

7 ANÁLISIS DE LA VULNERABILIDAD. CASO PRÁCTICO: RIERA ROJA

7.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de este apartado es la determinación del término de la vulnerabilidad, en la ecuación

$$N(\theta_i) \approx \text{Poisson} \left(\underbrace{\sum_j \lambda(u_0) \cdot P[X \in [u_j, u_{j+1}]]}_{\text{PELIGROSIDAD}} \cdot \underbrace{P[\theta_i | X \in [u_j, u_{j+1}]]}_{\text{VULNERABILIDAD}} \right) \quad [7.1]$$

Se trata de calcular la probabilidad de que ocurra un determinada respuesta de la red (θ_i) (para $i=1, \dots, k$) dado un evento de precipitación de volumen conocido (X). Se utiliza para ello la técnica de simulación de Monte Carlo, aplicada al caso concreto de la red de drenaje de la cuenca de la Riera Roja en Sant Boi de Llobregat, según el esquema desarrollado en el *Apartado 3.4*.

Es necesario simular, para cada rango de precipitación, un número N de respuestas de la red de drenaje. El volumen de precipitación (X) está dado en escala logarítmica continuando la metodología desarrollada en el análisis de la peligrosidad. Puesto que el cálculo de la vulnerabilidad se realiza para rangos de volumen de precipitación, y que el umbral inferior (u_0) estaba situado en 1.511 (32.4 mm), las divisiones se hacen cada 0.05 en dicha escala: [1.50;1.55], [1.55;1.60],...[2.30;2.35], ya que precipitaciones mayores a 2.35 (223.9 mm) ya tienen una probabilidad de ocurrencia muy pequeña. Son 17 los casos en total, que se simularán mediante Monte Carlo.

El modelo hidrológico – hidráulico que se utiliza es el SWMM, por lo que la respuesta de la red (desenlace) consistirá en caudales de salida en los diferentes pozos o nodos. Se parte de la información y datos recopilados para el estudio de rehabilitación de la red de drenaje de la Riera Roja desarrollado en el *Apartado 5*. La intención es poder comparar finalmente el nivel de seguridad de la red calculado según [7.1] con el nivel teóricamente asumido en el diseño de la rehabilitación en base a la lluvia de proyecto de periodo de retorno 10 años.

En cuanto al tratamiento estocástico de las variables que intervienen en el proceso de cálculo mediante simulación de Monte Carlo, puede hacerse la siguiente división según se refieran a: (1) generación de un suceso de lluvia dado un volumen de precipitación; y (2) reproducción de los fenómenos hidrológicos e

hidráulicos mediante el modelo SWMM para obtener la respuesta de la red de drenaje.

7.2 GENERACIÓN DE UN SUCESO DE LLUVIA

Partiendo de un volumen de precipitación conocido, hacen falta 2 descriptores de la precipitación para poder definir un suceso: duración y forma de la lluvia. Hay que tener en cuenta además, que existe una clara relación entre estos parámetros. En la *Figura 21* se muestra un caso de análisis estocástico relacionando duraciones y hietogramas. No obstante, además de existir una correlación más o menos marcada entre duración y forma, también podría tenerse en cuenta el propio volumen de precipitación para analizar conjuntamente la creación de cada suceso de lluvia. Es decir, los tres factores (volumen, duración y forma de la precipitación) condicionan conjuntamente un suceso de precipitación.

Typ D										
20	24	5	16	9	15	9	1	12	4	5
40	13	5	15	22	15	10	2	8	6	4
60	9	4	15	30	15	8	2	8	6	3
120	4	2	13	42	13	7	2	6	6	4

Figura 21. Análisis frecuencial de tipologías de precipitación realizado por J. Brummer con la pluviometría de Munich, de cara a un estudio de tipo estocástico. Fuente: (Vázquez, 1991).

La serie de registros del Observatorio Fabra es una herramienta muy valiosa de cara a realizar el análisis de estas variables, y está claro que sin ella hubiese sido bastante más complicado e incierto realizar un análisis estocástico como a continuación se desarrolla, pero aún así, la falta de registros de lluvias de carácter extremo y la propia variabilidad de la precipitación hacen que sea un proceso subjetivo y lleno de incertidumbres. El registro de lluvias utilizado para el análisis de la duración y la forma es el obtenido en el *Apartado 6* para el cálculo de la peligrosidad, manteniendo los mismos criterios sobre la definición de suceso de precipitación e independencia de sucesos.

De forma esquemática (*Figura 22*), el proceso de generación de una lluvia, para cada una de las simulaciones de Monte Carlo, es el siguiente:

- Determinación del volumen de precipitación. Se sortea fácilmente mediante una distribución uniforme [0,1], para el rango de precipitación simulado.

- Obtención de la duración del suceso de lluvia teniendo en cuenta cuál es su volumen, a partir de los registros disponibles (*Apartado 7.2.1*).
- En base a la duración y al volumen anteriores, elección de una forma de la precipitación (hietograma doblemente adimensionalizado) directamente de los eventos registrados (*Apartado 7.2.2*).

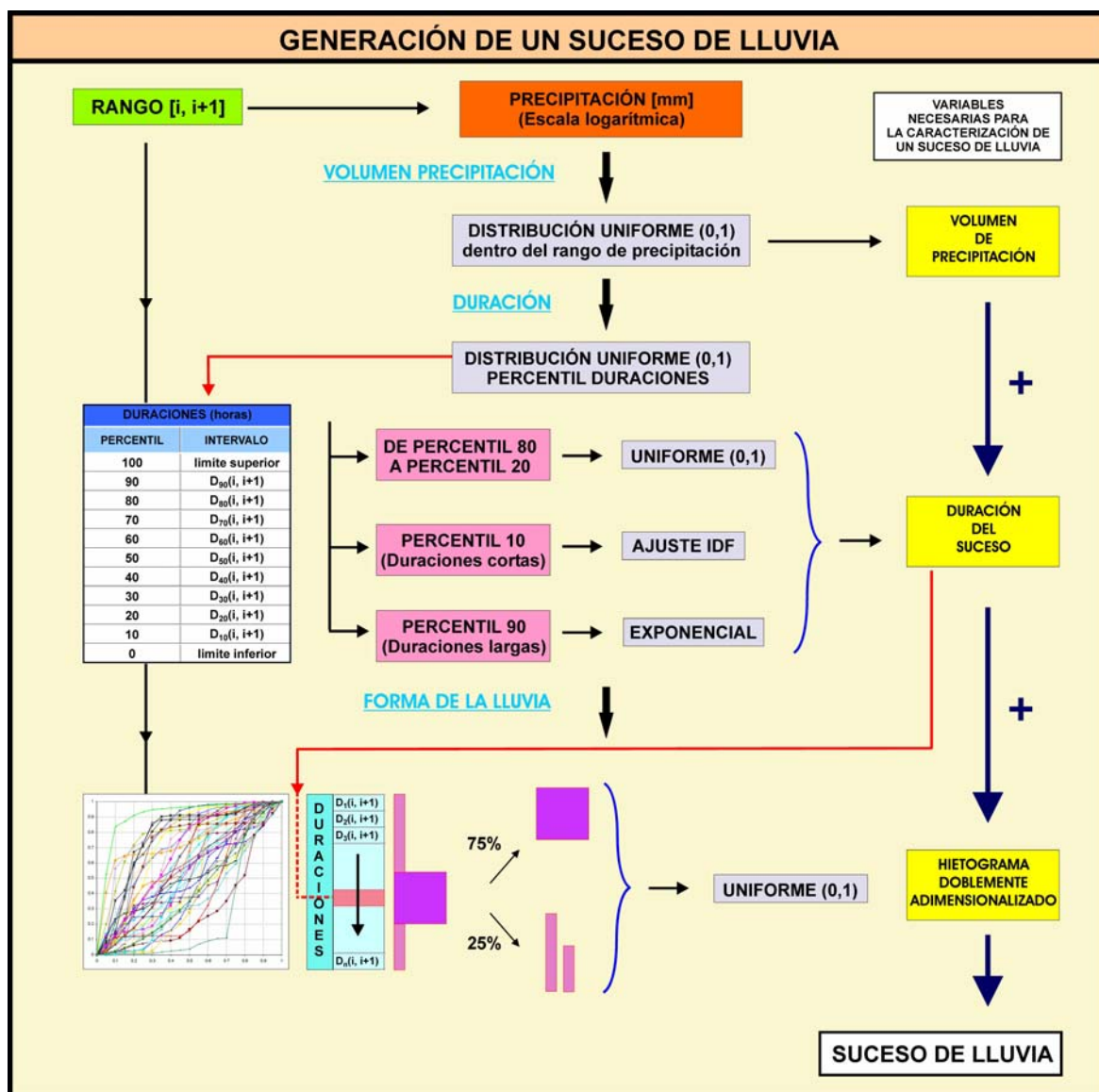


Figura 22. Esquema de la generación de sucesos de lluvia.

7.2.1 Duración del suceso de lluvia

Conocido el volumen de precipitación, la duración es la variable más determinante en cuanto a la respuesta de la red, pues define la intensidad media máxima del suceso, si bien la forma del hietograma será responsable de las puntas de intensidad más o menos elevadas.

Para reflejar que la elección de la duración de un suceso está relacionada con el volumen del mismo, el análisis se ha hecho dividiendo el registro obtenido de la serie del Observatorio Fabra en rangos de volumen de precipitación. De esta manera, el estudio de la duración se centra en cada uno de esos rangos según el volumen de cada simulación, no interviniendo aquellas duraciones de sucesos de volumen muy distinto. Dado que el número de sucesos registrados no es extraordinariamente elevado (y menos aún para grandes volúmenes de precipitación), se opta por hacer divisiones más holgadas que las utilizadas para describir la vulnerabilidad. Concretamente, el último rango engloba todos los sucesos por encima de 1.8 (63.1 mm), dada la falta de registros de eventos de este tipo, mientras que el resto de rangos se mueven cada 0.1 en escala logarítmica (ver *Tabla 5*). Además, para evitar divisiones exactas, se toman un número de sucesos tal que haya un solape del 15-20% de los rangos.

Del análisis preliminar de cada una de las divisiones del registro se extrae la conclusión de que resulta inviable utilizar una distribución de probabilidad que se ajuste a todo el rango de duraciones. La propia definición que se ha hecho de suceso de lluvia, hace que los sucesos de corta duración no se ajusten a distribuciones comúnmente usadas para describir esta variable.

Por este motivo, se resuelve dividir el registro (para cada rango) según los percentiles de la duración de los eventos. Por ejemplo, el percentil 30 corresponde a la duración por debajo de la cual está el 30% del registro. Se intenta de esta forma, ceñirse a los datos registrados, sin hacer suposiciones demasiado subjetivas, y caracterizar la precipitación según los datos disponibles. Los resultados están en la *Tabla 5*.

		RANGOS DE VOLUMEN DE PRECIPITACIÓN (escala logarítmica)					
		1.3 - 1.4	1.4 - 1.5	1.5 - 1.6	1.6 - 1.7	1.7 - 1.8	> 1.8
PERCENTIL	100	Límite superior					
	90	5.73	6.65	7.29	9.28	11.75	13.61
	80	4.46	5.34	6.01	6.62	8.78	10.18
	70	3.86	4.50	5.20	5.30	5.57	8.03
	60	3.24	3.37	3.94	4.46	4.81	5.18
	50	2.68	2.65	2.91	2.93	2.77	3.94
	40	2.11	2.16	2.22	2.29	2.23	2.79
	30	1.55	1.78	1.70	1.66	1.66	2.40
	20	1.15	1.22	1.15	1.33	1.51	1.74
	10	0.64	0.96	0.75	0.86	1.07	1.57
	0	Límite inferior					

Tabla 5. Distribución de los percentiles de duración de los eventos registrados para cada uno de los rangos de volumen de precipitación.

También se observa una posible división de dos poblaciones dominantes; una de duraciones relativamente cortas (hasta 2 horas) y otra de duraciones mucho mayores (más de 6 horas). En cualquier caso, con la metodología empleada, al

dividir el registro en percentiles, estos posibles comportamientos de la precipitación (patrones) quedan suficientemente representados.

Lógicamente, para volúmenes de precipitación más elevados, los mismos percentiles se sitúan en duraciones más largas. La *Figura 23* parece indicar una cierta tendencia que podría servir para extrapolar los percentiles para volúmenes de precipitación mayores a 1.8 (63 mm), pero se ha considerado inapropiado por la falta de rigor en este análisis, prefiriendo mantener un rango amplio para las precipitaciones de volúmenes elevados [>1.8]. Se asume un cierto error al estar describiendo sucesos de precipitación extrema con registros de sucesos de precipitaciones “no extremos”, pero este es un problema inherente a esta metodología con el registro disponible.

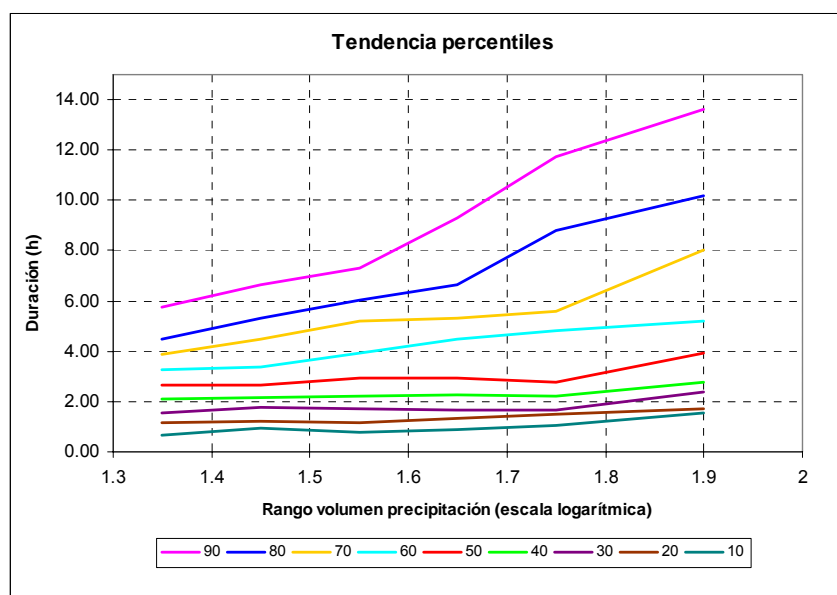


Figura 23. Tendencia de los percentiles de duración a medida que crece el volumen de precipitación.

Así pues, para cada volumen de precipitación que se simule, se tiene una relación de percentiles y duraciones. Fácilmente, se puede simular una distribución con los cuantiles indicados en la *Tabla 5* para sortear un rango de duraciones para cada uno de los eventos simulados (cada rango corresponde a una duración entre 2 percentiles consecutivos). A falta de más información o capacidad de análisis, se elige una duración final utilizando otra distribución uniforme $[0,1]$ dentro de ese rango. El proceso sería el siguiente:

1. Dado un volumen de precipitación, se trabaja con la parte del registro que corresponde a ese volumen (según rangos más holgados, tal y como se ha explicado).
2. Sorteo de un rango de duraciones según los percentiles calculados, simulado su distribución (se hace a partir de una distribución uniforme $[0,1]$).
3. Elección de una duración dentro de ese rango mediante una distribución uniforme $[0,1]$ (excepto rango inferior y superior).

Esta metodología parece válida para los rangos o percentiles intermedios, que están acotados superior e inferiormente pero no ocurre lo mismo con el rango inferior (duraciones muy cortas), ni con el rango superior (duraciones muy largas). Es físicamente razonable pensar que duraciones demasiado cortas (intensidades muy altas) son inalcanzables, y que duraciones demasiado largas no son plausibles. Por este motivo, estos dos rangos han sido tratados de forma diferente, y una vez elegido uno de ellos en alguna de las simulaciones, no se emplea una distribución uniforme para determinar la duración final del suceso de lluvia. En los próximos dos apartados se explica cómo se ha sorteado la duración en estos casos.

7.2.1.1 Distribución del percentil90

Como se ha comentado, no se ha podido ajustar con garantías una distribución de probabilidad para todo el rango de duraciones, pues planteaba especiales dudas para las duraciones más cortas. No obstante, son numerosos los estudios que se sirven de la distribución exponencial para describir esta variable (*Rahman et al, 2001*). Incluso el modelo estándar de cálculo de precipitación usado en España, basado en la distribución SQRT-ETmax, asume que la duración se distribuye según una variable aleatoria exponencial (*Etoh, Murota & Nakamishi, 1987*).

En consecuencia, se usará la distribución exponencial para describir la duración en el último rango (duraciones muy largas), ya que el ajuste conseguido es bastante convincente y representa mucho mejor el comportamiento que no una distribución uniforme.

La función de distribución acumulada de una exponencial se escribe

$$F_x(x) = 1 - e^{(-\lambda x)}, \quad x > 0. \quad [7.2]$$

El parámetro (λ), que define la distribución, se estima para cada uno de los rangos de precipitación mediante la máxima verosimilitud de la duraciones (d):

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{d}}, \quad \text{donde } \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i. \quad [7.3]$$

La siguiente tabla contiene los resultados del ajuste de la distribución exponencial para los rangos en que se ha dividido inicialmente el registro, y la duración a partir de la que se suma que esta variable está exponencialmente distribuida.

	RANGO VOLUMEN PRECIPITACIÓN (LOG)			
	1.5 – 1.6	1.6 – 1.7	1.7 – 1.8	> 1.8
Percentil 90	7.29	9.28	11.75	13.61
Parámetro exponencial (λ)	0.26551	0.23446	0.20046	0.16861

Tabla 6. Parámetro de la distribución exponencial según los rangos simulados.

Para cada una de las simulaciones del análisis de Monte Carlo, en que la duración del evento pertenezca al rango de duraciones por encima del percentil90, se aplicará la inversa de la función de distribución acumulada de la exponencial a una variable aleatoria uniforme [0,1], que se moverá únicamente entre el percentil90 e infinito. Además, para evitar casos físicamente difíciles de creer con duraciones extremadamente largas, se ha truncado a duraciones máximas de 72 horas.

En la *Figura 24* pueden observarse las distribuciones exponenciales ajustadas para los distintos rangos de precipitación, y la duración a partir de la cual se aplica esta distribución en la simulación de Monte Carlo (línea vertical).

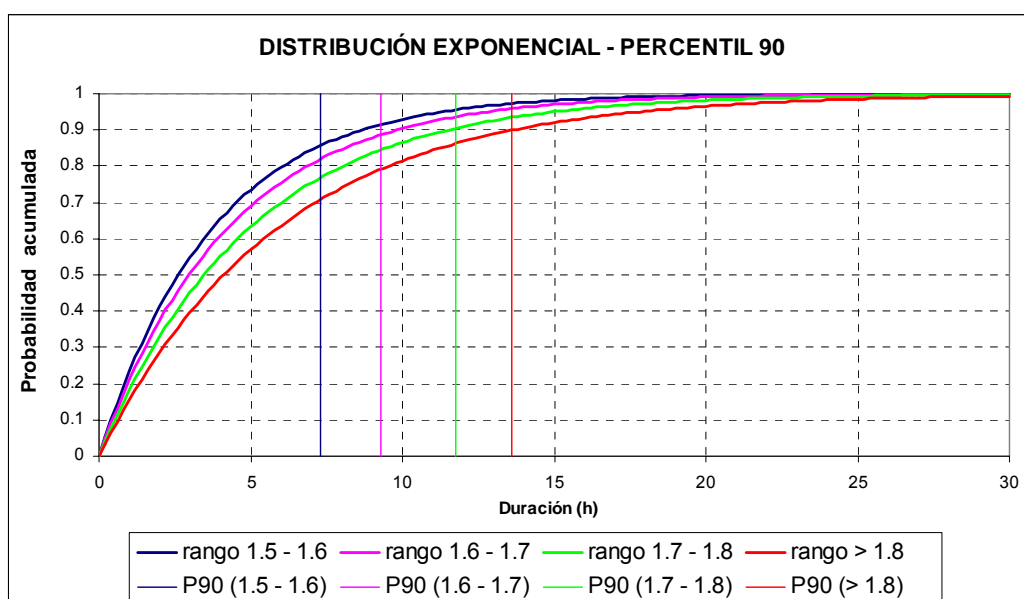


Figura 24. Distribución exponencial para el percentil 90.

7.2.1.2 Distribución del percentil10

Cuando se simulan eventos de duraciones muy cortas, se están simulando situaciones meteorológicas que corresponden a sucesos extremos. Se producen intensidades muy elevadas y, en general, las mayores afecciones en estas situaciones. Con el análisis previo, se ha obtenido una duración (según rangos de volúmenes) por debajo de la cual el 10% de los eventos registrados tienen duraciones aún menores, correspondiente al percentil10.

Un primer paso es fijar un límite inferior de la duración. Por un lado, debe fijarse una duración mínima admisible, pues hay intensidades que son físicamente imposibles. Por otro, hay que tener en cuenta, que duraciones extremadamente cortas trasladan el problema de afección en la cuenca de la Riera Roja al comportamiento en superficie de la escorrentía generada, pues el agua no tiene tiempo de entrar en la red de drenaje, cuando ya se ha acabado la precipitación. Bajo estos dos conceptos, se establece el límite inferior en 0.15 horas. Se está

considerando que una gota de agua, necesita al menos de este tiempo para entrar en la red de drenaje y además, que la intensidad que puede producirse en un evento simulado para esta duración ya es extremadamente elevada (por ejemplo, para un suceso de 90 mm, la intensidad media sería de 600 mm/h).

En cualquier caso, fijados los límites de este rango de duraciones (0.15 horas y el percentil10 de las duraciones del registro según el rango estudiado), no es razonable sortear la duración según una distribución uniforme [0,1]. El problema puede plantearse desde el punto de vista de las curvas IDF: son curvas que establecen una relación entre la duración, la intensidad y el periodo de retorno. De otra manera, puede considerarse una relación entre el volumen de lluvia, la duración del suceso y la frecuencia de que ocurra un suceso de esas características. Claramente, fijado un volumen de precipitación, a duraciones menores (intensidades mayores), la frecuencia disminuye (mayor periodo de retorno).

Si bien a lo largo de este trabajo se ha mencionado la no idoneidad de las lluvias de proyecto basadas en curvas IDF para la evaluación del riesgo, éstas pueden ser una herramienta útil en este análisis de Monte Carlo. Concretamente, las curvas IDF deducidas de la serie del Observatorio Fabra (*Anejo 11.2*) se han obtenido teniendo en cuenta la correlación entre las variables que aquí se están caracterizando.

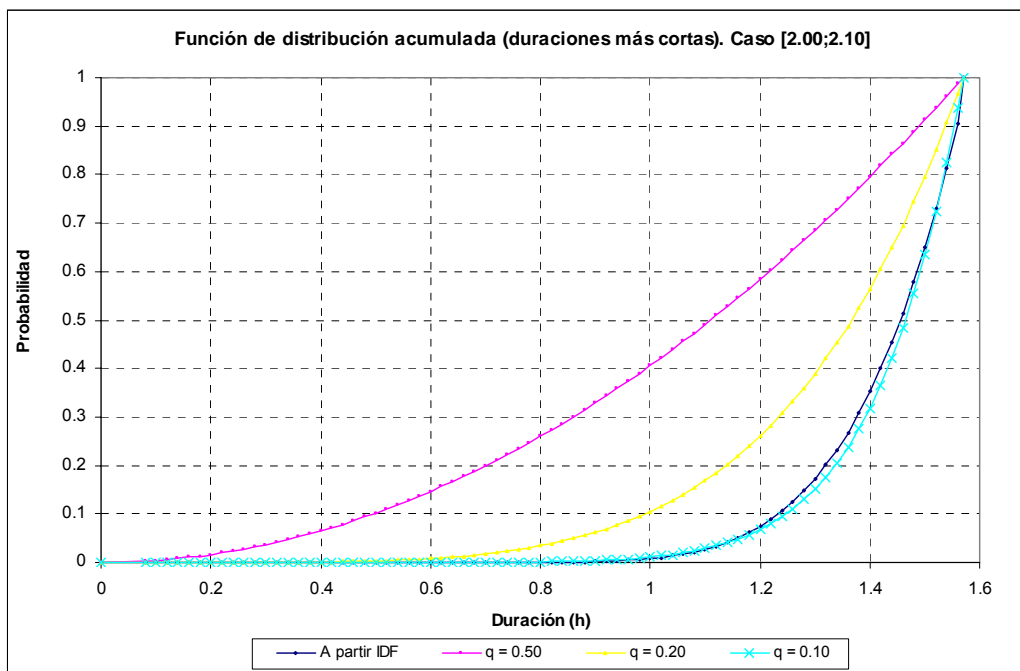


Figura 25. Distribución de probabilidad acumulada para duraciones muy cortas obtenida a partir de las curvas IDF del Observatorio Fabra, para el rango de volumen de precipitación [2.00;2.10]

Fijado un volumen de precipitación (según la probabilidad que se esté calculando de la vulnerabilidad), se puede representar gráficamente la duración en función del periodo de retorno asociado según estas curvas IDF. Mediante un proceso de

normalización de esas curvas entre una duración de 0.15 horas y una duración igual al percentil10, se obtiene una función de distribución acumulada para la duración tal y como se muestra en la *Figura 25*. Ahora ya se podría sortear una duración aplicando la inversa de la función de distribución obtenida a una distribución uniforme [0,1]. El problema es que las curvas IDF se obtienen a partir de unos parámetros a, b y c , de forma que no es fácilmente invertible. Lo que se ha hecho finalmente es ajustar una función del tipo

$$F(D \leq d) = \left(\frac{d}{\text{percentil10}} \right)^{\frac{1}{q}}, \quad 0.15 < d < \text{percentil10}, \quad q > 0, \quad [7.4]$$

donde d es la duración del suceso de lluvia en horas, y q el parámetro a ajustar.

En la *Figura 25* se observa como se ajusta el parámetro q en un caso en concreto. A pesar de que el registro es ha dividido de manera que hay un rango que engloba todos los sucesos por encima de 1.8 (63.1 mm), no es admisible en este caso ajustar una curva IDF, tal y como se ha expuesto, para todos los sucesos por encima de este valor, pues la correlación entre duración y volumen es muy fuerte, como muestran los diferentes valores de q que se han ajustado en para cada rango de volumen simulado (*Tabla 7*).

		P10	Parámetro ajuste gráfico distribución acumulada (q)
Rango volumen precipitación (log)	1.5 - 1.6	0.75	0.30
	1.6 - 1.7	0.86	0.27
	1.7 - 1.8	1.07	0.23
	1.8 - 1.9	1.57	0.22
	1.9 - 2.0	1.57	0.15
	2.0 - 2.1	1.57	0.10
	2.1 - 2.2	1.57	0.07
	2.2 - 2.3	1.57	0.04
	2.3 - 2.4	1.57	0.02

Tabla 7. Percentil 10 y parámetro de la distribución acumulada para los distintos rangos de volumen de precipitación.

En la *Figura 26* puede observarse como cuando se simulen volúmenes de precipitación muy elevados, la probabilidad de que ocurran duraciones muy cortas es cada vez más pequeña. Es decir, aunque se sabe que un 10% de los sucesos registrados están por debajo de un valor de duración determinado, para un volumen de precipitación muy elevado, ese 10% estará próximo a valor de duración igual al percentil10. Este comportamiento se aprecia directamente en el registro de la serie del Observatorio Fabra, siendo congruentes todas las explicaciones e hipótesis realizadas.

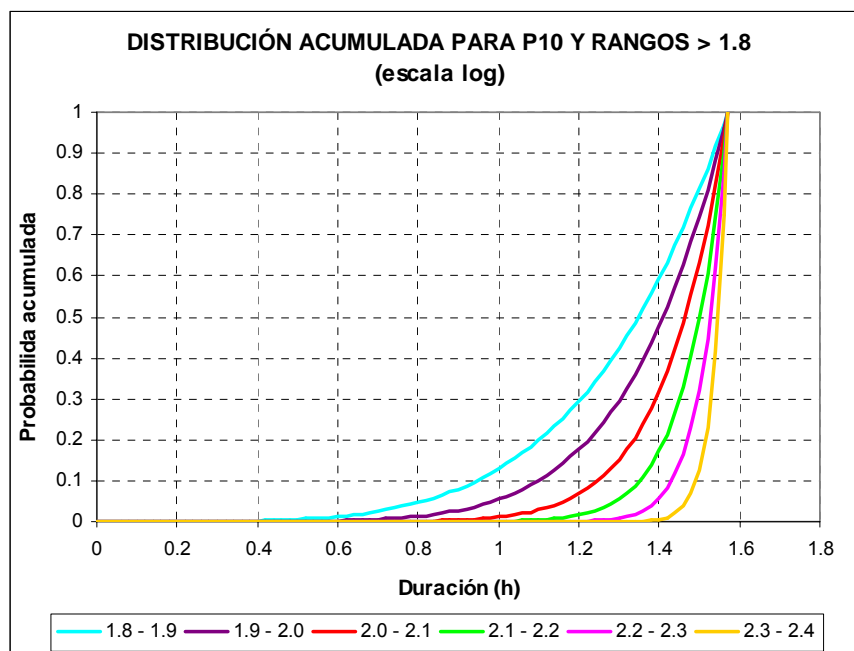


Figura 26. Función de distribución acumulada de la duración para el rango de duraciones más cortas para los rangos de volumen de precipitación mayores a 1.8 mm (escala logarítmica).

7.2.2 Distribución temporal del suceso de lluvia

Una vez definido el volumen y la duración de un suceso de precipitación, quedaría completamente definido el suceso de precipitación (en cada simulación) mediante un hietograma doblemente adimensionalizado. De la serie pluviométrica del Observatorio Fabra se ha obtenido el hietograma doblemente adimensionalizado para cada uno de los eventos registrados, dividido en 20 intervalos.

Siguiendo con los desarrollos anteriores, para que quede representada la correlación entre la forma de la lluvia y el volumen, se analizan los hietogramas según las divisiones anteriores del registro para los volúmenes de precipitación: [1.5;1.6], [1.6;1.7], [1.7;1.8] y [>1.8], con el mismo solape del 15-20%. Ahora además, hay que realizar la descripción estocástica de la forma de la lluvia teniendo en cuenta la duración (ya conocida) en base a los datos dentro del rango correspondiente a la simulación realizada.

No ha sido posible establecer un criterio en base a un estudio de patrones de precipitación, lo cual hubiese sido de gran ayuda, pero el objetivo sigue siendo conseguir que la aleatoriedad de la variable "forma de la lluvia" refleje las características reales de la precipitación. Se puede decir que dado un volumen de precipitación y una duración (para una simulación), un hietograma que coincida con la realidad registrada sería aquel que corresponda a un volumen de precipitación y duración iguales (o similares) existentes en el registro. Es decir, si en el registro obtenido de la serie Fabra, hubiesen tantos sucesos como combinaciones de volumen y duración simuladas, se podría dar a cada uno de

ellos un hietograma que fuese fiel reflejo de las precipitaciones reales. Esta es una situación ideal, pero que sirve exponer cómo se ha solucionado la caracterización de la forma de la lluvia en cada simulación. El problema es que la variabilidad de la precipitación es muy grande, y el registro no consta de un número suficientemente elevado de sucesos para describir fácilmente y con precisión la correlación entre las variables de la precipitación.

De todas formas, el registro disponible ya marca algunas tendencias en cuanto a la relación entre las variables. Por ejemplo, en la *Figura 27* y la *Figura 28* puede observarse como para el rango de precipitación [1.5,1.6], las lluvias más largas tienen formas más uniformes, mientras que las de duraciones más cortas presentan una mayor dispersión y variedad de formas (hietogramas). Incluso un análisis más detallado podría servir para averiguar, dada una duración, si es más probable una precipitación con intensidades mayores al inicio, en el centro o al final del evento, pero la incertidumbre que se tendría (dado este registro) sería muy grande.

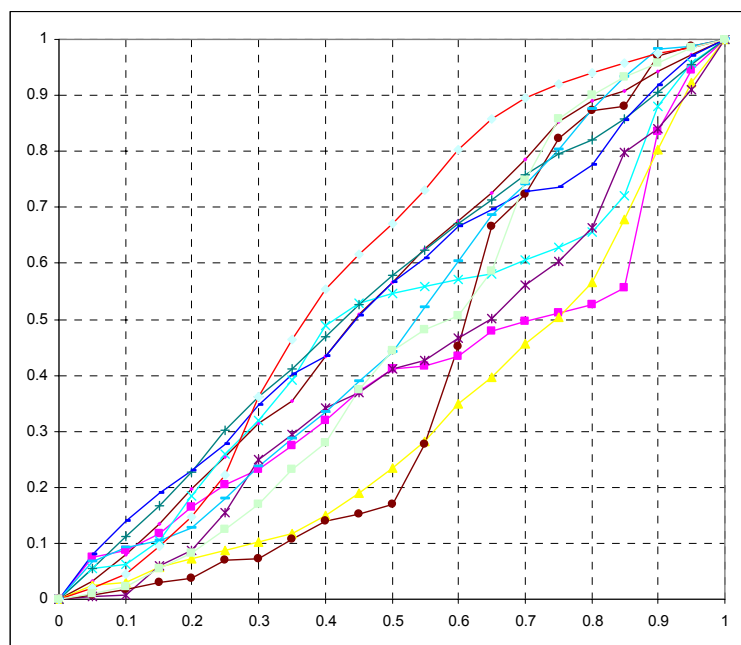


Figura 27. Hietogramas adimensionalizados para el rango 1.5-1.6 mm (escala logarítmica) y duraciones mayores a 6 horas.

No obstante, simplificando algunas hipótesis y basándose estrictamente en los hietogramas registrados, se puede conseguir caracterizar la forma de la precipitación, teniendo en cuenta las correlaciones y variabilidad indicadas.

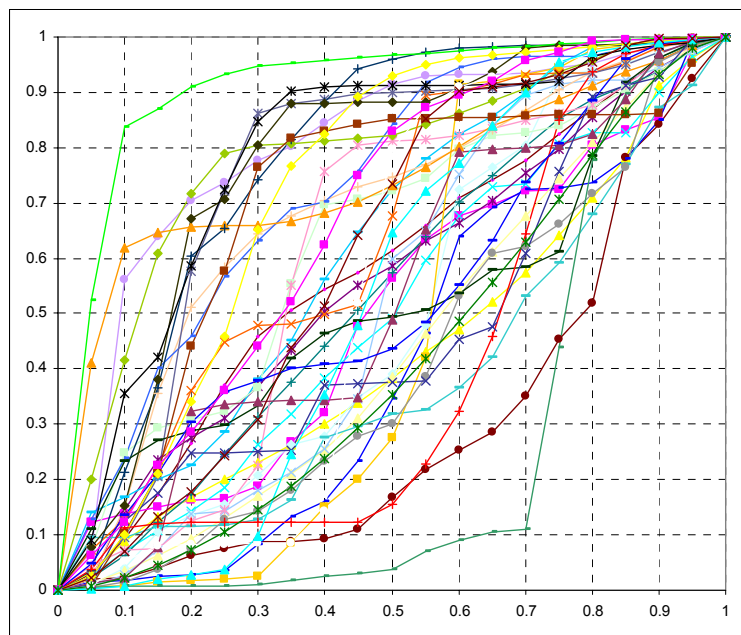


Figura 28. Hietogramas adimensionalizados para el rango 1.5-1.6 mm (escala logarítmica) y duraciones menores a 6 horas.

La solución adoptada consiste en: dado un volumen y una duración, sortear un hietograma doblemente adimensionalizado de entre los registrados (en el rango correspondiente), para cada evento simulado. El sorteo se hace de manera que sea mucho más probable que la forma de la precipitación elegida corresponda un suceso registrado de duración igual o similar a la que se está simulando. Al estar trabajando con un rango del registro, también corresponderá a un volumen igual o similar al simulado. Dado que no hay una gran diversidad en el registro, por no ser muy extenso, también se mantiene la posibilidad (con menor probabilidad) de que el hietograma sorteado no pertenezca a un suceso de duración similar simulada.

Este es un esquema de cómo se elige un hietograma doblemente adimensionalizado del registro para formar un suceso de lluvia:

1. Dado un volumen de precipitación, se trabaja con la parte del registro que corresponde a ese volumen (según rango más holgados, tal y como se ha explicado).
2. Elegir si el hietograma sorteado debe ser uno de un evento de duración igual o similar a la duración simulada (probabilidad igual a 0.75) o puede ser cualquier otro del registro del rango de volumen en que se está trabajando en esa simulación (probabilidad igual a 0.25).
3. Elegir definitivamente un hietograma doblemente adimensionalizado de uno de los dos grupos que se han formado según el punto anterior mediante una distribución uniforme $[0,1]$.

7.3 PARÁMETROS Y VARIABLES DEL MODELO SWMM

Para simular la respuesta de la red de drenaje, a partir de las lluvias generadas según el proceso anterior, se ha usado el modelo SWMM. Puesto que uno de los objetivos de la tesina es poder comparar los resultados obtenidos mediante la metodología desarrollada (peligrosidad y vulnerabilidad) con los resultados de diseñar la rehabilitación de la red con la lluvia de proyecto de periodo de retorno 10 años, se ha utilizado de base el mismo modelo descrito en el *Apartado 5*.

En un análisis de Monte Carlo como el que se está llevando a cabo, muchos de los parámetros e *inputs* del modelo pueden ser tratados como variables aleatorias. No obstante, hay que valorar previamente la necesidad y la dificultad que supone el análisis de esas variables frente a la variación en la respuesta del sistema (sensibilidad del modelo) y la mejor o peor caracterización que se tenga a priori de esos *inputs*. A continuación se comenta cuál es la postura adoptada frente a los diferentes tipos de *inputs* del modelo SWMM:

- Datos meteorológicos. Serán los simulados según se ha descrito anteriormente. Es absolutamente necesario que los parámetros que definen las lluvias sean tratados como variables aleatorias para un análisis de Monte Carlo en el contexto que se está trabajando.
- Características de las subcuencas. Algunos parámetros son determinantes para definir el comportamiento de una cuenca en medio urbano, como por ejemplo, el porcentaje de impermeabilidad del suelo. Es evidente, que las pérdidas por infiltración en la cuenca, dependerán de la humedad del suelo, del tipo de terreno, etc., pero a nivel global, el factor clave será el área impermeable existente en la cuenca. Así pues, si no se conociese con precisión las características de la cuenca estudiada, el porcentaje de impermeabilidad sería decisivo en la respuesta de la red en las distintas simulaciones que se llevasen a cabo, pudiéndose observar respuestas muy diferentes con lluvias de entrada similares. Sin embargo, en el caso de la Riera Roja, la cuenca está muy bien caracterizada, y las áreas permeables e impermeables, así como los materiales que las forman, son conocidos y con poco margen de error. Por este motivo, y por las propias limitaciones en el alcance de la tesina, se decide que los parámetros referidos a las subcuencas (área permeable e impermeable, pendiente, coeficientes de rugosidad, retención, parámetros de infiltración, etc.) sean considerados de forma determinista. Los valores adoptados son los mismos que se han presentado en el *Apartado 6* donde se describe el modelo para la rehabilitación de la red.
- Características de la red de drenaje. De la misma forma que en el punto anterior, la geometría de la red es la que conduce a una respuesta u otra, pero puede suponerse que es conocida y que no hay errores o incertidumbres notables en su caracterización. Así pues tanto la geometría de los conductos (pendientes, diámetros, etc.), como otros elementos del sistema (depósitos, orificios, etc.) han sido considerados parámetros deterministas. No obstante, y dado que se dispone de información precias en cuanto al coeficiente de rugosidad en los conductos (coeficiente de Manning), se opta por considerar esta variable aleatoria en el proceso de Monte Carlo. En base a la

instrumentación de la cuenca de la Rierata⁵ en Sant Boi de Llobregat (proyecto europeo SPRINT SP/98), donde experimentalmente se obtuvo un coeficiente de Manning en los conductos de 0.016 (Gómez, 2006), se decide que este coeficiente sea simulado como una variable normalmente distribuida con media 0.016 y desviación estándar $0.5 \cdot 10^{-6}$, de tal manera que valores de 0.013 y 0.019 sean sólo alcanzables con una probabilidad inferior a 10^{-4} .

Queda claro, que en general sería deseable el tratamiento aleatorio de cuantos más parámetros mejor, pero que el desarrollo de esa tarea es costoso y en ocasiones puede no afectar significativamente al resultado. Si además, la caracterización del sistema que se está simulando es suficientemente buena, las simplificaciones realizadas al considerar los parámetros como constantes, no supone una gran merma para la validez de los resultados.

Pese a que, con excepción del coeficiente de Manning, los *inputs* del modelo son los mismos que se utilizaron para la realización del modelo de la rehabilitación de la red en la Riera Roja, hay que señalar que se ha modificado, por motivos de estabilidad en las simulaciones, la longitud y pendientes de los conductos finales (que son conductos ficticios). Las longitudes modificadas pueden observarse en el *Anejo 11.5* en el código de generación de archivos de entrada de SWMM, comparando con las longitudes que aparecen en el *Anejo 11.4* del modelo original de la rehabilitación de la red.

7.4 DESARROLLO DE HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS

Trabajar y manejar el volumen de archivos e información que genera la aplicación del método de Monte Carlo para un problema hidrológico e hidráulico como este, requiere simplificar al máximo los procesos de cálculo y computación y posibilitar una lectura y análisis suficientemente ágil de los resultados. Para ello se ha elaborado un programa capaz de generar archivos de entrada de SWMM de acuerdo a la aleatoriedad de las variables y parámetros anteriormente definidos, y se ha modificado la salida de resultados de SWMM.

Por otro lado, la ejecución secuencial del programa SWMM para cada una de las simulaciones (de cada rango de precipitación) se ha conseguido con un pequeño programa tipo *BATCH* (.bat), que hace que SWMM se ejecute automáticamente, leyendo los archivos de entrada generados y escribiendo los correspondientes archivos de salida.

7.4.1 Programa de generación de archivos de entrada en FORTRAN

Para la generación de archivos de entrada de SWMM se ha desarrollado un programa en lenguaje FORTRAN, mediante el cual las variables anteriormente

⁵ La cuencas de la Riereta y la Riera Roja son de características similares y están situadas en la misma población, pudiéndose extrapolar los resultados de la instrumentación.

descritas son generadas aleatoriamente en base a la rutina de generación de números pseudo-aleatorios para una distribución uniforme [0,1] que incorpora el propio programa. Estas variables son incluidas, con el resto de *inputs* y parámetros (deterministas), en un archivo de texto con el formato de entrada de SWMM.

En el *Anejo 11.5* puede consultarse el listado del código para la generación de los archivos, que depende del rango de volumen de precipitación para el que se esté simulando en cada caso. Es decir, el código varía según qué probabilidad de la vulnerabilidad se esté calculando.

7.4.2 Modelo SWMM

Los archivos de salida de SWMM tienen formato *.txt* y ocupan, para el tipo de simulación que se está realizando más de 200 KB. Estos archivos incluyen mucha información completamente innecesaria que sólo hace aumentar el tamaño de los archivos y el tiempo de computación al escribirlos.

Lo que se ha hecho es manipular el código de SWMM para que la salida sea lo más limpia y fácil posible, de cara al posterior análisis de resultados. De toda la información que devuelve el programa, tan sólo se ha mantenido la siguiente:

- Información referente al suceso de lluvia: volumen y duración de la precipitación.
- Información referente al proceso de cálculo del modelo SWMM para comprobar que los cálculos se realizan correctamente: condición de Courant en los nodos y continuidad total de caudal.
- Respuesta de la red de drenaje: caudal (m^3) vertidos en superficie en cada uno de los nodos.

Ahora los archivos de salida de SWMM ocupan 17 KB, y están escritos en una sola línea de texto (archivo *.txt*). Posteriormente se pueden concatenar todos los archivos de texto en uno solo y traspasar toda la información a una hoja de cálculo (*MS-Excel*) donde la información se ordena en filas (cada una de las simulaciones) y columnas (información de las simulaciones).

7.5 NÚMERO DE SIMULACIONES

A la hora de decidir cuántas simulaciones son necesarias para efectuar el análisis de Monte Carlo, hay que sopesar, por lo menos, dos aspectos: la precisión que se espera obtener en el cálculo de las probabilidades y el tiempo de cálculo necesario para realizar este proceso.

En cuanto al tiempo de cálculo, un ordenador tipo *Pentium 4* consume entre 10 y 15 segundos para realizar una simulación en SWMM en los casos de precipitaciones de corta duración y aproximadamente 1 minuto para los casos con las duraciones más largas. Esto supone muchas horas de cálculo para la simulación de todos los rangos de precipitación, pero hay que pensar que se trata de cálculos definitivos y que una vez realizado el cálculo no hay que repetir, analizar o corregir las simulaciones como pudiera ser el caso de otro tipo de estudios. Se pueden hacer pruebas con pocas simulaciones antes del cálculo definitivo.

Por otro lado, en cuanto a la precisión de los resultados, una forma de abordar el problema es mediante intervalos de confianza sobre el parámetro de una distribución binomial.

Se supone que X es una variable aleatoria binomial, $B_i(p, n)$ y se desea determinar el valor de n (número de experimentos de Bernoulli) para que el intervalo de confianza $1 - \alpha$ sea $p_1 \leq p \leq p_2$. Para calcular un intervalo de confianza sobre p se puede utilizar el método de Neyman, mediante la resolución de las siguientes ecuaciones en x y n :

$$F_X(x|n, p_1) = 1 - \frac{\alpha}{2}, \quad F_X(x|n, p_2) = \frac{\alpha}{2}, \quad [7.5]$$

donde $F_X(\cdot | n, p)$ es la distribución binomial.

Si bien las ecuaciones no se pueden resolver fácilmente, se pueden hallar pares de soluciones. Por ejemplo, si se supone hallado $X = 0$ con $n = 10000$, para un intervalo de confianza tal que $\alpha = 0.05$ se tiene que

$$1 - \frac{\alpha}{2} = F_X(0|n, p_1) = p_1^0(1 - p_1)^n \longrightarrow p_1 = 1 - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)^{\frac{1}{n}} \cong 2.5 \cdot 10^{-6},$$

$$\frac{\alpha}{2} = F_X(0|n, p_2) = p_2^0(1 - p_2)^n \longrightarrow p_2 = 1 - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)^{\frac{1}{n}} \cong 3.7 \cdot 10^{-4}.$$

Esto indica claramente que con $n = 10000$ (simulaciones) sólo se podría distinguir entre probabilidades del orden de 10^{-3} , pero no del orden de 10^{-4} . Idéntico procedimiento se podría seguir para otros valores de n y x , mostrando que es necesario un número muy elevado de simulaciones, y por tanto, de tiempo de cálculo para conseguir precisiones muy significativas.

De todas maneras, hay que valorar que en el cálculo de la vulnerabilidad mediante simulación de Monte Carlo, no se está teniendo en cuenta la incertidumbre del proceso, en contraposición con el cálculo de la peligrosidad, y grandes precisiones no tendrían especial relevancia. Además, si las probabilidades obtenidas no mostrasen un comportamiento suficientemente suave, podría tratar de realizarse algún tipo de regresión con tal propósito.

Por los motivos expuestos anteriormente, se ha decidido que 5000 simulaciones para cada uno de los rangos de volumen de precipitación es un número razonable y que tampoco sobrepasa la capacidad de tiempo de cálculo de acuerdo al trabajo desarrollado.

Para el cálculo se han empleado 5 ordenadores trabajando simultáneamente. En la siguiente tabla muestra tiempos de cálculo para algunos rangos y el tiempo total de cálculo.

	5000 simulaciones rango 1.50 – 1.55 (escala logarítmica)	5000 simulaciones rango 2.20 – 2.25 (escala logarítmica)	Tiempo total de cálculo aprox. (1 ordenador)
Tiempo de cálculo en <i>Pentium 4</i>	16 horas	25 horas	15 días

Tabla 8. Tiempo de computación para el cálculo de la vulnerabilidad mediante simulación de Monte Carlo.

7.6 CÁLCULO Y RESULTADOS DE LA VULNERABILIDAD

Se han obtenido para cada uno de los rangos de precipitación (17 en total), 5000 respuestas de la red de drenaje en forma de caudal vertido en superficie en cada uno de los nodos de la red. Para poder analizar esta información y relacionarla con el grado de afección que supone, se ha usado una sola variable que permite describir globalmente la respuesta del sistema: el volumen total vertido en superficie (m^3); es decir, la suma de los vertidos en los nodos.

A partir de este volumen es fácil entender, en términos cualitativos, el grado de afección que ha sufrido la población de Sant Boi debido al fallo de la red de drenaje. No obstante, para un estudio cuantitativo del grado de afección, sería necesario desarrollar un modelo que simulase el comportamiento del agua vertida en superficie y asociar unos costes o daños a cada uno de los casos simulados, quedando esto fuera del alcance de la tesina. Así pues, los desenlaces (θ) en [7.1], se expresan como caudal vertido en superficie, pero hay que decidir cuántos desenlaces definir y en qué divisiones.

Se ha establecido dividir la respuesta de la red de drenaje en 7 rangos de caudal vertido en superficie, intentando representar diferentes grados de afección, que parecen acercarse más a una escala tipo logarítmica (no es lo mismo pasar de 1000 a 2000 m^3 vertido que de 50000 a 51000 m^3). El primer rango $[0,25] m^3$ correspondería a sucesos donde no hay ningún tipo de vertidos y la red funciona correctamente o donde el fallo es imperceptible por el ciudadano, confundiendo la escorrentía superficial con ese posible vertido. El segundo rango $[25,1500] m^3$ podría representar fallos de la red, percibidos por los ciudadanos, pero que no causan daños cuantificables. De ahí en adelante, los 5 rangos siguientes

corresponderían a niveles crecientes de daños y afecciones: [1500,7500], [7500,20000], [20000, 50000],[50000,100000] y [100000,máximo] m³.

Por otro lado, el cálculo de las probabilidades de la vulnerabilidad se ha hecho según un planteamiento frecuencial,

$$P[\theta_i | X \in [u_j, u_{j+1}]] = \frac{n^\circ \text{ éxitos} + 1}{n^\circ \text{ simulaciones} + i(\text{tipos de desenlace})}, \quad [7.6]$$

donde se evita que aparezcan probabilidades estrictamente iguales a cero para conseguir que los resultados tengan un comportamiento más suave.

En la *Tabla 9* se muestra los resultados obtenidos, y en *Figura 29*, han sido interpolados mediante *splines* (continuidad en primera derivada) para una mejor visualización de los mismos. Se puede considerar que los resultados, gracias al número elevado de rangos en que se ha dividido el problema, son suficientes para representar con claridad la vulnerabilidad, y que no es necesario realizar ningún tipo de regresión para suavizarlos o mejorarlos.

RANGO PRECIPITACIÓN (mm)				VULNERABILIDAD - PROB. DESENLACE DADO VOLUMEN DE PRECIPITACION (caudales vertidos fuera de la red de drenaje en m ³)						
escala natural		escala logarítmica		[0, 25]	[25, 1500]	[1500, 7500]	[7500, 20000]	[20000, 50000]	[50000, 100000]	[100000, max]
32	35	1.50	1.55	0.95	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
35	40	1.55	1.60	0.93	0.05	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
40	45	1.60	1.65	0.93	0.05	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
45	50	1.65	1.70	0.89	0.07	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00
50	56	1.70	1.75	0.88	0.08	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00
56	63	1.75	1.80	0.79	0.12	0.07	0.01	0.00	0.00	0.00
63	71	1.80	1.85	0.62	0.20	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00
71	79	1.85	1.90	0.23	0.30	0.24	0.23	0.00	0.00	0.00
79	89	1.90	1.95	0.06	0.26	0.19	0.40	0.10	0.00	0.00
89	100	1.95	2.00	0.01	0.09	0.27	0.21	0.42	0.00	0.00
100	112	2.00	2.05	0.00	0.02	0.25	0.13	0.58	0.02	0.00
112	126	2.05	2.10	0.00	0.00	0.15	0.15	0.41	0.29	0.00
126	141	2.10	2.15	0.00	0.00	0.04	0.18	0.24	0.54	0.00
141	158	2.15	2.20	0.00	0.00	0.01	0.14	0.17	0.63	0.05
158	178	2.20	2.25	0.00	0.00	0.00	0.08	0.15	0.41	0.36
178	200	2.25	2.30	0.00	0.00	0.00	0.03	0.12	0.28	0.58
200	224	2.30	2.35	0.00	0.00	0.00	0.01	0.07	0.21	0.71

Tabla 9. Resumen de resultados del cálculo de la vulnerabilidad.

En general, el resultado obtenido es coherente y aceptable: a medida que aumenta el rango de volumen de precipitación, la respuesta más probable de la red de drenaje corresponde a caudales vertidos mayores. Quizás la única singularidad se aprecia en los dos máximos que presenta la curva

correspondiente al desenlace tipo [1500;7500] m³, aunque no puede considerarse directamente un error ya que las propias características de la red de drenaje podrían llevar a esta situación.

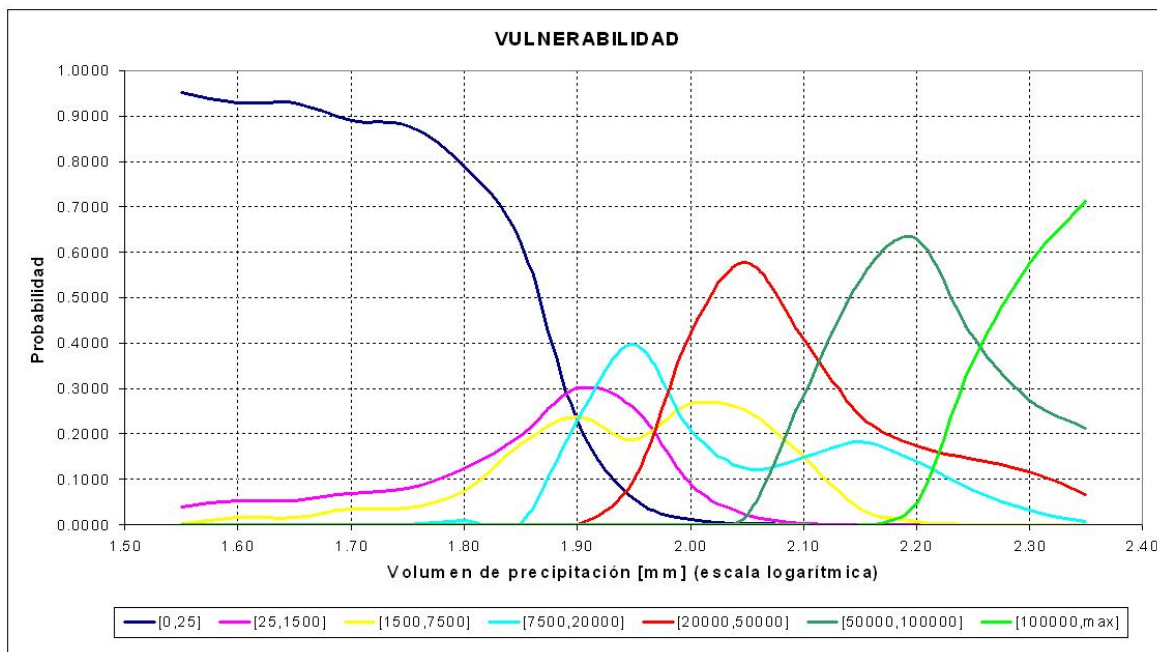


Figura 29. Resultados del cálculo de la vulnerabilidad (aproximación mediante splines).

Por otro lado, y analizando más detalladamente los resultados de las numerosas simulaciones realizadas, se observa como claramente son las precipitaciones de duraciones más cortas las que, en general, causan mayores vertidos en superficie y fallos más graves de la red de drenaje. Concretamente, la red presenta los mayores problemas en los pozos (nodos) 17, 20, 26, 29, 929, 30, 68 y 76. Estos pozos corresponden a aquellos puntos donde la red ya presentaba los mayores problemas de falta de capacidad antes de la rehabilitación. Con las propuestas realizadas se consigue solventar los problemas de vertido un muchas ocasiones, pero ante sucesos de precipitaciones importantes, los problemas reaparecen en los mismos lugares. Se trata de la zona media de la cuenca, donde se produce el cambio tan notable entre las fuertes pendientes de cabecera y las pendientes casi nulas de la parte baja. Es justamente al final de la cuenca donde la red tiene menor capacidad para hacer frente a un volumen mayor (recoge toda la escorrentía que se ha generado la cuenca), y al no poder transportar el caudal procedente de aguas arriba, los vertidos se producen al llegar a ese punto: en la zona media, donde está el cambio de pendiente.