

Capítol 2: Estat del coneixement

2.1 Antecedents

La primera tècnica eficient d'anàlisi estructural és l'Anàlisi Límit Clàssic. Coulomb va escriure en 1773 les bases d'aquesta tècnica (Coulomb, 1773). Va postular, basant-se en les condicions d'equilibri, que la fallada en un arc de fàbrica es produeix quan la línia d'empentes ja no es troba continguda en la secció (figura 2.1). Aquesta visió del funcionament d'una obra de fàbrica resideix en una sèrie de suposicions que van ser plantejades en forma de tres hipòtesis per Heyman (Heyman, 1982): 1. l'obra de fàbrica no té resistència a tracció; 2. la resistència a compressió és infinita o bé les tensions actuant es mantenen sempre molt per sota de la resistència a compressió; 3. no es produeix lliscament entre dovelles. El mateix Heyman va exposar les grans possibilitats que té l'aplicar el càlcul clàssic desenvolupat per Coulomb però partint dels teoremes límit de la plasticitat (Heyman, 1982). Quan s'apliquen aquestes noves hipòtesis, quan la línia d'empentes es fa tangent amb el contorn es pot afirmar que es forma una ròtula plàstica. Els mecanismes últims que es visualitzen són, en conseqüència, mecanismes de col·lapse realistes. Aquest fet va motivar que es transformés en el principal mètode per a visualitzar els mecanismes últims de col·lapse. No obstant això, aquesta tècnica és escassament aplicable en situacions de servei no associades a la fallada de l'estructura, ja que els seus resultats no aporten cap tipus d'informació relativa a la deformació de l'estructura. A més la seva aplicabilitat resulta molt complexa quan es tracta d'estructures de certa complexitat geomètrica.

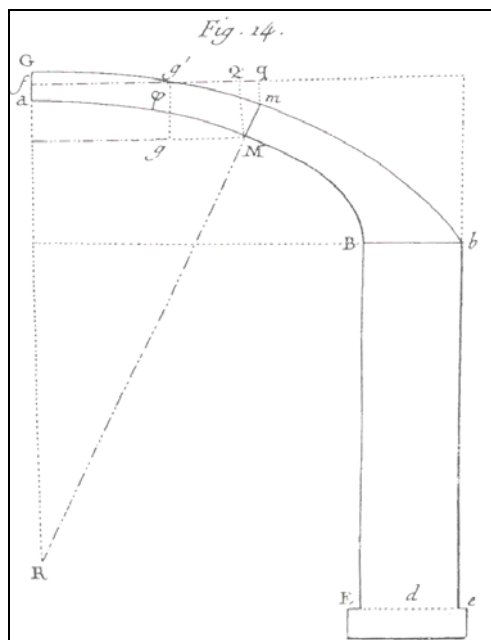


Figura 2.1 Equilibri d'una volta de fàbrica simètrica (Coulomb, 1773)

Més endavant va sorgir el Càlcul Elàstic Lineal, que considera l'estructura com un cos continu, deformable i d'un material, el comportament mecànic del qual es pot descriure mitjançant les equacions de l'elasticitat lineal (Molins et al., 1996b). Es comença a utilitzar en anàlisi fotoelàstica. Entre ells destaquen els realitzats per Robert Mark en 1982 (Mark, 1982), que va realitzar un estudi comparatiu de les seccions transversals de diferents Catedrals Gòtiques (figura 2.2). Actualment aquesta tècnica s'utilitza amb l'ajuda dels elements finits i és una de les tècniques més generalitzades per a l'anàlisi de construccions antigues, sobretot perquè permet una fàcil modelització de geometries complicades. A pesar d'això, és una tècnica poc apropiada per a l'estudi d'estructures construïdes en obra de fàbrica per ser aquest immaterial sense gairebé resistència a tracció i que experimenta desplaçaments relatius entre els seus blocs en les fases avançades de càrrega.

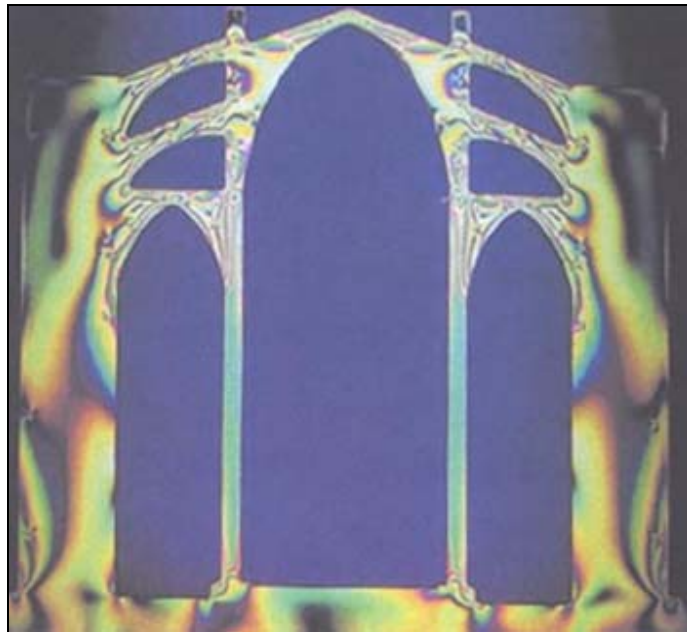


Figura 2.2 Estudi fotoelàstic de la Catedral de Mallorca (Mark, 1982)

2.2 Tècniques basades en l'ús dels Elements Finites

L'ús dels elements finits en l'anàlisi estructural de grans construccions antigues presenta importants avantatges. Destaca la capacitat de generar amb facilitat models geomètrics detallats i complicats. Fins i tot és possible modelar fissures establint una discontinuïtat entre elements. El segon avantatge important és la capacitat de simular una gran varietat d'accions, gràcies a tenir en compte la compatibilitat de moviments.

Un mètode d'anàlisi és la Formulació Matricial Generalitzada. Es tracta d'una extensió del càlcul matricial convencional, considerant part dels fenòmens no lineals propis de l'obra de fàbrica, com la incapacitat de treballar a tracció. Està plantejada en termes de flexibilitat i es basa en l'equilibri de forces externes i internes a nivell

de secció (Molins et al., 1996). El mètode arriba a reproduir els mecanismes inestables que, per formació de suficients ròtules, provoquen el col·lapse de l'estructura. És aplicable a estructures reticulars planes o espacials amb elements corbs o rectes, de secció constant o variable. Aquest aspecte ho limita ja que no és apropiat per a l'anàlisi de construccions que no puguin reduir-se a una estructura de tipus esquelètic. Destaquen els estudis realitzats sobre la Catedral de Tarazona (Lodos, 2001), sobre la Catedral de Barcelona (Torrent, 1999) (figura 2.3) i sobre la Catedral de Mallorca (Salas, 2002).

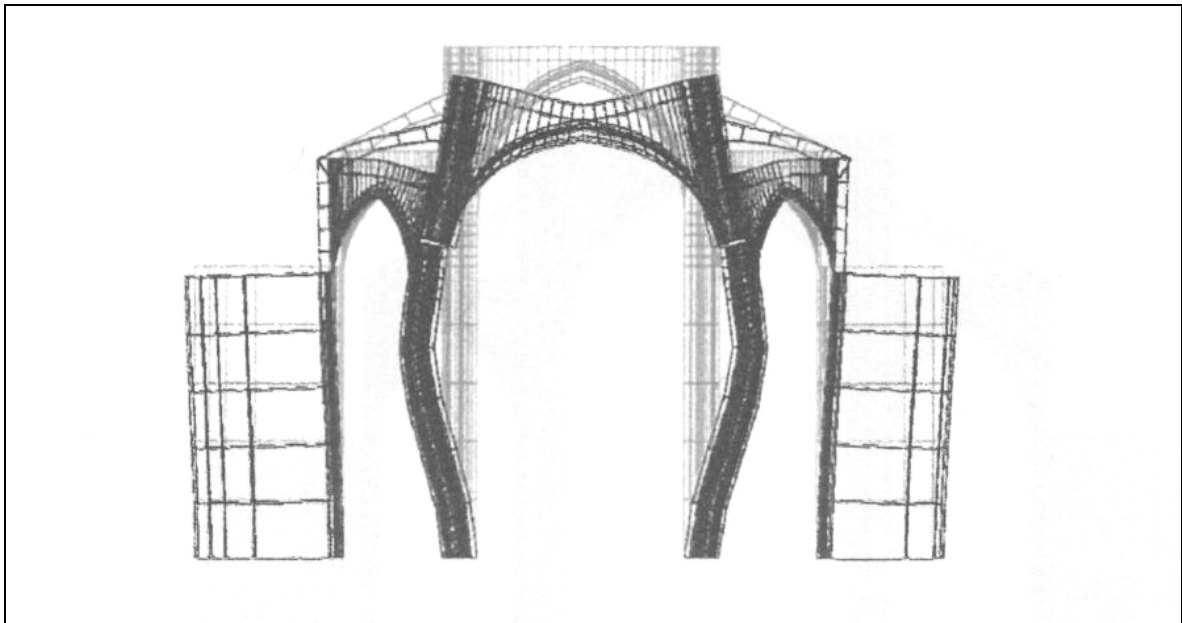


Figura 2.3 Resultats d'un càlcul en FMG. Deformada del pòrtic tipus de la Catedral de Barcelona amb el 200% del pes propi (Torrent, 1999)

Els elements finits es combinen amb un model constitutiu que defineix el comportament del material. L'adopció del model constitutiu adequat, tal que reflecteixi els principals fenòmens associats a la fallada dels materials permet reproduir els estats més avançats del comportament del material i fins i tot simular formes de trencament molt pròximes als mecanismes últims de les teories clàssiques.

Els primers models constitutius que es van emprar eren de tipus elàstic lineal. Els resultats que s'obtenen solament són vàlids per a rangs molt moderats de tensions i en situacions de servei allunyades del col·lapse, pels mateixos motius que quan es realitza una anàlisi lineal sense mitjans informàtics. No obstant això, l'anàlisi com mitjà continu elàstic constitueix una excel·lent eina auxiliar que cal utilitzar, amb coneixement de les seves limitacions, com estudi previ a mètodes més sofisticats.

Més endavant es van desenvolupar models constitutius de tipus no lineal. Entre ells destaquen els derivats de la Mecànica del Dany Continu.

2.3 Models Constitutius de Dany Continu

Basant-se en la termodinàmica dels processos irreversibles, la Mecànica del Dany Continu ofereix un potent marc per a la derivació de coherents models que simulen el comportament dels materials, aplicables en diferents camps enginyerils. La teoria del dany continu va ser introduïda per primera vegada per Kachanov en el 1958 per a l'estudi de problemes de lliscament (Cervera et al., 1999). Actualment s'utilitza per a modelar el comportament de materials tan distints com metalls, ceràmics, roques, formigons o obres de fàbrica i per a un ampli rang d'aplicacions com són problemes de lliscaments, fatiga o trencament. L'origen d'aquesta popularitat radica tant en la simplicitat i versatilitat de la teoria com en la seva consistència per estar basada en la teoria de la termodinàmica de processos irreversibles (Cervera et al., 1999). Pel que respecta a l'aplicació en la resolució no lineal de problemes estructurals, en els últims anys han aparegut diversos models constitutius basats en la Mecànica del Dany Continu, que superen els seriosos problemes de tipus numèric dels seus antecessors. Dintre d'aquests es troben diversos treballs (Cervera et al., 1990) (Cervera et al., 1999).

El primer és un model que conté una única variable de dany i que ha estat desenvolupat per a l'estudi del dany en el formigó armat. Va ser utilitzat satisfactòriament per a l'estudi de les voltes de la Basílica de San Marcos de Venècia. Posteriorment es va utilitzar en l'estudi del cimbori de la Catedral de Barcelona (Torrent, 1999), on els resultats van ser anàlegs als obtinguts amb el mètode de la FMG.

El model desenvolupat per Cervera i altres en 1999 és el Model Constitutiu Continu Tracció-Compressió de Dany. Ha estat dissenyat per a l'estudi de grans preses de formigó en massa enfront de l'efecte de càrregues sísmiques. La seva formulació està basada en un model isòtrop de dany amb dues variables escalars que caracteritzen el dany per compressió i per tracció. A més permet incorporar aspectes importants a considerar en un model no lineal per al formigó en massa, com és la distinció del comportament a tracció i compressió o la degradació de la rigidesa davant efectes de tipus mecànic, com cicles de tracció-compressió.

La seva aplicabilitat en l'estudi d'edificis antics es justifica per la similitud entre el comportament mecànic del formigó en massa i l'obra de fàbrica. A pesar d'això s'ha de ser conscient que s'està realitzant una aproximació ja que el formigó en massa es considera un mitjà continu isòtrop. A l'aplicar aquest model a una obra de fàbrica s'està ometent els efectes derivats del caràcter compost i anisòtrop del material, com són respectivament l'ordenació de l'aparell en filades de morter i maó o els efectes relacionats amb el lliscament de blocs al llarg de les juntes. No obstant això, una vegada considerades les limitacions del mètode d'anàlisi respecte al comportament real del material, resulta ser una eina més que acceptable.

Aquest model s'ha utilitzat en l'estudi de la Catedral de Barcelona (Torrent, 1999), en l'estudi dels pòrtics de la Catedral de Mallorca (Salas, 2002) i en l'estudi de la Catedral de Girona (Mendoza, 2002). L'objectiu de l'estudi realitzat sobre la Catedral de Girona (Mendoza, 2002) és conèixer el comportament estructural dels seus pòrtics i especialment, de la seva volta de creueria, que és la de major llum del gòtic i sempre havia causat dubtes pel seu atreviment. El motiu pel quin es va

emprar el model de dany implementat amb elements finits és el poder tractar amb major rigor la geometria de la construcció sense perdre capacitat de representar el comportament del material. Es van estudiar 3 models geomètrics del pòrtic, de diferent grau de definició. Es va analitzar la resistència última del pòrtic i es va comprovar que el present mètode deduïa els mateixos mecanismes de col·lapse que els obtinguts per altres autors mitjançant l'aplicació de l'Anàlisi Límit clàssic. També es va comprovar la resistència de la catedral davant assentaments diferencials i sol·licitacions sísmiques, que són accions no considerades en el disseny original de l'edifici.

2.4 Models Plàstics

Els models plàstics ens permeten estudiar el comportament de l'estructura fora de l'elasticitat, on es generen processos irreversibles. La formulació d'aquests models permet fer un anàlisi més ajustat a la realitat. L'interès per aquest tipus de simulacions segueix augmentant dins de l'enginyeria ja que permet reproduir el comportament de diferents tipus de materials en situacions molt diverses. Com exemple es poden assenyalar les corresponents als mecanismes d'esgotament i ruptura d'elements estructurals, processos de conformat de metalls en els que l'efecte de les deformacions no recuperables està controlat i té una finalitat específica.

Dins d'aquests models podem trobar diferents formulacions segons el tipus d'esforç, ja sigui a compressió o a tracció. Per l'elaboració de la present tesina s'han utilitzat dos models, donat que tindrem traccions i compressions. Per tracció, s'ha escollit el model de Rankine i per a compressió, el de Drucker Prager. Aquests són els que s'han considerat més eficients i vàlids com a possible aproximació a una estructura pètria.