

5. PLANTEAMIENTO DEL MODELO ANÁLISIS-PLAZO

5.1. CONCEPTOS PREVIOS

Previamente a cualquier descripción se presentan aquí una serie de definiciones aclaratorias:

- **Simulación:** Es el proceso de diseñar y desarrollar un modelo computarizado de un sistema o proceso y conducir experimentos con este modelo con el propósito de entender el comportamiento del sistema o evaluar varias estrategias con las cuales se puede operar el sistema (Shannon Robert)
- **Modelo de simulación:** Conjunto de hipótesis acerca del funcionamiento del sistema expresado como relaciones matemáticas y/o lógicas entre los elementos del sistema.
- **Proceso de simulación:** Ejecución del modelo a través del tiempo en un ordenador para generar muestras representativas del comportamiento.
- **Simulación estadística o Monte Carlo:** Está basada en el muestreo sistemático de variables aleatorias.
- **Simulación continua:** Los estados del sistema cambian continuamente su valor. Estas simulaciones se modelan generalmente con ecuaciones diferenciales.
- **Simulación por eventos discretos:** Se define el modelo cuyo comportamiento varía en instantes del tiempo dados. Los momentos en los que se producen los cambios son los que se identifican como los eventos del sistema o simulación.
- **Simulación por autómatas celulares:** Se aplica a casos complejos, en los que se divide al comportamiento del sistema en subsistemas más pequeños denominadas células. El resultado de la simulación está dado por la interacción de las diversas células.

5.2. HISTORIA

El método fue llamado así por el principado de Mónaco por ser "la capital del juego de azar", al tomar una ruleta como un generador simple de números aleatorios. El nombre y el desarrollo sistemático de los métodos de Monte Carlo datan aproximadamente de 1944 con el desarrollo de la computadora. Sin embargo hay varias instancias (aisladas y no desarrolladas) en muchas ocasiones anteriores a 1944. El uso real de los métodos de Monte Carlo como una herramienta de investigación, proviene del trabajo de la bomba atómica durante la Segunda Guerra Mundial. Este trabajo involucraba la simulación directa de problemas probabilísticos de hidrodinámica concernientes a la difusión de neutrones aleatorios en material de fusión. Aún en la primera etapa de estas investigaciones, John von Neumann y Stanislaw Ulam refinaron esta curiosa "Ruleta rusa" y los métodos "de división". Sin embargo, el desarrollo sistemático de estas ideas tuvo que esperar el trabajo de Harris y Herman Kahn en 1948. Aproximadamente en el mismo año, Fermi, Metropolis y Ulam obtuvieron estimadores

para los valores característicos de la ecuación de Schrödinger para la captura de neutrones a nivel nuclear.

Alrededor de 1970, los desarrollos teóricos en complejidad computacional comienzan a proveer mayor precisión y relación para el empleo del método Monte Carlo. La teoría identifica una clase de problemas para los cuales el tiempo necesario para evaluar la solución exacta al problema crece con la clase, al menos exponencialmente con M . La cuestión a ser resuelta era si MC pudiese o no estimar la solución al problema de tipo intratable con una adecuación estadística acotada a una complejidad temporal polinomial en M . Karp(1985) muestra esta propiedad para estimar en una red plana multiterminal con arcos fallidos aleatorios. Dyer(1989) utiliza MC para estimar el volumen de un convex body en el espacio Euclidiano M -dimensional. Broder(1986), Jerrum y Sinclair (1988) establecen la propiedad para estimar la persistencia de una matriz o en forma equivalente, el número de matching perfectos en un grafo bipartito.

5.3. SIMULACIÓN DE MONTE CARLO

Los métodos de Monte Carlo abarcan una colección de técnicas que permiten obtener soluciones de problemas matemáticos o físicos por medio de pruebas aleatorias repetidas. En la práctica, las pruebas aleatorias se sustituyen por resultados de ciertos cálculos realizados con números aleatorios.

Bajo el nombre de *Método Monte Carlo* o *Simulación Monte Carlo* se agrupan una serie de procedimientos que analizan distribuciones de variables aleatorias usando simulación de números aleatorios. El Método de Monte Carlo da solución a una gran variedad de problemas matemáticos haciendo experimentos con muestreos estadísticos en una computadora. El método es aplicable a cualquier tipo de problema, ya sea estocástico o determinístico. Generalmente en estadística los modelos aleatorios se usan para simular fenómenos que poseen algún componente aleatorio. Pero en el método Monte Carlo, por otro lado, el objeto de la investigación es el objeto en sí mismo, un suceso aleatorio o pseudo-aleatorio se usa para estudiar el modelo. A veces la aplicación del método Monte Carlo se usa para analizar problemas que no tienen un componente aleatorio explícito; en estos casos un parámetro determinista del problema se expresa como una distribución aleatoria y se simula dicha distribución. Un ejemplo sería el famoso problema de las Agujas de Bufón. La simulación de Monte Carlo también fue creada para resolver integrales que no se pueden resolver por métodos analíticos, para solucionar estas integrales se usaron números aleatorios. Posteriormente se utilizó para cualquier esquema que emplee números aleatorios, usando variables aleatorias con distribuciones de probabilidad conocidas, el cual es usado para resolver ciertos problemas estocásticos y determinísticos.

Particularizando, la simulación de Monte Carlo ya ha sido utilizada anteriormente en estudios de obras subterráneas. El motivo radica en que, gracias a ella se pueden manejar gran número de variables desconocidas en expresiones que contienen sumas de productos como es el caso que nos ocupa y manejar la incertidumbre inherente en este campo de conocimiento.

Un valor aleatorio resultante de cada distribución asociada a cada variable es tomado y la función de cálculo global es calculada dando un resultado final. Se repite el proceso con un número suficientemente grande de iteraciones obteniendo una distribución de resultados finales que podemos asociar a una distribución normal. A medida que se

incrementa el número de iteraciones se mejora la representación de la distribución resultante, en especial en las colas de la distribución, donde las probabilidades son más pequeñas. A continuación se muestra una gráfica de salida típica de una simulación de Monte Carlo, antes de ordenarlos para pasarlo a una distribución normal, en que se puede ver que cada iteración da como resultado un punto que define plazo y coste.

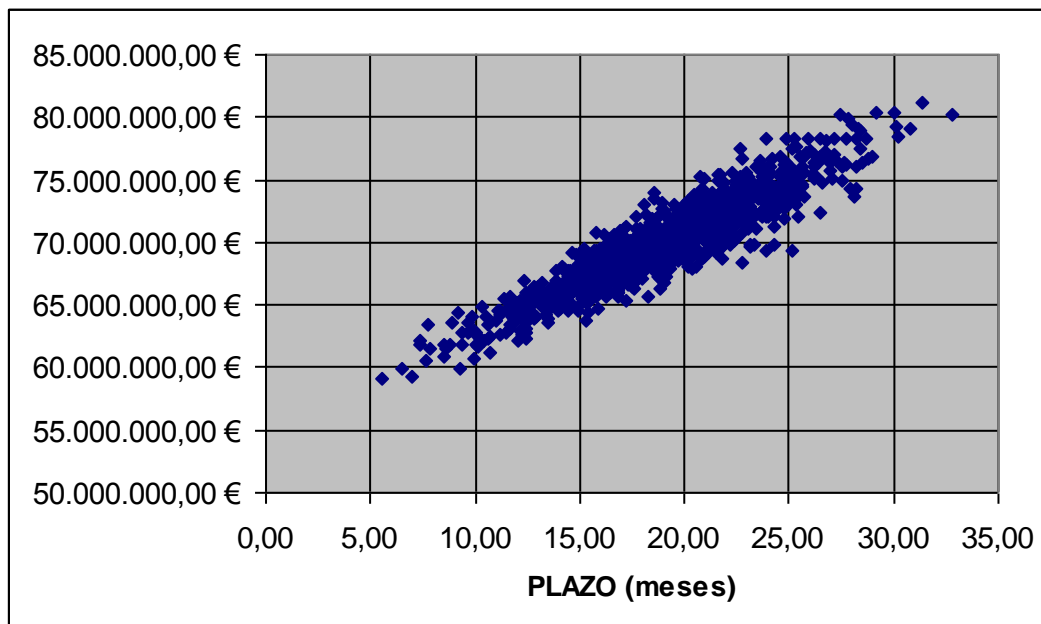


Fig. 26. Gráfico salida dispersión Coste-Plazo.

5.3.1. Etapas del proceso de simulación

Se detallan a continuación los pasos básicos a seguir en el proceso de creación de una simulación de Monte Carlo:

- Definición, descripción del problema. Plan.
- Formulación del modelo.
- Programación.
- Verificación y Validación del modelo.
- Diseño de experimentos y plan de iteraciones.
- Análisis de resultados

En cuanto a los números aleatorios deben tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

- Deben tener igual probabilidad de salir elegidos.
- No debe existir correlación serial
- Se generan por tablas (Rand 1955), o por dispositivos especiales: ruleta. En la Práctica se utilizan algoritmos y se generan números pseudo aleatorios.

Mientras que en lo referente a los números Pseudo aleatorios deberemos tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Sustituyen a los números aleatorios.
- Se generan por algoritmos o fórmulas.
- Se debe asegurar la existencia de secuencias largas y densas.

En particular, en el modelo que se plantea, para definir las variables que componen la simulación, se utilizarán distribuciones triangulares cuyos datos de entrada serán tres: Mínimo esperado (a), probable (b) y máximo esperado (c).

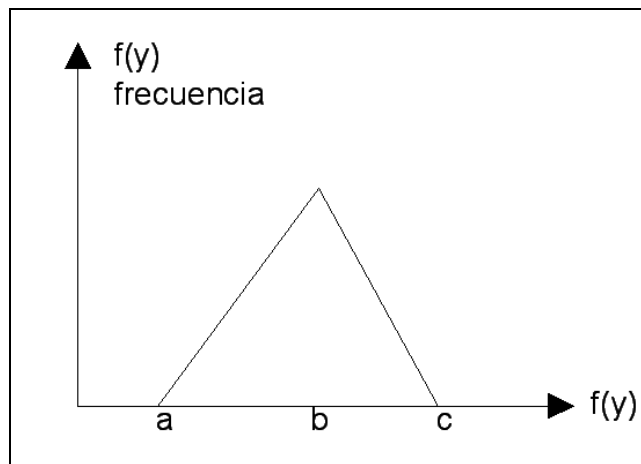


Fig. 27. Función de densidad de probabilidad de una variable.

A partir de este tipo de distribuciones se solventa también el problema de definir costes o producciones de datos difíciles de fijar pero a los que si es más fácil acotar. Una vez tenemos fijados los valores mínimo esperado, probable y máximo esperado, se puede conseguir la media y la desviación estándar mediante las expresiones siguientes:

$$\bullet \quad m_i = \frac{a + b + c}{3} \quad [5.1.1]$$

$$\bullet \quad \sigma_i = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 - a \cdot b - a \cdot c - b \cdot c}{18}} \quad [5.1.2]$$

Destacar que, mediante el Teorema del Límite Central podremos operar como si fueran funciones normales y esto nos lleva a otra ventaja clara, la suma de varias funciones normales, es otra distribución normal de media la media de la suma y varianza la varianza de la suma.

5.3.2. Algoritmos

El algoritmo de Simulación Monte Carlo puro está fundamentado en la generación de números aleatorios por el método de Transformación Inversa, el cual se basa en las distribuciones acumuladas de frecuencias:

- Determinar la/s V.A. y sus distribuciones acumuladas (F).
- Generar un número aleatorio.
- uniforme $\in (0,1)$.
- Determinar el valor de la V.A. para el número aleatorio generado de acuerdo a las clases que tengamos.
- Calcular media, desviación estándar error y realizar el histograma.
- Analizar resultados para distintos tamaños de muestra.

Otra opción para trabajar con Monte Carlo, cuando la variable aleatoria no es directamente el resultado de la simulación o tenemos relaciones entre variables es la siguiente:

- Diseñar el modelo lógico de decisión.
- Especificar distribuciones de probabilidad para las variables aleatorias relevantes.
- Incluir posibles dependencias entre variables.
- Muestrear valores de las variables aleatorias.
- Calcular el resultado del modelo según los valores del muestreo (iteración) y registrar el resultado.
- Repetir el proceso hasta tener una muestra estadísticamente representativa.
- Obtener la distribución de frecuencias del resultado de las iteraciones.
- Calcular media, desvío.
- Analizar los resultados.

Las principales características a tener en cuenta para la implementación o utilización del algoritmo son:

- El sistema debe ser descrito por 1 o más funciones de distribución de probabilidad (fdp)
- Generador de números aleatorios: como se generan los números aleatorios es importante para evitar que se produzca correlación entre los valores muestrales.
- Establecer límites y reglas de muestreo para las fdp: conocemos que valores pueden adoptar las variables.
- Definir Scoring: Cuando un valor aleatorio tiene o no sentido para el modelo a simular.
- Estimación Error: ¿Con que error trabajamos?, ¿Cuanto error podemos aceptar para que un resultado sea válido?
- Técnicas de reducción de varianza.

- Paralelización y vectorización: En aplicaciones con muchas variables se estudia trabajar con varios procesadores paralelos para realizar la simulación.

5.4. DESARROLLO PARA EL CASO DE ESTUDIO

Partiendo de lo expuesto anteriormente, definimos ahora los pasos a seguir para definir el coste y plazo en proyectos de túneles mecanizados. La metodología que se desarrolla a continuación se adapta a las necesidades del problema con el enfoque que se le quiere dar y por ello difiere de otras simulaciones de Monte Carlo.

El primer paso será, evidentemente, conocer las condiciones de contorno del problema, para ello deberemos definir los siguientes parámetros a lo largo de la traza del túnel:

- Tipo de zona
- Diámetro de Excavación
- Longitud Total
- Cobertura
- Geología (Material a Excavar)
- Hidrogeología (Presencia de Agua)
- Tipo de Tuneladora
- Tipo de Escudo

La elección de los mismos de deriva del estudio de la base de datos generada y como se ha visto permiten encontrar rendimientos medios de avance mensuales además de cuantificar el volumen de materia prima y consumos a emplear mediante las relaciones ya encontradas que permiten definir en función del diámetro la potencia total necesaria para el funcionamiento de la tuneladora, el peso de la misma y el grueso de las dovelas. Se puede encontrar otro dato necesario para el cálculo del coste final derivado de estos datos, no mencionado anteriormente, como es el factor de esponjamiento que se puede extraer de forma directa del tipo de material.

Una vez tengamos los datos necesarios pasamos a continuación a dividir la traza del túnel en zonas con características homogéneas y selección del método constructivo adecuado. Se dividirá, no obstante, cada zona en 2, asignando probabilidades (P_i) a las condiciones esperadas en cada una de estas particiones. Se tratará de esta forma la posible incertidumbre que podemos encontrar en las condiciones reales. Cumplimos así una de las premisas planteadas al inicio del estudio, la de simplificar el que es sin duda un problema con múltiples variables complejas, empleando para ello datos de partida fácilmente determinables.

Requeriremos a partir de este punto establecer que tratamiento se le da a los costes necesarios para el desarrollo del modelo. El estudio de costes en cuestión se presenta en el apartado 5 “Estudio General de Costes” y aquí solo haremos referencia a lo realmente necesario para la simulación. Para poder facilitar los cálculos, se opta por separar las partidas de costes en 4 tipos, estas son:

- Costes dependientes del Tiempo ($C_{n,t}$)

- Costes independiente del tiempo ($C_{n,q}$)
- Costes fijos ($C_{n,f}$)
- Costes maquinaria ($C_{n,m}$)

Al hacer esto se consigue solventar el problema de trabajar con variables que dependen de la producción conjuntamente con las que no. Las otras divisiones se definen así para facilitar tanto el manejo de las mismas como el análisis de resultados posterior. Dentro de cada uno de estos grupos encontraremos un listado de las partidas consideradas, definidas como variables de distribución triangular, cuyos datos de entrada serán tres: mínimo esperado, probable y máximo esperado con los que podemos conseguir la media y la desviación estándar como se mostraba en las fórmulas [5.1.1] y [5.1.2] y mediante el Teorema del Límite Central, si el muestreo es suficientemente grande, pasar a variables normales.

El siguiente paso lógico será el tratamiento de estos datos de entrada. Este será un proceso complejo que empieza por el cálculo del tiempo total de ejecución. Para ello necesitaremos conocer los rendimientos medios mensuales para cada zona y partición de la misma. Estos rendimientos pueden extraerse de las ecuaciones ya definidas en apartados anteriores y resumidas en la Tabla 2, su desviación estándar también puede obtenerse empleando la función [4.3.7.1].

En este punto es imprescindible introducir el concepto de producción en relación al de rendimiento. El término *Rendimiento*, en la ejecución de túneles, se utiliza para expresar la capacidad de un método de excavación concreto, en este caso, la longitud de túnel excavado por unidad de tiempo (por ejemplo metros/día). Sin embargo, en una simulación, el inverso del rendimiento, es decir, el tiempo empleado en la excavación de una unidad de túnel utilizando cierto método de excavación (por ejemplo horas/metro) es utilizado para facilitar los cálculos. El término empleado para designarlo es el de *Producción*. Concretado ya este aspecto, para el modelo que se desarrolla aquí, y ya que partimos de rendimientos medios mensuales, trabajaremos con producciones de unidades meses/metro. No obstante y debido a que este valor es demasiado pequeño en general, se dará también en el modelo el rendimiento medio mensual, valor este más intuitivo de cara a estudiar el resultado obtenido. Recordar que se ha estimado oportuno centrarse en el avance medio mensual de cara a obtener resultados más realistas y que incluyan asimismo de forma indirecta el efecto de distintos factores de riesgo propios de este tipo de obras y que tienen un efecto negativo en el rendimiento. Se incluye, por tanto, el tiempo destinado a la ejecución del sostenimiento además de paradas de la máquina para limpieza y mantenimiento, el tiempo empleado en paradas para comprobar la geología del frente en caso de encontrar algún elemento geológico no esperado o aquél desperdiciado por fallos en el proceso.

Existe no obstante un aspecto no cuantificado en la base de datos y que se ha considerado oportuno añadir a la simulación. Como es sabido, en obras realizadas con tuneladoras, es de gran importancia el porcentaje de curvas y su radio. Basándose en la opinión de expertos podrá aplicarse un factor de reducción de la producción si se dan las condiciones necesarias.

Una vez obtenido el rendimiento y producción de cada subdivisión de zona, se encontrará la esperanza de la producción en cada zona mediante la siguiente expresión.

$$\bullet \quad Pr_{Zi} = P_1 \cdot Pr_1 + P_2 \cdot Pr_2 \quad [5.4.1]$$

Donde Pr_{Zi} es la producción de la zona. Pr_i es la producción en cada una de las subdivisiones de la zona así como P_i la probabilidad que se den las características definidas para cada subdivisión de zona. Llegados a este punto podemos calcular fácilmente el tiempo total esperado de excavación empleando la expresión siguiente:

$$\bullet \quad T_{total} = \sum L_i \cdot Pr_{Zi} \quad [5.4.2]$$

Por otro lado, la desviación estándar del tiempo de ejecución de cada zona (σ_{Ti}) será determinada nuevamente mediante la distribución triangular empleando para ello los rendimientos máximos, mínimos y esperados así como la ecuación [5.4.1] sustituyendo la producción por desviaciones en esta ocasión. Para definir el tiempo total de ejecución en la forma de una normal de la que ya tenemos la media T_{total} solo resta encontrar la desviación conjunta y ésta estará definida mediante la varianza de la suma:

$$\bullet \quad \sigma_{T,total} = \sqrt{\sum_i \sigma_{Ti}^2} \quad [5.4.3]$$

Así pues, llegados a este punto, tenemos definido el tiempo como una función normal de forma:

$$\bullet \quad T \sim N(m_T, \sigma_T) \quad [5.4.4]$$

Donde además se podrá, tal como ya se ha expuesto, aplicar un factor de reducción de la producción si se dan las condiciones necesarias.

Pasamos ahora a calcular el coste normal, una vez definido ya el tiempo de ejecución tanto por zonas como el total. Para ello seguiremos el criterio de dividir las partidas de costes en 4 tipos. Empezamos por aquellos dependientes del tiempo ($C_{n,t}$). Siendo z_{tj} el coste de cada partida "j" en unidades [€/mes], de nuevo con distribución normal, obtenemos el valor total para un tiempo dado $T_i \in T \sim (m_T, \sigma_T)$ con la expresión:

$$\bullet \quad C_{n,tj} = \sum z_{tj} \cdot T_i \quad [5.5.5]$$

Como primera aproximación se hará en el modelo un cálculo para la esperanza del tiempo, $E(T) = m_T$.

En el caso de los costes independientes del tiempo ($C_{n,q}$), asociados a los materiales necesarios tanto para la excavación como para el sostenimiento, se calculará el coste por zonas y total de una forma sencilla considerando la longitud L_i de cada zona en base a la expresión:

$$\bullet \quad C_{n,q} = \sum z_{qi} \cdot Q_{qi} \cdot L_i \quad [5.5.6]$$

Donde Q_{qi} es el material necesario por unidad de longitud y z_{qi} el coste del material nuevamente por unidad de longitud. Recalcar una vez más que estamos trabajando con funciones aproximadas a normales con lo que la suma se hará de acuerdo a esta realidad.

La estimación de los costes fijos ($C_{n,f}$) es simplemente su suma. Se detallan en el apartado correspondiente las partidas y valores que lo definen:

$$\bullet C_{n,f} = \sum z_f \quad [5.5.7]$$

Finalmente, resta simplemente la estimación de los costes de maquinaria totales ($C_{n,m}$) que se calculan como suma del coste de tuneladora y back up:

$$\bullet C_{n,m} = \sum z_m \quad [5.5.8]$$

El coste normal total, para un tiempo T_i , será la suma de todos los costes anteriores:

$$\bullet C_{n,i} = C_{n,ti} + C_{n,q} + C_{n,f} + C_{n,m} \quad [5.5.9]$$

A partir de este momento es donde entra en juego la simulación de Monte Carlo. Daremos valores aleatorios a la distribución normal del tiempo (se realizan 2000 iteraciones N), para que a su vez éstos sirvan para dar valores aleatorios de Coste final tanto de su media como de su desviación estándar. De cada media y desviación extraemos un valor aleatorio de la función normal que genera y es a partir de estos resultados que extraemos la media y su desviación estándar final del coste mediante las conocidas expresiones de estadística básica:

$$\bullet \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_i^N x_i \quad [5.4.10]$$

$$\bullet s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N-1} \quad [5.4.11]$$

Obtenemos así una variable de coste con función normal tal como buscábamos.

$$\bullet C \sim N (m_c, \sigma_c) \quad [5.4.12]$$

Tenemos pues definido el tiempo y coste tanto global como por zonas y partidas, siempre en forma de función normal, hecho éste que nos permite trabajar con intervalos que contemplarán la incertidumbre en los datos de entrada además de permitir el cálculo de cotas inferior, superior e intervalos asociadas a probabilidades, de forma que no sólo podemos acotar los resultados, sino además asociarles una probabilidad con lo que en el momento de toma de decisiones se sepa exactamente qué riesgo se está tomando.

6. ESTUDIO GENERAL DE COSTES

6.1. INTRODUCCIÓN

En este apartado se describe tanto el proceso de documentación llevada a cabo para cuantificar cada uno de los costes como el tratamiento que se les dará. Estos, al ser definidos como variables triangulares, requerirán tres valores: mínimo, esperado y máximo. Se empieza no obstante por presentar un árbol que desglosa los costes considerados en las 4 categorías ya expuestas en puntos anteriores y en sus partidas.