Resum

El projecte que es presenta en aquest document recull el disseny i la metodologia de treball d'un software per a l'anàlisi de sistemes de suspensió d'un vehicle, concretament en un vehicle tipus quad, analitzant en detall els sistemes i elements associats emprats en l'eix anterior (sistemes de doble triangle) i l'eix posterior (sistema de basculant).

L'objectiu és elaborar un programa que permeti amb una ràpida inserció de les dades extreure múltiples característiques dels sistemes de suspensions per tal que l'usuari pugui jutjar el funcionament del sistema i provar nous dissenys per tal de millorar el model d'estudi.

Per a cada sistema de suspensió, s'estudiaran cinc blocs temàtics. En el primer d'ells, s'estudiarà la descripció dels elements que intervenen en la suspensió, des d'un sistema de referència per cadascun que permeti una caracterització intuïtiva i una fàcil mesura. Al segon bloc, s'ensamblaran tots els elements descrits al primer bloc en la posició de repòs del vehicle, per després al tercer bloc, establir una metodologia senzilla per caracteritzar el moviment sistema. Al quart bloc, s'exposarà l'anàlisi quasi-estàtic de cada conjunt de suspensions (anàlisi de les forces que intervenen al sistema donada una configuració concreta), i per acabar, a l'últim bloc s'explicarà la metodologia d'obtenció de les cotes característiques dels sistemes de suspensions (com caiguda, convergència, angle d'avanç, etc).

Per últim, es contrasta alguns dels resultats obtinguts amb aquest programa amb els resultats reals d'un model en concret dissenyat amb un programa de disseny en 3D, per tal de verificar el correcte funcionament del programa.

Sumari

RESUM 1

SUMARI 3

1. GLOSSARI 7

2. INTRODUCCIÓ 10

2.1. El Quad o ATV. 10

2.2. Metrakit Racing Division S.L. 11

3. OBJECTE DE L'ESTUDI 13

3.1. Origen del projecte i motivació 13

3.2. Objectius del projecte 13

3.3. Restriccions del projecte 13

3.4. Abast del projecte 14

3.5. Anàlisi d'antecedents 14

3.5.1. SolidWorks 2006 SP4.1 i CATIA v5 15

3.5.2. MSC ADAMS i MSC SimDesigner 15

3.5.3. Lotus Engineering Suspension Analysis (LSA) 16

3.5.4. SusProg3D v4.79B 16

3.5.5. Suspension Analyzer v. 2.0 16

3.5.6. DSP Design Suspension Software 17

3.6. Conceptes previs. 17

3.6.1. Caiguda (camber angle) 18

3.6.2. Convergència – Divergència (toe-in, toe-out) 19

3.6.3. Angle d'avanç (caster angle) 20

3.6.4. Braç d'avanç (caster offset o mechanical trail) 20

3.6.5. Angle de sortida (Kingpin inclination) 21

3.6.6. Braç a terra (Kingpin offset o scrub radius) 21

3.6.7. Ample de via (davantera i posterior) (Track width) 21

3.6.8. Batalla (Wheelbase) 22

3.6.9. Estabilitzadora 22

4. SISTEMA ANTERIOR: DOBLES TRIANGLES SUPERPOSATS. 24

4.1. Descripció del sistema. 24

4.1.1. Sistema de coordenades de referència del sistema. 25

4.1.2. Punts del xassís. 26

4.1.3. Triangles (o trapezis). 28

4.1.4. Mangueta. 31
4.1.5. Eix de Direcció 34
4.2. Càlcul de l'ensamblatge del sistema. 37
4.2.1. Resolució d'elements fixos: mecanisme de direcció. 37
4.2.2. Resolució segons alçada del punt MI o MS. 38
4.2.3. Resolució segons longitud del grup molla-amortidor. 44
4.2.4. Obtenció de la geometria de direcció. 46
4.3. Cinemàtica del sistema. 51
4.3.1. Moviment del volant de direcció. 51
4.3.2. Moviment dels triangles: gir angular conegut d'un dels triangles. 52
4.3.3. Moviment dels triangles: compressió - extensió del grup molla-amortidor. 52
4.4. Anàlisi quasi-estàtic del sistema. 53
4.4.1. Configuració de repòs. 53
4.4.2. Altres configuracions. 54
5. SISTEMA POSTERIOR: BASCULANT. 55
5.1. Descripció del sistema. 55
5.1.1. Sistema de coordenades de referència del sistema. 56
5.1.2. Punts del xassís. 56
5.1.3. Basculant. 57
5.1.4. Bieletes. 58
5.1.5. Eix posterior. 59
5.2. Càlcul del ensamblatge del sistema. 60
5.2.1. Resolució segons l'alçada de l'eix posterior (z_{CET}). 60
5.2.2. Resolució segons la inclinació del basculant. 63
5.2.3. Resolució segons longitud del grup molla-amortidor. 64
5.3. Cinemàtica del sistema. 67
5.3.1. Configuracions de bloqueig per al cas de suspensió per bieletes. 67
5.3.2. Moviment del basculant: variació en altura del centre de l'eix. 68
5.3.3. Moviment del basculant: variació en l'angle del basculant. 68
5.3.4. Moviment del basculant: compressió - extensió del grup molla-amortidor. 68
5.4. Anàlisi quasi-estàtic del sistema. 69
5.4.1. Configuració de repòs. 69
5.4.2. Altres configuracions. 69
6. OBTENCIÓ DE LES VARIABLES CARACTERÍSTIQUES. 70
6.1. Caiguda (camber angle). 70
6.2. Convergència – Divergència (toe in – toe out). 70
6.3. Avanç (Caster angle). 71
6.4. Braç d'avanç (Caster offset o mechanical trail). 72

6.5. Angle de sortida (Kingpin inclination KPI). 72
6.6. Braç a terra (Scrub radius – Kingpin offset). 73
6.7. Ample de via (Track width). 73
6.8. Batalla (Wheelbase) 74
6.9. Radi de gir aproximat del vehicle (CIR). 74
6.10. Punts de balanceig dels sistemes i eix de balanceig del vehicle. 75
6.10.1. Punt de balanceig d'un sistema de suspensió de dobles triangles. 75
6.10.2. Punt de balanceig d'un sistema de suspensió per basculant. 76
6.10.3. Eix de balanceig del vehicle. 77

7. COMPARACIÓ DELS RESULTATS DEL SOFTWARE DISSENYAT I UN SOFTWARE COMERCIAL. 79

8. PRESSUPOST DEL PROJECTE. 84

9. IMPACTE MEDIAMBIENTAL. 86

CONCLUSIONS 88

AGRAÏMENTS 89

BIBLIOGRAFIA 90

ANNEXOS:

ANNEX A: RESOLUCIONS DELS SISTEMES D'EQUACIONS NO LINEALS PLANTEJATS. 5

A.1. Resolució d'un sistema de dues equacions de segon grau i dues incògnites (intersecció de dues circumferències en el pla). 5
A.2. Resolució d'un sistema de tres equacions, dues d'elles de segon grau i una de primer grau, i tres incògnites (intersecció de dues esferes amb un pla). 6
A.3. Resolució d'un sistema de tres equacions de segon grau i tres incògnites (intersecció de tres esferes). 8

ANNEX B: MOVIMENT D'UN PUNT RESPECTE A UN EIX A L'ESPAI. 10

ANNEX C: DESCRIPCIÓ ANALÍTICA DE L'ANÀLISI QUASI-ESTÀTIC DELS SISTEMES. 11

C.1. Geometria davantera. 11
C.1.1. Esquemes de forces de cada element. 11

C.1.2. Situació de repòs. 13
C.1.3. Altres configuracions. 15
C.2. Geometria posterior. 18
C.2.1. Esquemes de forces de cada element. 18
C.2.2. Situació de repòs. 19
C.2.3. Altres configuracions. 21

ANNEX D: RELACIÓ TENSIÓ/DEFORMACIÓ EN UN CILINDRE DE DIMENSIONS CONEGUDES. ____ 24

ANNEX E: TAULES DE VALORS DE LES COTES DE SUSPENSIÓ DEL MODEL DE QUAD. ____ 26

E.1. Geometria davantera. 26
E.2. Geometria posterior. 30

1. Glossari

Relació d'abreviatures de punts i cotes utilitzades en aquest document:

CDG	Centre de Gravetat del Vehicle
IA	punt Inferior Anterior d'unió del triangle Inferior al xassís.
IP	punt Inferior Posterior d'unió del triangle Inferior al xassís.
SA	punt Superior Anterior d'unió del triangle Superior al xassís.
SP	punt Superior Posterior d'unió del triangle Superior al xassís.
MI	punt de Mangueta Inferior característic del triangle Inferior.
MS	punt de Mangueta Superior característic del triangle Superior.
PD	Punt de posició coneguda de l'eix de Direcció.
PA	Punt d'Articulació del tirant de direcció amb l'eix de direcció o amb la cremallera.
MD	punt de Mangueta de Direcció que uneix la Mangueta amb el tirant de Direcció.
EDE	projecció del punt de mangueta de Direcció en l'Eix d'avanç.
P1	Punt 1 característic de l'eix de rotació de la roda.
P2	Punt 2 característic de l'eix de rotació de la roda.
PMD	Punt de tall del pla Mig de la roda Davantera amb l'eix de roda (centre de roda).
PCD	Punt de Contacte de la roda Davantera amb el terra.
PBalD	Punt de Balanceig del sistema Davanter.
EB	unió de l'Eix del Basculant al xassís.
AB1	Unió de la Bieleta 1 al xassís.
B1	punt característic de la Bieleta 1, que uneix la Bieleta 1 amb la bieleta 2.
B2	punt característic de la Bieleta 2, que uneix la Bieleta 2 amb el basculant.

AMA punt d'Unió del grup Molla-Amortidor al triangle, basculant, o bieleta.

ATD punt d'Unió del grup molla-amortidor a la Torreta de suspensió Davantera.

ATT punt d'Unió del grup molla-amortidor a la Torreta de suspensió posterior.

CET punt Central de l'Eix posterior, que uneix geomètricament l'eix amb el basculant.

PMT Punt de tall del pla Mig de la roda posterior amb l'eix posterior (centre de roda).

PCT Punt de Contacte de la roda posterior amb el terra.

PBalT Punt de Balanceig del sistema posterior.

G_i on i és el nom d'un element, és l'angle característic d'aquest element.

d_i on i és el nom d'un element, és la distància característica d'aquest element.

d(i,j) on i, j són punts, indica la distància entre aquests dos punts.

$(k)_n$ on k és un vector, indica que el resultat del parèntesi és el vector k normalitzat (vector k amb mòdul unitari)

Pr(i,j) on i és un punt i j una varietat lineal, indica que el resultat de la operació és la projecció del punt i sobre la varietat lineal j.

2. Introducció

2.1. El Quad o ATV.

Fa més de 30 anys els distribuïdors de motocicletes, veient que les ventes dels seus vehicles baixaven amb el mal temps, van sol·licitar la fabricació de un vehicle capaç de circular en condicions climàtiques adverses, i terrenys de baixa adherència sense perdre estabilitat. Així, al 1970 van néixer els tricicles motoritzats, coneguts com Trike. Però, als Estats Units, la massificació del producte i l'alt percentatge de sinistralitat d'aquest vehicle va portar a la retirada del mateix.

Però, essent viva la lluita per trobar un vehicle versàtil, van néixer els ATV (All Terrain Vehicles, coneguts també com Quads), principalment per serveis agrícoles i militars, i van donar amb el producte més equilibrat en condicions adverses. Avui dia, aquest vehicle s'ha convertit principalment en un vehicle destinat a l'oci i la competició.

Fig. 2.1. Model de quad Quark 100 de Metrakit [*www.metrakit.es*]

La seva aparició va estar lligada inicialment als mercats nord-americà i japonès. A l'actualitat als Estats Units s'estima que circulen al voltant de set milions d'aquests vehicles. A Espanya, les ventes s'han vist incrementades en el últims cinc anys, essent al 2001 de 7.454 quads venuts fins arribar als 27.214 quads venuts al 2004, i 27.251 al 2005 (segons ANESDOR). Només en el primer semestre del present any, s'han matriculat 14.709 quads, la gran majoria d'ells catalogats com de més de 100 cc. La influència d'aquest vehicle ha arribat fins a les autoritats locals, com per exemple a la Policia Municipal de la Comunitat Valenciana, concretament a la de Gandia, que ha escollit els ATV o quads per facilitar la vigilància a les platges. El seu cost acostuma a oscil·lar entre els 1.500 € fins als 15.000€.

Avui dia, la DGT els classifica de la següent forma:

- Models infantils: no són matriculables i no són considerats en cap dels apartats al que es refereix el Reglamento General de Vehículos. El seu ús es limita a finques privades o circuits tancats al trànsit.

- Vehicles especials: La seva matricula és de color vermell i poden tenir la consideració de maquinaria agrícola o d'obra. La seva potencia és molt elevada, però encara així no es obligatori l'ús del casc. Poden circular en les mateixes condicions que qualsevol altre vehicle, inclòs per autopistes si arriben a una velocitat superior dels 60 km/h. Quan no existeixi part de la calçada que els hi estigui especialment destinada, deuran de circular per la vorera de la seva dreta.

- Quadricicles: Homologats com ciclomotors, amb matrícula de color vermell. S'ha de fer servir el casc, ja que l'article 118 del Reglamento de Circulación imposa aquesta obligació als conductors i passatgers de motocicletes de dues rodes, als de ciclomotors i als de quadricicles. No es poden transportar a passatgers menors de 12 anys i la seva circulació està totalment prohibida en autopistes i autovies.

Els quads introdueixen dinàmicament molts avantatges respecte les motocicletes, a més de permetre a la possibilitat d'instal·lar suspensions independents en un o ambdós eixos, i fer una posta a punt específica per el seu ús. La seva conducció és similar al de un cotxe de rallis, en el que la pèrdua de tracció d'alguna de les rodes acostuma a ser habitual en el seu ús, aspecte important a tenir en compte per establir una geometria de suspensió que permeti una certa estabilitat en les derives del vehicle. Un altre aspecte a tenir en compte és que als viratges les rodes interiors a la corba poden perdre contacte amb el terra, i habitualment s'ha de corregir inclinant el pes del cos del usuari cap al interior de la corba, o bé, instal·lar barres estabilitzadores, que compliquen els esquemes però disminueixen el balanceig del vehicle.

2.2. Metrakit Racing Division S.L.

Metrakit Racing Division S.L. és l'empresa col·laboradora i demandant del present projecte. Posen a la seva disposició la seva amplia experiència en el desenvolupament de projectes, tant en l'àmbit de l'estètica com en el disseny d'elements tècnics.

Metrakit Racing Division S.L. és una empresa associada a Metrakit Grup. És la més jove de les seves unitats, escindida de Metrakit Industrial l'any 2004, rebent en herència l'amplia experiència de Metrakit en el disseny, desenvolupament e industrialització de components per motocicletes i ATV amb un ampli component tècnic.

El seu objectiu és donar serveis d'enginyeria al sector de la motocicleta i quads, així com atendre les necessitats de creació i millora de productes per al Grup, el qual posseeix el liderat en l'àmbit tècnic.

La font i principal banc d'assaigs de les seves creacions és la competició en circuits de tot el món, sota tot tipus de condicions i rigoroses exigències tècniques, de la mà de Metrakit Comercial, un dels motors d'iniciatives esportives en el món de les dues rodes.

3. Objecte de l'estudi

3.1. Origen del projecte i motivació

Metrakit Racing Division S.L., davant de la propera comercialització d'un nou model de quad amb esquemes de suspensions de dobles triangles superposats a l'eix anterior i esquema de basculant posterior, precisava d'un software molt intuïtiu i fet a mida segons les mesures dels seus tècnics, per poder veure els comportaments dels esquemes de suspensions en el seus recorreguts. La rellevància d'aquest software és deguda a la participació de l'empresa en campionats a tot arreu i la lluita per assolir un comportament dels quads idoni a cada circuit mitjançant una bona posta a punt de les suspensions per cada prova. Partir de zero en la programació d'aquest software permetria a l'empresa aconseguir-ne un que s'adaptés a la seva forma de treball i presa de dades de tal forma que no calgués un temps excessiu d'aprenentatge, i un domini suficient del programa per posar-lo en pràctica des del primer dia.

3.2. Objectius del projecte

L'objectiu del projecte és desenvolupar un software d'anàlisi de suspensions de dobles triangles que, a partir d'una determinada geometria de suspensions extreta d'algun model, o d'algun disseny en CAD, ensambli el model i es pugui observar, de forma senzilla, la variació de les cotes característiques dels sistemes de suspensió durant el seu recorregut. Es dissenyarà per tal de que l'empresa col·laboradora, Metrakit, pugui dissenyar en la seva totalitat els seus nous models de vehicle tipus quad, és a dir, per vehicles amb dobles triangles anteriors i, alhora, basculant posterior.

3.3. Restriccions del projecte

Les restriccions del projecte es citen a continuació:

- Es farà servir un programari estàndard, que estigui en gairebé quasi tots els ordinadors i que el seu cost sigui, a nivell d'usuari, assequible. Avui dia el paquet multi-programa Microsoft Office és implantat en la immensa majoria d'ordinadors a la venda. Aquest paquet conté Microsoft Excel i Microsoft VisualBasic, dues eines que

permeten fer dissenys d'algoritmes i programes de forma senzilla, ràpida i de forma bastant intuïtiva. Amb tot això, aconseguim que el programa tingui un requisit que la gran majoria d'ordinadors compleixen sense cap cost afegit. Serà elaborada per funcionar en versions XP y 2003.

- En principi, es treballarà amb models de vehicle tipus Quad o ATV, amb esquemes de dobles triangles superposats a l'esquema de suspensió anterior i basculant l'esquema de suspensió posterior. La seva solució ha d'esser vàlida per qualsevol model.

- S'ha d'assolir una precisió mínima en el ensamblatge i les posicions habituals del mecanisme de ± 1 mm amb el model real, ja que a partir d'aquesta precisió, les variacions de les cotes angulars comencen a ser inacceptables (a partir de ± 0,1º).

Cal destacar que en aquest document es recull la metodologia emprada per dissenyar el software, i tots els càlculs i procediments que s'inclouen son els mateixos que s'implementaran en Microsoft Excel.

3.4. Abast del projecte

L'abast d'aquest projecte arriba fins a qualsevol usuari i/o dissenyador de suspensions de quads que facin servir esquemes de suspensions de doble triangle anterior i basculant posterior, arribant a ser viable la utilització de dobles triangles posteriors.

Encara que l'objecte per el que es parli siguin els quads, degut a que tenen configuracions més peculiars en el que es refereix a suspensions, el programa realitzat és totalment genèric i només fa restriccions en els sistemes de referència de les mesures dels diferents elements que composen aquests esquemes de suspensions, és a dir, serveix a qualsevol vehicle de quatre rodes que facin servir esquemes de dobles triangles en algun dels seus eixos, i/o basculant posterior.

3.5. Anàlisi d'antecedents

Fins a la data, es presenten a continuació els programaris existents en el que fa referència al disseny de suspensions de doble triangle:

3.5.1. SolidWorks 2006 SP4.1 i CATIA v5

Aquests dos programes, del mateix grup de disseny de software (3dS Dassault Systemes) són softwares de disseny tridimensional de peces i mecanismes en general, que aporten flexibilitat en el disseny d'ensamblatges de diverses peces, encara que SolidWorks destaca més per la seva facilitat d'ús i CATIA, essent complex en el seu ús, té més potencial que el primer. Permeten dissenyar un ensamblatge d'un sistema de dobles triangles i veure el seu funcionament, a partir de les peces ja dissenyades d'un model determinat, per veure les característiques del sistema. La precisió és el principal punt fort però no destaca en la flexibilitat alhora de canviar les geometries, ja que suposa un increment de temps significant pel dissenyador. El preu de SolidWorks oscil·la entre els 1.000 € (màxim de 10 usuaris) i 6.000 € (màxim de 100 usuaris) per la versió limitada d'educació. Les versions d'aprenentatge de CATIA van per nivells de requisits que vulgui el dissenyador, que van des de 289 € per ordinador fins a 2879 € per ordinador la versió més completa.

Es pot trobar a: http://www.solidworks.com/pages/swworld07/

http://www.3ds.com/products-solutions/plm-solutions/catia/overview/

3.5.2. MSC ADAMS i MSC SimDesigner

Parteix amb la mateixa filosofia que SolidWorks i CATIA v5, en el disseny de peces, però fa concrecions als anàlisis mecànics dels sistemes i ensamblatges, partint d'un model dissenyat del mecanismes. És més complert en anàlisis però encara planteja la reduïda flexibilitat en canvis en les geometries de les peces i el gran estalvi de temps, tot i això és un referent en el mon de la simulació dinàmica de vehicles.

Per afegir flexibilitat a ADAMS, MSC també ofereix SimDesigner. Es tracta d'un mòdul de CATIA v5 que permet al programari ADAMS treballar amb ensamblatges en CATIA v5. Segons el productor, permet fer canvis en les configuracions de les suspensions en un temps baix i sense gastar un cost excessiu. Té utilitat sobretot en fer anàlisis dels mecanismes abans de portar-los a producció, amb el conseqüent estalvi i millora del producte. Es pot obtenir informació tant geomètrica com cinemàtica i dinàmica del producte desitjat. ADAMS té un cost de 2.500 € i 4.000 € per un màxim de 5 usuaris el primer, i 10 el segon.

Es pot trobar a: www.mscsoftware.com/products/products_detail.cfm?PI=635

3.5.3. Lotus Engineering Suspension Analysis (LSA)

Aquest programa, propi de la empresa constructora de vehicles Lotus, defineix a partir de les dades de l'usuari i fent servir models prèviament definits pel programador, les geometries dels elements de suspensió, així com paràmetres dinàmics i escombrat de posicions, interactuant tots els sistemes de suspensions posteriors amb el xassís, establint una dinàmica del vehicle completa i comptant amb la experiència pròpia d'un dissenyador de vehicles de competició de més de 50 anys d'experiència. El programari té un preu de 14.560 dòlars americans.

Es pot trobar a: http://www.lesoft.co.uk/

3.5.4. SusProg3D v4.79B

És un programari tridimensional en el qual tots els punts s'insereixen en coordenades cartesianes. També es poden escollir múltiples tipus de suspensions de doble triangle, com la convencional, push-rod, pull-rod, etc, amb o sense estabilitzadora.

Extreu múltiples dades, dins de tot el recorregut de suspensió, com el centre de basculació dels mecanismes, eix de basculació del xassís, caigudes, scrub radius, etc. Dinàmicament es pot obtenir les transferències de masses per determinades situacions i extreure les dades de funcionament del grup molla-amortidor. No permet inserir el sistema de direcció propi dels Quads amb de canya de direcció articulada, ni tampoc, sistemes de suspensió posterior de tipus basculant. En una versió de demostració oferta, s'ha pogut comprovar que el seu ús és complicat i poc intuïtiu. Té un preu de 335.80 dòlars australians.

Es pot trobar a: http://www.bevenyoung.com.au/suswin.htm

3.5.5. Suspension Analyzer v. 2.0

És gairebé idèntic al anterior programa, més complet en mostreig de dades, i amb l'afegit addicional que optimitza (es desconeix segons quin criteri) la geometria de suspensió. Per contra, no té en compte aspectes dinàmics del vehicle, però el mateix productor (Performance Trends), incorpora una gran quantitat de mòduls, de entre ells un per afegir un analitzador dinàmic, i fins i tot, un altre per importar geometries dels esquemes fets en CAD. El preu només del analitzador de suspensions és de 399 dòlars americans.

Es pot trobar a: http://www.performancetrends.com/SuspAnzr.htm

3.5.6. DSP Design Suspension Software

Aquest programa està fet bàsicament per ajudar en l'elecció dels grups molla-amortidor i estabilitzadora, especialment, en vehicles preparats i/o de competició. Resol els càlculs necessaris per determinar la longitud natural de les molles per baixar l'alçada del cotxe, modificar les característiques d'adherència del vehicle, i el seu caràcter. Treballa bàsicament a partir de teories aproximades extretes de experiments empírics, sense cap tipus de teoria geomètrica de la suspensió, només bàsicament amb les forces relatives de la molla i estabilitzadora amb el pes del vehicle i el seu repartiment entre els eixos. Això implica que el programa no donarà una referència del funcionament de la suspensió i les dades dinàmiques extretes són només aproximacions que no tenen en compte molts paràmetres importants en el disseny d'un sistema de suspensions.

Està disponible segons el tipus de suspensions que es fan servir a l'eix anterior i a l'eix posterior (ballestes, molles o barres de torsió). Cada mòdul té el preu de 19.95 dòlars americans.

Es pot trobar a: http://www.rahul.net/dennisp/suspension/

3.6. Conceptes previs.

Abans de definir els conceptes que farem servir durant el projecte, establirem un criteri estàndard pels eixos i plans característics d'un vehicle:

- Eix Longitudinal: Eix segons el sentit d'avanç del vehicle.
- Eix Transversal: Eix normal al pla de simetria del vehicle.
- Eix Vertical: Eix normal al pla de terra.
- Eix Anterior del vehicle: Eix format pels centres de les rodes davanteres (paral·lel a l'eix transversal).
- Eix Posterior del vehicle: Eix format pels centres de les rodes posteriors (paral·lel a l'eix transversal).
- Pla Longitudinal: Pla de simetria del vehicle.

- Pla Transversal: Pla format pels eixos transversal i vertical
- Pla Horitzontal: Pla paral·lel al terra, format pels eixos longitudinal i transversal.

3.6.1. Caiguda (camber angle)

L'angle de caiguda és l'angle format per el pla de simetria del pneumàtic i l'eix vertical del vehicle (z). És positiu quan la part superior del pneumàtic està inclinada cap a l'exterior del vehicle i negatiu quan està inclinada cap a el interior. Per compensar la inclinació que tenien antigament les carreteres (amb objecte de millorar el drenatge) era habitual que les rodes de l'eix anterior presentessin lleugers angles positius de caiguda (entre 5' i 10') de forma que rodessin perpendicularment a la carretera i amb ell el desgast del pneumàtic fos regular.

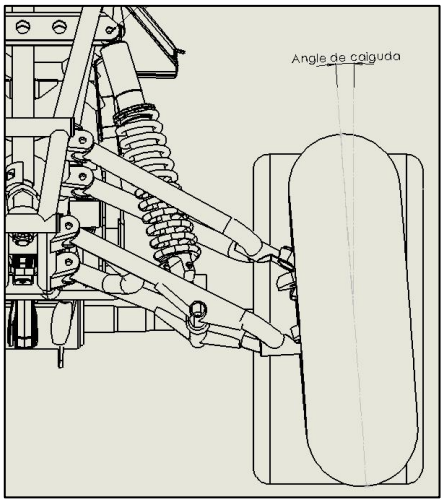


Fig. 3.1. Vista frontal del vehicle

A l'actualitat, les carreteres no presenten aquesta inclinació, per això es defineixen caigudes negatives que milloren la capacitat de suportar esforços transversals (responsables de la estabilitat lateral) al pneumàtic; a més, una caiguda positiva fa la direcció més sensible, essent el vehicle més inestable i amb perill de bolcada a elevades velocitats. Els valors habituals en turismes oscil·la entre 0 i 2º, essent més grans en competició i quads.

Aquest angle de caiguda, presenta variacions dinàmiques. Per efecte de la força centrífuga, el xassís tendeix a inclinar-se cap a l'exterior de la corba, pel que les rodes exteriors augmenten la seva força normal. D'aquesta forma la banda de rodadura és més plana als recolzaments i es guanya adherència, i en cas de lliscament, serà més controlable, doncs no es clavarà el cantell exterior del pneumàtic. Per compensar aquesta tendència d'adquirir caigudes positives de la roda exterior a la corba, en turismes el disseny de la geometria de suspensió es defineix de tal forma que augmenti la caiguda negativa en la carrera de compressió i que disminueixi en la carrera d'extensió.

3.6.2. Convergència – Divergència (toe-in, toe-out)

La convergència és l'angle format per el pla de simetria del pneumàtic i l'eix longitudinal (x) del vehicle. És positiu (convergència) quan la distància entre els extrems anteriors del pneumàtic és més petit que la distància entre els extrems posterior i negatiu (divergència) en cas contrari.

La convergència total en un dels eixos del vehicle es pot mesurar també com la diferència "b - c" (en mm) on "b" és la distància entre els extrems posteriors de la llanda i "c" és la distància entre els extrems anteriors de la llanda, mesurades sempre en el pla mig de roda.

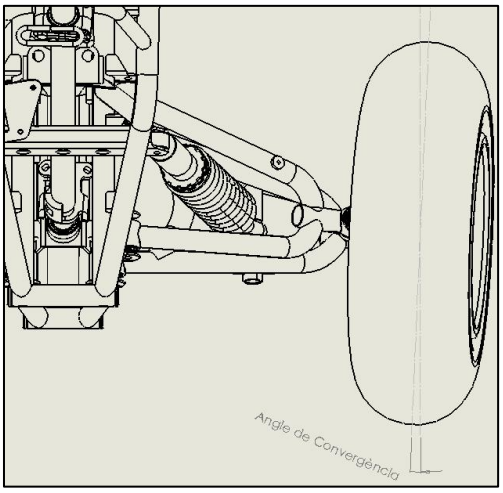


Fig. 3.2. Vista superior del vehicle

Una roda amb convergència té una major resistència a la rodadura en la direcció longitudinal, proporcional a l'angle de convergència, del ordre d'un 1% més per cada 10' de convergència. Aquest angle de convergència presenta variacions dinàmiques d'importància, ja que aquesta variació té una influència decisiva sobre el comportament del vehicle i la seva estabilitat. Ha d'ésser el més lineal possible, ja que en cas contrari el comportament del vehicle canvia de forma sobtada, essent poc previsible pel conductor. Mitjançant una adequada definició geomètrica de la variació de la convergència es pot arribar al comportament desitjat, així per exemple, si la roda davantera exterior a una corba tendeix a divergir (disminució de la convergència degut a la compressió del sistema) i la roda interior a convergir (disminució de la convergència en extensió del sistema), el vehicle tindrà una tendència natural al subviratge. Aquesta mateixa tendència pot arribar-se a donar amb el moviment invers a l'eix posterior, és a dir, fent que la roda exterior tendeixi a convergir i la roda interior tendeix a divergir. L'efecte contrari (tendència natural al sobreviratge), s'aconsegueix invertint les tendències de cadascuna de les rodes.

Al tren anterior, una convergència moderada dona més estabilitat en línia recta a costa de reduir la velocitat màxima del vehicle i baixar lleugerament l'adherència del tren davanter, fent la direcció menys agressiva, és a dir, el vehicle gira lleugerament menys. Al tren posterior, una convergència moderada tendeix a estabilitzar l'eix, especialment a les sortides de les corbes. Les divergències, en general, presenten menys estabilitat en línia recta a més de fer el vehicle menys controlable durant les pèrdues de tracció d'alguna de les rodes.

3.6.3. Angle d'avanç (caster angle)

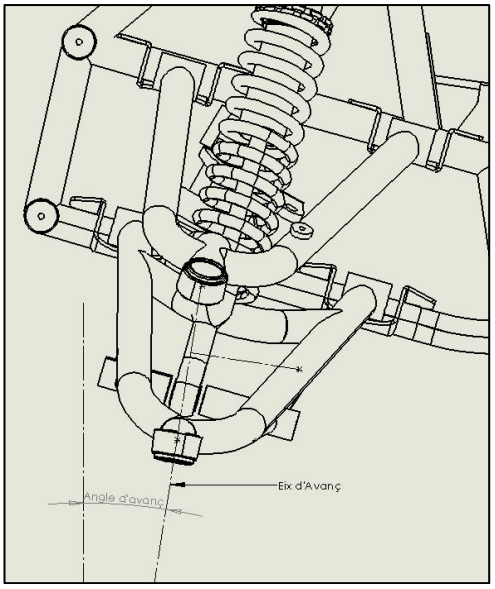


Fig. 3.3. Vista lateral del vehicle sense la roda

L'angle d'avanç és l'angle que formen en el pla XZ l'eix vertical (z) del vehicle amb l'eix de gir de la roda sobre aquest pla. Aquest angle genera un parell d'autoalineament de les rodes, produït per la component transversal en el pneumàtic durant els girs, proporcional al braç d'avanç.

Un dels efectes més característics de l'angle d'avanç és la tendència a que les rodes s'adrecin, a més de donar més estabilitat a la direcció. També, al girar la roda augmenta la caiguda negativa de les rodes directrius, dona més estabilitat en línia recta i un millor comportament dinàmic del vehicle a elevades velocitats. Però, si aquest angle és molt elevat s'ha de fer més parell sobre el volant per aconseguir girar les rodes; i a l'inrevés, si és molt petit, la direcció es torna molt més sensible. Els valors més habituals en turismes està entre 1º i 3º per vehicles de tracció davantera i motor davanter (vehicles amb gran pes a l'eix davanter), i entre 8º i 15º per vehicles de tracció posterior i vehicles de camp, ja que en aquests últims les forces de fregament són més petites.

3.6.4. Braç d'avanç (caster offset o mechanical trail)

Per definició, el braç d'avanç és la distància projectada al pla longitudinal del vehicle (pla XZ) entre el punt d'intersecció de l'eix de gir de la roda (o eix d'avanç) amb el terra, al punt de contacte del pneumàtic amb el terra. Aquesta cota determina el braç d'autoalineament de les rodes. És positiu sempre i quan la intersecció de l'eix de gir amb el terra estigui més endavant que el punt de contacte, i negatiu en cas contrari. Generalment és positiu ja que en cas contrari es produirien parells d'autoalineament negatius. Un braç d'avanç petit pot generar parells d'autoalineament quasi nuls i un braç d'avanç massa elevat augmenta els esforços necessaris per girar les rodes.

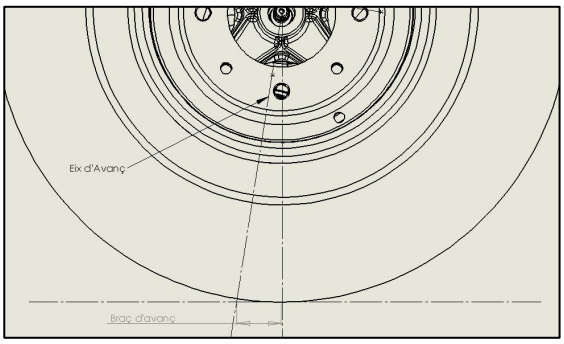


Fig. 3.4. Vista lateral del vehicle

3.6.5. Angle de sortida (Kingpin inclination)

L'angle de sortida és l'angle format per l'eix d'avanç (o eix de gir) de la roda i un pla longitudinal (pla XZ). És positiu quan la part superior de l'eix d'avanç està més a prop del pla mig del vehicle que la part inferior, i negatiu a l'inrevés. Els valors més habituals estan entre 10º i 15º. Determina el braç a terra i sobretot condicionen el seu signe.

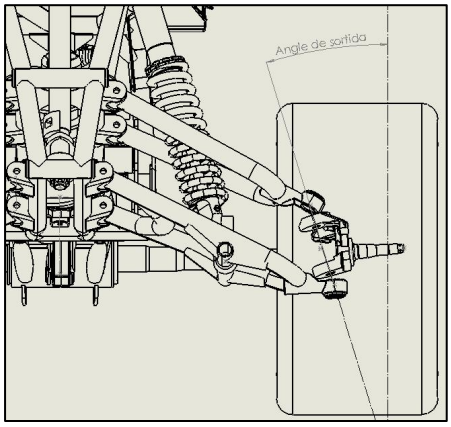


Fig. 3.5. Vista frontal del vehicle

3.6.6. Braç a terra (Kingpin offset o scrub radius)

És la distància projectada en el pla transversal (pla YZ) entre la intersecció de l'eix d'avanç (o eix de gir de la roda) i el pla terra, amb el punt de contacte de la roda davantera amb el terra. És positiu si el punt de intersecció queda per el costat interior de la roda i negatiu si queda per l'exterior.

El braç a terra és aproximadament el braç amb el que les forces longitudinals (tracció, frenada i resistència a la rodadura) generen un parell de gir de la roda. El seu valor depèn directament de la suma del angle de sortida més l'angle de caiguda.

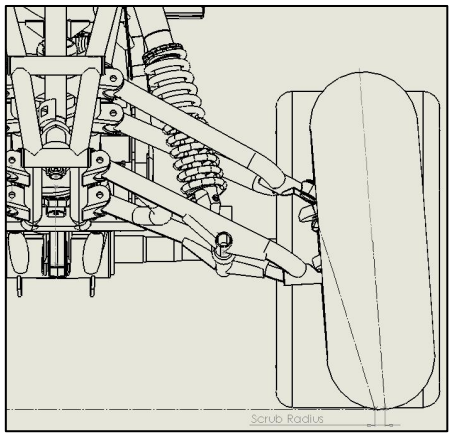


Fig. 3.6. Vista frontal del vehicle

Amb aquest braç la roda tindrà tendència a divergir quan és positiu i convergir quan és negatiu, per tant, per evitar efectes indesitjables pels frens i la direcció es busca mantenir aquest braç el més petit possible, zero o fins i tot negatiu. Un braç negatiu garanteix que el vehicle continuï dret al frenar, en el cas que les rodes davanteres frenin amb forces diferents.

3.6.7. Ample de via (davantera i posterior) (Track width)

Equival a la distància en mm entre els punts de contacte de les rodes d'un mateix eix. L'ample de via té una influència decisiva sobre el comportament del vehicle en les corbes i la seva tendència al balanceig. Ha d'esser el més gran possible en relació al ample total del

vehicle tenint en compte l'espai disponible en el pas de roda (considerant els moviments de carrera i direcció, així com el diàmetre màxim amb cadenes de neu).

Les variacions de via degudes als desplaçaments verticals de les rodes en compressió i extensió donen lloc a un augment de l'angle de deriva del pneumàtic i amb això un augment de la resistència a la rodadura i una pèrdua d'estabilitat en recta.

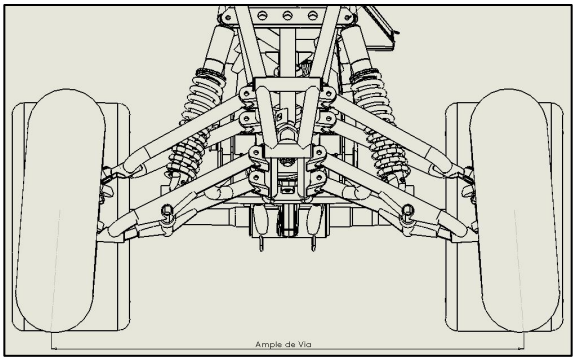


Fig. 3.7. Vista frontal del vehicle

3.6.8. Batalla (Wheelbase)

És la distància en mm des de el centre de la roda de l'eix anterior al centre de la roda de l'eix posterior projectada a l'eix longitudinal del vehicle. Una batalla elevada (en relació a la longitud total del vehicle) augmenta l'espai disponible per altres elements o per la càrrega útil del vehicle i minimitza la influència de les variacions de càrrega en el repartiment de pesos entre eixos i redueix la tendència al capcineig. Per un altra part, una batalla elevada augmenta molt el radi mínim de gir.

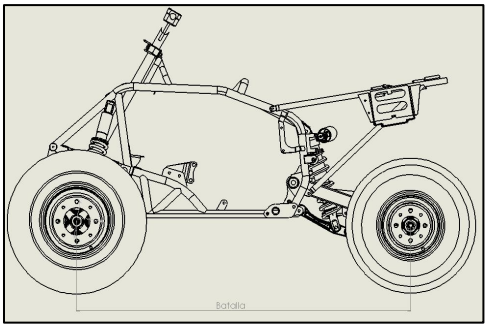


Fig. 3.8. Vista lateral del vehicle

3.6.9. Estabilitzadora

És un element dels sistemes de suspensions, i el seu objectiu és limitar el balanceig del vehicle quan aquest agafa corbes tancades a gran velocitat. Es tracta de barres generalment d'acer que connecten les suspensions de dues de les rodes d'un mateix eix, i alhora, van subjectades al xassís, oposant un parell de forces, generades pel balanceig del vehicle, mitjançant la seva pròpia rigidesa torsional. La forma de l'estabilitzadora depèn de l'esquema de suspensió de cada vehicle, però per norma general, van instal·lades perpendicularment al pla longitudinal del vehicle. A igualtat de disseny, com més grossa és la estabilitzadora més gran és la seva resistència a torsió i per tant, el seu efecte antibalanceig. Però com quasi sempre, s'ha de trobar un compromís, ja que com més gran és la rigidesa, més interferència en el funcionament dels dos costats de suspensions (deixen de ser independents entre si). Conceptualment, aquest element està composat, com es pot observar a la figura, per dues

parts: la primera és la barra de deformació, destinada a oferir la resistència a torsió mitjançant la seva deformació i a rebre el moment de força que prové de la segona part; aquesta segona part és el braç d'acció, unida per un costat al triangle de suspensió i a l'altre a la barra de deformació i al xassís. Es suposa, per facilitar els càlculs, que el braç d'acció només té l'objectiu d'exercir el moment torsor a la barra de deformació, sense deformar-se ni absorbir energia.

Fig. 3.9. Barra estabilitzadora senzilla. Font: www.1speedway.com

4. Sistema anterior: dobles triangles superposats.

4.1. Descripció del sistema.

El sistema de dobles triangles superposats consta dels següents elements:

- Dos triangles (superior i inferior): units en un extrem al xassís mitjançant articulacions cilíndriques o esfèriques, generalment en dos punts, i units entre si a l'altre extrem per la mangueta mitjançant articulacions esfèriques. Un d'ells acostuma a tenir un punt d'unió addicional per instal·lar el grup molla-amortidor.

- Mangueta: Uneix els dos triangles per un punt cadascun (l'eix que formen els dos punts s'anomena eix d'avanç) i alhora, conté l'eix de rotació de la roda, que defineix la orientació d'aquesta a l'espai.

- Tirant de direcció (per l'eix anterior), o tirant de xassís (per l'eix posterior): És un braç que uneix físicament la mangueta amb el sistema de direcció (per l'eix anterior), o bé amb el xassís (sistema posterior). En tots dos acoblaments es fan servir articulacions esfèriques. Per la geometria de suspensió anterior és de rellevant importància el tirant de direcció, donat que s'encarrega d'orientar la roda.

A continuació analitzarem que la geometria de suspensió anterior té dos graus de llibertat, mentre que a l'eix posterior només n'hi ha un.

- Al sistema anterior: es suposa que els enllaços dels triangles al xassís són cilíndrics i només un enllaç per triangle (dues articulacions esfèriques també són vàlides, sempre i quan es tingui en compte que cada parell d'articulacions té una restricció redundant). Hi ha tres sòlids (dos triangles i una mangueta). Considerant la direcció mòbil, el càlcul dels graus de llibertat del sistema seria el següent:

  3 sòlids · 6 graus/sòlid - 2 articulacions cilindriques·5 graus/articulació -

  - 2 articulacions esfèriques·3 graus/articulació = 2 graus de llibertat

  Vist d'una altra forma, cada triangle només té un grau de llibertat respecte el xassís, i al estar units per dues articulacions esfèriques a la mangueta, aquesta té un grau de llibertat respecte els trapezis, el gir de la roda respecte l'eix d'avanç (no confondre amb la rotació de la roda sobre el seu eix). Alhora té dos graus de llibertat respecte el xassís (gir de la roda i moviment del grau de llibertat d'ambdós trapezis, equivalent al recorregut del sistema de suspensió).

- Al sistema posterior: introduïm el tirant de xassís com a sòlid i les dues articulacions esfèriques que té, una d'unió al xassís, i un altra d'unió a la mangueta, però s'ha d'eliminar un grau de llibertat introduït pel tirant, que és el corresponent a la rotació d'aquest sobre el seu propi eix (format per les dues articulacions):

  4 sòlids·6 graus/sòlid - 2 articulacions cilindriques·5 graus/articulació -

  - 4 articulacions esfèriques·3 graus/articulació -1 grau = 1 grau de llibertat

4.1.1. Sistema de coordenades de referència del sistema.

Per començar, es necessita un sistema de referència de coordenades cartesianes (x, y, z) que sigui vàlid en tot cas pel muntatge vàlid del sistema i que les dades geomètriques siguin coherents amb aquest sistema de referència. Per conveni, definirem el següent:

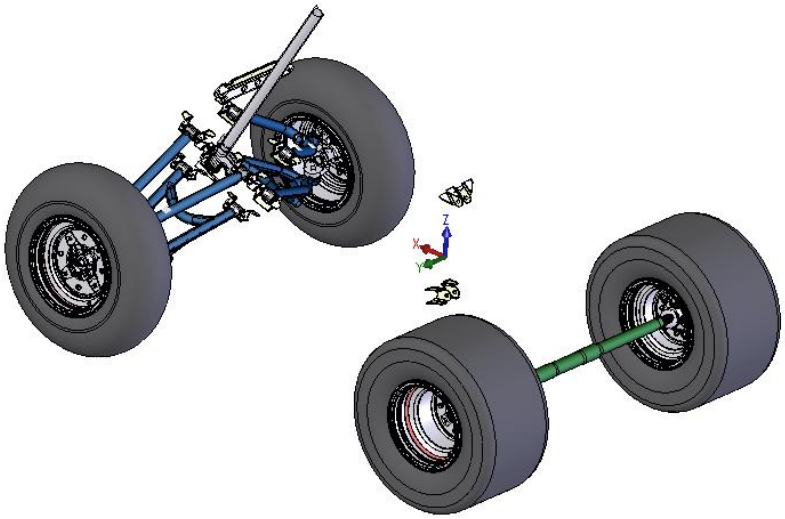


Fig. 4.1. Descripció dels eixos de referència en el vehicle

- Origen: Qualsevol definit per l'usuari, inscrit en el pla mig del vehicle. És recomanable que estigui inscrit al terra, encara que no imprescindible. Es té l'avantatge de poder esbrinar els radis estàtics de roda, com veurem més endavant.

- Eix X: Longitudinal al vehicle, sentit positiu segons la marxa progressiva del vehicle i negativa segons la marxa regressiva.

- Eix Y: Normal al pla de simetria del vehicle, sentit positiu a l'esquerra del quad i negatiu a la dreta del quad.

- Eix Z: Normal al pla de terra, sentit positiu ascendent i sentit negatiu descendent.

Altrament, si l'origen no està situat al terra, s'hauran d'especificar els radis estàtics de roda per tal de calcular la posició dels punts de contacte de la roda amb el terra, o dit d'un altra forma, per tal de situar el pla de terra.

És necessari també definir quin dels dos sistemes de doble triangle presents al vehicle (dreta o esquerra) volem definir, ja que n'hi ha prou amb definir-ne un, gràcies a la simetria del vehicle. Escollirem el sistema esquerra, per tenir valors positius de coordenades Y al sistema.

Per últim, cal notar que les mesures que impliquin algun punt d'articulació amb ròtula es fan des del centre de ròtula, i els dels punts d'articulació cilíndrics, al punt mig del cilindre.

4.1.2. Punts del xassís.

Per començar, es precisen les coordenades dels punts d'unió dels triangles al xassís (acostuma a haver-n'hi un parell per triangle). Donat que el xassís varia en les seves formes segons el tipus, mida i càrrega del vehicle, s'inseriran les dades quan el vehicle estigui en situació de repòs, és a dir, totalment muntat, i segons el sistema de referència general definit anteriorment. Els punts de xassís requerits són els següents:

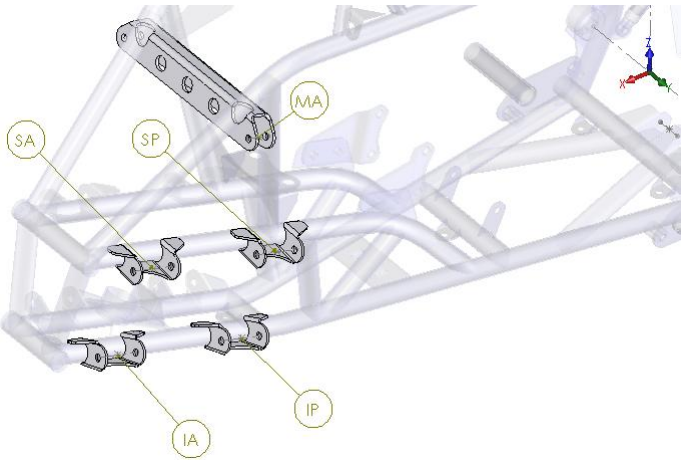


Fig. 4.2. Descripció dels punts relatius al xassís del vehicle

- Relatius al triangle superior:
    - Punt Anterior (SA): Punt situat més a prop de la part anterior al vehicle.
    - Punt Posterior (SP): Punt situat més a prop de la part posterior del vehicle.

- Relatius al triangle inferior:
    - Punt Anterior (IA): Punt situat més a prop de la part anterior al vehicle.
    - Punt Posterior (IP): Punt situat més a prop de la part posterior del vehicle.
- Relatius als elements de suspensió i esmorteïment:
    - Unió del grup molla-amortidor al xassís (Torreta de suspensió) (ATD): Punt geomètric on es fixa una de les ròtules del grup MA al xassís.
    - Unió de la barra estabilitzadora al xassís (EsE) (si en té): És el punt on es fixarà la barra estabilitzadora al xassís, i definirà el final del "braç d'acció" i un dels extrems de la "barra de deformació" (veure figura de l'apartat 3.6.9).

D'aquesta forma, deduïm les equacions dels eixos de rotació de cada triangle, essent:

- Triangle Superior:
    - Vector director: $v_{TS} = (v_x^{TS}, v_y^{TS}, v_z^{TS}) = (x_{SA} - x_{SP}, y_{SA} - y_{SP}, z_{SA} - z_{SP})$
    - Equació:

$$\begin{cases} (y_{SA} - y_{SP})x - (x_{SA} - x_{SP})y = (y_{SA} - y_{SP})x_{SP} - (x_{SA} - x_{SP})y_{SP} \\ (x_{SA} - x_{SP})(z_{SA} - z_{SP})x - (y_{SA} - y_{SP})(z_{SA} - z_{SP})y - [(x_{SA} - x_{SP})^2 + (y_{SA} - y_{SP})^2]z = \\ = (x_{SA} - x_{SP})(z_{SA} - z_{SP})x_{SP} - (y_{SA} - y_{SP})(z_{SA} - z_{SP})y_{SP} - [(x_{SA} - x_{SP})^2 + (y_{SA} - y_{SP})^2]z_{SP} \end{cases}$$

- Triangle Inferior:
    - Vector Director: $v_{TI} = (v_x^{TI}, v_y^{TI}, v_z^{TI}) = (x_{IA} - x_{IP}, y_{IA} - y_{IP}, z_{IA} - z_{IP})$
    - Equació:

$$\begin{cases} (y_{IA} - y_{IP})x - (x_{IA} - x_{IP})y = (y_{IA} - y_{IP})x_{IP} - (x_{IA} - x_{IP})y_{IP} \\ (x_{IA} - x_{SP})(z_{IA} - z_{IP})x - (y_{IA} - y_{IP})(z_{IA} - z_{IP})y - [(x_{IA} - x_{IP})^2 + (y_{IA} - y_{IP})^2]z = \\ = (x_{IA} - x_{IP})(z_{IA} - z_{IP})x_{IP} - (y_{IA} - y_{IP})(z_{IA} - z_{IP})y_{IP} - [(x_{IA} - x_{IP})^2 + (y_{IA} - y_{IP})^2]z_{SP} \end{cases}$$

Posteriorment, podem trobar els angles que formen els vectors directors amb els plans YZ (Transversal), XZ (Longitudinal) i XY (Horitzontal) respectivament:

$$\alpha_{TS} = \arcsin\left(\frac{v_x^{TS}}{\|v_{TS}\|}\right) \quad \text{essent} \quad \|v_{TS}\| = \sqrt{\left(v_x^{TS}\right)^2 + \left(v_y^{TS}\right)^2 + \left(v_z^{TS}\right)^2}$$

$$\alpha_{LS} = \arcsin\left(\frac{v_y^{TS}}{\|v_{TS}\|}\right) \qquad \alpha_{HS} = \arcsin\left(\frac{v_z^{TS}}{\|v_{TS}\|}\right)$$

Ídem per el triangle inferior:

$$\alpha_{TI} = \arcsin\left(\frac{v_x^{TI}}{\|v_{TI}\|}\right) \quad \text{essent} \quad \|v_{TI}\| = \sqrt{\left(v_x^{TI}\right)^2 + \left(v_y^{TI}\right)^2 + \left(v_z^{TI}\right)^2}$$

$$\alpha_{LI} = \arcsin\left(\frac{v_y^{TI}}{\|v_{TI}\|}\right) \qquad \alpha_{HI} = \arcsin\left(\frac{v_z^{TI}}{\|v_{TI}\|}\right)$$

4.1.3. Triangles (o trapezis).

El triangle és l'element que fa bascular un dels punts de la mangueta (superior o inferior) sobre l'eix de rotació definit sobre el xassís. Els punts que posseeix un triangle són els següents:

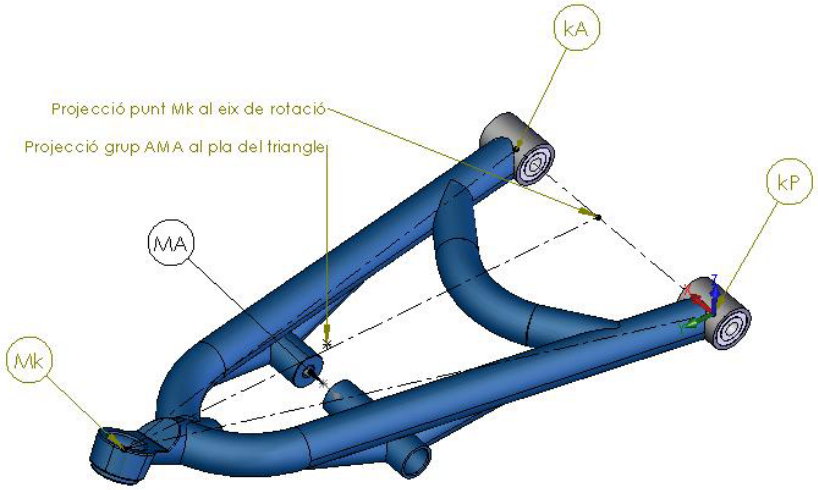


Fig. 4.3. Descripció dels punts relatius del triangle

- Punt Anterior (IA o SA, genèricament kA) (coincideix amb el punt anterior del xassís)
- Punt Posterior (IP o SP, gen. kP) (coincideix amb el punt posterior del xassís)

- Punt de Mangueta (MI o MS, gen. Mk) (unió a la mangueta del vehicle)
- Punt d'unió del grup molla-amortidor (AMA) (si el posseeix)
- Punt d'unió de la barra estabilitzadora (EsT) (opcional, i si el posseeix)

Primer de tot, definirem el sistema de coordenades de referència del triangle. Cal notar que cada triangle té un pla característic format pels tres punts clau, és a dir, el punt anterior, el posterior i el de mangueta: (Sistema 1 – Triangle)

- Origen: Punt anterior d'unió del triangle (kA).
- Eix X: Segons l'eix que formen el punt anterior (kA) i el punt posterior (kP), sentit positiu cap el punt posterior.
- Eix Y: Normal a l'eix X al pla característic del triangle, sigui tal que la coordenada y del punt de mangueta sigui sempre positiva.
- Eix Z: Pla normal al triangle, resultant del producte vectorial dels vectors directors de l'eix X i Y.

4.1.3.1. Descripció del punt de mangueta.

Per definir el punt de mangueta ho podem fer de dues maneres:

- Inserint les coordenades cartesianes relatives al triangle MI(x,y) o MS(x,y)
- Inserint els dos costats restants desconeguts del triangle (un d'ells és conegut: el que defineix l'eix entre el punt anterior i el punt posterior).

Cal recordar que la distància entre dos punts ve definida per la següent expressió:

$$d(A,B) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$$

Aleshores, si s'opta per la opció de definir per coordenades cartesianes, llavors les distàncies dels costats del triangle seran:

$$d(M,A) = \sqrt{x_M^2 + y_M^2}$$
$$d(M,P) = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + y_M^2}$$

Altrament, si s'opta per la opció de definir segons els costats del triangle, la resolució es farà per un sistema de dues equacions amb dues incògnites de segon grau, amb dues solucions, i s'agafarà la que doni una coordenada y positiva:

$$\begin{cases} x_M^2 + y_M^2 = d(M,A)^2 \\ (x_P - x_M)^2 + y_M^2 = d(M,P)^2 \end{cases}$$

Solució:

$$x = \frac{x_P^2 + d(M,A)^2 - d(M,P)^2}{2x_P}$$

$$y = \pm\sqrt{d(M,A)^2 - \left(\frac{x_P^2 + d(M,A)^2 - d(M,P)^2}{2x_P}\right)^2}$$

4.1.3.2. Definició dels punts d'unió del Grup MA i Estabilitzadora.

Els punts d'unió del grup molla-amortidor (punt AMA) i d'estabilitzadora (EsT) s'elaboraran a partir d'un sistema de coordenades diferent, amb el fi de que les mesures siguin més fàcils: (Sistema 2 – Triangle)

- Origen: Projecció del punt de mangueta del triangle en l'eix format pels punts P i A
- Eix X: Format per l'origen i el punt de mangueta, essent positiu cap el punt de mangueta.
- Eix Y: Paral·lel a l'eix que formen els punts P i A, positiu cap el punt A.
- Eix Z: Normal al pla del triangle, producte vectorial dels vectors directors dels eixos X i Y.

Aquest sistema de coordenades ajuda a situar millor el punt AMA:

- L'eix X ajuda a definir la distància de la projecció del punt AMA al pla del triangle a l'eix de rotació del triangle.
- L'eix Y ajuda a definir la distància de la projecció del punt AMA al pla del triangle a l'eix normal a l'eix de rotació passant per el punt de mangueta.
- L'eix Z ajuda a definir la distància del punt AMA al pla del triangle.

Els sistemes de coordenades 1 i 2 es relacionen de la següent manera:

- La coordenada X del sistema 2 correspon a la coordenada Y del sistema 1. ($x_{r-AMA} = y_{AMA}$)
- La coordenada Z del sistema 2 correspon a la coordenada a la coordenada Z del sistema 1. ($z_{r-AMA} = z_{AMA}$)
- La coordenada Y del sistema 2 és igual a la coordenada X del sistema 1 menys la component X del punt de mangueta. ($y_{r-AMA} = x_{AMA} - x_M$)

4.1.4. Mangueta.

La mangueta és l'element que conté l'eix de rotació de la roda, i s'encarrega d'unir físicament els dos triangles amb la roda, a més de suportar les pinces del fre. Els punts necessaris per descriure la mangueta són els següents:

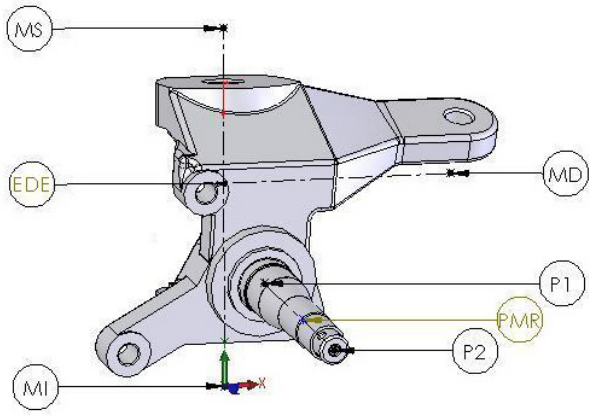


Fig. 4.4. Descripció dels punts relatius de la mangueta

- Punt de Mangueta Superior (MS): Punt d'unió entre la mangueta i el triangle superior.
- Punt de Mangueta Inferior (MI): Punt d'unió entre la mangueta i el triangle inferior.
- Punt de Mangueta de Direcció (MD): Punt d'unió entre la mangueta i el tirant de direcció.
- Eix de Rotació de la Roda (ERR): El defineixen 2 punts qualsevol de l'eix (P1 i P2).

- Punt Mig de Roda (en l'eix de rotació) (PM): Punt on talla geomètricament el pla mig de la roda amb l'eix de rotació.

Classificarem les manguetes en dos tipus:

- Manguetes amb el punt de direcció (MD) posterior a l'eix d'avanç: Són aquelles que amb la mangueta instal·lada al vehicle, el punt de direcció queda més endarrerit (segons l'eix longitudinal) que l'eix d'avanç.

- Manguetes amb el punt de direcció (MD) anterior a l'eix d'avanç: Són aquelles que amb la mangueta instal·lada al vehicle, el punt de direcció queda més avançat (segons l'eix longitudinal) que l'eix d'avanç.

Establirem un sistema de coordenades per definir la mangueta, essent el pla característic el format pels punts MI, MS i MD:

- Origen: Punt de Mangueta Inferior (MI)

- Eix Y: Definit segons l'eix d'avanç, de sentit positiu cap el punt MS.

- Eix X: Normal a l'eix Y, de tal forma que les manguetes amb punt de direcció (MD) posterior a l'eix d'avanç tinguin coordenada X positiva.

- Eix Z: Normal al pla característic, resultant del producte vectorial dels vectors directors dels eixos X i Y.

Al igual que en el cas dels triangles, podem descriure els punts de la mangueta segons dos mètodes:

- Descripció de tots els punts per distàncies relatives.

- Descripció directa de tots els punts per coordenades cartesianes (x,y,z).

4.1.4.1. Definició dels punts MI, MS i MD.

Per descriure els punts del pla característic de la mangueta segons el primer mètode de resolució (distàncies relatives), es necessitaran les següents mesures:

- Distància entre MI i MS – d(MS,MI)

- Distància entre MI i MD – d(MD,MI)
- Distància entre MS i MD – d(MD,MS)

Els punts MI i MS, segons el sistema de coordenades descrit anteriorment, seran:

$$(x_{MI}, y_{MI}) = (0,0)$$
$$(x_{MS}, y_{MS}) = (0, dMSMI)$$

Per definir MD, són útils les dues distàncies a MI i MS dins del pla característic de la mangueta, donant dues equacions de dues incògnites de segon grau, amb solució de X positiva per manguetes amb punt de mangueta posterior l'eix d'avanç, i amb solució de X negativa per manguetes amb punt de mangueta anterior l'eix d'avanç.

$$\begin{cases} x_{MD}^2 + y_{MD}^2 = d(MI, MD)^2 \\ x_{MD}^2 + (y_{MD} - d(MI, MS))^2 = d(MS, MD)^2 \end{cases}$$

Solució:

$$y = \frac{d(MS,MI)^2 + d(MD,MI)^2 - d(MD,MS)^2}{2d(MS,MI)}$$
$$x = \pm\sqrt{d(MD,MI)^2 - \left(\frac{d(MS,MI)^2 + d(MD,MI)^2 - d(MD,MS)^2}{2d(MS,MI)}\right)^2}$$

4.1.4.2. Definició de l'eix de rotació.

Per descriure l'eix de rotació fan falta dos punts (P1 i P2) d'aquest eix que siguin clarament diferenciables i fàcils de mesurar, sigui quin sigui el mètode emprat. No s'inclourà entre aquests dos punts el punt mig del pla de roda, ja que en la gran majoria dels casos no és un punt físic mesurable. Per tant el punt mig de la roda es descriurà segons una distància al llarg de l'eix de rotació d'un dels punts, per exemple, P1.

Si s'opta pel mètode de descripció per distàncies relatives, cada punt vindrà definit per la distancia als punts MI, MS i MD. Analíticament es té un sistema de tres equacions amb tres incògnites de segon grau, on la resolució i característiques d'aquests tipus de sistemes d'equacions es pot trobar a l'annex A.3. Si aquest té solució tindrà dues o bé una doble

solució inscrita al pla. Essent els tres punts (MI, MS i MD) coplanaris amb els eixos X i Y, sabem que una solució tindrà component z negativa i un altra positiva. Pel sistema de coordenades abans descrit s'optarà per la solució que doni una coordenada z positiva ja que seria coherent amb una mangueta de situació a l'esquerra del pla de simetria del vehicle.

Aleshores necessitarem les següents distàncies:

- Distància entre P1 i MI – d(P1,MI)
- Distància entre P1 i MS – d(P1,MS)
- Distància entre P1 i MD – d(P1,MD)
- Distància entre P2 i MI – d(P2,MI)
- Distància entre P2 i MS – d(P2,MS)
- Distància entre P2 i MD – d(P2,MD)
- Distància entre P1 i el punt mig de roda PR

El plantejament del problema genèricament pels punts P1 i P2 serà:

$$\begin{cases} (x-x_{MI})^2+(y-y_{MI})^2+(z-z_{MI})^2=d(Pi,MI)^2 \\ (x-x_{MS})^2+(y-y_{MS})^2+(z-z_{MS})^2=d(Pi,MS)^2 \\ (x-x_{MD})^2+(y-y_{MD})^2+(z-z_{MD})^2=d(Pi,MD)^2 \end{cases} \quad \text{per i=1,2}$$

Per un altra banda, tenint P1 i P2, obtindrem les coordenades relatives del punt mig de roda de la següent forma:

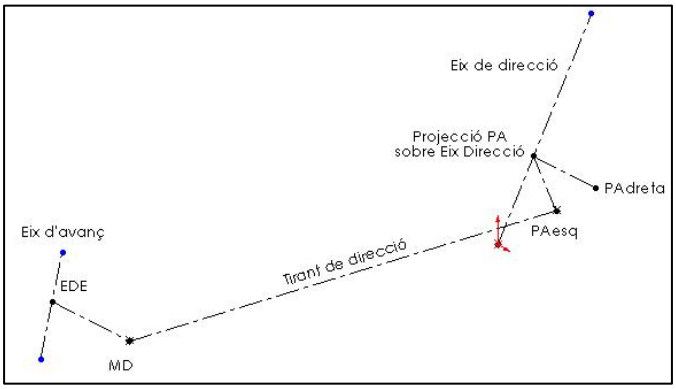
$$PMR = P1 + \overrightarrow{(P2-P1)} \cdot \frac{d(P1,PR)}{d(P1,P2)}$$

4.1.5. Eix de Direcció

Per definir l'eix de direcció, encarregat d'orientar la roda per efectuar un gir en el vehicle, primer distingirem entre dos sistemes de direcció en els quads:

- De canya de direcció articulada amb tirant de direcció: Més simple de construcció i més econòmica, consta de una canya de direcció, a la qual va unit un sòlid o reforç on s'instal·len dues articulacions (PA esquerra, PA dreta), un per cada mangueta

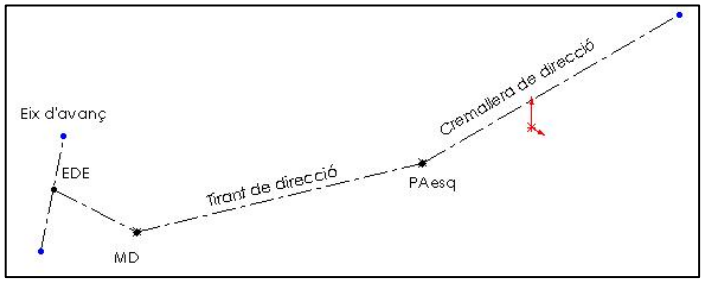
davantera del vehicle. Un tirant de direcció s'encarregarà d'unir aquesta articulació amb l'articulació de la mangueta (punt de direcció – MD). El mecanisme equivalent és un quadrilàter articulat composat pels següents punts:



1. Projecció del punt PA a l'eix de direcció (articulació fixa)
2. Punt PA
3. Punt MD
4. Projecció de punt MD sobre l'eix d'avanç (EDE) (articulació fixa)

Fig. 4.5. Esquema del sistema de direcció de canya

- De cremallera: Més complexa en construcció però més precisa en cotes ja que garanteix un moviment simètric dels punts d'articulació (PA) respecte el pla mig del vehicle, i permet establir una geometria de Ackermann més precisa (veure més endavant a l'apartat 4.2.4.1). Consta d'un sistema amb pinyó (solidari a l'eix de direcció) i cremallera (instal·lada en sentit transversal al vehicle), on a cada costat hi van unides dues articulacions on s'uneixen els tirants de direcció que uneixen la cremallera amb el punt de direcció de cada mangueta (MD). El mecanisme equivalent és de pistó – biela – manovella, amb els següents punts:



1. Punt PA: punt articulat a la cremallera (pistó).
2. Punt MD: articulació entre les dues barres.
3. Projecció del punt MD sobre l'eix d'avanç (EDE) (articulació fixa)

Fig. 4.6. Esquema del sistema de direcció de cremallera

4.1.5.1. Direcció de canya articulada amb tirant de direcció.

D'aquest sistema s'han de descriure els següents paràmetres:

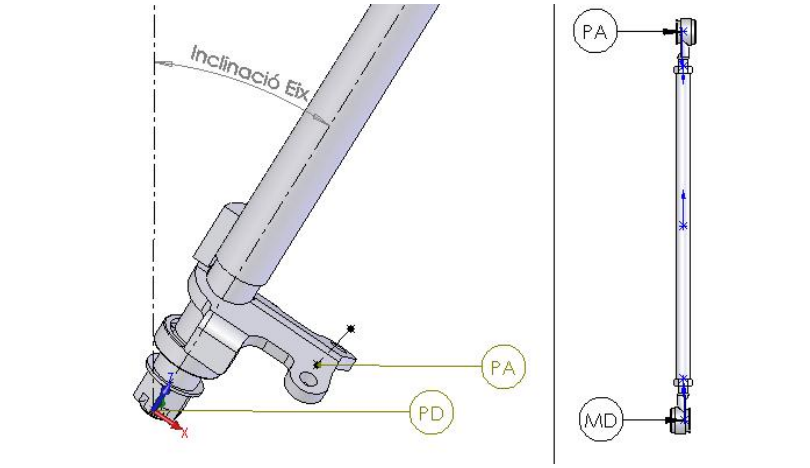


Fig. 4.7. Descripció dels punts de l'eix de direcció

- Punt conegut de l'eix de direcció (PD) a l'ensamblatge, i l'angle respecte a la vertical de l'eix de direcció (α_{ED}): Situen l'eix de direcció al lloc adequat a l'ensamblatge. Es suposa que l'eix de direcció és paral·lel al pla longitudinal (pla XZ).

- Posició relativa a la canya del punt d'articulació de l'eix de direcció (PA).

- Longitud del tirant de direcció: Estableix la distància que hi ha entre PA i MD.

Per situar el punt d'articulació es farà de forma directa segons un sistema de coordenades cartesianes:

- Origen: Punt conegut (o d'origen) de l'eix de direcció (PD)

- Eix Z: L'eix de direcció, essent positiu en sentit ascendent.

- Eix Y: Normal a l'eix Z, paral·lel a l'eix imaginari que formen els dos punts d'articulació de l'eix de direcció (PA esquerra i PA dreta), sentit positiu segons el punt d'articulació esquerra tingui component positiva.

- Eix X: Normal als vectors directors dels eixos Y i Z.

4.1.5.2. Direcció de cremallera.

D'aquest tipus de direcció cal descriure els següents paràmetres (cal tenir en compte que cap d'ells es determinarà segons un sistema de coordenades relatiu ja que la seva simplicitat geomètrica així ho permet):

- Relació de transmissió entre eix de direcció - cremallera (mm/º) $\left(r_{C-VD} = \left| \frac{\Delta y_{PA}}{\Delta \alpha_{VD}} \right| \right)$
- Posició absoluta del punt d'articulació de la cremallera al ensamblatge (PA)
- Longitud del tirant de direcció: Estableix la distància que hi ha entre PA i MD.

4.2. Càlcul de l'ensamblatge del sistema.

Degut a que el mecanisme de doble triangle té dos graus de llibertat i infinites configuracions possibles, es necessiten fixar ambdós graus per definir una posició inicial del mecanisme. Una d'elles consisteix en fixar el gir de la roda a una determinada posició (determinada per un gir de volant de direcció nul). La segona d'elles, relativa a la posició inicial dels triangles, es podrà determinar segons dos possibles mètodes:

- Segons la posició dels punts de mangueta superior o inferior (MS o MI): cal conèixer alguna de les seves coordenades (generalment z és la més fàcil de mesurar).
- Segons la longitud del grup molla-amortidor.

Independentment del mètode, descriurem primer l'ensamblatge del sistema de direcció.

4.2.1. Resolució d'elements fixos: mecanisme de direcció.

Donat que el mecanisme de direcció per cremallera es defineix directament dins de l'ensamblatge, només es descriurà l'ensamblatge del mecanisme de canya de direcció articulada amb el tirant de direcció:

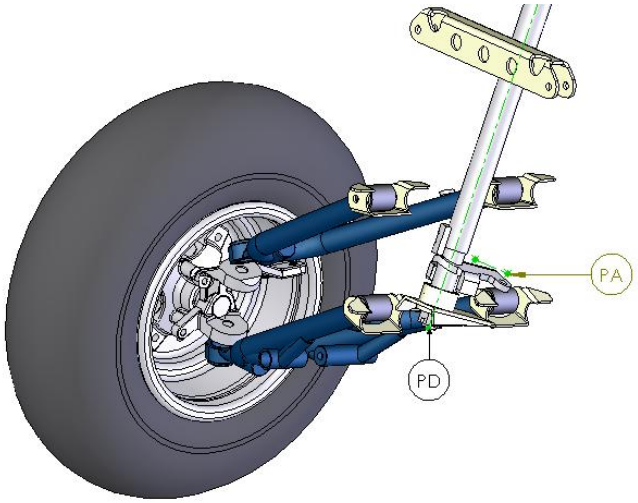


Fig. 4.8. Ensamblatge de l'eix de direcció

- Eix de direcció:
  - Punt de l'eix: PD
  - Vector Director: $v_{ED} = (v_x^{ED}, v_y^{ED}, v_z^{ED}) = (-\sin(\alpha_{ED}), 0, \cos(\alpha_{ED}))$
  - Equació: $\begin{cases} y = y_{PD} \\ \cos(\alpha_{ED})x + \sin(\alpha_{ED})z = \cos(\alpha_{ED})\cdot x_{PD} + \sin(\alpha_{ED})\cdot z_{PD} \end{cases}$

- Punt d'articulació: Fent un canvi de sistema de coordenades, obtenim la següent fórmula que ens descriu les coordenades del punt PA esquerra:

$$x_{PA} = x_{PD} - x_{r-PA}\cdot\cos(\alpha_{ED}) - z_{r-PA}\cdot\sin(\alpha_{ED})$$
$$y_{PA} = y_{PD} + y_{r-PA}$$
$$z_{PA} = z_{PD} - x_{r-PA}\cdot\sin(\alpha_{ED}) + z_{r-PA}\cdot\cos(\alpha_{ED})$$

4.2.2. Resolució segons alçada del punt MI o MS.

4.2.2.1. Determinació dels punts de l'eix d'avanç MI o MS.

Suposant que es coneix l'alçada d'un dels dos punts de l'eix d'avanç, la resolució del ensamblatge seria el següent:

- El problema a resoldre per completar les coordenades del punt Mk (essent k=I o S segons el punt escollit) es pot determinar donat que és coneguda la distància d'aquest punt als punts kA i kP d'unió al xassís (corresponen a la longitud dels braços del triangle), definits anteriorment en l'apartat 4.1.3. A més, sabem l'equació del pla paral·lel al pla de terra en el qual està inscrit.

- S'estableixen així un sistema de dues equacions de segon grau i una de primer grau amb tres incògnites. Si el sistema té solució, en tindrà dues o una doble. Si imaginem els punts solució per les dues primeres condicions (distancies entre els punts d'unió), la seva solució és una circumferència inscrita en un pla normal a l'eix de rotació del triangle. Ara bé, si situem un pla que talla en dos punts aquesta circumferència, un dels punts estarà, segons l'eix transversal, a l'esquerra de l'eix de rotació del triangle, i l'altre a la dreta. Són dues configuracions simètriques respecte el pla normal al pla XY que conté l'eix de rotació del triangle. És obvi que la solució bona és la que està a l'esquerra de l'eix de rotació (coordenada Y amb valor positiu més gran), ja que s'ha escollit treballar amb el sistema de suspensions de l'esquerra.

La seva solució analítica passa per resoldre el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} (x-x_{kA})^2+(y-y_{kA})^2+(z-z_{kA})^2 = d(Mk,kA)^2 \\ (x-x_{kS})^2+(y-y_{kS})^2+(z-z_{kS})^2 = d(Mk,kS)^2 \\ z = z_{Mk} \end{cases}$$

De la qual la resolució d'un problema d'aquest tipus es pot trobar a l'annex A.2.

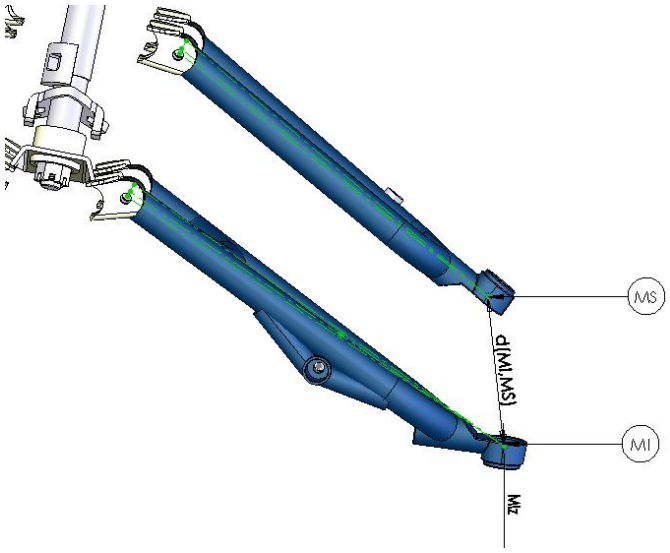


Fig. 4.9. Ensamblatge dels triangles de suspensió

Un cop obtinguda la solució del punt Mk, s'ha de trobar la situació de l'altre punt de l'eix d'avanç (Mj), del qual són conegudes les distàncies que hi ha entre aquest i els punts d'unió del triangle al xassís (jA i jP, determinades a l'apartat 4.1.3.1), i també està a una determinada distància entre el punt abans determinat Mk (a l'apartat 4.1.4.1). El problema a resoldre torna a ser un sistema de tres equacions de segon grau amb tres incògnites. Si té solució, les dues solucions són simètriques respecte el pla que formen els punts de referència, i la solució correcta serà la que està per sobre del pla si k=I i j=S, i la inferior si k=S i j=I. Aproximadament, equivaldria a agafar la solució que tingui coordenada z pel punt MS més gran que la del punt MI; mentre que si s'ha de definir MI la solució correcta serà la que tingui component z més petita que la del punt MS. El sistema a resoldre seria:

$$\begin{cases} (x-x_{Mk})^2+(y-y_{Mk})^2+(z-z_{Mk})^2 = d(Mj,Mk)^2 \\ (x-x_{jA})^2+(y-y_{jA})^2+(z-z_{jA})^2 = d(Mj,jA)^2 \\ (x-x_{jP})^2+(y-y_{jP})^2+(z-z_{jP})^2 = d(Mj,jP)^2 \end{cases}$$

de la qual la resolució dels sistemes d'aquest tipus, es pot trobar a l'annex A.3.

4.2.2.2. Determinació del punt de direcció de la mangueta (MD).

La determinació del punt de direcció de la mangueta tornarà a passar per la resolució d'un problema de tres distàncies respecte a tres punts (MI, MS i PA). Aproximadament, si el sistema té solució, i si el nostre tipus de mangueta és de situació del punt MD posterior a l'eix d'avanç escollirem la solució amb component X més petita, i a l'inrevés per manguetes de situació del punt MD anterior a l'eix d'avanç. Per veure-ho, de la mateixa forma que en casos anteriors, cal fixar-se en el pla que formen els punts de referència per veure on seran les solucions simètriques.

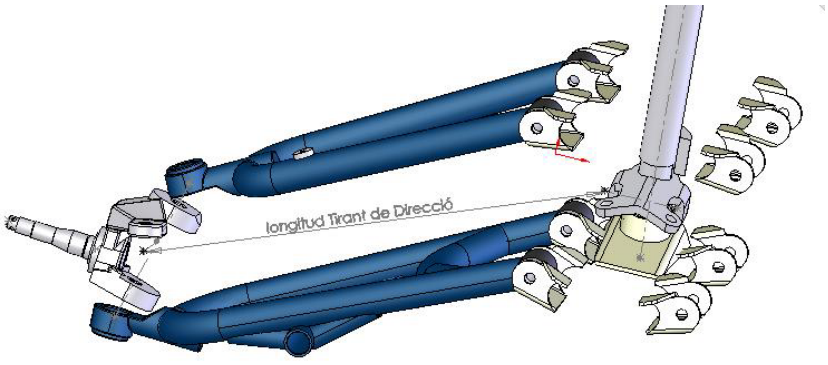


Fig. 4.10. Ensamblatge de la mangueta de la roda

El problema, vist de forma analítica, és el següent:

$$\begin{cases} (x-x_{MI})^2+(y-y_{MI})^2+(z-z_{MI})^2 = d(MI,MD)^2 \\ (x-x_{MS})^2+(y-y_{MS})^2+(z-z_{MS})^2 = d(MS,MD)^2 \\ (x-x_{PA})^2+(y-y_{PA})^2+(z-z_{PA})^2 = d(PA,MD)^2 \end{cases}$$

de la qual es pot veure la resolució (d'aquest tipus de problemes) a l'annex A.3.

Un cop determinats els punts, es definiran els següents llocs geomètrics:

- Pla del triangle k (ídem per el triangle j): Definirem el punt ETk, com la projecció del punt de mangueta del triangle sobre l'eix de rotació del triangle.
    - Punts del pla: Mk, kA, kP.
    - Vector Director 1: $v_{1Tk} = (x_{kA}-x_{kP}, y_{kA}-y_{kP}, z_{kA}-z_{kP})_n$
    - Vector Director 2: $v_{2Tk} = (x_{Mk}-x_{ETk}, y_{Mk}-y_{ETk}, z_{Mk}-z_{ETk})_n$
    - Vector Normal del pla: $n_{Tk} = (n_x^{Tk}, n_y^{Tk}, n_z^{Tk})_n = (v_{1Tk} \wedge v_{2Tk})_n$
    - Equació: $Pla-Tk : \{n_{Tkx}\cdot x + n_{Tky}\cdot y + n_{Tkz}\cdot z = n_{Tkx}\cdot x_{kP} + n_{Tky}\cdot y_{kP} + n_{Tkz}\cdot z_{kP}$
- Eix d'avanç de la roda (eix de gir de la roda): Definirem el punt EDE com la projecció del punt MD sobre l'eix d'avanç. Aquests dos punts formen el "braç de direcció", característic alhora de definir la geometria de direcció que farà servir el vehicle, que es podrà veure amb més profunditat a l'apartat 4.2.4.
    - Punt de l'eix: MI
    - Vector Director: $v_{Av} = (x_{MS}-x_{MI}, y_{MS}-y_{MI}, z_{MS}-z_{MI})_n$
    - Vector Normal 1: $n_{1Av} = (x_{MD}-x_{EDE}, y_{MD}-y_{EDE}, z_{MD}-z_{EDE})_n$
    - Vector Normal 2: $n_{2Av} = (v_{Av} \wedge n_{1Av})_n$
    - Equació: (de l'eix d'avanç i del pla on es mou el braç de direcció)

$$Eix-Av:\begin{cases} n_{1Avx}\cdot x+n_{1Avy}\cdot y+n_{1Avz}\cdot z=n_{1Avx}\cdot x_{MI}+n_{1Avy}\cdot y_{MI}+n_{1Avz}\cdot z_{MI} \\ n_{2Avx}\cdot x+n_{2Avy}\cdot y+n_{2Avz}\cdot z=n_{2Avx}\cdot x_{MI}+n_{2Avy}\cdot y_{MI}+n_{2Avz}\cdot z_{MI} \end{cases}$$

$$Pla-Av:\{(x_{MS}-x_{MI})x+(y_{MS}-y_{MI})y+(z_{MS}-z_{MI})z= \\ =(x_{MS}-x_{MI})x_{MD}+(y_{MS}-y_{MI})y_{MD}+(z_{MS}-z_{MI})z_{MD}$$

4.2.2.3. Determinació del punt d'unió del grup molla-amortidor al triangle.

Donat que s'han descrit els tres punts característics del pla del triangle (concretament als punts kA, kP i Mk), es pot fer un canvi de base per situar de forma immediata el punt d'unió del grup molla-amortidor, i de la mateixa forma, el punt d'unió de la barra estabilitzadora.

$$x_{AMA}=x_{SP}+v_{1Tk-x}\cdot(x_{rel-MS}+y_{rel-AMA})+v_{2Tk-x}\cdot x_{rel-AMA}+n_{Tk-x}\cdot z_{rel-AMA}$$
$$y_{AMA}=y_{SP}+v_{1Tk-y}\cdot(x_{rel-MS}+y_{rel-AMA})+v_{2Tk-y}\cdot x_{rel-AMA}+n_{Tk-y}\cdot z_{rel-AMA}$$
$$z_{AMA}=z_{SP}+v_{1Tk-z}\cdot(x_{rel-MS}+y_{rel-AMA})+v_{2Tk-z}\cdot x_{rel-AMA}+n_{Tk-z}\cdot z_{rel-AMA}$$

4.2.2.4. Determinació de l'eix de rotació i el pla de roda.

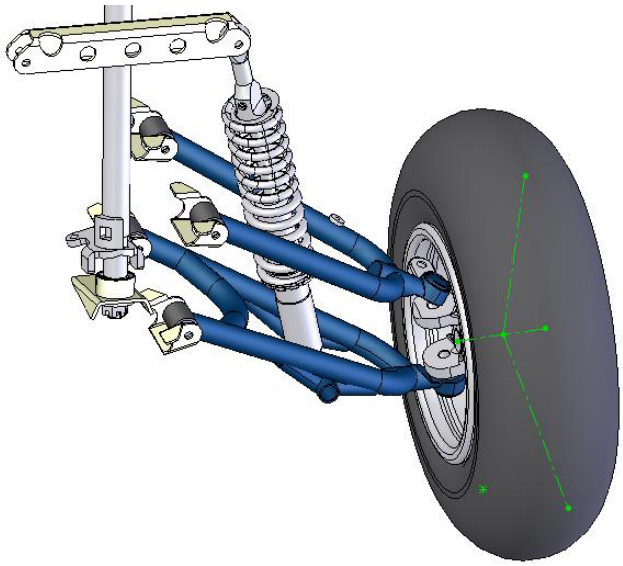


Fig. 4.11. Ensamblatge de l'eix de rotació i el pla de roda

Donat que s'han descrit els tres punts característics del pla de mangueta (concretament als punts MI, MS i MD), es pot caracteritzar la base relativa a l'ensamblatge, descrita a l'apartat

4.1.4. Aleshores, es poden caracteritzar de forma immediata els punts de l'eix de rotació de la roda:

$$\begin{aligned} x_{Pi} &= x_{MI} + v_{1M-x}\cdot y_{rel-Pi} + v_{2M-x}\cdot x_{rel-Pi} + n_{M-x}\cdot z_{rel-Pi} \\ y_{Pi} &= y_{MI} + v_{1M-y}\cdot y_{rel-Pi} + v_{2M-y}\cdot x_{rel-Pi} + n_{M-y}\cdot z_{rel-Pi} \quad \text{per i=1,2} \\ z_{Pi} &= z_{MI} + v_{1M-z}\cdot y_{rel-Pi} + v_{2M-z}\cdot x_{rel-Pi} + n_{M-z}\cdot z_{rel-Pi} \end{aligned}$$

i, igual que abans, trobarem el punt mig de roda de la següent forma:

$$PMR = P1 + \overrightarrow{(P2-P1)}\cdot\frac{d(P1,PR)}{d(P1,P2)}$$

Aleshores, podem definir l'eix de rotació de la roda, i alhora, el pla de roda a l'espai, ja que aquest últim és normal al primer:

- Eix de rotació de la roda i pla de roda:
  - Punt de l'eix: PMR
  - Vector Director:

$$v_{ED} = n_{PR} = (v_x^{ER}, v_y^{ER}, v_z^{ER}) = \left(x_{P2} - x_{P1}, y_{P2} - y_{P1}, z_{P2} - z_{P1}\right)_n$$

  - Vector Normal 1: $n_{1ER} = (0, -(z_{P2} - z_{P1}), y_{P2} - y_{P1})_n$ (Vector caiguda)
  - Vector Normal 2: $n_{2ER} = (y_{P2} - y_{P1}, -(x_{P2} - x_{P1}), 0)_n$ (Vector convergència)
  - Equació:

$$ER: \begin{cases} n_{1ERy}\cdot y + n_{1ERz}\cdot z = n_{1ERy}\cdot y_{PR} + n_{1ERz}\cdot z_{PR} \\ n_{2ERx}\cdot x + n_{2ERy}\cdot y + n_{2ERz}\cdot z = n_{2ERx}\cdot x_{PR} + n_{2ERy}\cdot y_{PR} + n_{2ERz}\cdot z_{PR} \end{cases}$$

$$PR: \{(x_{P2} - x_{P1})x + (y_{P2} - y_{P1})y + (z_{P2} - z_{P1})z = \\ = (x_{P2} - x_{P1})x_{PR} + (y_{PR} - y_{P1})y_{PR} + (z_{P2} - z_{P1})z_{PR}$$

4.2.2.5. Determinació del punt de contacte (PCD), o del pla de terra.

Un cop definit el punt mig de roda i el vector de caiguda, es pot determinar el punt de contacte, si el punt d'origen estimat per l'usuari ha estat instal·lat al terra (z_{terra}=0), o bé, situar el pla de terra, si no s'ha situat l'origen al pla de terra, inserint el radi estàtic de roda. Llavors:

- Si l'usuari ha situat el punt d'origen al terra: el vector que uneix el punt mig de roda amb el punt de contacte amb el terra ha de ser combinació lineal del vector de caiguda. S'obté un sistema de tres equacions i tres incògnites (dues coordenades del punt de contacte i el factor de proporcionalitat, el qual equival al radi estàtic de roda):

$$n_{1ER} = (0, n_{1ERy}, n_{1ERz})_n = \lambda_{RER}(PCD_x - PMD_x, PCD_y - PMD_y, 0 - PMD_z)_n$$
$$z_{terra} = 0$$

- Si l'usuari no ha situat el punt d'origen al terra, havent d'inserir el radi estàtic de roda: al igual que en el cas anterior, es coneix el factor de proporcionalitat però no es coneix la coordenada z del punt de contacte; aleshores la igualtat que s'hauria de complir seria la següent:

$$n_{1ER} = (0, n_{1ERy}, n_{1ERz})_n = r_{ER}(PCD_x - PMD_x, PCD_y - PMD_y, PCD_z - PMD_z)_n$$
$$z_{terra} = PCD_z$$

  Obtenint un sistema d'equacions lineal que té per solució el punt de contacte.

4.2.3. Resolució segons longitud del grup molla-amortidor.

4.2.3.1. Determinació del punt d'unió del grup molla-amortidor al triangle.

Es defineix la condició de contorn com la llargària del grup molla-amortidor (distància des de la unió al triangle (AMA) fins la unió al xassís (ATD)). Si s'agafen les distàncies relatives de la unió del grup molla-amortidor als punts del triangle on estigui ubicat (punts kA i kP, descrites a l'apartat 4.1.3), es pot establir un sistema de tres equacions de segon grau i tres incògnites. Un cop trobades les solucions (si existeixen), sempre hi haurà una solució més enrederida que el pla format pels tres punts en l'eix y, per tant, la solució bona serà la que tingui la component y més gran.

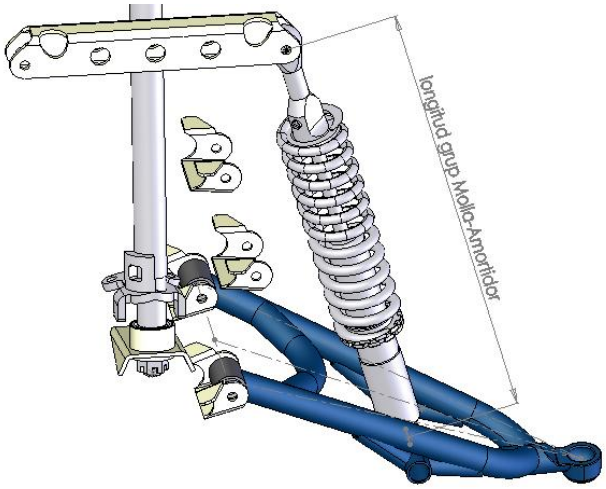


Fig. 4.12. Ensamblatge del triangle segons longitud del grup molla-amortidor

El problema, vist des de el punt de vista analític seria el següent:

$$\begin{cases} (x-x_{ATD})^2+(y-y_{ATD})^2+(z-z_{ATD})^2 = d(AMA,ATD)^2 \\ (x-x_{kA})^2+(y-y_{kA})^2+(z-z_{kA})^2 = d(AMA,kA)^2 \\ (x-x_{kP})^2+(y-y_{kP})^2+(z-z_{kP})^2 = d(AMA,kP)^2 \end{cases}$$

de la qual la resolució del problema es pot trobar a l'annex A.3. Si el vehicle porta una barra estabilitzadora, el punt d'unió es trobarà de la mateixa forma que s'ha descrit a l'apartat 4.2.2.3, un cop resolta la posició del triangle.

4.2.3.2. Determinació dels punts de l'eix d'avanç MI o MS.

Un cop determinat el punt d'unió del grup molla-amortidor, trobar la situació del punt de mangueta del mateix triangle (Mk) es duu a terme a partir de les tres distàncies conegudes als punts kA, kP i AMA, punts definits de forma relativa a l'apartat 4.1.3. Del sistema de tres equacions i tres incògnites, la solució correcta (si n'hi ha) serà aquella que estigui per sobre del pla format pels punts kA, kP i AMA si la coordenada z relativa del punt AMA és negativa. Si aquesta coordenada fos positiva, la solució correcta és la que està per sota del pla format pels tres punts. En les configuracions habituals (el triangle no acostuma a tenir angles més grans de 90 graus amb el pla horitzontal), si la coordenada z relativa de la unió del grup AMA és negativa s'agafa la solució amb coordenada z més gran; i al revés, si la coordenada z relativa fos positiva, s'agafa la solució amb coordenada z més petita. El problema analític serà el següent:

$$\begin{cases} (x-x_{AMA})^2+(y-y_{AMA})^2+(z-z_{AMA})^2=d(AMA,Mk)^2 \\ (x-x_{kA})^2+(y-y_{kA})^2+(z-z_{kA})^2=d(AMA,kA)^2 \\ (x-x_{kP})^2+(y-y_{kP})^2+(z-z_{kP})^2=d(AMA,kP)^2 \end{cases}$$

de la qual la resolució del problema es pot trobar a l'annex A.3.

El pas següent seria trobar la situació de l'altre punt de mangueta de l'eix d'avanç, Mj, essent j=I si k=S o j=S si k=I. Això es converteix en el mateix problema obtingut a la segona part de l'apartat 4.2.2.1, que es pot resoldre de la mateixa forma.

4.2.3.3. Determinació del punt de direcció de la mangueta (MD).

Donat que arribem a la mateixa situació que al cas de l'apartat en que la condició de contorn era l'alçada d'algun dels punts de l'eix d'avanç (4.2.2), es procedirà en aquest apartat igual que a l'apartat 4.2.2.2.

4.2.3.4. Determinació de l'eix de rotació i el pla de roda.

Donat que arribem a la mateixa situació que al cas de l'apartat en que la condició de contorn era l'alçada d'algun dels punts de l'eix d'avanç (4.2.2), es procedirà en aquest apartat igual que a l'apartat 4.2.2.4.

4.2.3.5. Determinació del punt de contacte (PCD), o el pla de terra.

Donat que arribem a la mateixa situació que al cas de l'apartat en que la condició de contorn era l'alçada d'algun dels punts de l'eix d'avanç (4.2.2), es procedirà en aquest apartat igual que a l'apartat 4.2.2.5.

4.2.4. Obtenció de la geometria de direcció.

Donat un ensamblatge amb tot els punts coneguts, es pot determinar quina geometria de direcció ha estat configurada al vehicle a partir del "braç de direcció" (format pel punt de direcció de la mangueta MD i la seva projecció a l'eix d'avanç EDE) i la seva orientació.

Per començar a obtenir la geometria de direcció es determina en primer lloc el punt EDE. Tal i com s'ha definit en el sistema de coordenades relatiu a la mangueta a l'apartat 4.1.4.1, la coordenada Y relativa del punt MD determina la distància que hi ha entre el punt MI i el punt EDE, alhora que la coordenada X relativa de MD marca la longitud del braç de direcció. Analíticament, a l'ensamblatge, es tradueix d'aquesta forma:

$$EDE(x,y,z) = MI(x,y,z) + y_{rel-MD} \cdot \overrightarrow{(MS(x,y,z) - MI(x,y,z))_n}$$

Aleshores definim el vector del braç de direcció com:

$$v_{BD} = \overrightarrow{(MD(x,y,z) - EDE(x,y,z))_n} = MD_{r-x}$$

4.2.4.1. Geometria d'Ackermann.

La característica de la configuració d'Ackermann és que, vistos en planta, els braços de direcció creuen en un punt de l'eix posterior (determinable a partir de la batalla del vehicle). Un dels avantatges de tenir una geometria d'Ackermann és que durant el gir del volant, les rodes davanteres coincideixen en determinar el centre instantani de rotació (CIR) del vehicle en l'espai, pel que, deixant de banda la convergència de les rodes, la deriva dels pneumàtics és teòricament nul·la. Un altre avantatge és que el vehicle traça molt bé les corbes, però quan una de les rodes davanteres rep una transferència de càrrega degut una frenada durant un gir, per efectes de suspensió, aquesta tendeix a obrir-se i el vehicle acostuma a tenir un cert subviratge natural. Encara així, una correcta configuració de la convergència en moviments de compressió de la suspensió davantera pal·lia aquest efecte, podent inclús arribar a invertir-lo.

Per comprovar si el sistema de direcció dissenyat té una geometria d'Ackermann s'ha de complir la següent condició: segons la definició anterior, l'eix imaginari que formen els punts EDE i MD, tallaria amb el pla XZ (pla longitudinal) a la mateixa coordenada x que el punt mig de l'eix posterior (punt CET), o el que és el mateix, la coordenada x del punt mig de roda davantera menys la batalla. El punt de tall tindria la següent forma:

$$\begin{aligned} x_{PT-BD} &= x_{CET} \simeq x_{PMD} - Batalla \\ y_{PT-BD} &= 0 \\ z_{PT-BD} &= ? \end{aligned}$$

El vector que hauria de tenir el braç d'Ackermann, aleshores, seria:

$$v_{Ack-x} = x_{PT-BD} - x_{EDE} \simeq x_{PMD} - Batalla - x_{EDE}$$
$$v_{Ack-y} = 0 - y_{EDE}$$
$$v_{Ack-z} = z_{PT-BD} - z_{EDE} = k$$

S'ha de destacar que la expressió anterior és equivalent per manguetes amb punt de direcció posterior a l'eix d'avanç. El cas per manguetes amb punt de direcció anterior a l'eix d'avanç el vector és el mateix però canviat de signe.

Tenint en compte que qualsevol vector del braç de direcció és normal a l'eix d'avanç s'ha de complir que el braç sigui combinació lineal de dos vectors qualsevol normals a aquest eix. Un d'ells pot ser el braç de direcció (v_{BD}) actual de l'ensamblatge (o bé un vector normal qualsevol) i l'altre serà el producte vectorial entre aquest últim i el vector de l'eix d'avanç (que s'anomena v_{BD2}):

$$(v_{Ack-x}, v_{Ack-y}, v_{Ack-z}) = \lambda_1 (v_{BDx}, v_{BDy}, v_{BDz}) + \lambda_2 (v_{BD2x}, v_{BD2y}, v_{BD2z})$$

D'aquesta combinació lineal es pot extreure un sistema de tres equacions i tres incògnites amb variables v_{Ack-z}, λ_1, λ_2.

Aleshores, es pot trobar el punt de direcció que estableix una direcció d'Ackermann i la longitud necessària del tirant de direcció per tenir aquest punt a l'ensamblatge:

$$MD'(x,y,z) = EDE(x,y,z) + MD_{rx} \cdot \overrightarrow{(v_{Ack}(x,y,z))}_n$$
$$d(PA, MD') = \left\| \overrightarrow{(MD' - PA)} \right\|$$

Si el tirant de la configuració actual té una longitud aproximadament igual a la teòrica d'Ackermann, aleshores tenim una configuració de direcció d'Ackermann.

4.2.4.2. Geometria Anti-Ackermann.

Aquesta geometria, poc usada i limitada només per competició (degut a les variacions de càrregues elevades) i karts, es caracteritza perquè els braços de direcció es creuen en el punt oposat a l'eix posterior, és a dir, per davant de l'eix anterior a una distància, segons l'eix X, igual a la batalla del vehicle (a nivell orientatiu). D'aquesta manera, en un gir la roda exterior gira molt més que la interior (tot el contrari al que es desitja en quan a efectes de durabilitat de pneumàtics). L'efecte en els girs del vehicle, és que inicialment el cotxe sembla girar poc, però degut a que la transferència de càrrega durant el gir existeix un instant de

màxim recolzament cap a la roda exterior (que gira més que la interior), guanyant més adherència i generant més angle de deriva a la roda interior (amb menys adherència). En altres paraules, un cop establert l'instant de màxim recolzament, la roda exterior predomina en la determinació del centre de gir del vehicle. Es requereix una gran tècnica de conducció, ja que la variació del comportament del vehicle des del inici del gir fins a l'instant de màxim recolzament és molt sobtada, amb la possibilitat de provocar un sobreviratge i la conseqüent pèrdua de control.

Per comprovar si el sistema de direcció dissenyat té una geometria Anti-Ackermann cal que es compleixi la següent condició: segons la definició anterior, aquest vector i l'eix imaginari que forma partint del punt EDE tallarien amb el pla XZ (pla longitudinal) en un punt de coordenada x igual a la suma de la coordenada x del punt mig de roda davantera i la batalla del vehicle. El punt de tall tindria la següent forma:

$$\begin{aligned} x_{PT-BD} &\simeq x_{PMD} + Batalla \\ y_{PT-BD} &= 0 \\ z_{PT-BD} &= ? \end{aligned}$$

El vector que hauria de tenir el braç Anti-Ackermann, aleshores, seria:

$$\begin{aligned} v_{A-Ack-x} &= -(x_{PT-BD} - x_{EDE}) \simeq -(x_{PMD} + Batalla - x_{EDE}) \\ v_{A-Ack-y} &= -(0 - y_{EDE}) \\ v_{A-Ack-z} &= -(z_{PT-BD} - z_{EDE}) = k \end{aligned}$$

S'ha de destacar que l'expressió anterior és equivalent per manguetes amb punt de direcció posterior a l'eix d'avanç. El cas per manguetes amb punt de direcció anterior a l'eix d'avanç té la mateixa expressió però amb totes les components canviades de signe.

Tenint en compte que qualsevol vector del braç de direcció són normals a l'eix d'avanç, aleshores, s'ha de complir que el braç serà combinació lineal de dos vectors qualsevol normals a aquest eix. Un d'ells pot ser el braç de direcció (v_{BD}) actual a l'ensamblatge (o be un vector normal qualsevol) i l'altre serà el producte vectorial entre aquest últim i el vector de l'eix d'avanç (que anomenarem v_{BD2}):

$$(v_{A-Ack-x}, v_{A-Ack-y}, v_{A-Ack-z}) = \lambda_1 (v_{BDx}, v_{BDy}, v_{BDz}) + \lambda_2 (v_{BD2x}, v_{BD2y}, v_{BD2z})$$

D'aquesta combinació lineal es pot extreure un sistema d'equacions de tres equacions i tres incògnites amb variables $v_{A-Ack-z}$, λ_1, λ_2.

Aleshores, podem trobar el punt de direcció que estableix una direcció Anti-Ackermann i la longitud necessària del tirant de direcció per tenir aquest punt a l'ensamblatge:

$$MD'(x,y,z) = EDE(x,y,z) + MD_{rx} \cdot \overrightarrow{(v_{A-Ack}(x,y,z))}_n$$
$$d(PA, MD') = \left\| \overrightarrow{(MD' - PA)} \right\|$$

Si el tirant de configuració actual té una longitud aproximadament igual a la teòrica Anti-Ackermann, aleshores tenim una configuració de direcció Anti-Ackermann.

4.2.4.3. Geometria Paral·lela.

Un terme mig entre les dues geometries de direcció anteriors equival a que els braços de direcció mai es trobin, és a dir, que siguin paral·lels entre si i paral·lels al pla XZ (longitudinal) del vehicle.

El vector que hauria de tenir el braç paral·lel, aleshores, seria:

$$v_{P-x} = -1$$
$$v_{P-y} = 0$$
$$v_{P-z} = k$$

S'ha de destacar que l'expressió anterior és equivalent per manguetes amb punt de direcció posterior a l'eix d'avanç. El cas per manguetes amb punt de direcció anterior a l'eix d'avanç té la mateixa expressió però amb totes les components canviades de signe.

Tenint en compte que qualsevol vector del braç de direcció són normals a l'eix d'avanç, aleshores, s'ha de complir que el braç serà combinació lineal de dos vectors qualsevol normals a aquest eix. Un d'ells pot ser el braç de direcció (v_{BD}) actual a l'ensamblatge (o be un vector normal qualsevol) i l'altre serà el producte vectorial entre aquest últim i el vector de l'eix d'avanç (que anomenarem v_{BD2}):

$$(v_{P-x}, v_{P-y}, v_{P-z}) = \lambda_1 (v_{BDx}, v_{BDy}, v_{BDz}) + \lambda_2 (v_{BD2x}, v_{BD2y}, v_{BD2z})$$

D'aquesta combinació lineal es pot extreure un sistema d'equacions de tres equacions i tres incògnites amb variables v_{P-z}, λ_1, λ_2.

Aleshores, podem trobar el punt de direcció que estableix una direcció paral·lel i la longitud necessària del tirant de direcció per tenir aquest punt a l'ensamblatge:

$$MD'(x,y,z) = EDE(x,y,z) + MD_{rx} \cdot \overrightarrow{(v_P(x,y,z))}_n$$
$$d(PA, MD') = \left\| \overrightarrow{(MD' - PA)} \right\|$$

Si el tirant de configuració actual té una longitud aproximadament igual a la teòrica paral·lela, aleshores tenim una configuració de direcció paral·lela.

4.3. Cinemàtica del sistema.

Per estudiar la cinemàtica del sistema la metodologia de moviment del sistema davanter emprat en el vehicle, per determinar com varien les seves geometries i les seves cotes característiques durant el recorregut del sistema de suspensió, ha estat la següent: en primer lloc, s'estudia el moviment del volant cap a la posició desitjada per l'usuari, i acte seguit s'estudia el moviment dels trapezis; no importa l'ordre dels moviments mentre no s'arribi a una configuració impossible.

4.3.1. Moviment del volant de direcció.

4.3.1.1. Direcció per canya de direcció articulada i tirant de direcció.

El moviment del volant de direcció per canya articulada és simple: consisteix en completar un gir d'angle determinat per l'usuari respecte l'eix de direcció (descrit a l'apartat 4.2.1) del punt PA determinat a l'ensamblatge del sistema, segons la funció mostrada a l'annex B. El nou punt PA' serà el resultat d'aquest gir.

4.3.1.2. Direcció per cremallera.

En aquest cas, el moviment del volant de direcció repercuteix en un moviment al llarg de l'eix y de la cremallera de direcció, és a dir, un moviment al llarg de l'eix y del punt PA (articulació del tirant de direcció amb la cremallera de direcció). Segons el criteri de signes, un moviment antihorari del volant implicaria un moviment al llarg de l'eix y en sentit negatiu de la cremallera de direcció per manguetes amb punt de direcció (MD) posterior a l'eix d'avanç; a l'inrevés per manguetes amb punt de direcció (MD) anterior a l'eix d'avanç. S'expressa el desplaçament com:

$\Delta y_{PA} = -\alpha_{VD} \cdot r_{C-VD}$ (per manguetes amb punt de direcció posterior a l'eix d'avanç)

$\Delta y_{PA} = \alpha_{VD} \cdot r_{C-VD}$ (per manguetes amb punt de direcció posterior a l'eix d'avanç)

Aleshores, el nou punt PA' complirà les següents equacions:

$$x'_{PA} = x_{PA}$$
$$y'_{PA} = y_{PA} - \alpha_{VD} \cdot r_{C-VD}$$
$$z'_{PA} = z_{PA}$$

4.3.2. Moviment dels triangles: gir angular conegut d'un dels triangles.

Sigui k el trapezi o triangle de gir angular conegut, i sigui j el trapezi o triangle adjacent, el gir del trapezi k implica una rotació del punt Mk respecte l'eix. Aleshores, el procediment de gir serà el següent:

- Rotació segons la funció descrita a l'annex B del punt Mk agafat de l'ensamblatge respecte l'eix del triangle k (invariable i expressat a l'apartat 4.1.2).
- Resolució del punt Mj, amb el mateix procediment que a l'apartat 4.2.2.1.
- Resolució del punt MD, amb el mateix procediment que a l'apartat 4.2.2.2, tenint en compte la modificació del punt PA després del gir de volant expressat a l'apartat 4.3.1.
- Resolució de la resta de punts de la mangueta segons els apartats 4.2.3.4 (eix de rotació de la roda i pla de roda) i 4.2.3.5 (punt de contacte)

4.3.3. Moviment dels triangles: compressió - extensió del grup molla-amortidor.

Sabent quin és el triangle que conté el grup molla-amortidor, es pot conèixer la posició del triangle a partir de la distància que hi ha entre el punt de torreta de suspensió davantera i el punt d'unió al triangle del grup molla-amortidor. Es pot procedir aleshores a resoldre la situació del mecanisme de la mateixa forma en la que s'ha fet a l'apartat 4.2.3.

4.4. Anàlisi quasi-estàtic del sistema.

Tot seguit, es descriurà el mètode per trobar les forces i reaccions als punts clau del sistema. Es considerarà que el xassís està fix, ja que es volen determinar les forces que actuen sobre els components en una determinada configuració estacionaria del sistema. Si el xassís no estigués fix aquest es mouria per el balanceig propi d'aquest degut a les reaccions del sistema de suspensió (tant davanter com posterior), variant les forces de reacció al llarg del temps. La dificultat del càlcul resideix en el fet que és bastant complicat determinar la situació estacionaria del vehicle. Encara així, s'obtindran les forces d'enllaç del sistema de suspensió amb el xassís, i es podria determinar amb algun software d'anàlisi cinemàtic i dinàmic el balanceig d'aquest. De les diverses variants de tipus d'enllaç dels triangles amb el xassís s'escolliran enllaços per articulacions esfèriques, per tal d'inserir el mínim de restriccions redundants possibles.

4.4.1. Configuració de repòs.

En qualsevol configuració inicial adoptada pel mecanisme (sempre que sigui en repòs), sabent tot els seus punts, es pot determinar a partir de la normal que rep la roda del terra (coneguda a partir de la massa total del vehicle i la seva posició) quina força ha de fer el grup molla-amortidor per garantir l'estàtica del sistema. S'ha de tenir en compte que no es consideraran les forces de les estabilitzadores, ja que es suposarà que en posició de repòs aquestes no exerceixen força sobre el sistema de suspensió. Aleshores, aplicant les lleis de Newton per sistemes estàtics a cada un dels elements es pot arribar a un sistema d'equacions amb les variables desitjades, tal i com s'exposa a l'annex C.1.2.

Un cop resolt el sistema, serà coneguda la força que exerceix la molla. A partir de l'expressió:

$$F_{molla} = k(l_0 - l_n)$$

es pot determinar la longitud natural del grup molla-amortidor (l_n) si es sap la seva constant d'elasticitat (k), o a l'inrevés. D'aquesta manera es caracteritzarà la molla si aquesta té un caràcter lineal. Altrament es podria caracteritzar la resta de paràmetres característics en el cas que la molla fos de caràcter no lineal o progressiva.

4.4.2. Altres configuracions.

Donada una posició alternativa del sistema de suspensió diferent de la inicial, es pot trobar la variació de longitud que ha experimentat el grup molla-amortidor, i conseqüentment la força que exerceix, ja que s'han definit les característiques de la molla a l'apartat anterior. Aleshores, es pot trobar quina és la força que s'ha d'exercir sobre la roda per arribar a aquesta posició alternativa.

En primera instància, s'haurà de quantificar la deformació angular de l'estabilitzadora, i, posteriorment, calcular la força deguda a la deformació. Un altre paràmetre necessari serà la força de la molla, que es pot determinar segons l'equació característica i la nova longitud en aquesta nova posició. Aleshores, s'apliquen per conjunts les lleis de Newton per sistemes estàtics, tal i com es resol a l'annex C.1.3.

5. Sistema posterior: basculant.

5.1. Descripció del sistema.

El sistema de basculant consta dels següents elements:

- Basculant: pot ser simple o doble, depenent dels esforços als quals estigui sotmès l'eix posterior. Està unit per un extrem al xassís i per l'altre extrem amb l'eix motriu posterior, amb articulacions cilíndriques als dos costats.

- Eix posterior: correspon a l'eix de rotació de les rodes, que estan unides a aquest per un enllaç rígid, ja que aquest eix és l'eix motriu dels vehicles tipus quad.

A continuació analitzarem que aquesta geometria de suspensió té un grau de llibertat:

Primer, s'anul·la la rotació de la roda, ja que no és un grau característic del sistema de suspensió, i per tant equival a convertir l'enllaç cilíndric entre basculant i eix per un de rígid. Aleshores:

$$2 \text{ sòlids} \cdot 6 \text{ graus/sòlid} - 1 \text{ articulacions cilindriques} \cdot 5 \text{ graus/articulació} -$$

$$- 1 \text{ enllaç rígid} \cdot 6 \text{ graus/enllaç} = 1 \text{ grau de llibertat}$$

La unió del grup molla-amortidor en aquests sistemes té dues variants:

- Unió directa al basculant: Utilitzant un punt d'unió fix al basculant.

- Unió mitjançant bieletes: S'utilitzen dues bieletes, una d'elles articulada al xassís (a partir d'ara bieleta 1) i l'altra articulada al basculant (a partir d'ara bieleta 2), i unides entre elles. En una d'elles (usualment a la bieleta 1) es situa l'articulació del grup molla-amortidor. El mecanisme equivalent és un quadrilàter articulat:, on una de les barres és físicament el basculant, des de la seva fixació al xassís fins al punt d'unió de la bieleta (equival a un balancí per l'elevada longitud relativa). Les altres dues barres són les bieletes (de longitud més petita que el basculant). Aquest sistema acostuma a ser coplanari a un pla paral·lel al pla XZ (pla longitudinal) del vehicle. S'ha de destacar que aquesta configuració té punts morts en la que el mecanisme no es pot moure, i s'han d'evitar en tot moment.

La diferència entre ambdós sistemes és que mentre que a la unió directa s'han de fer servir grups molla-amortidor progressius (més cars de fabricar), el sistema per bieletes dóna

progressivitat a l'acció de la molla sobre el basculant, amb els avantatges que el grup molla amortidor no és progressiu sinó lineal, i que s'obtenen resultats similars sobre la força en el basculant.

5.1.1. Sistema de coordenades de referència del sistema.

Tal i com s'ha dit abans, el sistema de coordenades de referència del sistema posterior serà idèntic al de l'anterior. Com a recordatori, el sistema de referència és:

- Origen: Qualsevol definit per l'usuari.
- Eix X: Longitudinal al vehicle, sentit positiu segons la marxa progressiva del vehicle i negativa segons la marxa regressiva.
- Eix Y: Normal al pla de simetria del vehicle, sentit positiu a l'esquerra del quad i negatiu a la dreta del quad.
- Eix Z: Normal al pla de terra, sentit positiu ascendent i sentit negatiu descendent.

5.1.2. Punts del xassís.

El primer pas és precisar les coordenades del punts d'unió del sistema al xassís. Igual que abans, s'inseriran les dades quan el vehicle estigui en situació de repòs, i segons el sistema de referència definit anteriorment. Els punts de xassís requerits són els següents:

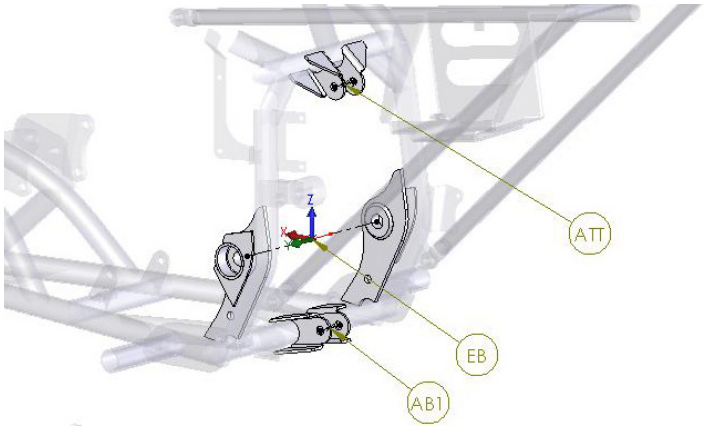


Fig. 5.1. Descripció dels punts relatius del xassís del vehicle (punts posteriors)

- Punt d'unió del basculant al xassís (EB): Punt mig de l'eix del basculant. Generalment està inscrit al pla mig del vehicle.

- Punt d'unió del grup molla-amortidor (ATT): Unió de una de les articulacions del conjunt al xassís. No té perquè estar al pla mig del vehicle.

- Punt d'unió de la bieleta 1 al xassís (si el sistema de suspensió és per bieletes, AB1): Punt d'unió cilíndric de la bieleta 1 amb el xassís. No té perquè estar al pla mig del vehicle, però sí és fortament recomanable que tingui la mateixa coordenada Y que el punt d'unió del grup molla-amortidor al xassís (ATT), per tal de que el grup no treballi amb dues components a flexió.

5.1.3. Basculant.

El basculant és el element que articula l'eix de rotació posterior amb l'eix de basculació definit sobre el xassís (coincident amb l'eix Y del sistema de referència). El punt mig de eix de rotació de les rodes posteriors (via posterior) s'anomenarà centre de l'eix (CET). Generalment es munta sobre el basculant una excèntrica per rotar sobre aquesta l'eix posterior, i d'aquesta forma tensar la cadena de transmissió del motor. Es defineixen els següents paràmetres:

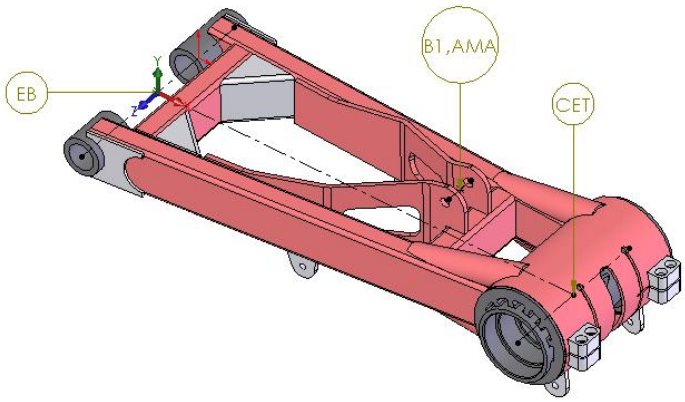


Fig. 5.2. Descripció dels punts relatius del basculant

- Longitud de basculant (d_{Basc}): Longitud geomètrica que hi ha entre el centre de l'eix de basculant (EB) i el centre de l'eix posterior (CET) (extret del muntatge, és a dir, amb l'excèntrica amb tal posició que estigui tensa la cadena de transmissió)

- Punt d'unió del grup molla-amortidor (en cas d'unió directa, AMA), o bé, punt d'unió de la bieleta 2 (en cas d'unió per bieletes, B2) en coordenades relatives. Si s'ha de

definir B2, s'ha de tenir en compte que aquest punt sigui coplanari amb el punt d'unió de la bieleta AB1 en un pla paral·lel al pla longitudinal del vehicle.

Per tal de descriure les posicions relatives dels punts del basculant es farà servir el següent sistema de coordenades relatives:

- Origen: Punt d'articulació del basculant amb el xassís (EB).
- Eix X: Segons l'eix que formen el punt d'articulació al xassís amb el centre d'eix posterior (CET), positiu segons el centre d'eix posterior tingui coordenada positiva.
- Eix Y: Normal a l'eix X, i normal a l'eix de basculació.
- Eix Z: Eix de basculació.

El punt d'unió AMA o B2, depenent del mètode d'esmorteïment, queda ja descrit segons les coordenades relatives, i el centre d'eix resultaria:

$$CET = (d_{Basc}, 0, 0)$$

5.1.4. Bieletes.

Són els sòlids que participen en la descripció del mecanisme d'esmorteïment.

5.1.4.1. Bieleta 1.

És aquella que s'articula al xassís i s'uneix per l'altre extrem amb la bieleta 2 i conté el punt d'articulació del grup molla-amortidor:

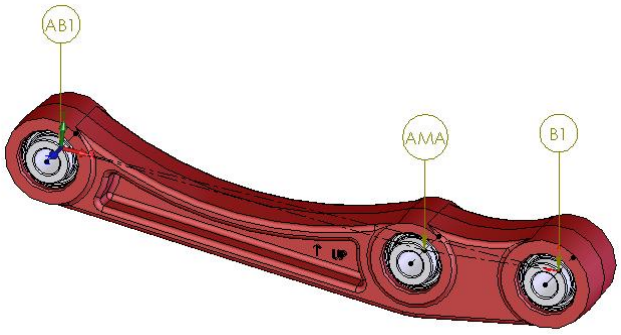


Fig. 5.3. Descripció dels punts relatius a la bieleta 1

- Longitud geomètrica de la bieleta: Longitud entre les articulacions dels extrems de la bieleta (d_{B1}).

- Posició relativa de la unió del grup molla-amortidor (AMAr).

Per tal de descriure les posicions relatives dels punts de la bieleta es farà servir el següent sistema de coordenades relatives:

- Origen: Punt d'articulació de la bieleta amb el xassís (AB1).

- Eix X: Segons l'eix que formen els punt d'articulacions dels extrems de la bieleta, positiu segons el centre d'eix posterior tingui coordenada positiva.

- Eix Y: Normal a l'eix X, i normal a l'eix de articulació del xassís.

- Eix Z: Eix d'articulació del xassís.

D'aquesta forma, queda descrita la unió del grup molla-amortidor amb les seves coordenades relatives, i el punt d'unió amb la bieleta 2 resulta ser:

$$B1 = (d_{B1}, 0, 0)$$

5.1.4.2. Bieleta 2.

És aquella que s'articula amb el basculant per un extrem i amb la bieleta 1 per l'altre. L'únic paràmetre que cal descriure és la seva longitud (d_{B2}).

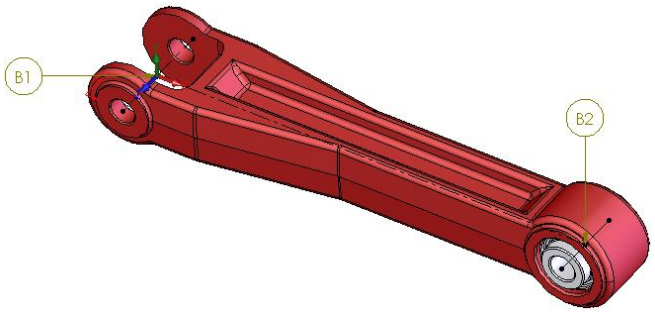


Fig. 5.4. Descripció dels punts relatius a la bieleta 2

5.1.5. Eix posterior.

És l'eix motriu habitual en els quads. Aprofitant la seva simetria geomètrica és relativament senzill descriure els plans de roda i els punts associats a l'eix posterior, és a dir, que definint

només l'amplada de via posterior, es situen els punts mitjos de roda dels dos costats i també el centre d'eix de forma relativa.

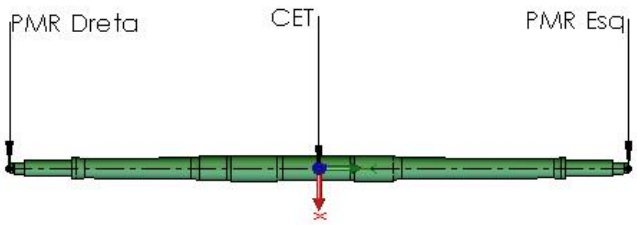


Fig. 5.5. Descripció dels punts relatius de l'eix posterior

5.2. Càlcul del ensamblatge del sistema.

Degut a que el mecanisme de basculant té un grau de llibertat i infinites configuracions possibles, es necessita fixar aquest grau de llibertat amb alguna variable. Algunes d'elles són:

- Segons l'alçada de l'eix posterior: correspondria a donar la coordenada z del centre de l'eix (CET), que alhora equival a l'alçada del punt mig de la roda.
- Segons l'angle que forma el basculant amb la horitzontal ($G_{Basculant}$).
- Segons la longitud del grup molla-amortidor.

5.2.1. Resolució segons l'alçada de l'eix posterior (z_{CET}).

5.2.1.1. Resolució dels punts de l'eix i inclinació del basculant.

La resolució dels punts de l'eix en aquest cas resulta prou senzilla, ja que tots els paràmetres inserits permeten establir una relació directa amb els punts finals:

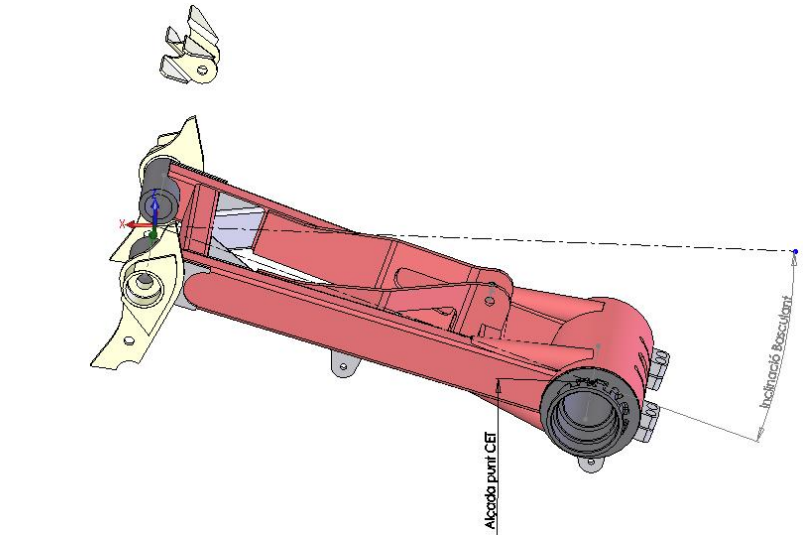


Fig. 5.6. Ensamblatge del basculant a partir de l'alçada del punt CET

- Punt del centre de l'eix posterior (CET): z_{CET} és inserida per l'usuari

$$x_{CET} = x_{EB} - \sqrt{d_{Basc}{}^2 - (z_{EB} - z_{CET})^2}$$
$$y_{CET} = y_{EB}$$

- Inclinació del basculant ($G_{Basculant}$): Inclinació respecte el pla horitzontal (pla XY) del vehicle.

$$G_{Basc} = arc\sin\left(\frac{z_{CET} - z_{EB}}{d_{Basc}}\right)$$

- Punt de centre de roda (PMT):

$$x_{PMT} = x_{CET}$$
$$y_{PMT} = y_{CET} + \frac{AmpleVia}{2}$$
$$z_{PMT} = z_{CET}$$

- Punt de contacte amb el terra (PCT): Si l'usuari ha inserit el punt d'origen al terra, la coordenada z d'aquest punt serà zero, i es pot determinar el radi estàtic de roda.

$$x_{PCT} = x_{PMT}$$
$$y_{PCT} = y_{PMT}$$
$$z_{PCT} = z_{terra} = 0$$
$$r_{ER} = z_{PMT} - z_{PCT}$$

En cas contrari, l'usuari haurà d'inserir el radi estàtic de roda per determinar la coordenada z del pla de terra.

$$x_{PCT} = x_{PMT}$$
$$y_{PCT} = y_{PMT}$$
$$z_{PCT} = z_{terra} = z_{PMT} - r_{ER}$$

5.2.1.2. Resolució dels punts del basculant, bieletes i grup molla-amortidor.

Si el mètode d'esmorteïment és per unió del grup molla-amortidor al basculant, segons el canvi de base que hi ha entre el sistema de coordenades relatives a la posició absoluta, les coordenades de la unió del grup molla-amortidor (AMA) serà:

$$x_{AMA} = x_{EB} + (x_{CET} - x_{EB}) \cdot \frac{x_{rel-AMA}}{d_{Basc}} + (z_{CET} - z_{EB}) \cdot \frac{y_{rel-AMA}}{d_{Basc}}$$
$$z_{AMA} = z_{EB} + (z_{CET} - z_{EB}) \cdot \frac{x_{rel-AMA}}{d_{Basc}} + (x_{EB} - z_{CET}) \cdot \frac{y_{rel-AMA}}{d_{Basc}}$$
$$y_{AMA} = z_{rel-AMA}$$

Si es fa servir el sistema de bieletes, aleshores, fent el mateix canvi de base:

$$x_{B2} = x_{EB} + (x_{CET} - x_{EB}) \cdot \frac{x_{rel-B2}}{d_{Basc}} + (z_{CET} - z_{EB}) \cdot \frac{y_{rel-B2}}{d_{Basc}}$$
$$z_{B2} = z_{EB} + (z_{CET} - z_{EB}) \cdot \frac{x_{rel-B2}}{d_{Basc}} + (x_{EB} - z_{CET}) \cdot \frac{y_{rel-B2}}{d_{Basc}}$$
$$y_{B2} = z_{AB1}$$

Per trobar el punt B1 (unió de les dues bieletes), s'ha de fer servir el mètode de resolució per distàncies, segons dues distàncies (d_{B1} i d_{B2}) de AB1 i B2, respectivament, dins d'un pla, obtenint dues equacions amb dues incògnites:

$$\begin{cases} (x_{B1} - x_{B2})^2 + (z_{B1} - z_{B2})^2 = {d_{B2}}^2 \\ (x_{B1} - x_{AB1})^2 + (z_{B1} - z_{AB1})^2 = {d_{B1}}^2 \end{cases}$$

La solució per aquest tipus de problemes es pot trobar a l'annex A.1.

Finalment per trobar el punt d'unió del grup molla-amortidor en el cas que s'empri el sistema per bieletes, fent un altre canvi de base des de el sistema de referència de la bieleta 1:

$$x_{AMA} = x_{AB1} + (x_{B1} - x_{AB1}) \cdot \frac{x_{rel-AMA}}{d_{B1}} + (z_{B1} - z_{AB1}) \cdot \frac{y_{rel-AMA}}{d_{B1}}$$

$$z_{AMA} = z_{AB1} + (z_{B1} - z_{AB1}) \cdot \frac{x_{rel-AMA}}{d_{B1}} + (x_{AB1} - x_{B1}) \cdot \frac{y_{rel-AMA}}{d_{B1}}$$

$$y_{AMA} = y_{ATT}$$

Tal i com s'observa, s'ha suposat que la posició de la unió del grup molla-amortidor a la bieleta s'ha col·locat de forma que el grup no treballi amb dues components a flexió, és a dir, que treballi paral·lel al pla longitudinal (pla XZ) del vehicle.

5.2.2. Resolució segons la inclinació del basculant.

Abans de resoldre el sistema, s'ha de definir que la inclinació del basculant es mesura en relació al pla horitzontal (pla XY) i s'adopten els criteris de signes estàndards, és a dir, una inclinació negativa resultaria que el punt del centre de l'eix estaria en una coordenada z més baixa en relació a com estaria si el basculant estigues totalment horitzontal. El procés és similar al anterior descrit a l'apartat 5.2.1.

5.2.2.1. Resolució dels punts de l'eix posterior.

La resolució dels punts de l'eix és immediata, ja que tots els paràmetres inserits permeten establir una relació directa amb els punts finals:

- Punt del centre de l'eix posterior (CET):

$$x_{CET} = x_{EB} - d_{Basc} \cdot \cos(G_{Basc})$$
$$y_{CET} = y_{EB}$$
$$z_{CET} = z_{EB} + d_{Basc} \cdot \sin(G_{Basc})$$

- Punt de centre de roda (PMT):

$$x_{PMT} = x_{CET}$$
$$y_{PMT} = y_{CET} + \frac{AmpleVia}{2}$$
$$z_{PMT} = z_{CET}$$

- Punt de contacte amb el terra (PCT): Si l'usuari ha inserit el punt d'origen al terra, la coordenada z del punt de contacte serà zero, i es pot determinar el radi estàtic de roda.

$$x_{PCT} = x_{PMT}$$
$$y_{PCT} = y_{PMT}$$
$$z_{PCT} = z_{terra} = 0$$
$$r_{ER} = z_{PMT} - z_{PCT}$$

En cas contrari, l'usuari haurà d'inserir el radi estàtic de roda per determinar la coordenada z del pla de terra:

$$x_{PCT} = x_{PMT}$$
$$y_{PCT} = y_{PMT}$$
$$z_{PCT} = z_{terra} = z_{PMT} - r_{ER}$$

5.2.2.2. Resolució dels punts del basculant, bieletes i grup molla-amortidor.

En aquest punt, s'arriba a la mateixa situació que al cas que en l'apartat en que la condició de contorn era l'alçada de l'eix posterior (5.2.1), es procedirà en aquest apartat igual que a l'apartat 5.2.1.2.

5.2.3. Resolució segons longitud del grup molla-amortidor.

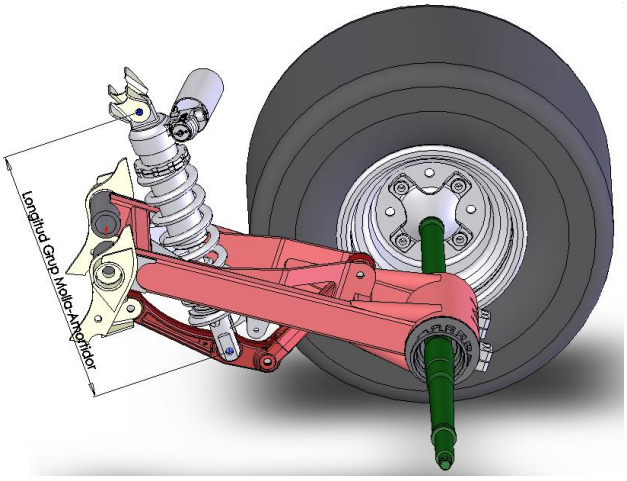


Fig. 5.7. Ensamblatge del basculant a partir de la longitud del grup molla-amortidor

5.2.3.1. Resolució per el cas d'unió del grup al basculant (punts propis).

En aquest cas s'han de separar les resolucions segons el tipus de sistema d'esmorteïment. Si s'ha fet servir el sistema d'unió directe al basculant, la posició de la projecció del grup molla-amortidor (AMA) al pla mig del basculant es resol a partir de les dues distàncies conegudes als punts de centre la unió a la torreta de suspensió posterior (ATT) i la unió del basculant al xassís (EB). Aquestes distàncies són: fins el punt ATT la longitud del grup molla-amortidor, i fins el punt EB la determinada a partir de la descripció del basculant a l'apartat 5.1.3. El problema analític és el següent:

$$\begin{cases} (x_{AMA} - x_{EB})^2 + (z_{AMA} - z_{EB})^2 = d(AMA, EB)^2 - z_{rel-AMA}{}^2 \\ (x_{AMA} - x_{ATT})^2 + (z_{AMA} - z_{ATT})^2 = d(AMA, ATT)^2 - ((y_{EB} + z_{rel-AMA}) - y_{ATT})^2 \end{cases}$$
$$y_{AMA} = (y_{EB} + z_{rel-AMA})$$

La solució per aquests tipus de problemes es pot trobar a l'annex A.1.

5.2.3.2. Resolució per el cas d'unió del grup per bieletes (punts propis).

Si s'ha fet servir el sistema d'esmorteïment per bieletes, i amb la suposició de que el grup treballa paral·lel al pla longitudinal del vehicle (pla XZ) per tal de simplificar el mecanisme, es pot trobar la posició del grup a la bieleta a partir de les dues distàncies conegudes fins la unió de la bieleta al xassís (AB1) i la unió del grup a la torreta de suspensió posterior (ATT). La distància fins el punt ATT equival a la longitud del grup molla-amortidor, i la distància a AB1 es pot determinar a l'apartat 5.1.4.1. El problema analític es planteja de la següent forma:

$$\begin{cases} (x_{AMA} - x_{AB1})^2 + (z_{AMA} - z_{AB1})^2 = d(AMA, AB1)^2 \\ (x_{AMA} - x_{ATT})^2 + (z_{AMA} - z_{ATT})^2 = d(AMA, ATT)^2 \end{cases}$$
$$y_{AMA} = y_{ATT}$$

La solució per aquests tipus de problemes es pot trobar a l'annex A.1.

Ara el següent pas seria trobar la posició de l'altre punt de la bieleta 1. S'ha de determinar a partir de les dues distàncies relatives conegudes, determinables a l'apartat 5.1.4.1, al punt d'unió del grup molla-amortidor (AMA) i al punt d'unió de la bieleta al xassís (AB1). De les solucions possibles (si n'hi ha), es triarà la que tingui una coordenada z més gran si la coordenada relativa y de la unió del grup molla-amortidor és negativa; i al inrevés, es triarà la

coordenada z més petita si la coordenada relativa y de la unió del grup molla-amortidor és positiva. Això és degut a que les solucions seran simètriques respecte l'eix que uneix els punts AMA i AB1. Aquest mètode és vàlid mentre que la bieleta no agafi posicions més grans de 90 graus aproximadament respecte la horitzontal del vehicle (pla XY). El plantejament analític resulta:

$$\begin{cases}(x_{B1}-x_{AB1})^2+(z_{B1}-z_{AB1})^2=dB1^2\\(x_{B1}-x_{AMA})^2+(z_{B1}-z_{AMA})^2=d(AMA,B1)^2\end{cases}$$
$$y_{B1}=y_{AB1}$$

De la mateixa forma es trobarà el punt B2 (equivalent al punt AMA de l'apartat 5.2.3.1), tenint en compte la distància al punt B1 (equivalent a la longitud de la bieleta 2) i la distància a l'eix del basculant. S'escollirà la solució que doni una coordenada z més gran, si la bieleta està per sota del basculant. Si la bieleta 1 estigués per sobre, seria el cas contrari. El sistema resultant seria:

$$\begin{cases}(x_{B2}-x_{B1})^2+(z_{B2}-z_{B1})^2=dB2^2\\(x_{B2}-x_{EB})^2+(z_{B2}-z_{EB})^2=d(EB,B2)^2\end{cases}$$
$$y_{B2}=y_{AB1}$$

La solució per aquest tipus de problemes torna a trobar-se a l'annex A.1.

5.2.3.3. Resolució dels punts comuns dels dos casos anteriors.

- Punt del centre de l'eix posterior (CET):

Un cop trobat el punt AMA pel cas 5.2.3.1, o el punt homònim B2 pel cas 5.2.3.2, es trobarà el punt del centre de l'eix posterior (CET) per tenir conegudes les distàncies entre el punt d'unió del basculant al xassís i la distància al punt d'unió del punt AMA o B2, segons sigui el cas. De les solucions possibles, es triarà la que tingui una coordenada z més gran si la coordenada relativa y del punt AMA o B2 és negativa; i al inrevés, es triarà la coordenada z més petita si la coordenada y del punt AMA o B2 és positiva (vàlid mentre el basculant no agafi angles més grans de 90º respecte l'horitzontal). El sistema serà el següent:

$$\begin{cases}(x_{CET}-x_{B2})^2+(z_{CET}-z_{B2})^2=d(CET,B2)^2\\(x_{CET}-x_{EB})^2+(z_{CET}-z_{EB})^2={d_{Basc}}^2\end{cases}$$
$$y_{CET}=y_{EB}$$

La solució per aquest tipus de problemes es pot trobar a l'annex A.1.

- Inclinació del basculant ($G_{Basculant}$): Inclinació respecte el pla horitzontal (pla XY) del vehicle.

$$G_{Basc} = arc\sin\left(\frac{z_{CET} - z_{EB}}{d_{Basc}}\right)$$

- Punt de centre de roda (PMT):

$$x_{PMT} = x_{CET}$$
$$y_{PMT} = y_{CET} + \frac{AmpleVia}{2}$$
$$z_{PMT} = z_{CET}$$

- Punt de contacte amb el terra (PCT): Si l'usuari ha inserit el punt d'origen al terra, la coordenada z d'aquest punt serà zero, i es pot determinar el radi estàtic de roda.

$$x_{PCT} = x_{PMT}$$
$$y_{PCT} = y_{PMT}$$
$$z_{PCT} = z_{terra} = 0$$
$$r_{ER} = z_{PMT} - z_{PCT}$$

En cas contrari, l'usuari haurà d'inserir el radi estàtic de roda per determinar la coordenada z del pla de terra.

$$x_{PCT} = x_{PMT}$$
$$y_{PCT} = y_{PMT}$$
$$z_{PCT} = z_{terra} = z_{PMT} - r_{ER}$$

5.3. Cinemàtica del sistema.

5.3.1. Configuracions de bloqueig per al cas de suspensió per bieletes.

Pel fet de fer servir el tipus de suspensió per bieletes, donat que és un sistema de quadrilàter articulat en un pla, es pot arribar a punts morts o configuracions de bloqueig del mecanisme. Generalment, donat a que la distancia entre la fixació al xassís del basculant i el punt d'unió de la bieleta (barra superior imaginària del quadrilàter) és relativament més llarga que la

bieleta 1 i la bieleta 2, aquesta barra equival a un balancí, on la posició d'alçada màxima equival a que les bieletes 1 i 2 siguin col·lineals. Aleshores, el punt d'unió de la bieleta 2 al basculant vindrà donat per un problema de punt a dues distàncies (d(EB,B2) i $d_{B1}+d_{B2}$) d'altres dos punts (EB i AB1 respectivament). El sistema equivalent serà:

$$\begin{cases} (x_{B2}-x_{AB1})^2+(z_{B2}-z_{AB1})^2=(d_{B1}+d_{B2})^2 \\ (x_{B2}-x_{EB})^2+(z_{B2}-z_{EB})^2=d(EB,B2)^2 \end{cases}$$
$$y_{B2}=y_{AB1}$$

La solució d'aquest tipus de problemes es pot trobar a l'annex A.1. La resolució de la resta de paràmetres (especialment són importants l'alçada del punt del centre de l'eix (CET_z), la inclinació del basculant ($G_{Basculant}$) i la longitud del grup molla-amortidor) es poden trobar a l'apartat 5.2.3.3. Una posició de més altura per CET_z, més inclinació per $G_{Basculant}$ o menys longitud del grup molla-amortidor no serà compatible.

5.3.2. Moviment del basculant: variació en altura del centre de l'eix.

Donada una nova posició en altura del punt del centre de l'eix (CET_z), la resolució de la nova posició del mecanisme és idèntica a l'efectuada a l'apartat 5.2.1, amb resultats relatius a la nova posició.

5.3.3. Moviment del basculant: variació en l'angle del basculant.

Donada una nova inclinació del angle del basculant ($G_{Basculant}$), la resolució de la nova posició del mecanisme és idèntica a l'efectuada a l'apartat 5.2.2, amb resultats relatius a la nova posició.

5.3.4. Moviment del basculant: compressió - extensió del grup molla-amortidor.

Donada una nova longitud del grup molla-amortidor, la resolució de la nova posició del mecanisme és idèntica a l'efectuada a l'apartat 5.2.3, amb resultats relatius a la nova posició.

5.4. Anàlisi quasi-estàtic del sistema.

5.4.1. Configuració de repòs.

En qualsevol configuració adoptada pel mecanisme (sempre que sigui en repòs), sabent tot els seus punts es pot determinar a partir de la normal que rep la roda del terra (coneguda a partir de la massa total del vehicle i la seva posició) quina força que ha de fer el grup molla-amortidor per garantir l'estàtica del sistema. En aquest cas, a diferència del cas de doble triangle, s'ha d'anar amb compte que aquest sistema de suspensió suporta les dues rodes de l'eix. Aleshores, aplicant lleis de Newton per sistemes estàtics a cada un dels elements es pot arribar a un sistema d'equacions amb les variables desitjades, tal i com s'exposa a l'annex C.2.2, per cadascun dels tipus d'esmorteïment emprats.

Un cop resolt el sistema, serà coneguda la força que exerceix la molla. A partir de l'expressió:

$$F_{molla} = k(l_0 - l_n)$$

es pot determinar la longitud natural del grup molla-amortidor (l_n) si es sap la seva constant d'elasticitat (k), o a l'inrevés. D'aquesta manera es caracteritzarà la molla si aquesta té un caràcter lineal. Altrament es podria caracteritzar la resta de paràmetres característics en el cas que la molla fos de caràcter no lineal o progressiva.

5.4.2. Altres configuracions.

Donada una posició alternativa del sistema de suspensió diferent de la inicial, es pot trobar fàcilment la variació de longitud que ha experimentat el grup molla-amortidor, i conseqüentment la força que exerceix, ja que s'ha definit les característiques de la molla a l'apartat anterior. Aquesta força de la molla es pot determinar segons la equació característica i la nova longitud en aquesta nova posició. Aleshores, es pot trobar quina és la força que s'ha d'exercir sobre les rodes per arribar a aquesta posició alternativa, a partir d'aplicar per conjunts les lleis de Newton per sistemes estàtics, tal i com es resol a l'annex C.2.3.

6. Obtenció de les variables característiques.

6.1. Caiguda (camber angle).

Cal recordar que la caiguda és l'angle format pel pla de simetria del pneumàtic i l'eix vertical del vehicle (z), i té influència decisiva en l'estabilitat lateral. Pel nostre cas, donat que es té un sistema de basculant posterior, la caiguda en aquest eix té un valor nul per qualsevol configuració. En el cas de presentar un sistema de doble triangle, com el cas del sistema davanter, la seva caiguda dependria de la posició del sistema.

Per aquest darrer cas, sistema davanter, determinar el cosinus de l'angle de caiguda equivaldria a fer el producte escalar entre el vector director de l'eix vertical del vehicle (z) i el vector director característic de la caiguda en el pla de roda (normalitzat). Tal i com s'ha definit a l'apartat 4.2.2.4 o bé a l'apartat 4.2.3.4 (segons el mètode de descripció), l'angle de caiguda s'obté com:

$$\delta_c = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{n_{1ER}}(x,y,z)\cdot(0,0,1)}{\left\|\overrightarrow{n_{1ER}}\right\|}\right) = \arccos\left(\frac{n_{1ERz}}{\left\|\overrightarrow{n_{1ER}}\right\|}\right)$$

D'aquesta forma es pot calcular en qualsevol posició l'angle de caiguda del vehicle.

6.2. Convergència – Divergència (toe in – toe out).

Com cal recordar, la convergència és l'angle format pel pla de simetria del pneumàtic i l'eix longitudinal (x) del vehicle, i té influència decisiva en el comportament del vehicle i la seva estabilitat. Pel nostre cas, el sistema posterior, al presentar un sistema de basculant posterior la convergència tindria un valor nul per qualsevol posició. En el cas de presentar un sistema de doble triangle, com el cas del sistema davanter, la seva caiguda dependria de la configuració del vehicle.

Per aquest últim cas, la seva mesura és relativament senzilla mentre no hi ha gir del volant, però si aquest es gira, hi haurà variació de la convergència durant aquest gir, i cal discernir entre aquests dos angles (angle de gir de la roda i angle de convergència), ja que estan en plans que no tenen perquè ser paral·lels (el primer estarà en un pla normal a l'eix d'avanç, i el segon en el pla horitzontal). Existeixen diverses teories per quantificar la variació de la

convergència mentre hi ha un gir de volant. Quan es gira el volant, tot girant les rodes cap a un costat, el vehicle tendeix a girar respecte un punt de rotació (CIR), sempre i quan tingui una geometria d'Ackermann i no hi hagi deriva en els pneumàtics. Una de les teories diu que l'angle de convergència equival a la deriva d'aquests pneumàtics, però, el problema resideix en què sempre hi ha deriva si el vehicle té una convergència inicial en les rodes, pel que el vehicle té dos CIR i no es sap quin punt obeeix com a centre de gir del vehicle (sempre entre aquests dos CIR). Aquest punt estarà més a prop del CIR de la roda que tingui més càrrega en un determinat instant. El fet que no es tingui un CIR precís no ens permet calcular la deriva dels pneumàtics i en conseqüència, la seva convergència o divergència. Per tant, per al present projecte, es pren la decisió de que la definició de convergència durant un gir serà la mateixa que s'ha definit per la posició inicial, és a dir, que la convergència és l'angle format pel pla de simetria del pneumàtic i l'eix longitudinal (x) del vehicle. Tal i com s'ha definit a l'apartat 4.2.2.4 o bé a l'apartat 4.2.3.4 (segons el mètode de descripció), l'angle de convergència s'obté com:

$$\delta_d = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{n_{1ER}}(x,y,z)\cdot(1,0,0)}{\left\|\overrightarrow{n_{1ER}}\right\|}\right) = \arccos\left(\frac{n_{1ERx}}{\left\|\overrightarrow{n_{1ER}}\right\|}\right)$$

6.3. Avanç (Caster angle).

Tal i com s'ha definit anteriorment, l'angle d'avanç equival a l'angle que formen en el pla XZ l'eix vertical (z) del vehicle amb l'eix de gir de la roda sobre aquest pla. És responsable del parell d'autoalineament de les rodes i de l'esforç per girar aquestes. En qualsevol cas, l'angle d'avanç només té sentit en esquemes de suspensió que presentin dos punts d'unió a la mangueta de la roda.

La mesura de l'avanç passa per projectar l'eix sobre el pla XZ, és a dir, fer que la coordenada Y del seu vector director sigui zero, i calcular l'angle que fa respecte l'eix vertical (eix z). Tal i com s'ha definit el vector director de l'eix d'avanç a l'apartat 4.2.2.1 o bé a l'apartat 4.2.3.2 (segons el mètode de descripció), l'angle d'avanç s'obté com:

$$\delta_a = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{v_{Av}}(x,0,z)\cdot(0,0,1)}{\left\|\overrightarrow{v_{Av}}\right\|}\right) = \arccos\left(\frac{v_{Avz}}{\left\|\overrightarrow{v_{Av}}\right\|}\right)$$

6.4. Braç d'avanç (Caster offset o mechanical trail).

Per definició, el braç d'avanç és la distància projectada al pla longitudinal del vehicle (pla XZ) entre el punt d'intersecció de l'eix de gir (o eix d'avanç) amb el terra i el punt de contacte del pneumàtic amb el terra. Aquesta cota determina el braç d'autoalineament de les rodes. En qualsevol cas, l'angle d'avanç només té sentit en esquemes de suspensió que presentin dos punts d'unió a la mangueta de la roda.

Per trobar la projecció de l'eix d'avanç en el terra només cal agafar l'equació ja expressada en els apartats 4.2.2.1 o 4.2.3.2 i intersecar l'eix amb el pla de terra. El sistema equivalent és un sistema de tres equacions lineals amb tres incògnites, que dóna la solució de la esmentada intersecció:

$$Eix-Av:\begin{cases} n_{1Avx}\cdot x+n_{1Avy}\cdot y+n_{1Avz}\cdot z=n_{1Avx}\cdot x_{MI}+n_{1Avy}\cdot y_{MI}+n_{1Avz}\cdot z_{MI} \\ n_{2Avx}\cdot x+n_{2Avy}\cdot y+n_{2Avz}\cdot z=n_{2Avx}\cdot x_{MI}+n_{2Avy}\cdot y_{MI}+n_{2Avz}\cdot z_{MI} \end{cases}$$

$$Pla-Terra.\ \{z=z_{terra}$$

$$PInt_{Av}=(x,y,z)=(x_{PInt-Av},y_{PInt-Av},z_{PInt-Av})$$

Aleshores, el braç d'avanç equival a:

$$long(Braç_{Av})=x_{PInt-Av}-x_{PCD}$$

Essent vàlida per calcular el braç d'avanç del vehicle en qualsevol posició del sistema.

6.5. Angle de sortida (Kingpin inclination KPI).

L'angle de sortida és l'angle format per l'eix d'avanç (o eix de gir) de la roda i un pla longitudinal (pla XZ). Cal recordar que junt amb la caiguda, afecten directament al joc del scrub radius (o braç de terra) del vehicle. En qualsevol cas, l'angle d'avanç només té sentit en esquemes de suspensió que presentin dons punts d'unió a la mangueta de la roda.

Per trobar el cosinus d'aquest angle només s'ha de realitzar el producte escalar entre el vector de l'eix d'avanç (normalitzat) amb el vector normal al pla XZ (vector de l'eix y). Tal i com s'ha definit el vector director de l'eix d'avanç a l'apartat 4.2.2.1 o bé a l'apartat 4.2.3.2 (segons el mètode de descripció), l'angle de sortida s'obté com:

$$\delta_s = \arcsin\left(\frac{\overrightarrow{v_{Av}}(x,y,z)\cdot(0,1,0)}{\left\|\overrightarrow{v_{Av}}\right\|}\right) = \arccos\left(\frac{v_{Avy}}{\left\|\overrightarrow{v_{Av}}\right\|}\right)$$

6.6. Braç a terra (Scrub radius – Kingpin offset).

Tal i com s'ha definit, el braç a terra equival a la distància projectada en el pla transversal (pla YZ) entre la intersecció de l'eix d'avanç (o eix de gir de la roda) i el pla terra, amb el punt de contacte de la roda davantera amb el terra. És aproximadament el braç amb el que les forces longitudinals generen un parell de gir a la roda. En qualsevol cas, l'angle d'avanç només té sentit en esquemes de suspensió que presentin dos punts d'unió a la mangueta de la roda.

Agafant la projecció de l'eix d'avanç de la mateixa forma a la que s'ha fet a l'apartat 6.4, l'equació de l'eix d'avanç (ja expressada en els apartats 4.2.2.1 o 4.2.3.2) es fa intersecar amb el pla de terra, obtenint un sistema de tres equacions i tres incògnites, del qual la solució és la esmentada intersecció:

$$Eix - Av: \begin{cases} n_{1Avx}\cdot x + n_{1Avy}\cdot y + n_{1Avz}\cdot z = n_{1Avx}\cdot x_{MI} + n_{1Avy}\cdot y_{MI} + n_{1Avz}\cdot z_{MI} \\ n_{2Avx}\cdot x + n_{2Avy}\cdot y + n_{2Avz}\cdot z = n_{2Avx}\cdot x_{MI} + n_{2Avy}\cdot y_{MI} + n_{2Avz}\cdot z_{MI} \end{cases}$$

$$Pla - Terra: \{z = z_{terra}$$

$$PInt_{Av} = (x,y,z) = (x_{PInt-Av}, y_{PInt-Av}, z_{PInt-Av})$$

Aleshores, el braç a terra (o scrub radius) equival a:

$$SR = y_{PInt-Av} - y_{PCD}$$

6.7. Ample de via (Track width)

L'ample de via d'un eix és la distància entre els dos punts de contacte amb terra de les rodes d'un mateix eix. Tal i com ja s'ha comentat, té una influència decisiva sobre el comportament del vehicle en les corbes i la seva tendència al balanceig.

Donat a que en la definició del sistema de coordenades de referència s'ha establert que el pla longitudinal del vehicle (XZ) és un pla de simetria del vehicle (i del sistema de suspensió esquerra amb el dret), l'ample de via equival a:

- Ample de via davanter: $AmpleVia_D = 2 \cdot y_{PCD}$
- Ample de via posterior: $AmpleVia_T = 2 \cdot y_{PCT}$

D'aquesta forma es pot calcular en qualsevol posició l'amplada de via de qualsevol eix del vehicle. S'ha de notar que en sistemes de basculant l'amplada de via és invariable amb el moviment del basculant, tot el contrari que en els sistemes de suspensió de doble triangle.

6.8. Batalla (Wheelbase)

Com s'ha definit anteriorment, la batalla és la distància des de el centre de roda de l'eix anterior al centre de roda de l'eix posterior segons l'eix longitudinal del vehicle, i caracteritza la tendència al capcineig.

Un cop s'ha fet l'ensamblatge del sistema anterior i posterior, el càlcul de la batalla s'obté com:

$$Batalla = x_{PMD} - x_{PMT}$$

6.9. Radi de gir aproximat del vehicle (CIR).

Per definició, l'eix instantani de rotació del vehicle (CIR) és defineix com la intersecció de la projecció de l'eix de roda al terra amb la projecció de l'eix posterior a terra. Pels mateixos motius que s'han explicat a l'apartat 6.2, el càlcul referit en aquest apartat del CIR no equival exactament al del vehicle, ja que aquest no té perquè portar una geometria de direcció d'Ackermann, i encara que la portés, les derives inicials en els pneumàtics alteren el CIR del vehicle. El CIR resultant en aquest apartat és el que obeeix la roda esquerra (per definició del sistema). Evidentment només és vàlid aquest càlcul per les rodes directrius del vehicle.

Analíticament, el CIR es calcularia de la següent forma:

Inicialment, projectem l'eix de roda sobre el terra (coordenada z coneguda):

$$\text{Projecció} - ER: \begin{cases} n_{1ERy} \cdot y + n_{1ERz} \cdot z_{terra} = n_{1ERy} \cdot y_{PR} + n_{1ERz} \cdot z_{terra} \\ n_{2ERx} \cdot x + n_{2ERy} \cdot y + n_{2ERz} \cdot z_{terra} = n_{2ERx} \cdot x_{PR} + n_{2ERy} \cdot y_{PR} + n_{2ERz} \cdot z_{terra} \end{cases}$$

Simplificant: $\text{Projecció} - ER: \begin{cases} n_{2ERx} \cdot x + n_{2ERy} \cdot y = n_{2ERx} \cdot x_{PR} + n_{2ERy} \cdot y_{PR} \\ z = z_{terra} \end{cases}$

Ara, aquesta projecció s'ha d'intersecar amb l'eix posterior, aleshores, resulta un sistema de dues equacions amb dues incògnites tal com el següent: (vàlida sempre i quan la component y del vector de l'eix de roda tingui component diferent de zero)

$$\begin{cases} n_{2ERx} \cdot x_{CIR} + n_{2ERy} \cdot y_{CIR} = n_{2ERx} \cdot x_{PR} + n_{2ERy} \cdot y_{PR} \\ x_{CIR} = x_{CET} \approx x_{PMD} - Batalla \end{cases}$$

Aleshores, de la solució resultant, el radi de gir aproximat serà:

$$r_{CIR} = y_{CIR}$$

6.10. Punts de balanceig dels sistemes i eix de balanceig del vehicle.

El centre de balanceig d'un sistema és el punt que compleix que al ser-hi aplicada una força transversal en ell sobre les masses suspeses no es produeix cap balanceig. Tot sistema de suspensió, aleshores, introdueix un punt de balanceig al xassís respecte al qual aquest gira instantàniament per una determinada posició del sistema. Aquest es troba en la intersecció amb el pla longitudinal del vehicle (pla XZ) de l'eix format pel punt de contacte de la roda amb el terra i l'eix instantani de rotació de la roda (EIR) en una posició del mecanisme determinada. Aquest punt de balanceig s'acostuma a moure verticalment amb els moviments de compressió de la roda, i verticalment/horitzontalment amb el balanceig del vehicle.

6.10.1. Punt de balanceig d'un sistema de suspensió de dobles triangles.

Els EIR dels esquemes de doble triangle es troben mitjançant la intersecció dels dos plans característics dels triangles (segons la definició dels triangles a l'apartat 4.1.3). Agafant

l'equació característica dels triangles (expressades als apartats 4.2.2.1 o 4.2.3.2), es fan intersecar els dos plans per obtenir l'eix instantani de rotació de la roda:

$$EIR: \begin{cases} Pla-TI: n_{TIx}\cdot x + n_{TIy}\cdot y + n_{TIz}\cdot z = n_{TIx}\cdot x_{IP} + n_{TIy}\cdot y_{IP} + n_{TIz}\cdot z_{IP} \\ Pla-TS: n_{TSx}\cdot x + n_{TSy}\cdot y + n_{TSz}\cdot z = n_{TSx}\cdot x_{SP} + n_{TSy}\cdot y_{SP} + n_{TSz}\cdot z_{SP} \end{cases}$$

La projecció del punt PCD sobre l'EIR es determinarà a partir del pla normal a l'EIR (de vector director el producte vectorial dels vectors directors dels plans TI i TS) que passa pel punt PCD. La intersecció d'aquest pla normal amb l'EIR és la projecció del punt PCD sobre aquest eix. Analíticament correspon a resoldre un sistema de tres equacions lineals amb tres incògnites, una equació serà la del pla i les altres dues equacions les característiques de l'eix:

$$v_{EIR} = (n_{TI} \wedge n_{TS})_n$$

$$Pla: \{v_{EIR-x}\cdot x + v_{EIR-y}\cdot y + v_{EIR-z}\cdot z = v_{EIR-x}\cdot x_{PCD} + v_{EIR-y}\cdot y_{PCD} + v_{EIR-z}\cdot z_{PCD}$$

$$EIR: \begin{cases} Pla-TI: n_{TIx}\cdot x + n_{TIy}\cdot y + n_{TIz}\cdot z = n_{TIx}\cdot x_{IP} + n_{TIy}\cdot y_{IP} + n_{TIz}\cdot z_{IP} \\ Pla-TS: n_{TSx}\cdot x + n_{TSy}\cdot y + n_{TSz}\cdot z = n_{TSx}\cdot x_{SP} + n_{TSy}\cdot y_{SP} + n_{TSz}\cdot z_{SP} \end{cases}$$

Aleshores, l'eix que uneix els punts PCD i la projecció del punt PCD amb el EIR (Pr(PCD,EIR)), tindrà el següent vector director:

$$v_{PCD-EIR} = (\Pr(PCD,EIR)_x - x_{PCD}, \Pr(PCD,EIR)_y - y_{PCD}, \Pr(PCD,EIR)_z - z_{PCD})_n$$

Una forma senzilla per trobar la seva intersecció amb el pla longitudinal del vehicle (pla de simetria XZ) serà plantejar la següent equació vectorial:

$$(x_{PBalD}, 0, z_{PBalD}) = (x_{PCD}, y_{PCD}, z_{PCD}) + \lambda(v_{PCD-EIRx}, v_{PCD-EIRy}, v_{PCD-EIRz})_n$$

Que és l'equació paramètrica de l'eix, i permet trobar directament el punt de balanceig.

6.10.2. Punt de balanceig d'un sistema de suspensió per basculant.

Degut a que el sistema de basculant no presenta un eix instantani de rotació per la roda, ja que aquesta bascula respecte un eix paral·lel a l'eix Y del vehicle, el EIR de les rodes de l'eix posterior es situa a l'infinit. Llavors, l'eix que uneix el punt de contacte de la roda amb el terra i l'EIR de la roda, situat a l'infinit, fa que el punt de balanceig del quad a l'eix posterior estigui situat al terra. Aleshores, el punt de balanceig tindrà la següent forma:

$$x_{PBalT} = x_{PCT}$$
$$y_{PBalT} = 0$$
$$z_{PBalT} = z_{terra} = z_{PCT}$$

6.10.3. Eix de balanceig del vehicle.

Es defineix l'eix de balanceig del vehicle com l'eix instantani de rotació que uneix els punts de balanceig del sistema de suspensió anterior i el sistema de suspensió posterior. L'alçada dels punts de balanceig així com d'inclinació de l'eix de balanceig té una influència decisiva sobre el comportament dinàmic del vehicle, ja que condiciona les transferències de masses laterals entre les rodes d'un mateix eix, i per tant, la rigidesa del balanceig. L'alçada dels punts de balanceig i la seva variació amb la cursa de la roda és un compromís entre:

- Les variacions de càrrega necessàries per aconseguir un comportament desitjat.
- Les variacions dels amples de via: el fet de que tingui elevats amples de via garanteix petites variacions en alçada dels punts de basculació.
- Rigidesa al balanceig desitjable (com es calcularà més endavant).
- Variacions dels angles de caiguda.

Com s'ha observat, l'eix de balanceig del vehicle està composat per la unió del punt de balanceig del sistema de suspensió anterior i el punt de balanceig del sistema de suspensió posterior. D'aquesta forma, es pot caracteritzar de la següent forma:

- Eix de balanceig del vehicle:
    - Punts de l'eix: PBalD, PBalT
    - Vector Director: $v_{Bal} = \left(x_{PBalD} - x_{PBalT}, y_{PBalD} - y_{PBalT}, z_{PBalD} - z_{PBalT}\right)_n$
    - Equació:

$$Eix - Bal: \begin{cases} n_{1Balx} \cdot x + n_{1Baly} \cdot y + n_{1Balz} \cdot z = n_{1Balx} \cdot x_{PBalT} + n_{1Baly} \cdot x_{PBalT} + n_{1Balz} \cdot x_{PBalT} \\ n_{2Balx} \cdot x + n_{2Baly} \cdot y + n_{2Balz} \cdot z = n_{2Balx} \cdot x_{PBalT} + n_{2Baly} \cdot x_{PBalT} + n_{2Balz} \cdot x_{PBalT} \end{cases}$$

Una de les utilitats d'aquestes equacions és que calculant la distància que hi ha del centre de gravetat (CDG) del vehicle fins aquest eix, es pot obtenir una dada orientativa sobre si el

vehicle tendirà a balancejar-se molt (CDG molt allunyat de l'eix) o poc (CDG a prop o bé coincident a l'eix). Aquesta dada orientativa es calcula mesurant la distància del CDG a la seva projecció sobre l'eix. Essent el centre de gravetat:

$$CDG(x,y,z) = (x_{CDG}, y_{CDG}, z_{CDG})$$

La seva projecció es calcularà mitjançant el tall del pla normal a l'eix de balanceig que passa pel CDG amb el mateix eix de balanceig. Això és tradueix en:

$$Pla: \left\{ v_{Bal-x} \cdot x + v_{Bal-y} \cdot y + v_{Bal-z} \cdot z = v_{Bal-x} \cdot x_{CDG} + v_{Bal-y} \cdot y_{CDG} + v_{Bal-z} \cdot z_{CDG} \right.$$

$$Eix - Bal: \begin{cases} n_{1Balx} \cdot x + n_{1Baly} \cdot y + n_{1Balz} \cdot z = n_{1Balx} \cdot x_{PBalT} + n_{1Baly} \cdot x_{PBalT} + n_{1Balz} \cdot x_{PBalT} \\ n_{2Balx} \cdot x + n_{2Baly} \cdot y + n_{2Balz} \cdot z = n_{2Balx} \cdot x_{PBalT} + n_{2Baly} \cdot x_{PBalT} + n_{2Balz} \cdot x_{PBalT} \end{cases}$$

El punt resultant d'aquest sistema de tres equacions amb tres incògnites resulta ser la projecció del CDG sobre l'eix de balanceig (Pr(CDG,Eix-Bal)); aleshores, calcular la distància és una operació bastant senzilla, amb el resultat de que aquesta distància expressa la rigidesa al balanceig del vehicle.

7. Comparació dels resultats del software dissenyat i un software comercial.

Es compararan a continuació els gràfics obtinguts mitjançant el software dissenyat amb la metodologia exposada en aquesta memòria, i els gràfics obtinguts utilitzant un model de quad comercial dissenyat amb CAD (un model tridimensional facilitat per l'empresa Metrakit). Gràcies a aquests models de software informàtic es poden comparar geometries reals amb les geometries característiques del sistema.

El model de quad que es vol analitzar presenta una geometria de doble triangle anterior, amb una mangueta amb punt de direcció posterior a l'eix d'avanç, grup molla-amortidor amb unió al triangle inferior i sense estabilitzadora. A l'eix posterior presenta un basculant amb sistema d'esmorteïment per bieletes.

A continuació, es presenten els gràfics comparatius per comentar la validesa dels resultats, fent un escombrat de posicions que van des d'una compressió del grup molla-amortidor de -30 mm fins a una extensió de 30 mm, amb un pas de 1 mm. (Nota: Les taules de valors dels gràfics corresponents es poden trobar a l'annex E).

- Geometria anterior:
    - Caiguda, convergència i avanç, vs. alçada del punt de contacte.

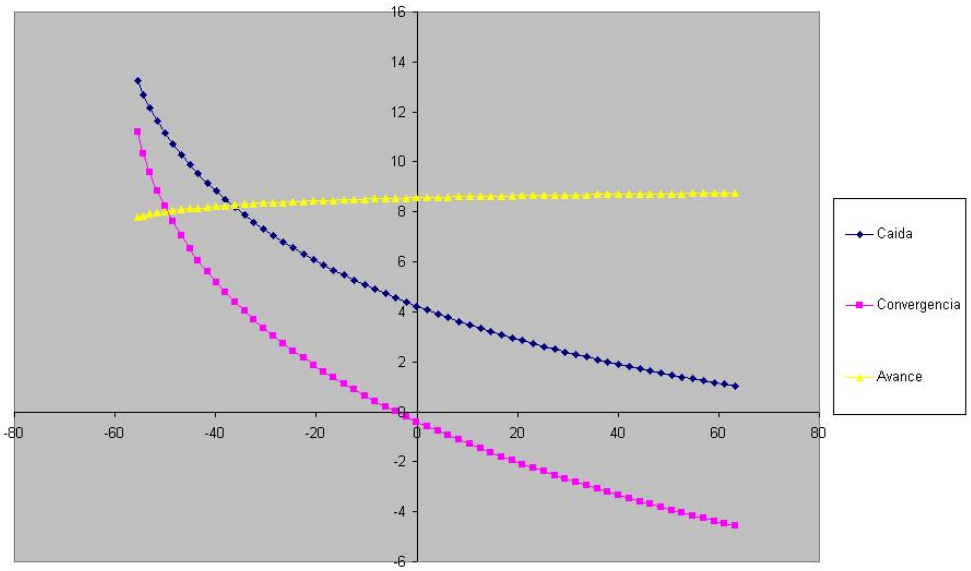


Fig. 7.1. Gràfic de dades de l'escombrat extretes del software

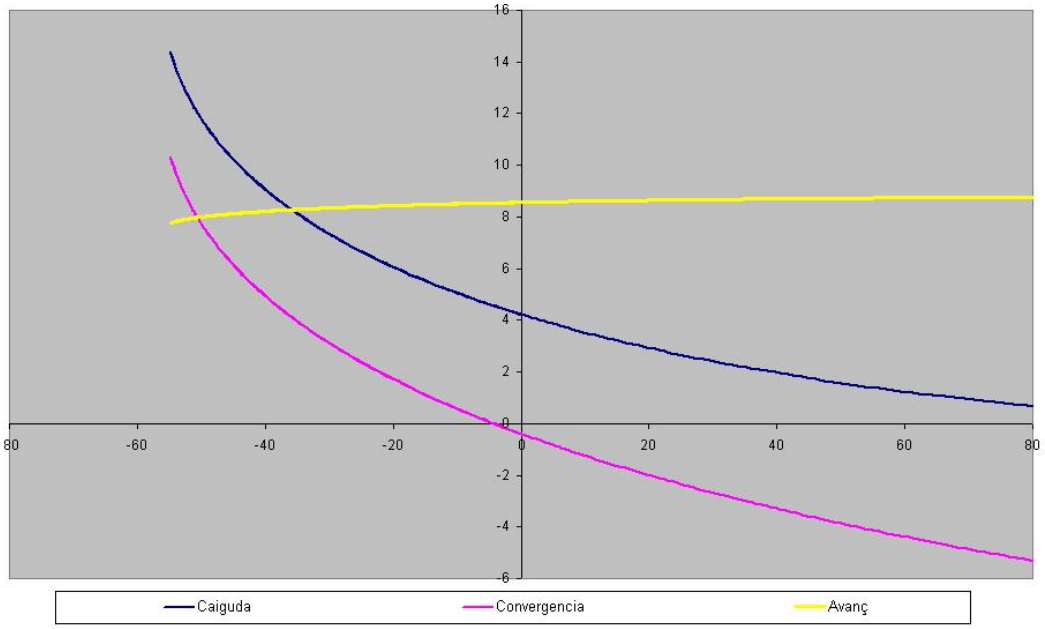


Fig. 7.2. Gràfic de dades reals de l'escombrat.

- Longitud del grup molla-amortidor i ample via vs. alçada del punt de contacte.

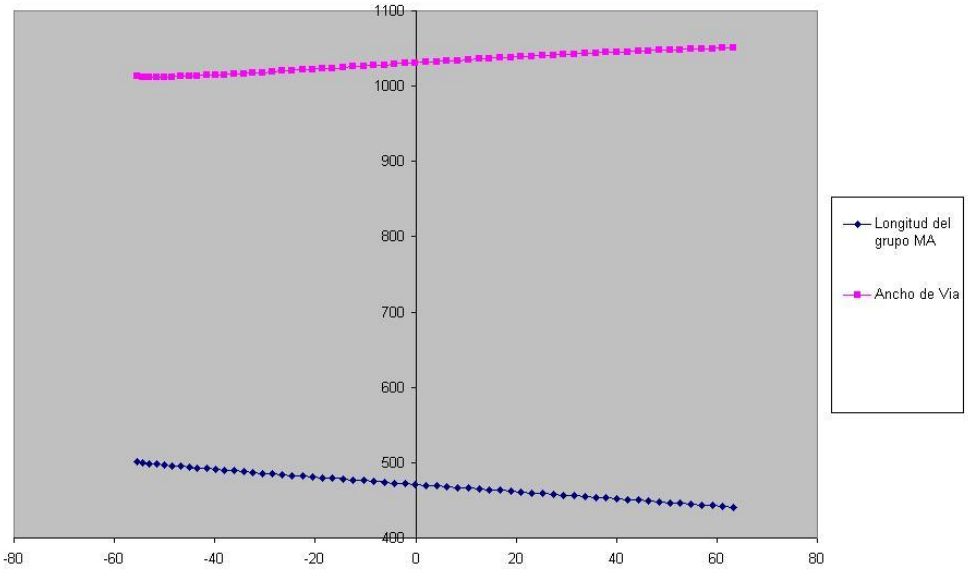


Fig. 7.3. Gràfic de dades de l'escombrat extretes del software

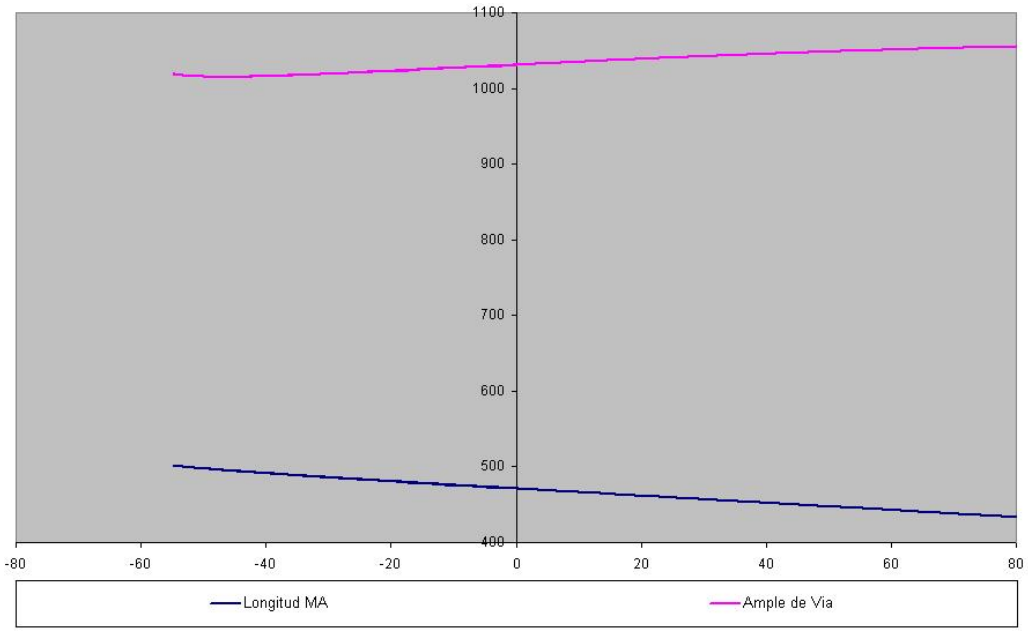


Fig. 7.4. Gràfic de dades reals de l'escombrat.

Per la geometria posterior, es farà un escombrat segons la variació d'alçada del punt de contacte, de -200 mm a 200 mm amb un pas de 10 mm:

- Geometria posterior:
    - Angle de basculant, caiguda i convergència vs. alçada del punt de contacte.

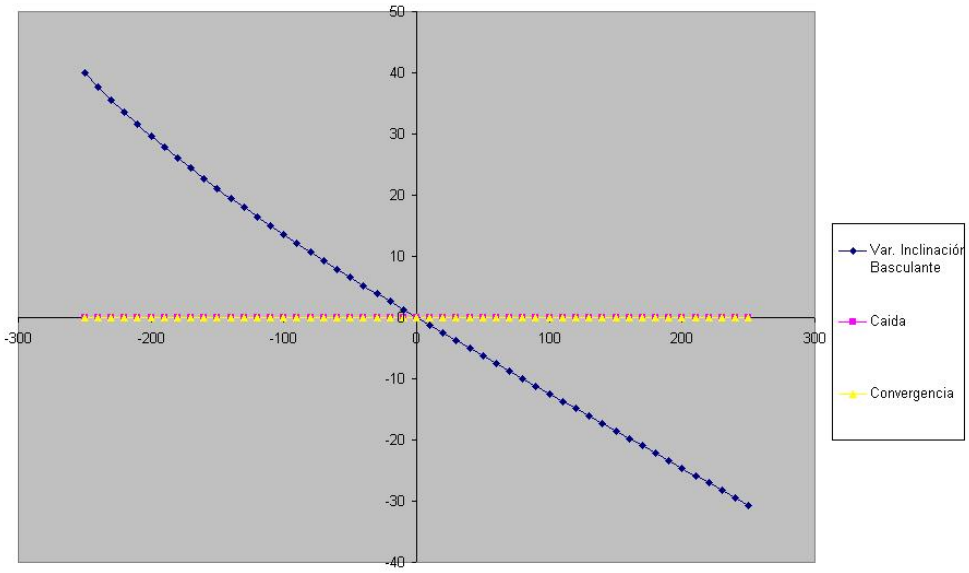


Fig. 7.5. Gràfic de dades de l'escombrat extretes del software

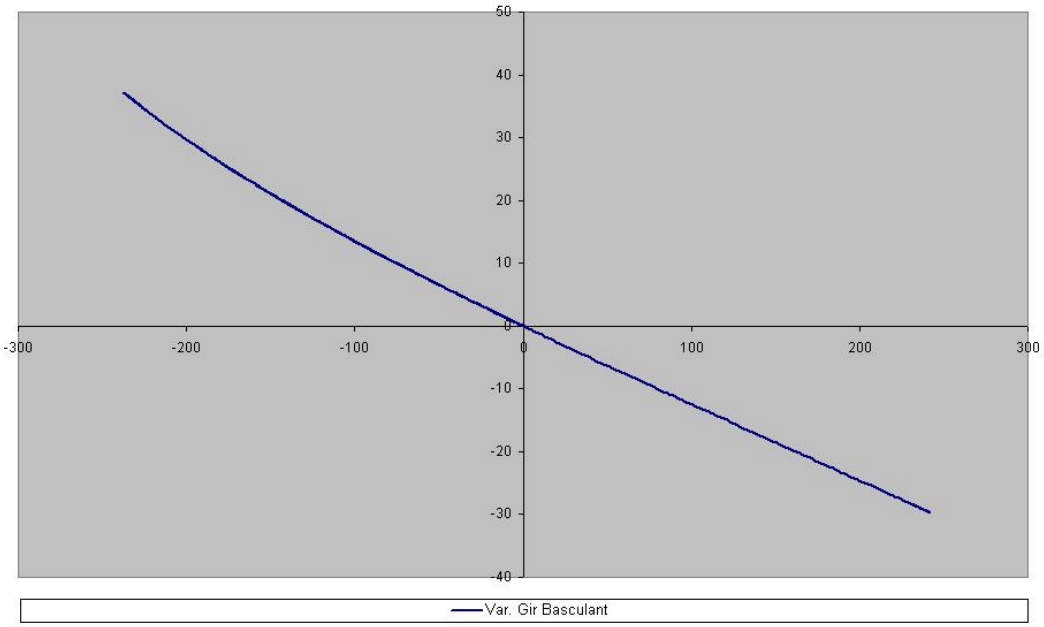


Fig. 7.6. Gràfic de dades reals de l'escombrat.

- Longitud del grup molla-amortidor vs. alçada del punt de contacte.

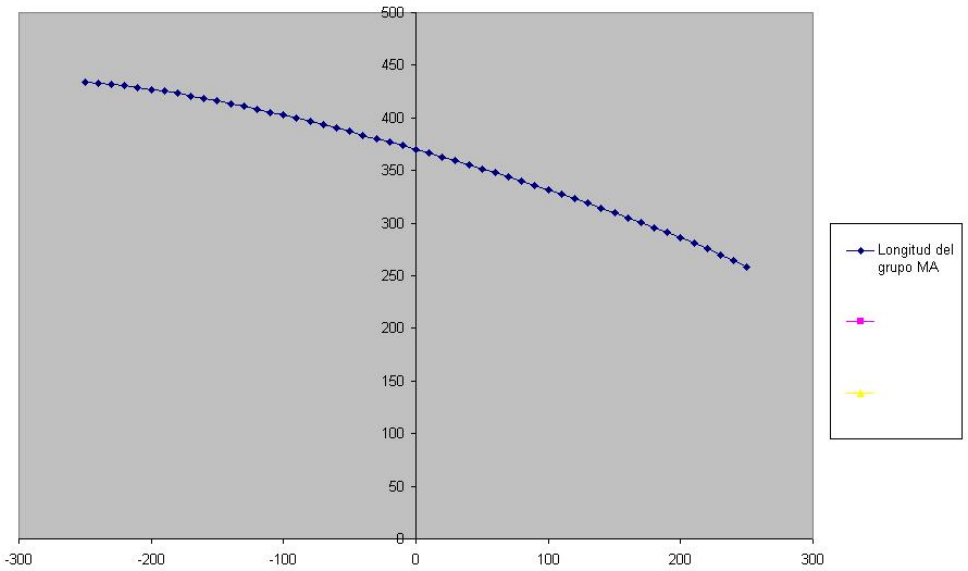


Fig. 7.7. Gràfic de dades de l'escombrat extretes del software

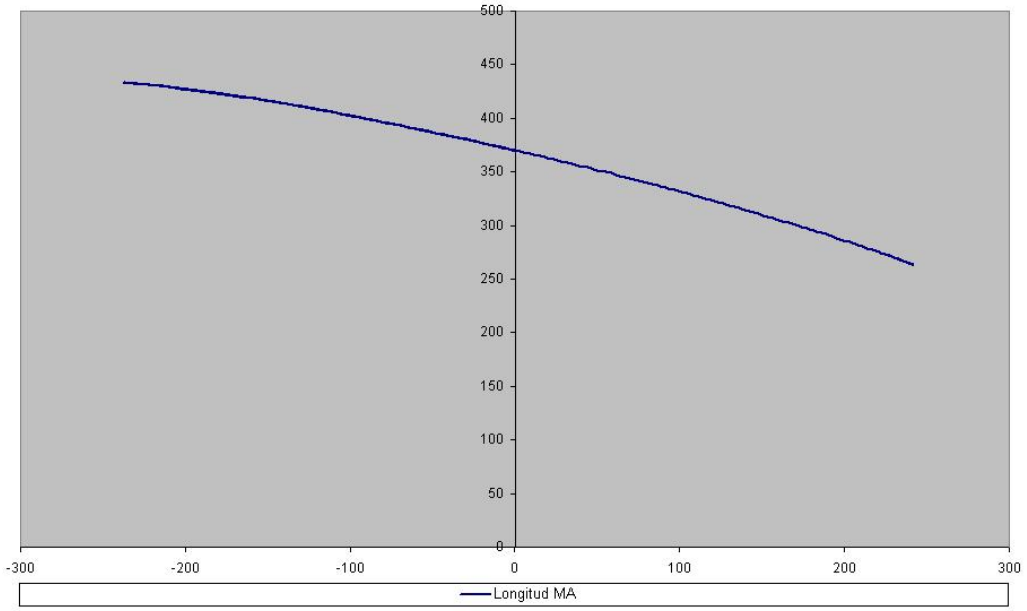


Fig. 7.8. Gràfic de dades reals de l'escombrat.

8. Pressupost del projecte.

Per analitzar el cost del projecte, es tenen en compte tres conceptes: el cost de les hores d'enginyeria dedicades, el cost d'utilització del hardware que s'ha fet servir, i el cost de les llicencies del software que s'ha fet servir.

El cost d'enginyeria s'estima en 40 €/hora.

El hardware que s'ha fet servir és un ordinador personal complet, de preu 849 € a amortitzar en 4 anys. Considerant que un any consta de 240 dies laborals durant els que s'utilitza el hardware 8 hores diàries, la amortització per hora del hardware a considerar serà:

$$\frac{849}{8 \cdot 240 \cdot 4} = 0.111 \ € / hora$$

El software que s'ha fet servir durant el projecte són els programes Visual Nastran i SolidWorks, ja que el paquet de Microsoft Office s'inclou en el preu del hardware en el que ve inclòs. El cost de llicencia dels dos programes per un ordinador és de 4.200 € i 1.000 € (versió d'educació màxim 10 usuaris) al any respectivament. Considerant un coeficient d'ús del 20 % del temps per el programa Visual Nastran i un coeficient del 65 % per el programa SolidWorks. El cost associat a cada hora d'us d'aquests programes respectivament és de:

$$\frac{4200}{8 \cdot 240 \cdot 0,2} = 10,938 \ € / hora$$

$$\frac{1000}{8 \cdot 240 \cdot 0,65} = 0,801 \ € / hora$$

El temps de realització del projecte és el període compres entre febrer de 2006 i novembre de 2006, inclosos els mesos de vacances anuals, considerant que un mes té 20 dies útils i que s'han dedicat al projecte una mitja de quatre hores diàries, el temps total en hores que ha durat el projecte és de:

$$10 \cdot 20 \cdot 4 = 800 \ \ hores$$

Del total d'hores dedicades al projecte un 90% del temps ha estat fent servir eines informàtiques, i en aquest temps, un 70% s'ha treballat amb Excel, un 10% del temps s'ha treballat amb Visual Nastran i un 20% del temps s'ha treballat amb SolidWorks. Així, el total d'hores treballades amb l'ordinador i dedicades als programes Visual Nastran i SolidWorks són respectivament:

$$T_{ordinador} = 800 \cdot 0,9 = 720 \ \ hores$$
$$T_{VisualNastran} = 720 \cdot 0,1 = 72 \ \ hores$$
$$T_{SolidWorks} = 720 \cdot 0,2 = 144 \ \ hores$$

Per un altre lloc, ha estat necessari l'ús d'un vehicle per anar fins a la població de Caldes de Montbui, per afers relacionats amb la elaboració del present projecte. El preu per quilòmetre, consultat a Autopista, és de 0,1004 €/km. El trajecte dista de 58 quilòmetres aproximadament i s'han necessitat 10 desplaçaments d'anada i tornada, pel que resulta en total:

$$10 \cdot 58 \cdot 2 = 1160 \ \ kilometres$$

Concepte	Temps / distància [hores], [quilòmetres]	Cost per hora [€/h] o per quilòmetre [€/km]	Cost [€]
Enginyeria	800 h	40 €/h	32.000 €
Ús hardware	720 h	0,13 €/h	93,6 €
Ús Visual Nastran	72 h	10,938 €/h	787,536 €
Ús SolidWorks	144 h	0,801 €/h	115,344 €
Despeses transport	1160 km	0,1004 €/km	116,464 €
		Cost total	**33.112,944 €**

Al no ésser l'objectiu d'aquest projecte la seva comercialització, l'anàlisi de costos es limita al càlcul del cost de la seva realització. Per aquest motiu, sobre aquest cost no s'apliquen impostos ni marge de benefici. Des del punt de vista d'estalvi, de forma relativa a una sola configuració podria costar entre 6000 € i 9000 € per cadascuna, amb l'afegit de les hores d'enginyeria que s'han de aplicar (entre 100 h i 200 h a un preu de entre 40 i 60 €/hora).

9. Impacte mediambiental.

Un usuari o taller qualsevol que tingui quads comercials, o prototipus d'aquests que vulgui portar a preparar, necessitarà un transport per carretera del vehicle fins al taller, enginyeria o preparador, que disposi de les eines de mesura del quad i la capacitat de determinar la millor posta a punt del vehicle per el seu ús.

Per el cas de Metrakit, treballava habitualment per temes de preparació de suspensió amb una enginyeria situada a Salt, Girona. Suposant que precisaven fer cinc posades a punt de diferents quads, i que el vehicle fa 4 trajectes (anada i tornada per al lliurament del vehicle, i anada i tornada per la retirada del vehicle), aleshores el número de quilòmetres estalviats són:

$$91.52\ km/trajecte \cdot 4\ trajectes/preparacio \cdot 5\ preparacions = 1850.2\ km$$

Es suposa que es fa servir un transport per furgoneta del quad, amb un motor dièsel de entre 100 cv i 140 cv. El consum de gas-oil per una furgoneta mitja del mercat és de 7,2 l/100 km i unes emissions de CO_2 de 196 g/100 km. Aleshores, les emissions CO_2, gasos d'efecte hivernacle són els següents:

$$1850.2\ km \cdot 196\ \frac{gCO_2}{km} \cdot \frac{1\ kg}{1000\ g} = 326.6\ kg$$

Per fer l'estalvi, s'ha de fer la mateixa operació per al turisme fet servir per l'elaboració del projecte, amb un grau d'emissions de 138 g/100 km:

$$1160\ km \cdot 138\ \frac{gCO_2}{km} \cdot \frac{1\ kg}{1000\ g} = 160.08\ kg$$

Finalment, l'estalvi en emissions CO_2 a l'atmosfera és el següent:

$$Estalvi = 326.6\ kg - 160.08\ kg = 166.52\ kgCO_2$$

Ídem pels òxids de nitrogen NOx, amb unes emissions de 0,64 g/100 km per la furgoneta i de 0,57 per el turisme. S'obté:

$$1850.2\ km \cdot 0.64\ \frac{gNOx}{km} = 1184.128\ g$$

$$1160\ km \cdot 0.57\ \frac{gNOx}{km} = 661.200\ g$$

$$Estalvi = 1184.128\ g - 661.200\ g = 522.928\ gNOx$$

Ara, per les partícules diesel, amb unes emissions de 0,055 g/100 km per la furgoneta i de 0,040 per el turisme. S'obté:

$$1850.2\ km \cdot 0.055\ \frac{gPart}{km} = 101.761\ g$$

$$1160\ km \cdot 0.040\ \frac{gPart}{km} = 46.400\ g$$

$$Estalvi = 101.761\ g - 46.400\ g = 55.361\ gPart$$

Conclusions

L'objectiu principal, obtenir un software per l'anàlisi de sistemes de suspensió de doble triangle per quads, s'ha complert en la seva totalitat. El seu funcionament es garanteix per qualsevol configuració, en què les diferencies entre les dades del software dissenyat i les dades de qualsevol software de disseny en tres dimensions estan per sota de l'error màxim desitjat de ±1mm i de ±0,1º, llevat de les configuracions properes als punts morts del mecanisme on la precisió no és bona, però és acceptable ja que les geometries de suspensions es dissenyen per tal de no treballar entorn aquestes posicions.

S'han recollit i analitzat les configuracions més típiques en quads comercials i de competició per tal de satisfer els dissenys d'aquests vehicles, encara que és viable fer-ho per qualsevol vehicle de quatre rodes amb geometries de suspensió de dobles triangles superposats.

Un dels aspectes més interessants és la possibilitat d'estudiar els diferents tipus de geometries de suspensions i els seus elements, amb el repte d'entendre al complert les seves característiques i la importància dins de la estabilitat del vehicle i sobretot al seu comportament. Tot això permet experimentar amb diverses configuracions d'un model per satisfer diverses necessitats. Encara que s'esperava afegir la optimització de la geometria de suspensió del model de quad analitzat, aquesta no s'ha pogut exposar degut a que el vehicle està encara en fase de prototipus.

En quan a les impressions personals de l'autor, aquest projecte ha permès l'ampliació de conceptes, coneixements i metodologies dins del món de l'Enginyeria Industrial, i en especial, dins de l'Enginyeria Mecànica, tot traçant nous reptes i camins d'investigació en aquests àmbits. Tanmateix el fet de desenvolupar aquest software ha conduït a adquirir consciència de la quantitat de paràmetres que poden afectar a la configuració d'una suspensió, i observar que es pot anar més enllà del que s'ha exposat en aquest projecte i que no s'ha pogut assolir degut a que farien falta més mesos de treball dels necessaris pel lliurament del projecte final de carrera. Per aquest motiu l'autor deixa el projecte en una primera versió oficial de software (la presentada), convidant a algun estudiant a la continuació d'aquest i a l'evolució del mateix, completant les diverses variants que existeixen dins dels tipus de dobles triangles (com per exemple, suspensions tipus push-rod o pull-rod), o fins i tot, inserir nous tipus de suspensió, com la geometria McPherson, amb les totes les seves variants, l'eix rígid o el doble paral·lelogram deformable posterior.

Agraïments

L'elaboració del present projecte no s'hagués pogut portar a terme sense la vital col·laboració de diverses persones. Després de tants mesos de treball he d'agrair la paciència de Miquel Sararols, director d'aquest projecte, a més dels seus coneixements i temps dedicat. També agraeixo a Miguel Ángel Rodríguez, enginyer de Metrakit Racing Division S.L., per la seva disposició a resoldre qualsevol dubte sobre els ATV i per el seu ajut en tot moment.

També agrair la col·laboració i coneixements a Jordi Muñoz, Víctor Fernández, Emilio Hernández des del Departament de Projectes de l'ETSEIB, i Daniel Clos, amb tot el Departament d'Enginyeria Mecànica per els medis facilitats per l'elaboració del present projecte.

Per acabar, no puc deixar d'agrair l'ajut de tots aquells que hi són amb mi en el dia a dia i que m'han recolzat constantment, és a dir, els meus familiars i amics.

Bibliografia

[1] AGULLÓ, J. *Mecánica de la partícula y del sólido rígido.* Barcelona, Publicaciones OK PUNT, 1996.

[2] CARDONA, S., CLOS, D. *Teoria de Máquinas*. Barcelona, Ediciones UPC, 2000.

[3] ARIAS-PAZ, M. *Manual de automóviles*, edición num. 55. Editorial CIE, 2004.

[4] TABOREK, JAROSLAV J., *Mechanics of Vehicles*. Penton, 1957.

[5] LUQUE,P., ÁLVAREZ, D., VERA, C. *Ingenieria del automóvil. Sistemas y comportamiento dinámico*. Ed. Thomson, 2004.

[6] WONG, J.Y., *Terramechanics of Off-Road Vehicles*. Elsevier, 1989.

[7] DIXON, JOHN C. *Tyres, Suspension and Handling*. Cambridge University Press, 1991.

[8] KOSHKIN N.I., SHIRKÉVICH M.G., *Manual de Física*. Madrid: Editiorial Mir, 1975.

[9] DIRECCIÓN GENERAL DE TRÁFICO. *Departamento de estadísticas.* Madrid, 2003.

[http://www.dgt.es/estadisticas/estadisticas03.htm, 19 de novembre de 2006].

[10] ANESDOR. *Asociación Nacional de Empresas del Sector de las Dos Ruedas*. Barcelona, 2006.

[http://www.anesdor.com, 21 de novembre de 2006].

[11] METRAKIT. *Metrakit Racing Division*. Barcelona, 2006.

[http://www.metrakit.es, 19 de novembre de 2006].

[12] AUTOPISTA. *Semanario del motor*. Barcelona, 2006.

[http://motor.terra.es, 23 de novembre de 2006].