

Índex:

A. Normativa Relacionada.....	3
B. Demostració Equacions.....	5
C. Gràfiques.....	11
D. Carta de responsabilitats d'Hexcel.....	17
E. Carta de cessió de drets d'imatge a Axon.....	19



A: Normativa Relacionada

A continuació hi ha els fragments de la normativa de la SAE que està relacionada amb la carrosseria i els aspectes aerodinàmics.

3. Requeriments i restriccions del vehicle

Els següents requeriments i restriccions es faran complir per la inspecció tècnica.

3.1. Requeriments de disseny generals

3.1.1. Cos i disseny

El cotxe ha de tenir les rodes destapades i el *cockpit* obert, al estilo fórmula.

No ha de tenir obertures a través de la carrosseria fins el compartiment del pilot, des de la part davantera del vehicle fins al roll bar del *main hoop* més les necessàries per la obertura del *cockpit*.

Les obertures mínimes al voltant dels components de la suspensió davantera estan permeses.

3.1.2. Distància entre eixos i configuració del vehicle

La distància entre eixos haurà de ser més gran o igual a 1525 mm.

3.1.3. Distància entre rodes

La distància menor (davantera o del darrera) ha de ser no menor al 75% de la major distància.

3.2.1 Distància a terra

La separació del terra ha de ser la mínima perquè cap component del cotxe, a excepció dels pneumàtics toqui el terra.

3.3.7 Carrosseria frontal

Les formes puntegudes en la carrosseria i altres components estan prohibits. Totes les cares puntegudes de la carrosseria que puguin impactar amb persones com per exemple el morro, han de tenir un radi de com a mínim 38 mm. Aquest radi mínim ha d'extendres como a mínim 45 graus en direcció davantera, a lo largo de la tapa, per els costats i per la part inferior de totes les puntes afectades.

3.7.1 Aerodinàmica i Efecte Terra

3.7.1.1 Localització

En la vista de planta cap apèndix aerodinàmica: alerons, difusors ... Poden ser més llargs de 460 mm respecte les rodes davanteres y las del darrera. Tampoc poden ser més amples que l'exterior de las llandes.

3.7.1.2 Requeriments de la Evacuació del Pilot

En el moment de la sortida del conductor del cockpit cap ala ha de moure's. Tampoc han de posar-se de tal manera que puguin bloquejar la sortida del pilot en cas d'accident.

3.7.1.4 Altres Limitacions de Radis de Vora

Qualsevol ala ha de tenir un gruix mínim 3mm de radi, és a dir un gruix mínim de 6 mm

3.7.1.5 Seguretat de les Vores de les Ales

Cap vora de radi agut por encloure's on es pugui incomplir la regla anterior. (generadors de vòrtex de vores fines, cantonades quadrades agudes de les plaques dels extrems..)

3.7.1.6 Aparells d'Efecte Terra – Prohibits

No està permès els dispositius que evacuen el aire de sota del vehicle a excepció dels ventiladors creats per refrigerar el motor.

B: Demostració Equacions

Equacions de NAVIER-STOKES

A partir de les diferents tensions que actuen sobre un element de fluid en un flux viscosés és possible determinar les equacions generals que governen el comportament del fluid. Aquestes equacions van ser formulades independentment durant la primera meitat del segle XIX per M. Navier i G. Stokes i són conegudes com les Equacions de Navier-Stokes.

Per a trobar les equacions, es suposa un element de fluid infinitesimal de massa fixada en moviment (massa de control) com el de la imatge inferior (Figura B1).

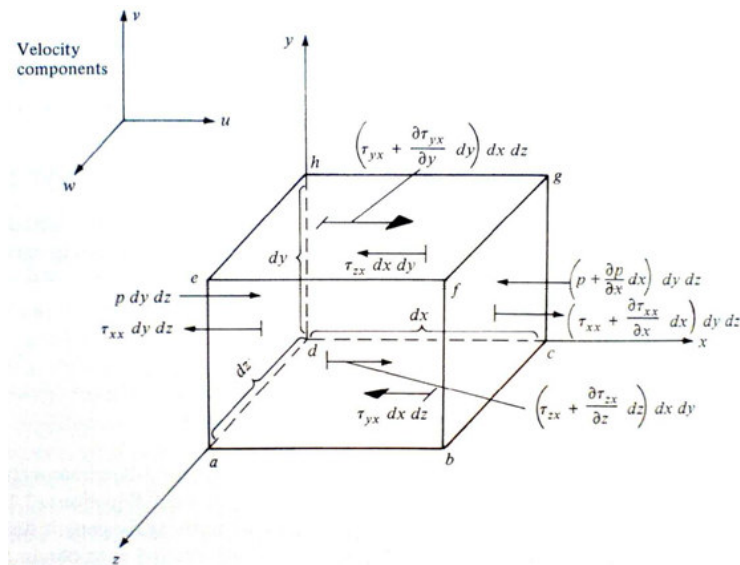


Figura B1 Element de fluid infinitesimal en moviment. Es mostren les forces en la direcció x.

Aleshores, s'aplica a aquest element la segona llei de Newton, que de moment només es considera per a l'eix x:

$$F_x = m a_x \tag{Equació B.1}$$

On F_x és la suma de totes les forces que actuen sobre l'element de fluid en la direcció x. Per a aquest cas, la força neta actuant sobre l'element és únicament deguda a la distribució de pressions i de tensions de cisalla sobre la superfície de l'element. Per exemple, a la cara $abcd$ la única força en la direcció x és la deguda a la tensió de cisalla τ_{yx} ; com les unitats de la tensió són força per unitat d'àrea, la força resultant és $\tau_{yx} dx dz$. D'altra banda, la cara $efgh$ es troba a una distància dy per sobre la cara $abcd$. Així, la força que hi actua ve donada per

$$\left(\tau_{yx} + \frac{\delta \tau_{yx}}{\delta y} dy \right) dx dz \tag{Equació B.2}$$

En la imatge (Figura B1) es pot observar que el sentit de les forces en les cares $abcd$ i $efgh$ és contrari. Aquests sentits venen donats per la convenció que estableix que les tres components de la velocitat u , v i w augmenten en el sentit positiu dels tres eixos. Així per exemple, u augmenta en el sentit positiu de l'eix y . Per aquest motiu, en la cara $efgh$ la velocitat just a sobre de la cara és major que la velocitat en la mateixa cara, i per tant l'element de fluid experimenta una força que tendeix a moure'l en el sentit positiu de l'eix x . Pel mateix raonament, la velocitat just a sota de la cara $abcd$ és més petita que en la cara i com a conseqüència l'element pateix una força de resistència al seu avanç. Les forces i sentits en les cares $abfe$ i $dcgh$ es poden obtenir seguint el mateix procediment.

Finalment, a la cara $adhe$ perpendicular a l'eix x les forces que hi actuen són la de la pressió $Pdydz$, que sempre actua cap a l'interior del fluid, i la de la tensió de cisalla $d\tau_{yz}xx$, que té sentit negatiu per la convenció descrita abans.

D'altra banda, en la cara $bcgf$ les forces que hi són presents venen donades per les expressions següents:

$$\left(P + \frac{\delta P}{\delta x} dx\right) dy dz \quad (\text{Equació B.3})$$

$$\left(\tau_{xx} + \frac{\delta \tau_{xx}}{\delta x} dx\right) dy dz \quad (\text{Equació B.4})$$

Així doncs, la força neta en la direcció x que actua sobre l'element de fluid ve donada per:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_x = & \left[P - \left(P + \frac{\delta P}{\delta x} dx \right) \right] dydz + \left[\left(\tau_{xx} + \frac{\delta \tau_{xx}}{\delta x} dx \right) - \delta \tau_{xx} \right] dydz + \left[\left(\tau_{yx} + \frac{\delta \tau_{yx}}{\delta y} dy \right) - \delta \tau_{yx} \right] dx dz + \\ & \left[\left(\tau_{zx} + \frac{\delta \tau_{zx}}{\delta z} dz \right) - \delta \tau_{zx} \right] dx dy = \left(-\frac{\delta P}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{yx}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zx}}{\delta z} \right) dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{Equació B.5})$$

Aquesta expressió representa la part esquerra de l'equació $F=ma$ plantejada inicialment. En quant a la part dreta, la massa s'obté de manera immediata tenint en compte que s'ha fixat la massa de l'element; el seu valor és densitat per volum o:

$$m = \rho dx dy dz \quad (\text{Equació B.6})$$

La component de l'acceleració en l'eix x és el ritme de canvi de u . Com estem seguint l'element de fluid a mesura que es mou, és a dir no estem fixes en un punt concret, la derivada que s'utilitza és la derivada tota enlloc de la parcial:

$$\mathbf{a}_x = \frac{Du}{Dt} \quad (\text{Equació B.7})$$

Utilitzant les 3 últimes expressions, obtenim:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\delta P}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta yx}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zx}}{\delta z} \quad (\text{Equació B.8})$$

Que és l'equació de la component x del moment per a un fluid viscos. Les equacions per a les components y i z s'obtenen de la mateixa forma.

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\delta P}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta yy}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zy}}{\delta z} \quad (\text{Equació B.9})$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\delta P}{\delta z} + \frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} + \frac{\delta yz}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{zz}}{\delta z} \quad (\text{Equació B.10})$$

Les equacions de (B.8) a (B.10) són les equacions de Navier-Stokes. Combinant aquestes equacions amb les expressions de les tensions de cisalla i normals causades per la viscositat s'obté:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (\text{Equació B.11})$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} (\lambda \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{Equació B.12})$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda \nabla \cdot \mathbf{V} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (\text{Equació B.13})$$

Aquestes tres expressions de (B.11) a (B.13) representen les equacions completes de Navier-Stokes per a un flux transitori, compressible, tridimensional i viscos. Per tal d'analitzar un flux incompressible i viscos, com és el cas en aquest projecte, les equacions anteriors i l'equació de continuïtat són suficients.

Equació de continuïtat

Pel contrari que amb les equacions de Navier-stokes, per a trobar l'equació de continuïtat s'utilitza un control de volum fix. Aquí el volum està fixat en l'espai i el flux es mou a través seu. La superfície S i el volum V són constants al llarg del temps mentre que la massa de fluid continguda en el volum pot canviar en funció del temps.

Es considera una àrea A orientada arbitràriament en un flux. Sigui A prou petita per tal que la velocitat del flux v sigui uniforme en tota l'àrea. Es considera ara l'aire que circula per A amb velocitat v. Després d'un instant de temps dt, l'aire s'ha desplaçat una distància vdt i ha

recorregut un volum igual a l'àrea per la distància. La quantitat de massa que continguda en aquest volum és:

(Equació B.14)

Aleshores, es defineix el flux de massa com la quantitat de massa que passa per l'àrea per unitat de temps:

(Equació B.15)

Com la massa no es crea ni es destrueix, la quantitat de flux que entra dins el volum de control que es mostra en la següent imatge (Figura B.2) ha de ser exactament igual a la quantitat que en surt.

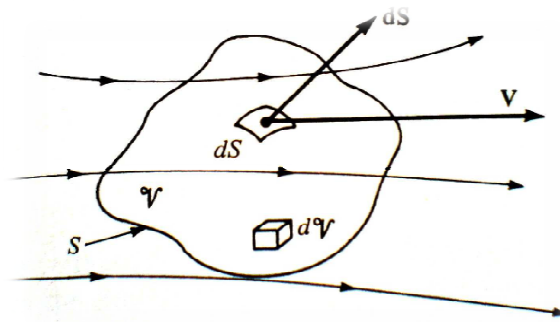


Figura B.2 Volum de control

En un punt de la superfície d'aquest volum, la velocitat del flux és v i el vector superfície d'àrea ve donat per dS . S'estableix dV com un element infinitesimal de volum dins el volum de control.

Pel principi de conservació de massa, es pot assegurar que el flux de massa net que surt per la superfície S ha de ésser igual al ritme de decreixement de la massa dins el volum de control V . Si apliquem l'expressió (B.2) al volum de control, s'obté:

(Equació B.16)

Per conveni, el vector dS sempre apunta cap a fora del volum de control. Per tant, quan v també tingui aquest sentit, com és el cas de la imatge anterior (Figura B.2), el producte $\rho v \cdot dS$ serà positiu. Com la velocitat v només apunta cap a fora del volum en les parts on el flux està sortint, $\rho v \cdot dS$ implica un flux de sortida. Pel contrari, quan el flux és d'entrada, el producte anterior és negatiu.

El flux de massa net que surt per tota la superfície S és el sumatori sobre S de cadascun dels fluxes de massa. La massa total que abandona el volum equival doncs a:

(Equació B.17)

D'altra banda, la massa continguda dins l'element dV és ρdV i per tant la massa total del volum de control és

$$\iiint_V \rho \cdot dV \quad (\text{Equació B.18})$$

Així doncs, el ritme de decreixement de massa dins el volum de control V és la variació amb el temps de la integral triple. Com és tracta d'un flux de sortida, i pel conveni establert abans, l'expressió és:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \cdot dV \quad (\text{Equació B.19})$$

Finalment, el flux de massa que surt per tota la superfície ha de ser igual al ritme de decreixement de la massa dins el volum de control. Combinant les equacions **(B.5)** i **(B.6)** s'obté:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \cdot dV + \iint_S \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (\text{Equació B.20})$$

L'equació **(A6.7)** és el resultat final d'aplicar el principi de conservació de massa a un volum de control fix en l'espai i s'anomena equació de continuïtat.

La expressió anterior dona la equació de continuïtat en forma integral. Aplicant una sèrie de raonaments matemàtics no es desenvolupen aquí, es pot obtenir la mateixa equació en forma de derivades parcials:

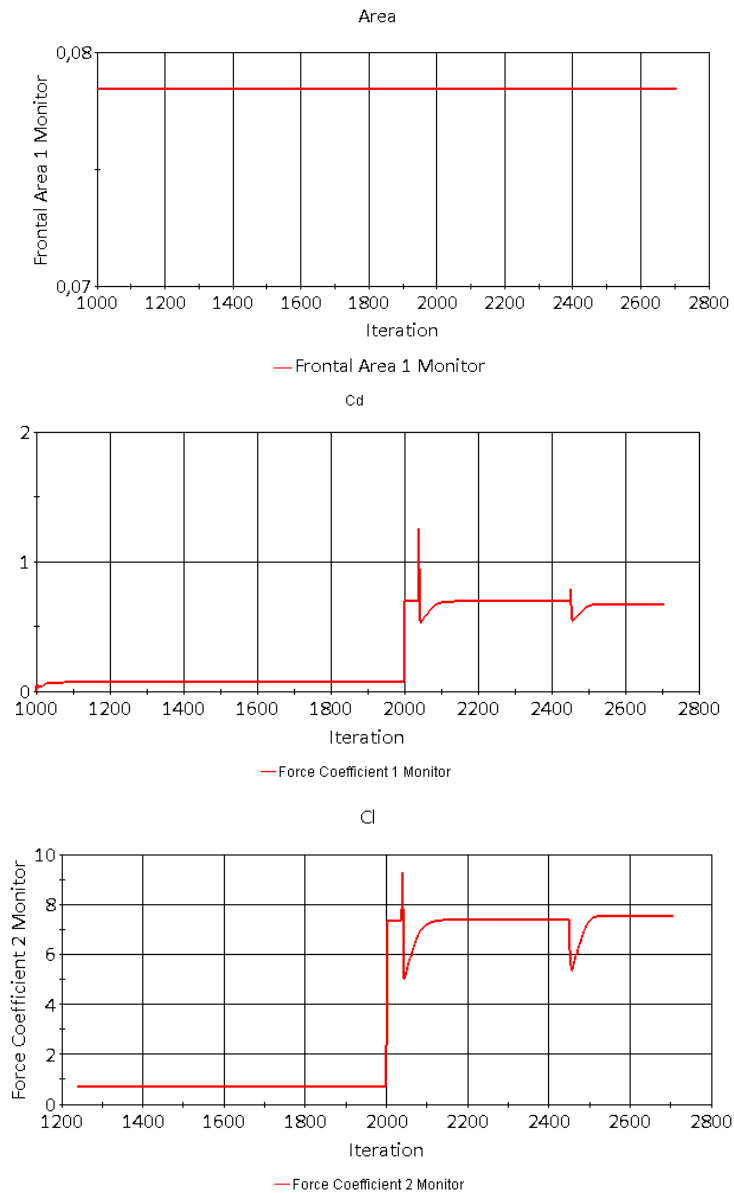
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \quad (\text{Equació B.21})$$

La principal diferència entre ambdós expressions és la següent. La forma integral relaciona els fenòmens aerodinàmics dins una regió finita de l'espai (el volum de control), sense tenir en consideració que està passant en un altre punt qualsevol del flux. En canvi, la forma en derivades parcials relaciona les variables del flux en un punt determinat.

C: Gràfiques

En aquest Annex apareixen totes les gràfiques que *STAR-CCM+* ha generat, després de moltes iteracions, ajudant-nos a obtenir els valors de l'àrea frontal, els coeficients c_d i c_l , així com les forces de *Lift* i *Drag*.

Es pot observar com cada certes iteracions sembla que hi hagi una discontinuïtat. Això és degut a un nou llançament del càlcul simulant una velocitat diferent.



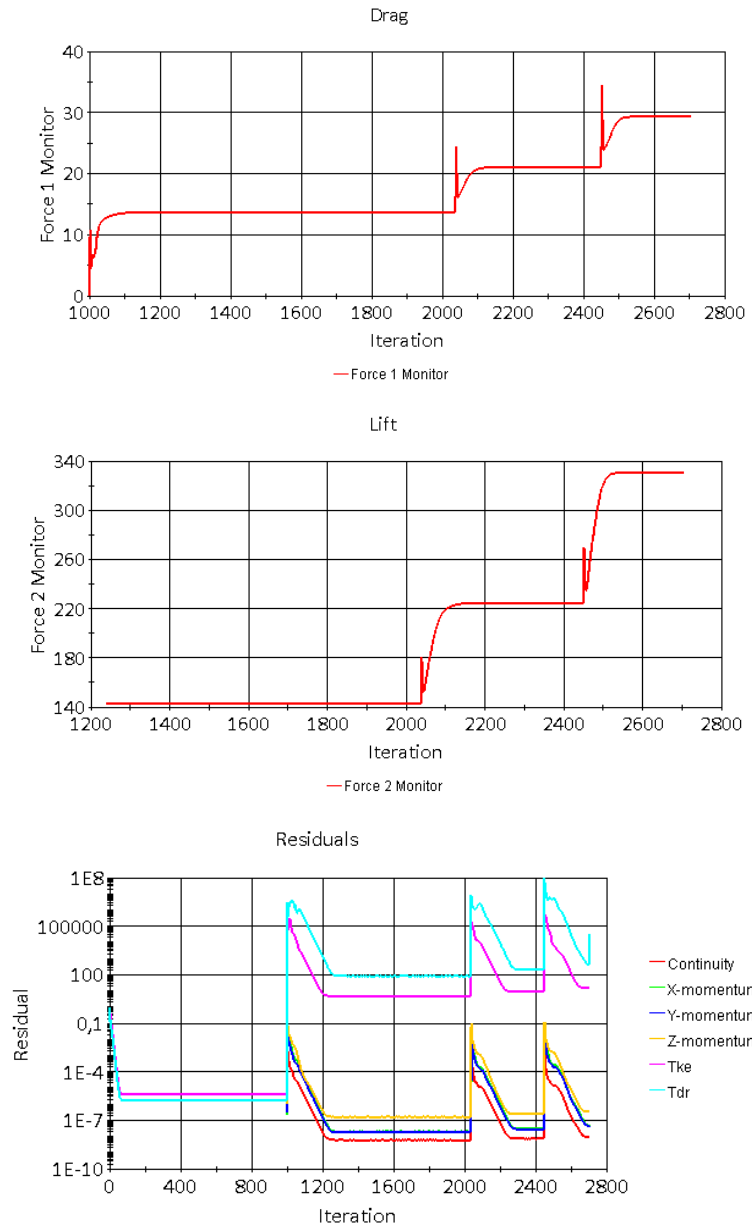
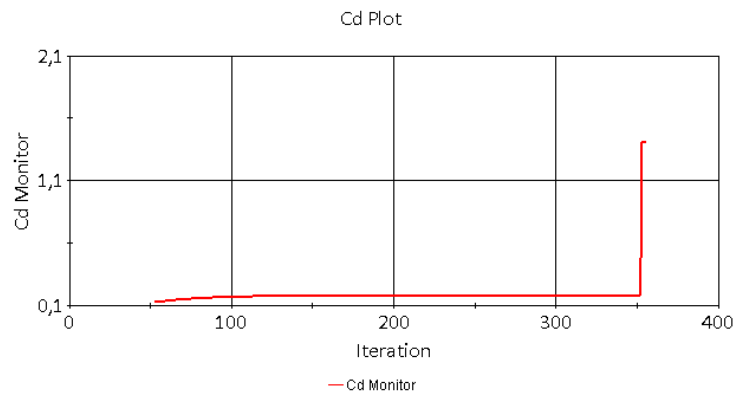
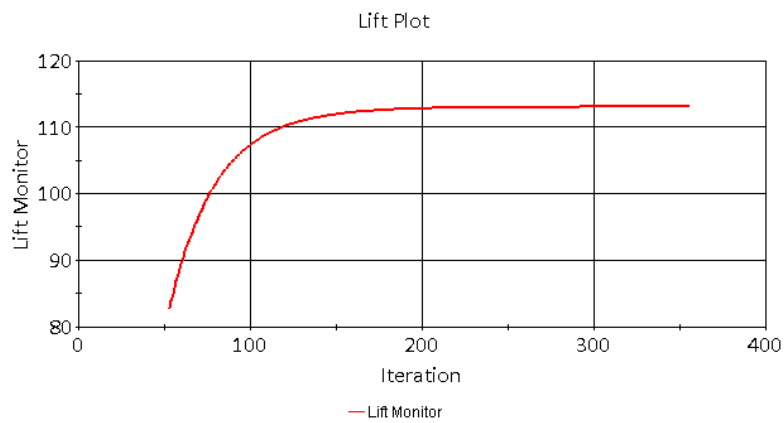
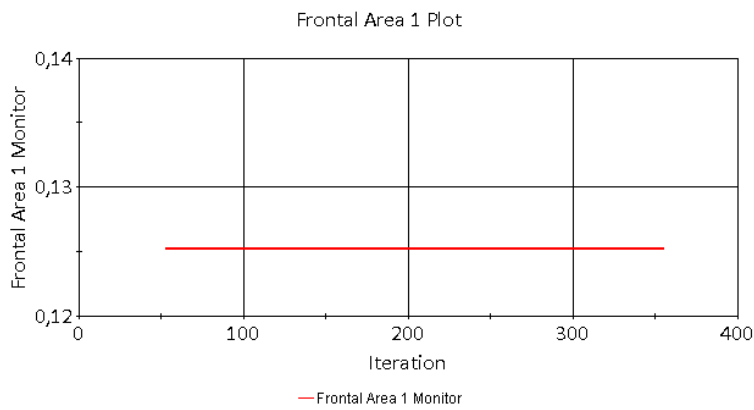
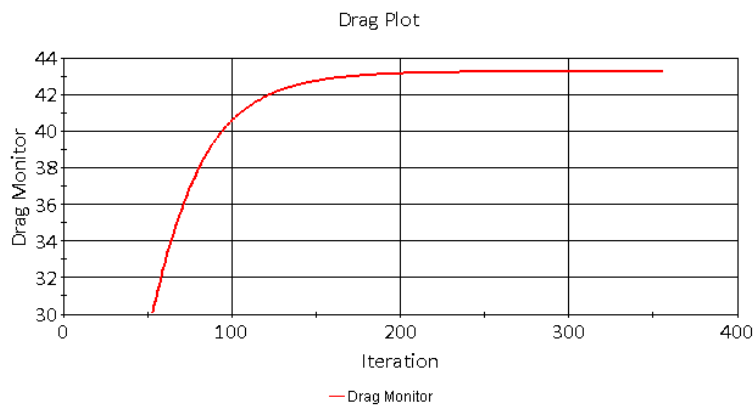
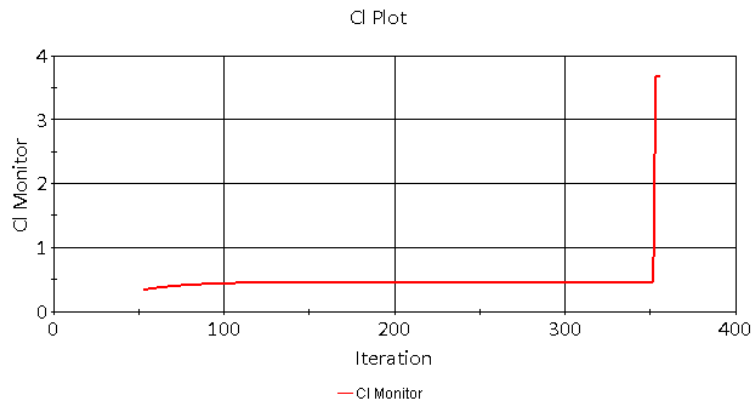


Figura C.1 Gràfiques referents al difusor on podem veure l'àrea frontal, els coeficients c_d i c_l , les forces de Drag i Lift, i el número d'iteracions, respectivament.





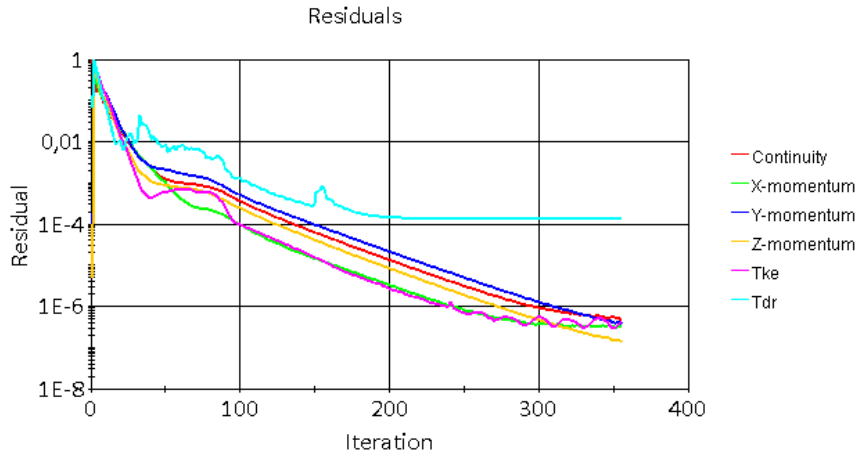
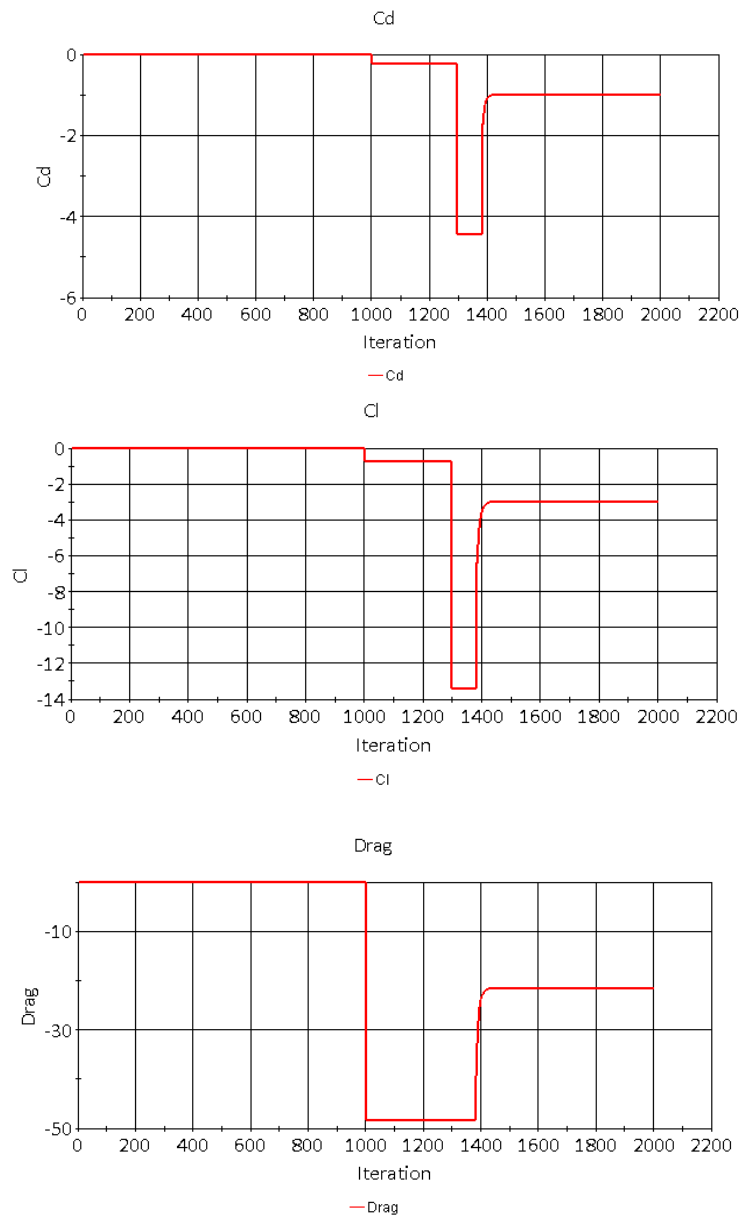


Figura C.2 Gràfiques referents a l'aleró davant on podem veure l'àrea frontal, els coeficients c_d i c_l , les forces de Drag i Lift, i el número d'iteracions, respectivament.



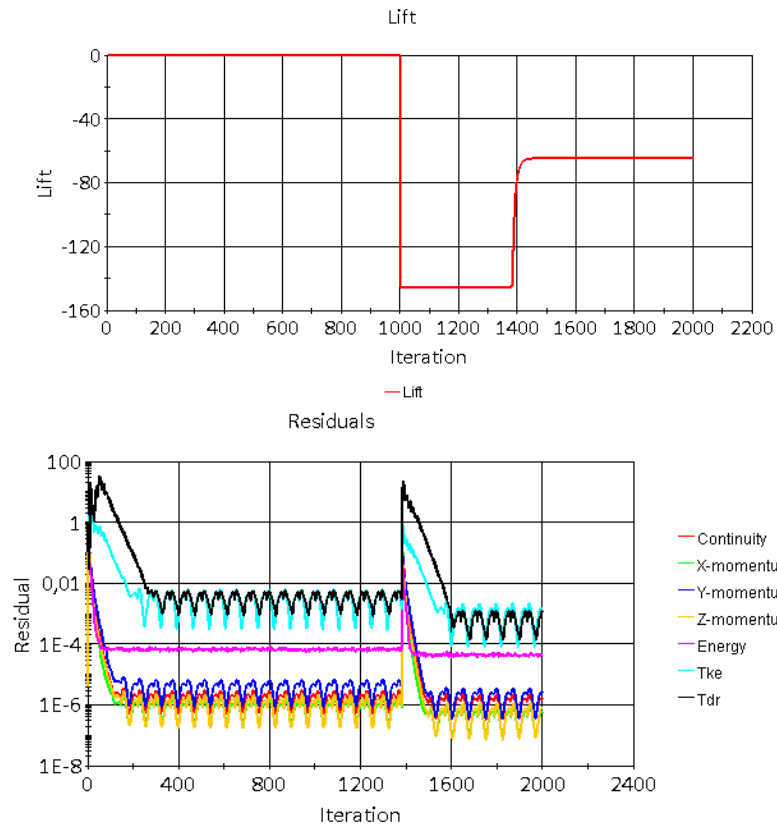
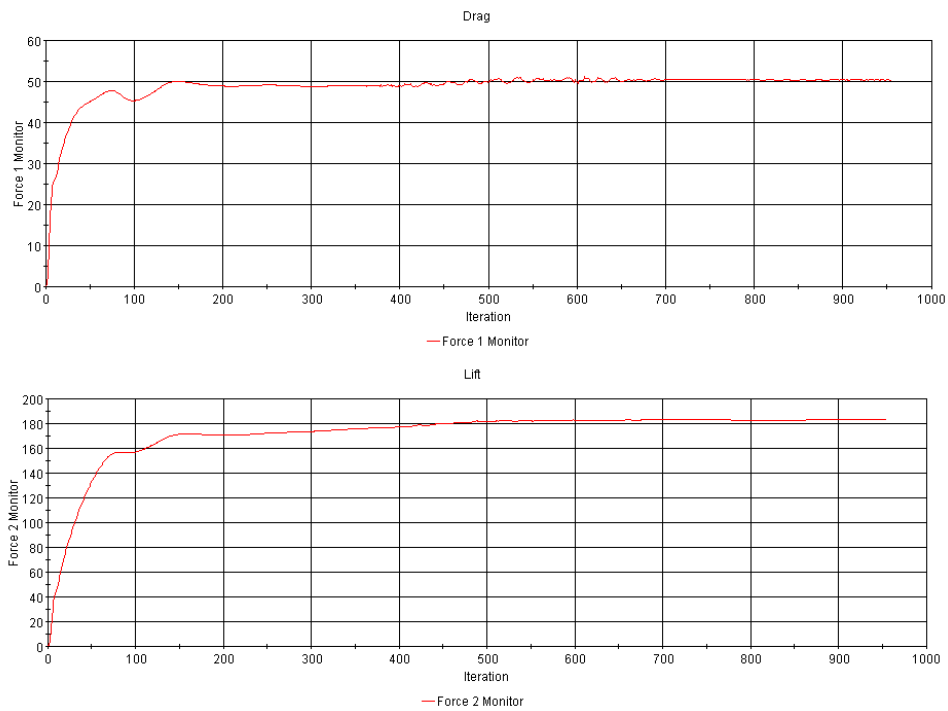


Figura C.31 Gràfiques referents a l'aleró CDG on podem veure l'àrea frontal, els coeficients c_d i c_l , les forces de Drag i Lift, i el número d'iteracions, respectivament.



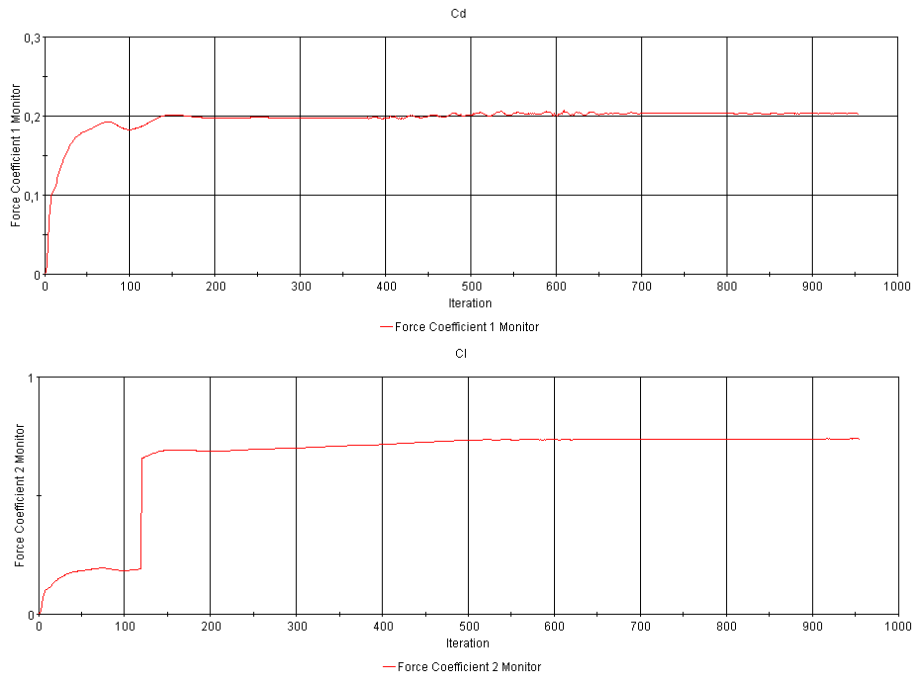


Figura C.4 Gràfiques referents a l'aleró del darrera convencional on podem veure l'àrea frontal, els coeficients c_d i c_l , les forces de *Drag* i *Lift*, i el número d'iteracions, respectivament.

D: Carta de responsabilitats d'Hexcel



Barcelona a 21 de Mayo de 2007

Por la presente, el equipo *Escuadra BCN*:

- Se declara plenamente consciente de la utilidad, condiciones de manipulación y las aplicaciones del material de fibra de carbono suministrado por HEXCEL Composites S.L.
- Declara conocer y aceptar las condiciones generales de compraventa que la compañía HEXCEL exige para sus productos y
- se compromete a destinar el material suministrado por HEXCEL Composites única y exclusivamente a la fabricación de uno o varios prototipos de vehículo de carreras destinados a competir en el Campeonato de Fòrmula Student.

Es por ello que Escuadra BCN:

- acepta completamente toda responsabilidad derivada del uso y manipulación de dicho material así como los posibles riesgos y consecuencias que ello pueda implicar para el propio equipo Escuadra BCN o para terceras personas, y
- se compromete a declinar cualquier posible reclamación a la compañía HEXCEL por las consecuencias que el uso y manipulación del material suministrado por ésta puedan acarrear.

Firmado (en representación del equipo Escuadra BCN):

Escuadra BCN

Jorge Paganetto

E: Carta de cessió de drets d'imatge a Axson



Desde el seno del equipo de Formula Student de Barcelona, Esquadra BCN, estamos muy agradecidos a la empresa Axson por la colaboración que en todo momento nos ha ofrecido en la fabricación de la carrocería del monoplaza.

Así mismo, tal y como pactamos, cedemos la imagen del equipo a la empresa para su libre divulgación.

Atentamente:

Jorge Paganetto