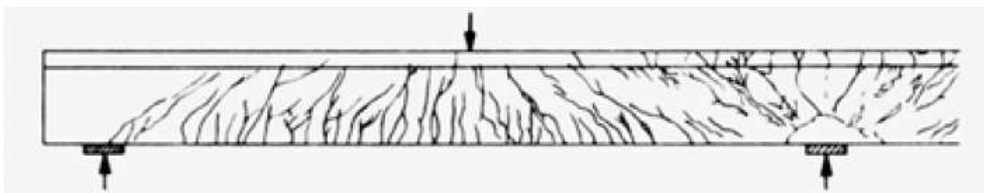


Figura 2.6. Fissures típiques (extreta de Leonhardt, [16])

Aquest altre nivell de càrrega, comporta un estat ben diferent al primer, ja que amb l'aparició de les fissures, l'esquema d'isostàtiques de la figura 2.5, deixa d'ésser vàlid i el mecanisme varia en funció de les característiques de la biga. Aquests mecanismes no treballen encara al límit, ja que a partir de l'aparició de fissures encara queda molta resistència per desenvolupar-se. Així, l'obertura de les fissures ha estat tradicionalment permesa per les normes de formigó en un estat de servei si no superen certs paràmetres d'obertura i curvatura. En efecte, els mecanismes de transmissió de tallant en una biga fissurada són:

- Tensions tangencials en la part no fissurada del formigó, que només pren relativa importància en bigues de gran cantell o en bigues esveltes comprimides axialment. En els altres, la profunditat sense fissures on es pot transmetre el tallant amb aquest mecanisme és petita.
- Tensions de fricció transmiseses mitjançant cohesió per l'entrellaçament que conserva el formigó al llarg de la fissura. Aquestes forces d'entrellaçament depenen, sobretot, de la rugositat, el gruix i els moviments de fissura, i de la resistència del formigó.
- Efecte passador, forces de dovella o esforç no axial de l'armadura longitudinal. Generalment té poca importància i no es té en compte, tot i que adquireix una importància relativa si existeix una gran quantitat d'armadura i aquesta és distribuïda en diverses capes.
- Efecte arc: formació d'una zona de compressió que uneix directament el punt d'aplicació d'una càrrega amb la reacció en un recolzament. És important en bigues de gran cantell.

- Tensions residuals de tracció en les fissures. En les fissures estretes, pot romandre algun pont de formigó encara capaç de transmetre traccions.
- Efecte gelosia o formació de bieles de compressió i tirants. És la forma de transmissió més representativa en bigues esveltes amb armadura de tallant.

Factors que determinen la resistència a tallant

Són molts els factors que influeixen en la capacitat resistent del tallant en una peça de formigó armat o pretensat. Entre els més importants, cal destacar:

- El tipus de càrrega (concentrada o uniforme) i la seva posició i forma d'aplicació.
- La secció, mida absoluta, esveltesa i tipologia estructural de la peça.
- La presència o no de forces axials: compressions augmenten la capacitat de resistir a tallant en reduir la inclinació de les fissures i les bieles de compressió mentre que les traccions axials disminueixen la resistència a tallant.
- L'armadura longitudinal: el tipus d'acer, la seva quantia i les seves característiques de deformabilitat i d'adherència, i el seu ancoratge.
- L'armadura transversal: el tipus d'acer, la seva quantia i les seves característiques de deformabilitat i d'adherència, el seu ancoratge, la separació de les barres i el tipus d'armadura transversal: estreps perpendiculars a l'armadura longitudinal o inclinats, barres contingudes en la secció o barres inclinades en una sola direcció o en gelosia.

2.2.1. Comportament en absència d'armadura de tallant

Les bigues sense armadura de tallant fallen quan es produeixen les fissures de tallant o just després. Per això la capacitat a tallant d'aquests elements es considera que és igual al tallant inicial de fissuració inclinada. Aquest valor està condicionat per cinc paràmetres, que corresponen als diferents mecanismes de transmissió de tallant en una biga sense armadura de tallant. Alguns d'aquests paràmetres es tenen en compte a les equacions de disseny, d'altres no, donat que la influència relativa de cadascun d'aquests factors sobre la resistència a tallant no està gaire clara i a més depèn del tipus de biga que s'analitza.

2.2.1.1. Mecanismes resistents a tallant

L'informe de l'ASCE-ACI Comité 426 EL 1973 va identificar els següents quatre mecanismes de resistència a tallant: tensions tangencials en el formigó no

fissurat, tallant transferit a la superfície de la fissura, conegut com engranatge d'àrids o tallant-fricció, l'efecte biga o resistència a la cisalla de l'armadura longitudinal i l'efecte arc. El 1998, l'informe d'ASCE Comité 445 va presentar un nou mecanisme conegut com tensions de tracció residuals transmeses directament a través de les fissures.

Tensions tangencials en el formigó no fissurat

Les tensions tangencials en el formigó no fissurat són les que es produeixen a la zona de compressió de la biga (cap de compressió). Aquest mecanisme resistent no és gaire important per a bigues esveltes sobre les quals no actua un esforç axil de compressió, ja que en aquest cas la profunditat de la zona de compressió és relativament petita. No obstant, un cop l'armadura longitudinal ha plastificat a les zones de màxim moment, gran part del tallant és resistit gràcies a aquest mecanisme. L'importància d'aquest mecanisme augmenta amb la presència d'esforç axil, com pot ser el degut al pretensat, i que provoca un augment de la zona de compressió.

El mecanisme de tallant-fricció

El tallant transmès a la superfície de la fissura està basat en l'engranatge dels àrids, que proporcionen resistència contra el lliscament al projectar-se més enllà de la fissura. Tot i així, com que les fissures parteixen l'àrid en els formigons lleugers i d'alta resistència, en els que segueix existint una certa capacitat per transmetre esforç tallant a través de la fissura, el terme fricció és més apropiat que el d'engranament. Els quatre paràmetres bàsics que influeixen en el tallant-fricció són la tensió tangencial a la superfície de la fissura, la tensió normal, l'ample de fissura i el lliscament de la fissura. Walraven (1981) va dur a terme nombrosos experiments i va desenvolupar un model que considerava la probabilitat de que els àrids, idealitzats com esferes, s'estenguessin més enllà de la superfície de la fissura (figura 2.7).

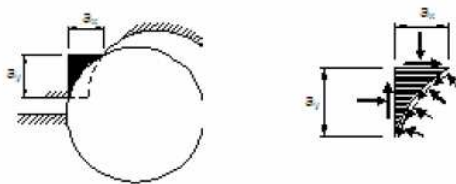


Figura 2.7: Model de Walraven tallant-fricció

Al produir-se lliscament, la matriu es deforma plàsticament en la superfície de contacte amb l'àrid. Les tensions a les zones de contacte són una pressió constant σ_p i un tallant també constant $\mu\sigma_p$. La geometria de la superfície de la fissura es descriu de forma estadística en termes del contingut d'àrids de la dosificació i la probabilitat de que els àrids s'estenguin més enllà de la superfície de la fissura.

Efecte biga i efecte arc

En bigues sense armadura de tallant, el plantejament de l'equilibri intern de la peça (vegeu figura 2.8) ens permet arribar a l'expressió:

$$M = T \cdot z \quad (2.4)$$

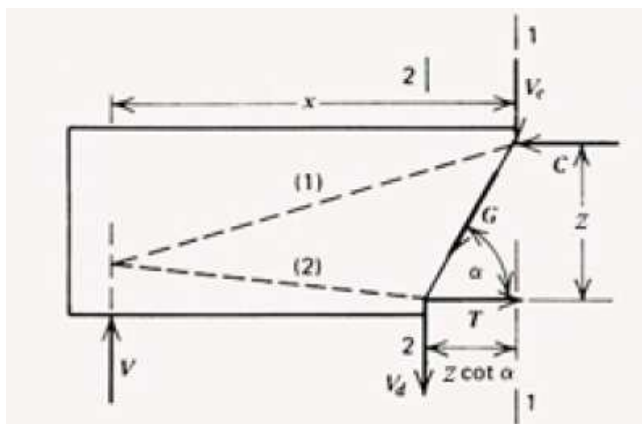


Figura 2.8. Plantejament de l'equilibri intern en una peça sense armadura de tallant (extreta de Park et al., [20])

Tenint en compte la relació $V = dM / dx$ i derivant el producte de (2.4) s'obté l'expressió

$$V = z \frac{dT}{dx} + T \frac{dz}{dx} \quad (2.5)$$

L'expressió (2.5) ens informa del dos mecanismes de tallant d'una biga sense armadura transversal, corresponents als dos sumands de l'expressió.

El primer sumand, fa referència al mecanisme conegut com *efecte biga*, propi d'una peça vertaderament prismàtica i fissurada, tal i com mostra la figura 2.9, amb la formació de blocs que actuen com a mode de voladissos però que encara són capaços de transmetre forces tangencials transmeses mitjançant cohesió per l'entrellaçament. A la figura s'observa com la component vertical és compensada per la projecció d'aquestes forces tangencials al llarg de la fissura i el tallant a la zona comprimida. Per altra banda, el moment és equilibrat per la variació de la tensió al llarg de la barra longitudinal, fenomen possible gràcies a l'adherència entre formigó i acer. Al voladís també hi actuen, si es produeix un lliscament entre les cares de la fissura, forces de dovella, però tradicionalment no es tenen en compte ja que tenen un efecte poc significatiu. Les regions de les peces on el tallant és resistit principalment per aquest efecte biga són les anomenades zones B, i en elles es compleixen bé les hipòtesis de Navier-Bernoulli (vegeu apartat 2.1.1).

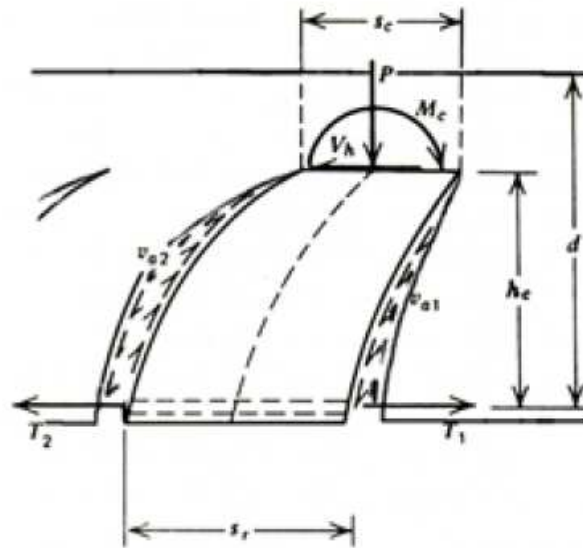


Figura 2.9. Voladissos de formigó (adaptada de Park et al., [20])

El segon sumand de l'expressió (2.5) en canvi, és el corresponent al mecanisme anomenat *efecte arc*, més propi de les bigues de gran cantell i zones properes (anomenades D o de discontinuïtat) a forces concentrades aplicades o canvis bruscs de secció. La característica principal del mecanisme és la formació d'una zona de compressió (on no hi apareixen fissures) (figura 2.10). Aquesta reacció pot ser absorbida pels reforços longitudinals en recolzaments simples si estan convenientment ancorats. La fallada pot arribar, principalment per l'esgotament a tensió normal del formigó comprimit en la línia d'empenta, i en aquestes tensions depenen directament del cantell de la peça. Cal remarcar que aquest comportament només pot existir si la càrrega s'aplica a la zona comprimida de la peça.

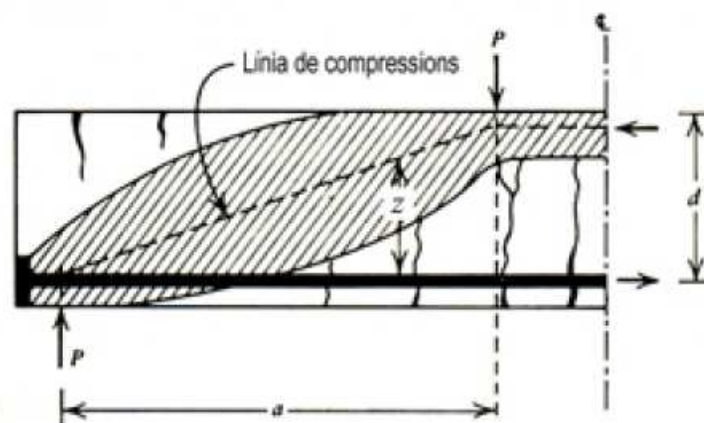


Figura 2.10. Mecanisme d'efecte arc (extreta de Park et al., [20])

Les tensions de tracció residuals

L'explicació bàsica de les tensions de tracció residuals entre fissures és que quan el formigó fissura es formen petits ponts de formigó entre les superfícies que continuen transmeten tensions de tracció fins que s'arriba a una certa amplada de fissura. Així doncs estem parlant d'una certa resistència residual que existeix en el formigó un cop fissurat. L'aplicació de models de mecànica de fractura es basa en la premissa de que les traccions residuals són el principal mecanisme resistent davant l'esforç tallant.

2.2.1.2. Paràmetres influents en la resistència a tallant

En el cas de bigues sense armadura de tallant, històricament s'ha donat importància a quatre paràmetres per la resistència a tallant.

En primer lloc, cal destacar la importància en valor absolut del cantell efectiu d . Com major és el cantell major és l'obertura de les fissures, mentre que els elements que conformen l'agregat de formigó no varien de mida (és el que es coneix com efecte mida).

El comportament de bigues birecolzades amb una sola càrrega concentrada aplicada a una distància a del recolzament (llum a tallant) depèn molt del quocient a/d . Experimentalment es distingeixen els següents tipus de biga (Park et al., [20])

- a) Bigues de gran cantell ($a/d < 2.5$): l'efecte predominant és el d'arc. Se'n distingeixen dos tipus:
 - i) Bigues molt curtes ($a/d < 1$): es desenvolupa des del primer moment una zona de compressió que uneix directament el punt d'aplicació de la càrrega amb els recolzaments. L'armadura longitudinal contraresta les components horitzontals treballant a tracció. El col·lapse més corrent és el lliscament a l'ancoratge 'aquesta armadura, però també pot sonar-se l'esclafament del formigó de la zona de compressió.
 - ii) Bigues curtes ($1 < a/d < 2.5$): en una primera fase apareixen fissures inclinades i després es forma la zona de compressió típica de l'efecte arc. El col·lapse en aquest tipus de biga pot ser degut a l'excés de compressió del formigó, a un lliscament de les armadures longitudinals o bé a una falla de l'efecte dovella al llarg de tota l'armadura longitudinal.
- b) Bigues esveltes ($a/d > 2.5$): l'efecte predominant és el de biga. Se'n distingeixen dos tipus:
 - i) Bigues esveltes: en aquest tipus de biga, es desenvolupa l'efecte biga fins que arriba a la falla del mateix mecanisme.

- ii) Bigues molt esveltes ($a/d > 6$): en aquestes bigues també es desenvolupa l'efecte biga, però la resistència a tallant és superior a la de flexió, de manera que sempre fallen per flexió.

Per al cas de bigues sotmeses a càrregues repartides, la llum a tallant segueix sent de gran importància, ja que és el paràmetre que controla més amb quin mecanisme es transmetrà el tallant. Tanmateix, la mesura d'aquesta distància no és gens clara per a càrregues no concentrades, de manera que se sol ometre en l'estudi d'aquest tipus de sol·licitació.

El tercer factor que cal tenir en compte és la resistència del formigó. Tradicionalment s'ha acceptat que a major resistència a compressió del formigó, és tallant pot ésser resistit per la biga, i experimentalment s'ha vist que aquesta relació és aproximadament lineal per a formigons convencionals en bigues amb cantells comuns. Aquesta relació deixa de ser lineal (i fins i tot s'inverteix) per a resistències característiques a partir de 50 MPa en cantells per exemple de 900 mm (Cladera [9])

Finalment, l'últim factor que tradicionalment s'ha considerat més important en aquest tipus de bigues és la quantia d'armadura longitudinal, i experimentalment s'ha vist que per a valors normals de la quantia, la capacitat de resistir tallants augmenta segons la quantia elevada a 1/3, ja que l'armadura de flexió redueix l'obertura de fissures, augmentant la capacitat de transmissió de tallant per entrellaçament.

2.2.1.3. Càlcul de la resistència a tallant

En vista de la gran diferència de comportament a tallant entre zones D, on principalment s'observa un efecte arc, i les zones B, on predomina l'efecte biga, tradicionalment s'han usat mètodes de càlcul de la resistència a tallant diferents per a cadascuna d'aquestes zones.

En les regions de tipus D, els mètodes de càlcul més usats han estat els models de bieles i tirants. Aquests models consisteixen en considerar el formigó armat com una estructura articulada de bieles comprimides i tirants en tracció. Les bieles de compressió solen considerar-se de formigó i uneixen directament els recolzaments amb les zones de càrrega. Els tirants són el reflex del comportament de les armadures i equilibren les forces actants. A partir de l'anàlisi mitjançant el model de bieles i tirants distingim tres tipus de fallada: esclafament de les bieles de compressió del formigó, plastificació dels tirants (armadures) i lliscada de les armadures per falta d'ancoratge.

En les zones B, el problema dels estats límits últims en peces sense armadura a tallant ha estat tradicionalment tractat mitjançant formulació empírica o semiempírica tot i que han existit models teòrics prou satisfactoris, com els evolucionats de Kani o els models de camp de compressions. Els primers, anomenats models de dents, consideren que el formigó situat entre fissures adjacents actua com un voladís encastat a la zona de compressió de la peça i sotmès a un tallant que es transmet per entrellaçament a través de la fissura

(figura 2.9). Els darrers, foren ideats per explicar el comportament de peces amb armadura de tallant (explicats a l'apartat 2.2.2.2) però es poden adaptar a bigues sense armadura transversal. Tot i tenir bases ben diferents, aquests dos models presenten resultats similars.

Pel que fa a les fórmules empíriques, una de les més usades arreu del món per la seva senzillesa és la següent,

$$\frac{V_c}{b_0 \cdot d} = \frac{\sqrt{f_c}}{6} \quad (2.6)$$

on cal introduir el tallant últim V_C en N, la resistència a compressió f_c en MPa i les mesures del cantell útil d i ample b_0 de l'ànima, en mm. Cal dir que l'arrel quadrada de la resistència a compressió ha estat tradicionalment considerada per l'ACI com una aproximació (conservadora) a la resistència a tracció.

També han estat molt usades les fórmules semiempíriques provinents dels treballs de Zsutty entre 1968 i 1971. Les fórmules, força més complexes que l'anterior, tenen en compte la resistència a tracció del formigó, mesurada indirectament pel terme $(f_{ck}^{1/3})$ (f_{ck} i resultat en MPa); l'efecte mida, mitjançant el terme ξ ; i la presència d'armadura longitudinal, amb la quantia geomètrica d'armadura longitudinal en tracció ρ_l . Opcionalment també es pot incloure un terme efecte arc – efecte biga, que depèn de la llum a tallant a_s (distància entre el recolzament i el punt d'aplicació de la càrrega); aquesta distància és complicada d'obtenir en bigues amb càrrega distribuïda, i és per això que sovint s'acaba obviant tot el factor que la conté. També pot ser interessant incloure un terme (que no es considerava en les primeres formulacions) que avalua la presència benèfica d'una possible compressió axial $-\sigma'_{cd}$. La fórmula (en la seva versió més completa) és:

$$\frac{V_c}{b_0 \cdot d} = \frac{0.15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot \left(\frac{3d}{a_s} \right)^{1/3} \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0.15 \cdot \sigma'_{cd} \quad (2.7)$$

$$\text{amb } \xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad (d \text{ en mm})$$

on γ_c és un factor de seguretat ajustat implícitament que se sol considerar de valor 1.25 (per això sovint el $0.15/\gamma_c$ apareix com a 0.12 directament). Aquesta és la fórmula suggerida pel Codi Model CEB-FIB de 1990 (CM-90).

La fórmula (2.7) presenta un molt bon ajust experimental quan hi ha una quantia raonable d'armadura longitudinal en tracció ρ_l . De fet aquest és el punt més polèmic de la fórmula: l'excés d'importància que té ρ_l per a valors baixos d'aquesta. En efecte, en absència d'axial de compressió els elements sense armadura longitudinal perden tota resistència a tallant i la fórmula arriba a l'absurd en elements en tracció amb ρ_l petita o nul·la.

El 1993, en elements sense armadura de tallant sotmeses a tallant i a gran compressió, Gupta i Collins van detectar ruptures fràgils no previstes per (2.7) en el moment de la fissuració diagonal. Cal doncs anar en compte amb aquests tipus d'elements.

Finalment també és important la formula semiempírica proposada per Gastebled i May el 2001 [14] elaborada a partir d'un model de mecànica de fractura, considerant que V_c és assolit quan una fissura horitzontal es comença a propagar a l'altura de l'armadura longitudinal:

$$\frac{V_c}{b_0 \cdot d} = 0.15 \cdot \frac{37.41}{\sqrt{d}} \cdot \left(\frac{3d}{a_s} \right)^{1/3} \cdot (100 \cdot \rho_l)^{1/6} \cdot (1 - \sqrt{\rho_l})^{2/3} \cdot f_c^{0.35} \quad (2.8)$$

Els resultats de (2.7) i (2.8) són molt semblants, però la segona dóna més importància a l'efecte mida.

2.2.2. Comportament amb armadura de tallant

El principal objectiu de l'armadura de tallant és assegurar que es desenvolupi totalment la resistència a flexió abans que es produeixi la ruptura a tallant. Abans de que es produeixi la fissuració inclinada, la deformació dels estreps és igual a la del formigó, pel que la tensió als estreps és petita, és a dir, l'armadura de tallant no serveix per prevenir la fissuració a tallant, ja que només treballen un cop el formigó s'ha fissurat.

Forces internes que actuen en una biga amb armadura de tallant

Les forces internes que es transmeten en una biga amb reforç a tallant són bàsicament les mateixes que en una biga sense armat transversal, la única nova força que apareix és la vertical dels estreps.

A la figura següent poden observar-se les forces internes que actuen en una biga amb estreps, un cop s'ha format una fissura inclinada.

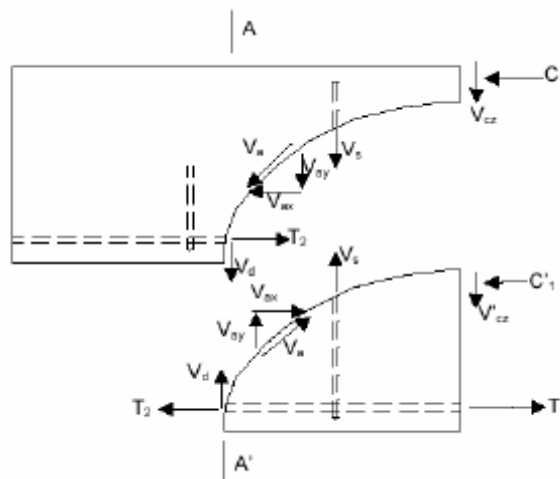


Figura 2.11. Forces internes en una biga amb armadura de tallant (MacGregor 1998)

Als termes corresponents al tallant V_{cz} (tallant transmès al cap comprimit), V_{ay} (tallant transmès a través de l'engranament dels àrids) i V_d (component deguda a l'efecte passador) s'afegeix V_s (tallant transmès pels estreps).

2.2.2.1. Model de gelosia

Tradicionalment, l'estudi del comportament a tallant en bigues amb armadura de tallant s'ha realitzat mitjançant un model de gelosia desenvolupat per Ritter a finals del segle XIX i millorat posteriorment per Mörsh. Aquesta analogia consisteix en considerar el material formigó armat com una gelosia, sent les barres longitudinals els caps comprimits i traccionats de la gelosia, els estreps els muntants i els voladissos de formigó es converteixen en les bieles comprimides paral·leles a les fissures diagonals (figura 2.12). Les tensions en la gelosia del model es poden calcular plantejant l'equilibri intern de les peces, i el comportament previst pel model reflecteix prou bé la realitat, sobretot en el comportament d'acció de biga.

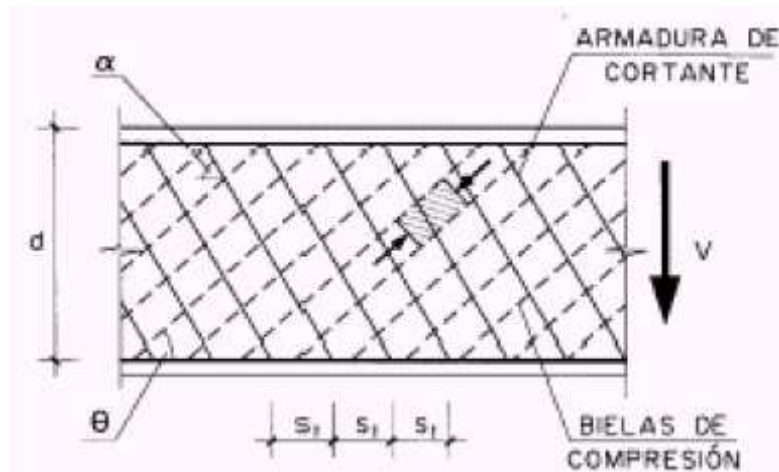


Figura 2.12. Bieles i tirants (extreta de la EHE-99, [10])

Plantejant l'equilibri intern d'una peça amb reforços de tallant situats a una distància s , treballant en gelosia i tallant-la sense intervenció de l'armadura de tallant (com en la figura 2.13) es veu que les úniques forces que hi actuen són, a part del tallant V aplicat, la resultant de les tensions f_2 del formigó (que treballa a compressió pura i homogènia segons les hipòtesis del model) i les tensions de tracció de les armadures longitudinals degudes al tallant. Sigui N_V la resultant d'aquestes tensions en l'acer i D la de les del formigó.

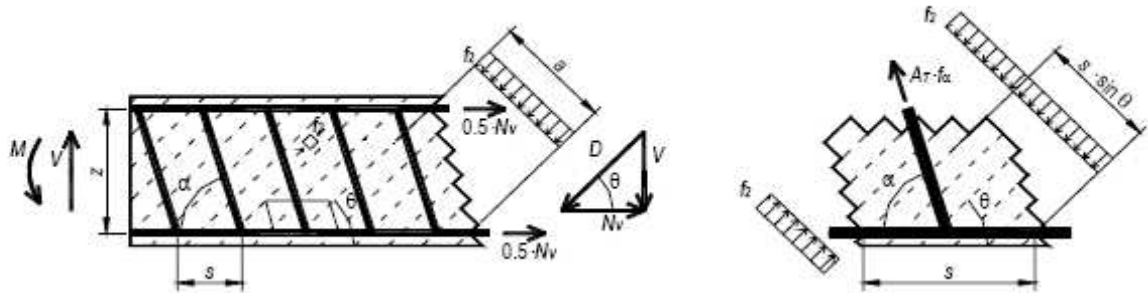


Figura 2.13. Equilibri de forces en un model de gelosia

És clar que la suma vectorial de D , N_V i V ha de ser nul·la, de manera que

$$\begin{aligned} N_V &= V \cdot \cot \theta \\ D &= V \cdot \csc \theta \end{aligned} \quad (2.10)$$

Mitjançant relacions trigonomètriques es veu que

$$a = z \cdot \frac{\sin(\theta + \alpha)}{\sin \alpha} = z \cdot \sin \theta \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \quad (2.11)$$

i per tant obtenim la relació

$$f_2 = \frac{D}{b \cdot a} = \frac{V}{b \cdot z \cdot \sin^2 \theta \cdot (\cot \alpha + \cot \theta)} \quad (2.12)$$

Per altra banda, si ens fixem en la figura s'ha vist on també hi actua l'armadura transversal amb una tensió f_α en una àrea A_t podem plantejar l'equilibri vertical de forces tenint en compte que part de les tensions f_2 es contraresten: $f_\alpha \cdot A_t \cdot \sin \alpha = f_2 \cdot s \cdot b \cdot \sin^2 \theta$. Reordenant i substituint f_2 de l'expressió (2.12) s'obté:

$$\frac{A_t \cdot f_\alpha}{s} = \frac{V}{z \cdot \sin \alpha \cdot (\cot \alpha + \cot \theta)} \quad (2.13)$$

Les expressions (2.10), (2.12) i (2.13) constitueixen un sistema de quatre equacions amb cinc incògnites: D , N_V , θ , f_α i f_2 . Tradicionalment aquest problema s'ha solucionat prenent el valor de 45° en formigó armat per a la inclinació θ de les fissures. Per a formigó pretensat sovint s'usen expressions extres per calcular θ en funció de l'axil i la resistència a tracció del formigó.

A partir de l'anàlisi del model de gelosia és possible identificar quatre tipus de ruptura:

Ruptura causada per esclafament del formigó

Com explica l'expressió (2.12), l'esforç tallant causa unes tensions de compressió diagonal a l'ànima, suportades per les anomenades bieles de compressió. En bigues d'ànima molt prima es pot produir esclafament del formigó. Aquest tipus de ruptura és especialment perillós ja que si les armadures no han plastificat prèviament, la peça no avisa amb deformacions de plastificació abans de trencar bruscament.

Òbviament, cal controlar aquestes tensions que apareixen a l'ànima de la biga, però cal tenir en compte que les bieles comprimides de formigó es veuen en realitat sotmeses a accions transversals que li causen els estreps. D'aquesta manera, la capacitat del formigó a compressió es veu reduïda de forma notòria. Aquest, és un fenomen força complex i la reducció depèn de molts factors com la distància entre armadura transversal, però en general, es pot suposar que la resistència a compressió del formigó de les bieles és entre un 50 i un 70 % la seva resistència característica.

Ruptura causada per plastificació de l'armadura traccionada

La component longitudinal de les tensions diagonals de compressió del formigó ha de ser contrarestada per una força de tracció a l'armadura longitudinal (N_V en la figura (2.14)). L'armadura longitudinal, però, ja estarà en tensió per resistir la llei de flectors que sempre apareix quan es té tallant, de manera que aquesta força apareixerà en forma d'increment de tensió. Aquest increment de tracció influeix doncs en la capacitat de resistència a flexió podent precipitar en algun cas la ruptura a flexió.

Ruptura causada per la plastificació de l'armadura transversal

Si les barres de l'armadura transversal cedeixen i entren en fluència, les fissures formades es comencen a obrir considerablement. A part de la no acceptació de l'excés d'obertura per motius estètics i psicològics, cal evitar un ample exagerat de fissura per evitar l'entrada d'aigua amb tots els ions corrosius que incorpora, i la pèrdua d'entrellaçament entre les dues cares de la fissura.

Si l'armadura transversal arriba a la tensió de ruptura, no es produeix necessàriament el col·lapse de la peça, ja que aquesta té altres mecanismes per resistir el tallant, i la presència d'aquesta armadura és fonamental per limitar l'obertura de fissures. A més cal remarcar que l'obertura de fissures comporta una major deformabilitat de la peça i, per tant, es parla de ruptura dúctil.

Finalment, és important destacar que l'armadura transversal no és efectiva si no travessa cap fissura inclinada. És per això que la majoria de normatives estableixen que la separació mínima entre barres transversals ha de garantir travessar alguna fissura, sovint prenent un angle d'inclinació θ de 45° i una extensió de les mateixes de mitja ànima inferior (això és mig cantell per a armadures transversals no inclinades).

Lliscament de les armadures

El tallant (i la variació del moment flector) fa créixer les tensions en l'armadura en tracció del recolzament al centre de llum. Aquest increment de tensió s'aconsegueix gràcies a les tensions d'adherència entre l'acer i el formigó. Si la tensió màxima d'adherència és inferior a la sol·licitació de l'armadura, es produeix lliscament d'aquesta i la ruptura brusca de la peça. Aquest tipus de ruptura produeix fissures que segueixen l'armadura de tracció de la biga, molt horitzontals vora els recolzaments i posteriorment s'inclinen convertint-se en les típiques fissures a 45° del formigó en tracció de l'ànima.

2.2.2.1.1. Inconvenients i limitacions de l'analogia de la gelosia

Els principals punts per tenir en compte en l'aplicació d'aquesta analogia són els següents:

- L'anàlisi de la gelosia suposa totes les bieles paral·leles, mentre que la inclinació de les fissures no és constant en tota la peça.
- Com ja s'ha comentat anteriorment, tradicionalment es pren el valor de 45° en formigó armat per a la inclinació de les fissures, però hi ha estudis que afirmen que un angle òptim està lleugerament per sota (cap als 38°, Park et al. [20]), i que el valor de 45° és massa conservador.
- La gelosia es considera d'unions articulades, fet que carrega les barres virtuals (tant les bieles com els tirants) només amb un axial, quan és evident que també haurien de tenir flexors i tallants. A més, les càrregues s'imposen a aquestes unions mentre que, en la realitat, les càrregues es distribueixen al llarg de totes les barres.
- En la gelosia anàloga es considera que els ancoratges de l'armadura transversal són satisfactoris. Cal assegurar, doncs, que les barres es dobleguin correctament al voltant de les barres longitudinals o bé s'estenguin més enllà. Aquest és un problema greu, ja que si algun grup de barres transversals cedeixen, les fissures que travessen es comencen a obrir sense l'impediment de les barres. S'anul·len així les tensions d'entrellaçament entre les dues cares de la fissura, una de les components més importants de resistència a tallant.
- No s'estudia la compatibilitat de deformacions entre l'acer i el formigó. Aquest fet impedeix recórrer el camí càrrega – deformació (cosa que si permetran altres mètodes, com la teoria del camp de compressions).
- No es té en compte l'efecte biga vist en l'apartat 2.2.1.1, mecanisme de resistència de tallant que faria resistir la biga en cas de no tenir armadura de tallant. Aquest mecanisme continua actuant en cas de tenir l'anomenada armadura. Per evitar aquesta discrepància amb la

realitat, és força comú suposar, a més de la contribució a la resistència de tallant mitjançant el model de gelosia, una altra contribució del formigó. Aquesta, se sol calcular de la mateixa manera que es calcula la resistència a tallant de la mateixa peça sense armadura de tallant.

2.2.2.2. Teories dels camps de compressió

A partir de la dècada de 1950 i arran d'una accidental ruptura fràgil a tallant, es van començar a desenvolupar les teories dels camps de compressió, una successió de teories basades en la teoria del camp de traccions, formulada per Wagner el 1929 per explicar el comportament de bigues metàl·liques armades sotmeses a tallant. Wagner va observar que després de l'abonyegament, l'ànima no podia resistir més compressions, de manera que el tallant al que estava sotmès la biga es transmetia mitjançant un camp de traccions diagonals. A més, va aplicar equacions de compatibilitat de deformacions entre l'ànima i els enrigidors, de manera que amb una relació tensodeformacional lligava totes les equacions i obtenia un problema ben plantejat si considerava coincidència entre direccions principals de tensió i deformació.

La hipòtesi fonamental de les teories dels camps de compressió és precisament aquesta última consideració: es considera el formigó com un material on les direccions principals de tensió i deformació coincideixen en tot moment, encara que canviïn al llarg de tot el procés de càrrega, mentre que el sistema de transferència de tallant mitjançant la gelosia encara perdura. En formigó, la idea xoca una mica més que en acer, per l'aparició de les fissures, però l'experimentació demostra que aquestes direccions són aproximadament paral·leles dins un rang de $\pm 10\%$. En el model de la gelosia no s'estudiava el camp de deformacions i per tant, tampoc calien les equacions constitutives del material. En les teories dels camps de compressions, la seva consideració serà del tot necessària.

D'aquesta manera va néixer la Teoria del Camp Diagonal de Compressions de la mà de Mitchell i Collins el 1974 per elements sotmesos a torsió pura. De l'extensió d'aquest model va néixer, el 1978, la Teoria del Camp de Compressions (o CFT, acrònim de l'anglès) per estudiar elements sotmesos a tallant. En ambdós models, així com també en el de gelosia, s'havia acceptat com a hipòtesi que el formigó no tenia cap mena de resistència a tracció i, per això, tots tres consideren l'estat tensional del formigó com a uniaxial de compressió.

El 1986, Collins i Vecchio publiquen la Teoria Modificada del Camp de Compressions (MCFT) (Vecchio i Collins [24]). La diferència entre MCFT i la CFT és que aquesta última suposa que després de la fissuració la tensió principal de tracció f_1 s'anul·la. La MCFT, en canvi, considera una tensió mitjana a tracció, paral·lela a la deformació principal a tracció, al llarg de tota l'ànima de la peça.

2.2.2.2.1. Inconvenients i limitacions de l'analogia de la MCFT

Pràcticament, els principals punts que cal tenir en compte en l'aplicació de la MCFT són els mateixos que en l'anàlisi amb el model de gelosia exposats a l'apartat 2.2.2.1.1. tret de les millores relacionades amb l'angle d'inclinació de les fissures (ara la incògnita del problema i tractada com a tal), la possibilitat de contemplar estats diferents per a diferents graus de càrrega, l'estudi del camp de deformacions.

Les crítiques mes publicades sobre l'ús d'aquesta teoria són en referència a la hipòtesi de direccions principals de tensió i deformació paral·leles i el tractament poc rigorós de les tensions d'acer (Hsu, [15]).

2.2.2.2.2. Noves teories de camp de compressions

D'ençà de l'aparició de la MCFT s'han reformulat unes quantes vegades la seva formulació, sobretot pel que fa a les relacions tensodeformacionals dels materials, tant del formigó com de l'acer. També s'han anat formulant moltes altres teories basades en hipòtesis molt semblants que intenten corregir alguna de les deficiències de l'apartat anterior. Cal destacar, per exemple, els models d'angle variable de Hsu, el model de Camp de Tensions Pertorbades (DSFM) del mateix Vecchio o les millores proposades per Hernández i Gil. Són, però, en general, models no tant populars, de desenvolupament més complicat i que no estan contemplades en les normatives.

2.2.2.3. Càlcul de la resistència a tallant

La majoria de les normatives adopten el model de la gelosia per calcular la resistència a tallant de peces amb armadura de tallant, però en general s'intenten evitar alguns dels inconvenients que es plantegen a l'apartat 2.2.2.1.1. Les discrepàncies més importants entre les normatives són les referents a la contribució del formigó per explicar l'efecte biga, que continua actuant en bigues amb armadura de tallant al mateix temps que el mecanisme de bieles i tirants de la gelosia, i l'adopció o no d'un angle θ d'inclinació de les fissures.

La contribució del formigó només s'hauria de considerar mentre l'armadura transversal no hagi cedit, garantint un bon entrellaçament entre les dues cares de la fissura. Pel que fa al seu càlcul existeixen dues estratègies. La primera és considerar que la contribució del formigó coincideix amb la resistència a tallant de la mateixa peça en absència d'armadura transversal. La segona consisteix en considerar-la lleugerament inferior, ja que les deformacions a les que es veurà sotmesa la peça amb armadura de tracció seran molt més elevades.

Tradicionalment, s'ha considerat que la contribució de la gelosia i del formigó es poden superposar. Aquesta suposició és bona per a valors d'inclinació de les bieles properes a 45°, però és totalment inacceptable per a valors propers a 30° (o 60°) on la contribució del formigó gairebé ni es nota.

2.3. Deformabilitat a tallant

Les deformacions provocades pel tallant poden ser apreciables en bigues curtes rectangulars i en bigues en T contínues.

2.3.1. Deformabilitat a tallant en elements no fissurats

Abans de que es produeixin les fissures a flexió o diagonals, es pot predir satisfactòriament el comportament d'una biga utilitzant els principis de l'elasticitat. És possible aproximar el mòdul de rigidesa (mòdul d'elasticitat a tallant) pel formigó a través de la relació:

$$G = \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \mu)} \quad (2.14)$$

en la que E_c és el mòdul de Young pel formigó i μ és el coeficient de Poisson, aproximadament igual a 0.16 a 0.30 per formigó de pes normal.

La rigidesa a tallant K'_v és la magnitud de la força a tallant que, quan s'aplica a una biga de longitud unitària, provoca desplaçament unitari de tallant d'un extrem de la biga relatiu a l'altre. L'àrea transversal de la biga, que normalment s'ha de considerar al determinar la rigidesa a tallant, és només l'àrea de l'ànima, $b_w d$.

Amb $G = 0.4E_c$, la rigidesa a tallant d'una biga no fissurada de longitud unitària serà

$$K'_v = \frac{0.4E_c b_w d}{f} \quad (2.15)$$

El factor f té en compte la distribució no uniforme dels esforços tallants. Per seccions rectangulars es pot prendre el valor 1.2 i per seccions en T i doble T la unitat.

2.3.2. Deformabilitat a tallant en elements fissurats

En les bigues sotmeses a grans tallants i que estan convenientment reforçades a l'ànima, s'esperen fissures diagonals durant les condicions de servei, i aquestes fissures poden augmentar considerablement la deformació per tallant de la biga.

És possible aproximar les distorsions per tallant que succeeixen a l'ànima de la majoria de les bigues de formigó reforçades convencionalment, utilitzant el model de l'analogia de la membrana presentada anteriorment. Si es considera tant l'angle de les bieles de compressió com el dels tirants de tracció de 45°, s'obté la relació:

$$K'_{v,45} = \frac{\rho_v}{1 + 4n\rho_v} E_s b_w d \tag{2.16}$$

en la que ρ_v és la quantia d'acer de l'ànima i $n = E_s/E_C$.

La similitud entre les equacions (2.15) i (2.16) és clara. Si aquestes dues relacions es comparen es pot veure que la rigidesa a tallant d'un element fissurat diagonalment representa del 10 al 30 % de la rigidesa a tallant d'un element no fissurat, depenent de la quantitat d'acer a l'ànima. Així és evident que la fissuració pot tenir un major efecte sobre la rigidesa a tallant que a flexió.

A la figura 2.14 es comparen les deflexions de quatre bigues. Totes les bigues transmeten la mateixa càrrega distribuïda uniformement i contenen el mateix reforç de flexió i a l'ànima, però tenen diferents amplituds d'ànima. La rigidesa a flexió de la biga en T d'ànima prima GT4 és una mica menor que la corresponent a la biga GT1 un cop ha fissurat a flexió. La diferència de les deflexions mostrada a la figura es deu, principalment, a les distorsions per tallant, que són més significatives al reduir l'àrea de l'ànima.

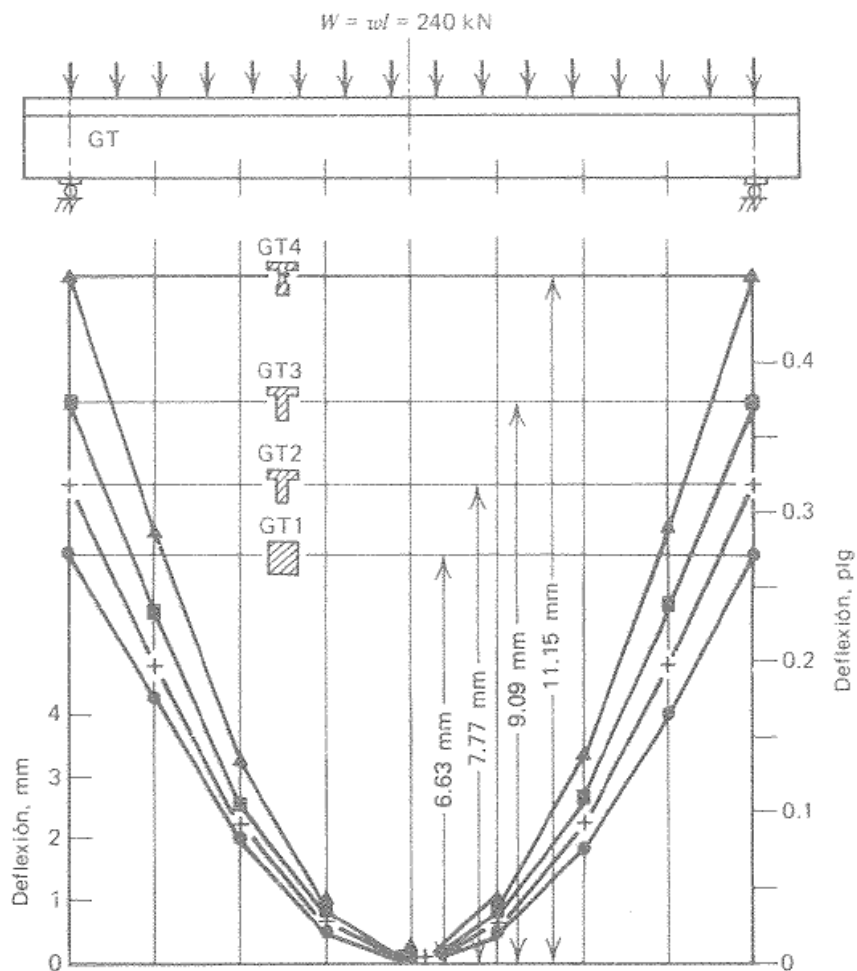


Figura 2.14. Deflexions observades sota la mateixa càrrega amb amplada variable d'ànima (extreta de Park et al.[20])

2.3.2.2. Estudis teòrics

A la literatura existeixen diversos estudis de casos teòrics sobre la deformabilitat a tallant en bigues de formigó armat fissurades. A continuació es presenta un d'aquests estudis, concretament extret de Bairán [1].

Es va estudiar la resposta d'una estructura simple, de secció rectangular, sotmesa a tallant i a moment flector simultàniament. Els resultats van posar en evidència la influència de la deformació a tallant a la deformació total de l'estructura.

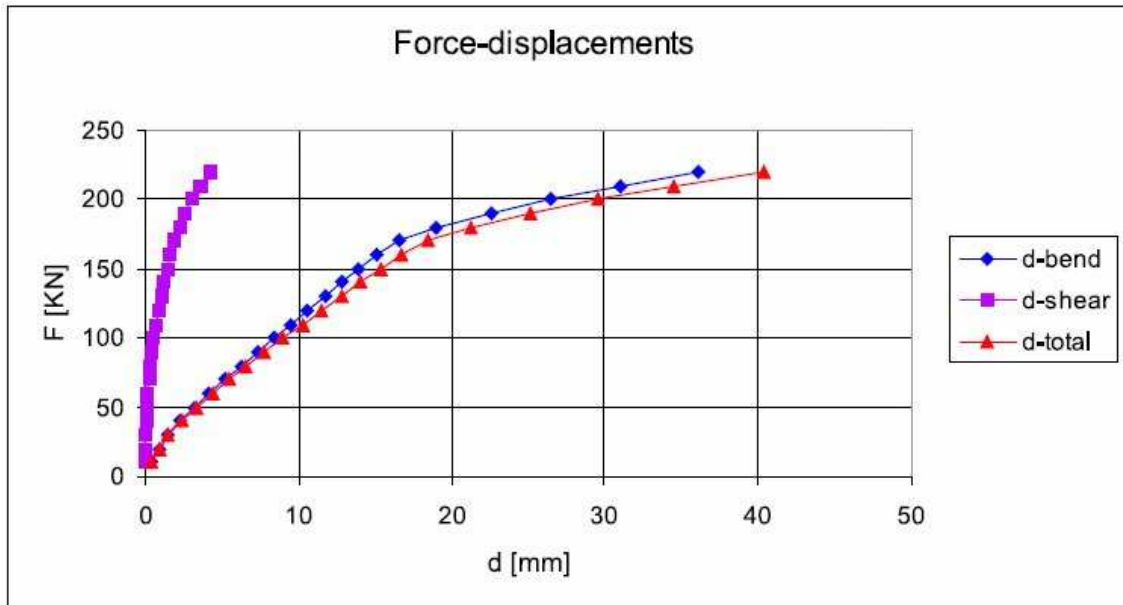


Figura 2.15. Diagrama força – desplaçament

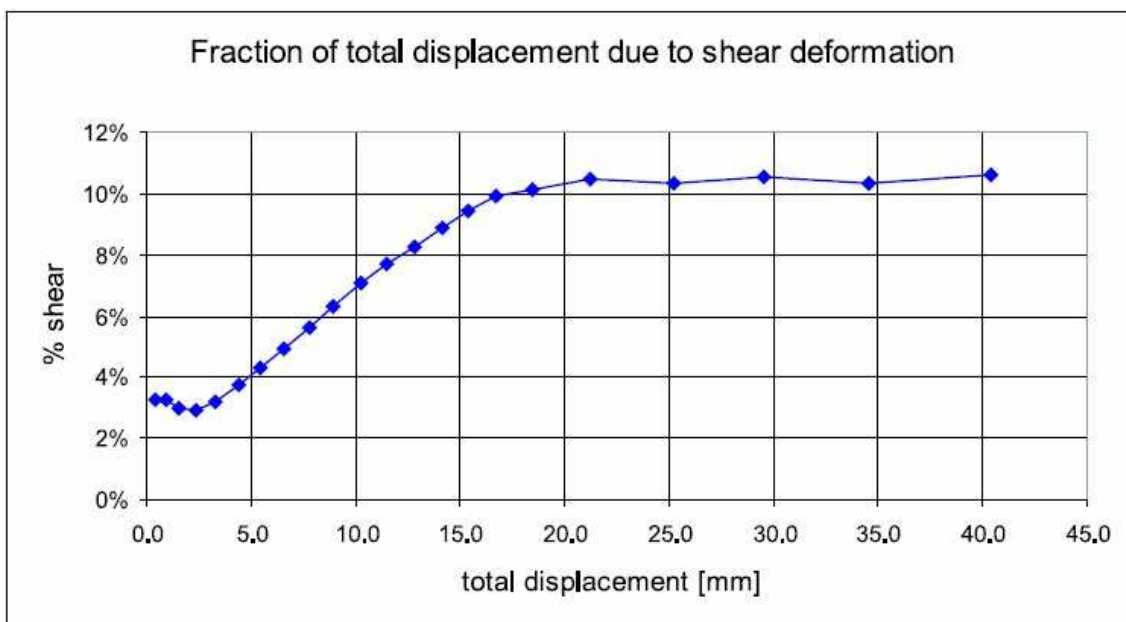


Figura 2.16. Contribució del tallant al desplaçament total

La figura 2.15 mostra la relació entre la càrrega i la deformació, identificant les degudes a la flexió, a tallant i les totals.

Normalment la formulació atribueix la no-linealitat al flector, despreciant així l'efecte del tallant. La gràfica 2.16 mostra que la suposició no és del tot precisa en zones sotmeses a forts tallant i moments coexistents.

Podem veure que durant les primeres càrregues la deformació a tallant és de l'ordre d'un 3% de la deformació total. Les primeres fissures són degudes al moment flector, d'aquesta manera la rigidesa a tallant es manté constant i la contribució d'aquest esforç a la deformació total és despreciable.

Si la ruptura es dona per tallant la situació canvia completament. La rigidesa a tallant es degrada més ràpidament, així com la de flexió i la contribució del tallant a la deformació total incrementa fins a nivells no despreciables (10%).

2.3.2.2. Assajos experimentals

Existeixen diferents assajos experimentals per tal de determinar la influència de la deformació a tallant en bigues de formigó armat fissurades. Aquí se'n presenten uns, explicats més àmpliament al Capítol 4.

L'assaig experimental es va dur a terme al Politecnico di Torino, dins un programa de tesis per obtenir el títol de Doctor del que era en aquell moment l'estudiant Maurizio Taliano [23] i sota la supervisió dels professors Pier Giorgio Debernardi i Alberto Carpinteri.

La determinació de la curvatura mitja i de la deformació mitjana a tallant va ser efectuada mitjançant la interpretació de mesures extensimètriques. El resultat va posar en evidència la influència de la deformació a tallant sobre el comportament no elàstic i la interacció de les sol·licitacions a flexió i axials.

2.4. Efectes del tallant en la capacitat de rotació plàstica

La forma de corba $M - \phi$ té influència important en la capacitat de deformació en el rang no-lineal d'un element barra. Considerem, doncs, una mènula com la que es mostra a la figura sotmesa a una càrrega lateral i amb una corba moment - curvatura com la que es mostra.

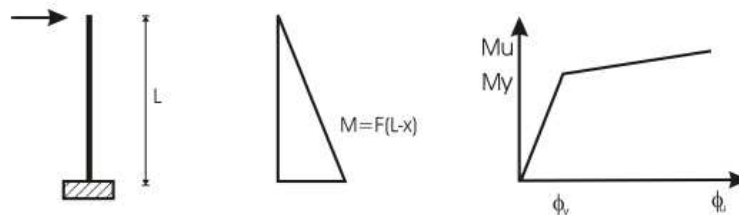


Figura 2.17. Mènula amb càrrega lateral (extreta de Bairan-Marí, [2])

La llei de moments flectors, en aquest cas, segueix una distribució lineal. Si es té en compte exclusivament el comportament moment curvatura calculat amb la hipòtesis que les figures són paral·leles al pla de la secció transversal, és a dir, tenint en compte que l'efecte del tallant és mínim, la distribució de curvatures al llarg de la barra és la que s'indica a la figura.

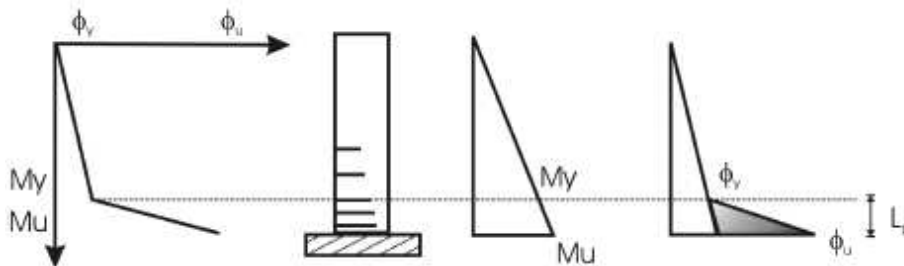


Figura 2.18. Distribució de flectors i curvatures sense efecte del tallant, (extreta de Bairan-Marí, [2])

En el moment de ruptura, el moment últim està localitzat a la secció de l'empotrament i a certa distància d'aquest existeix una secció que assoleix el moment de plastificació M_y . Més enllà d'aquesta secció la barra es comporta essencialment de forma elàstica, sigui amb secció fissurada o secció no-fissurada, i, en canvi, a la regió localitzada entre M_y i M_u l'acer està plastificat. La curvatura que apareix en aquesta zona, representada per la regió ombrejada a la figura, es coneix com curvatura plàstica.

$$\phi_p = \phi(x) - \frac{M(x)}{EI}, \text{ si } |\phi(x)| \geq \left| \frac{M(x)}{EI} \right| \tag{2.16}$$

$$\phi_p = 0, \text{ si } |\phi(x)| < \left| \frac{M(x)}{EI} \right|$$

La llei de curvatures seccionals presenta un pic en la zona de plastificació, indicant que allà les rotacions creixen més ràpidament que a la zona elàstica. Aquesta zona de plastificació tendeix a concentrar-se en una longitud finita, coneguda com longitud plàstica, que, per condicions d'equilibri, pren un valor teòric de:

$$L_p = \frac{M_u - M_y}{V} \tag{2.17}$$

Degut a que la zona plàstica en una barra tendeix a localitzar-se al voltant de les seccions crítiques, una forma de reproduir de forma simplificada la resposta conjunta de tota la regió plàstica és concentrant tota la rotació que experimenta aquesta zona mitjançant una ròtula que s'activa quan el moment en aquest punt assoleix el moment de plastificació. Aquest punt es coneix com ròtula plàstica.

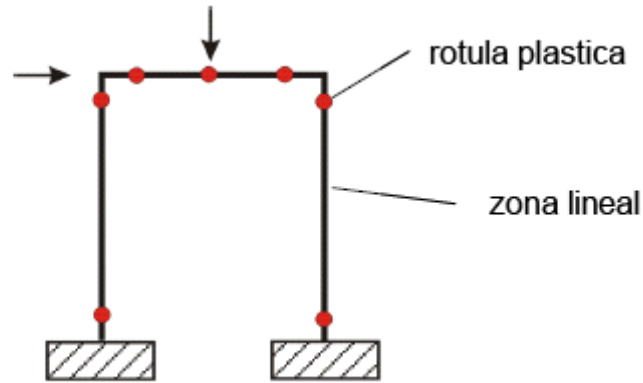


Figura 2.19. Model de ròtules plàstiques o inelasticitat concentrada (extreta de Bairan-Marí, [2])

La rotació total que té lloc a la ròtula plàstica és:

$$\theta_p = \int_{l_p} \phi(x) - \phi_y dx \quad (2.18)$$

D'una forma més pràctica se sol calcular la rotació plàstica tal i com s'indica a l'equació (2.19), ajustant el valor de L_p de forma apropiada.

$$\theta_p = (\phi_u - \phi_y) L_p \quad (2.19)$$

Tot i així, l'anàlisi anterior és un anàlisi simplificat i seria vàlid en regions amb esforços tallant petits. Quan l'esforç tallant té importància, és necessari tenir en compte la resposta a flexió de les seccions. Com es mostra a la figura 2.18 l'increment de tracció que pateix l'armadura longitudinal per la presència d'un patró de fissuració inclinada pot assimilar-se a un decalatge de la llei de traccions a l'armadura deguda exclusivament a l'esforç flector.

Aquesta analogia és utilitzada, normalment, pels codis tècnics, decalant la llei de moments, encara que simplement és un artifici de càlcul ja que la llei d'esforços flexors no pot variar, ja que ha de respectar unes condicions d'equilibri i compatibilitat de deformacions; qui varia és només la tracció a l'armadura.

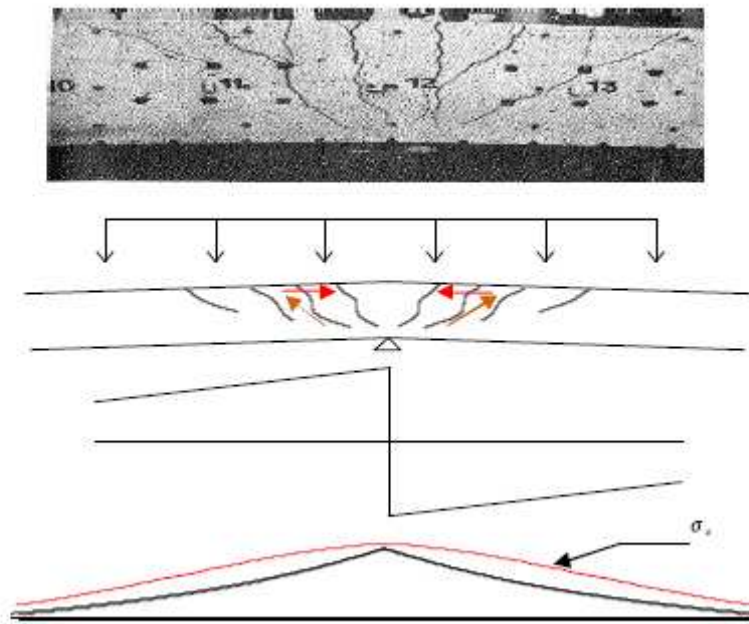


Figura 2.20. Decalatge de traccions a l'armadura longitudinal (extreta de Bairan-Marí, [2])

Aquest efecte produeix un augment de la longitud plastificada a la barra, com s'indica a la figura 2.22, la qual cosa es tradueix en una major capacitat de rotació plàstica a la regió sotmesa a tallant si es compara amb la resposta amb fissuració només per flexió i tallant concomitant. La longitud plàstica es pot calcular com indica l'equació (2.20) en la que e representa el decalatge de la llei de traccions. El decalatge e es calcula a partir de l'equació (2.21).

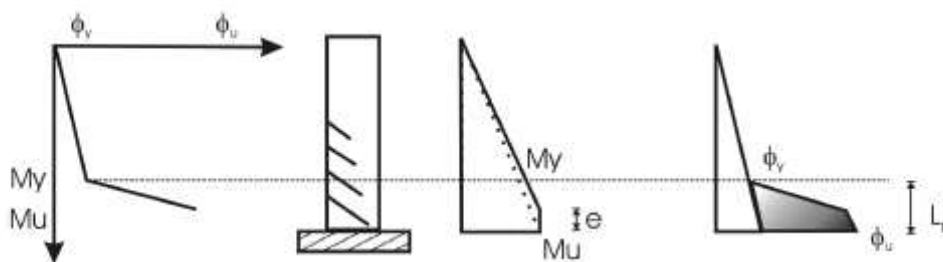


Figura 2.22. Distribució de flectors i curvatures amb efecte del tallant (extreta de Bairan-Marí, [2])

$$L_p = \frac{M_u - M_y}{V} + e \quad (2.20)$$

$$e = \frac{\Delta T}{V} z \quad (2.21)$$