

Capítulo 3. Comportamiento tenso-deformacional de los suelos

3.1. Elasticidad

El primero de los objetivos de los ensayos triaxiales es proporcionar las características elásticas de la relación tensión-deformación de las arenas limosas de Diagonal Mar. Estas características vienen representadas por el valor de los módulos elásticos que nos dan una idea de la rigidez del material, y que en la mecánica de los medios continuos, suelen ser dos parámetros, el módulo de Young E y el coeficiente de Poisson ν .

No obstante, en mecánica de suelos suele trabajarse con otros dos parámetros elásticos, el módulo volumétrico K y el módulo de corte G, que dividen las deformaciones elásticas o recuperables en una parte volumétrica (cambio de volumen manteniendo la forma) y en una parte distorsional (cambio de forma manteniendo el volumen), respectivamente [6]. Ambos pueden obtenerse a partir de los valores de E y ν tal como se expone a continuación.

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.1) \quad (3.2)$$

Estos cuatro coeficientes elásticos pueden ser calculados utilizando diferenciales de algunas de las variables que se han introducido en el apartado anterior obtenidas a partir de la realización de un ensayo triaxial drenado.

$$E' = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_a} \quad \nu' = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \varepsilon_a} \right) \quad K' = \frac{\partial p'}{\partial \varepsilon_p} \quad G' = \frac{\partial q}{3 \partial \varepsilon_q} \quad (3.3) \quad (3.4) \quad (3.5) \quad (3.6)$$

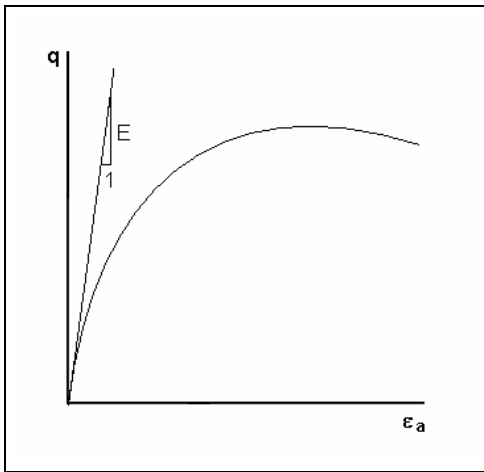


Figura 3.1. Módulo de Young E deducido en un ensayo triaxial de compresión simple.

Suponiendo una elasticidad linealmente dependiente de la tensión, y trabajando con el módulo de Young E' y el coeficiente de Poisson ν' , se puede describir la respuesta de una probeta de suelo a un cambio de tensiones efectivas mediante las siguientes ecuaciones [6].

$$\begin{bmatrix} \partial \varepsilon_a \\ \partial \varepsilon_r \end{bmatrix} = \frac{1}{E'} \begin{bmatrix} 1 & -2\nu' \\ -\nu' & 1-\nu' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial \sigma'_a \\ \partial \sigma'_r \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Recuperando las expresiones (2.14) y (2.15) para redefinir la deformaciones volumétrica ε_p y de corte ε_q en función de las deformaciones axial ε_a y radial ε_r , junto con las expresiones (2.24) y (2.25) donde las tensiones efectiva isotrópica p' y desviadora q se definen en función de las tensiones efectivas axial σ'_a y radial σ'_r , se puede redefinir la expresión anterior de forma más elegante usando el módulo volumétrico K' y el módulo de corte G'.

$$\begin{bmatrix} \partial \varepsilon_p^e \\ \partial \varepsilon_q^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K' & 0 \\ 0 & 1/3G' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial p' \\ \partial q \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Los términos nulos indican la ausencia de acoplamiento entre los efectos volumétricos y distorsionales de deformación para un material elástico lineal. Cambios en la tensión efectiva isotrópica p' no provocan distorsión $\partial\varepsilon_q^e$, y cambios en la tensión desviadora q no provocan cambios de volumen $\partial\varepsilon_p^e$. El superíndice e indica que se trata de deformaciones elásticas.

Aunque no siempre la elasticidad de los suelos responde a una relación lineal entre tensión σ y deformación ε , según Kondner et al. (1963) [8] para arenas se puede tener una relación hiperbólica como muestra la siguiente expresión, donde a y b son parámetros propios del suelo.

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (3.9)$$

3.2. Plasticidad y fluencia

Sin embargo, es bien sabido que la elasticidad no permite modelar todos los comportamientos de la relación tensión-deformación de los materiales, pues a menudo al aplicar una tensión sobre un material aparecen en él deformaciones no recuperables o plásticas. La aparición de estas deformaciones plásticas ocurre en el momento en que se supera el límite elástico del material al que normalmente se le suele llamar punto de fluencia, y a partir del cual se observa un rápido descenso en la rigidez del material.

Determinar diferentes puntos de fluencia, y las deformaciones plásticas posteriores, en las arenas limosas de Diagonal Mar, para poder interpolar una superficie (llamada superficie de fluencia) es otro objetivo a conseguir mediante los ensayos triaxiales. Esta superficie puede ser expresada en el plano de Cambridge mediante una función escalar f , más o menos compleja, donde el parámetro p'_0 indica el tamaño de la superficie de fluencia.

$$f(p', q, p'_0) = 0 \quad (3.10)$$

En este estudio la localización de los puntos de fluencia en el espacio de tensiones de Cambridge se evaluará utilizando las relaciones entre η - ε_p , η - ε_q , η - k y η - W , variables definidas en el apartado anterior (Yasufuku, N. et al., 1991) [7].

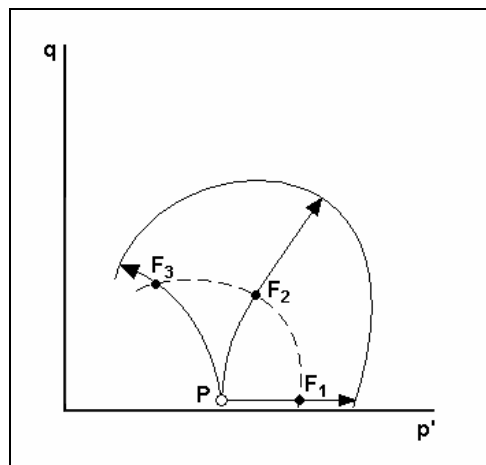


Figura 3.2. Interpolación de una superficie de fluencia a partir de los puntos de fluencia F_i obtenidos por diferentes trayectorias tensionales desde un estado tensional P , y evolución de la superficie de fluencia.

Hay que reseñar que en el interior de una superficie de fluencia se esta en régimen elástico, es decir, las deformaciones son recuperables. Mientras que sobre la propia superficie de fluencia se esta en régimen elasto-plástico, o lo que es lo mismo, unas deformaciones son recuperables y otras son permanentes.

Supóngase una muestra particular de suelo que posee una determinada superficie de fluencia en el espacio de Cambridge $q-p'$ (figura 3.3) [6]. La forma y tamaño de esta superficie, mostrada en la figura adjunta, es el resultado de la historia tensional ocurrida sobre la supuesta muestra de suelo. Una posible historia tensional podría corresponder a la trayectoria OA de la figura en el plano de $q-p'$, con lo que la superficie de fluencia quedaría fijada en el punto A. Los diferentes puntos de fluencia anteriores a A si sitúan sobre la llamada línea de compresión normal (ncl) del espacio $v-\ln p'$.

Podría determinarse el volumen específico de la muestra correspondiente al estado tensional A límite de la superficie de fluencia y representarlo en el espacio $v-\ln p'$. Un cambio en el estado tensional de A hasta B implica un cambio de volumen específico. Debido a que en el interior de la superficie de fluencia la respuesta a un cambio tensional es elástica el camino para ir de A a B es indiferente, y todos los estados tensionales interiores a la superficie se sitúan sobre otra línea llamada de descarga-recarga (url) en el espacio $v-\ln p'$.

De esta forma, los nuevos estados tensionales que van delimitando el contorno de la superficie de fluencia (estados elasto-plásticos) se alinean sobre la recta ncl de pendiente λ , mientras que los estados tensionales interiores a la superficie de fluencia (estados elásticos) se alinean sobre la recta llamada url de pendiente κ . Las ecuaciones que definen a las rectas ncl y url que acaban de ser introducidas son las siguientes.

$$ncl \equiv \Delta v = -\lambda \cdot \Delta \ln p' \quad url \equiv \Delta v = -\kappa \cdot \Delta \ln p' \quad (3.11) \quad (3.12)$$

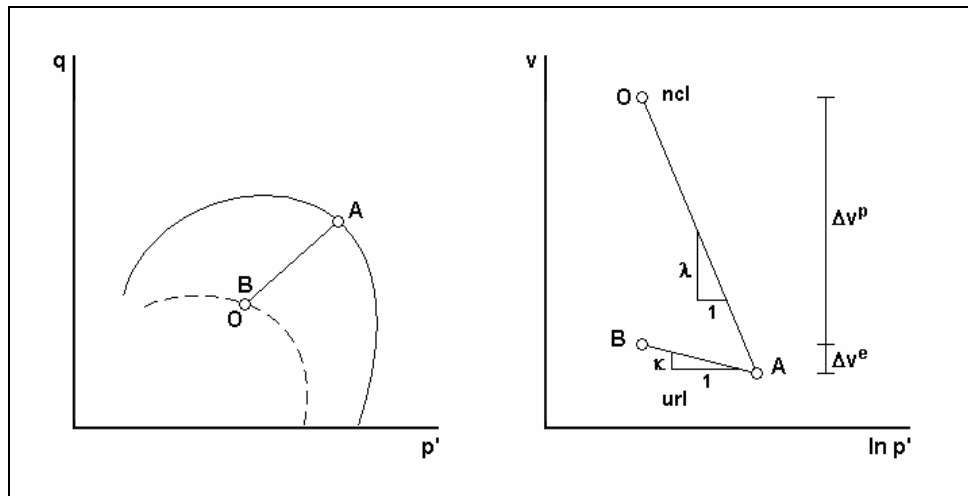


Figura 3.3. Líneas de compresión normal (ncl) y de carga-descarga (url).

Para la construcción de un modelo elasto-plástico del suelo, es necesario separar el cambio total de volumen específico Δv ocurrido al pasar del estado tensional B al estado tensional C, en una parte recuperable, o elástica, y en otra irrecuperable, o plástica.

$$\Delta v = \Delta v^e + \Delta v^p \quad (3.13)$$

Esta distinción en dos sumandos, uno elástico y otro plástico, puede hacerse también a nivel diferencial en las deformaciones volumétrica ε_p y de corte ε_q .

$$\partial \varepsilon_p = \partial \varepsilon_p^e + \partial \varepsilon_p^p \quad \partial \varepsilon_q = \partial \varepsilon_q^e + \partial \varepsilon_q^p \quad (3.14) \quad (3.15)$$

Así como, mediante la teoría de la elasticidad, la expresión (3.8) define la relación entre las deformaciones elásticas $\partial \varepsilon_p^e$ y $\partial \varepsilon_q^e$, y las componentes del estado tensional p' y q , en la

teoría de la plasticidad se define la ley de fluencia como respuesta a la relación entre las componentes de la deformación plástica $\partial\epsilon_p^p$ y $\partial\epsilon_q^p$, y las componentes del estado tensional.

$$\begin{bmatrix} \partial\epsilon_p^p \\ \partial\epsilon_q^p \end{bmatrix} = d\lambda \begin{bmatrix} \partial g / \partial p' \\ \partial g / \partial q \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

En la ecuación anterior g define una superficie que se conoce como potencial plástico, y es una función escalar, más o menos compleja, donde el parámetro ξ controla su tamaño.

$$g(p', q, \xi) = 0 \quad (3.17)$$

En un plano análogo al de Cambridge, formado por la deformación plástica volumétrica $\partial\epsilon_p^p$ en abscisas y la deformación plástica de corte $\partial\epsilon_q^p$ en ordenadas, el escalar $d\lambda$ de la expresión (3.16) proporciona la magnitud del vector de incremento de la deformación plástica, mientras que la dirección viene dada por el gradiente de la función g , y por lo tanto es perpendicular a dicha superficie.

Por consiguiente, la fluencia esta asociada a la aparición de las deformaciones plásticas $\partial\epsilon_p^p$ y $\partial\epsilon_q^p$, y las magnitudes de estas dos componentes de la deformación se pueden representar en el plano de Cambridge q - p' como un vector de deformaciones plásticas [6].

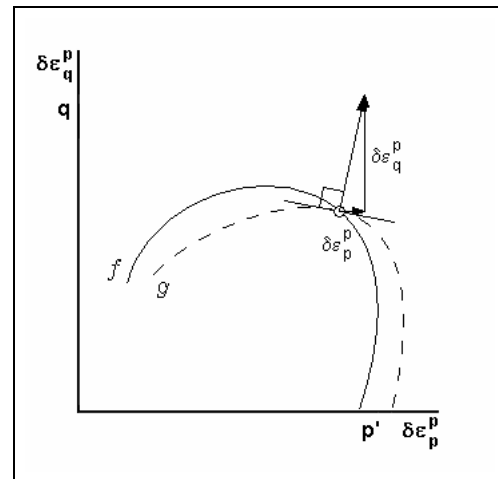


Figura 3.4. Vector de incremento de la deformación plástica [6].

Las superficies de fluencia pueden evolucionar durante los procesos de plastificación debido a que las deformaciones plásticas que va sufriendo el material modifican su estructura interna.

Cuando la superficie de fluencia se expande, el dominio elástico se amplía, se dice entonces que el material se rigidiza. A los materiales que les sucede esto se les llama plásticos rigidizables. Si lo que ocurre es al contrario, es decir, que el dominio elástico se reduce, se le llama reblandecibles. Finalmente si la superficie de fluencia es constante, se dice que el material es plástico perfecto.

La ley de endurecimiento expresa la variación del tamaño y forma de la superficie de fluencia, y dado que ésta viene definida por la expresión (3.10), la ley de endurecimiento expresará la variación del parámetro p'_0 en función de las deformaciones plásticas.

$$p'_0 = p'_0(\partial\epsilon_p^p, \partial\epsilon_q^p) \quad (3.18)$$

Recapitulando, mediante la definición de la superficie de fluencia (3.10), potencial plástico (3.17) y ley de endurecimiento (3.18), se puede reescribir la ley de fluencia (3.16) como se muestra a continuación.

$$\begin{bmatrix} \partial \varepsilon_p^p \\ \partial \varepsilon_q^p \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} & \frac{\partial g}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} & \frac{\partial g}{\partial q} \\ \frac{\partial f}{\partial p'} & \frac{\partial g}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} & \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial p' \\ \partial q \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

En la expresión anterior H recibe el nombre de módulo de endurecimiento y queda definido mediante la expresión subyacente.

$$H = - \frac{1}{\frac{\partial f}{\partial p'_0} \left[\frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_p^p} \frac{\partial g}{\partial p'} + \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial g}{\partial q} \right]} \quad (3.20)$$

Si H es positivo se estará en plasticidad rigidizable, mientras que si H es negativo será plasticidad reblandecible. Por último, si H es nulo se tendrá plasticidad perfecta.

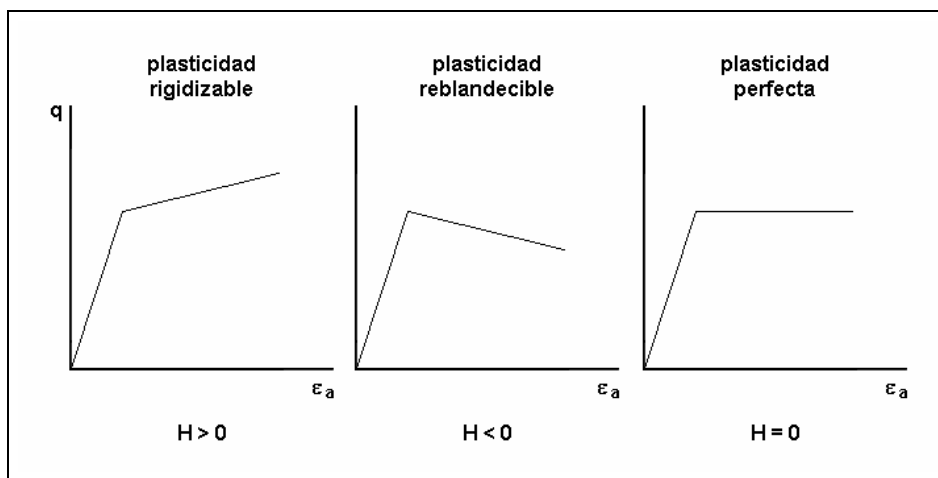


Figura 3.5. Tipos de plasticidad idealizados en el espacio q- ε_a y valor del módulo de endurecimiento H.

En la práctica, conocidas las variaciones en las deformaciones volumétrica $\partial \varepsilon_p$ y de corte $\partial \varepsilon_q$, puede determinarse el valor de las variaciones en las deformaciones volumétrica plástica $\partial \varepsilon_p^p$ y de corte plástica $\partial \varepsilon_q^p$, utilizando las expresiones (3.14) y (3.15) respectivamente, una vez obtenidas las componentes elásticas de la deformación mediante la expresión (3.8).

3.3. Estados críticos y resistencia

El tercer objetivo a conseguir mediante los ensayos triaxiales es la determinación de los parámetros de resistencia del suelo. Para ello, la mayoría de las probetas ensayadas se llevarán hasta rotura para alcanzar el denominado estado crítico, en el cual teóricamente se obtiene una plasticidad perfecta, o lo que viene a ser lo mismo, las deformaciones plásticas continúan indefinidamente sin producirse cambios de tensión o volumen.

$$\frac{\partial p'}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial v}{\partial \varepsilon_q} = 0 \quad (3.21)$$

Este estado crítico, caracterizado en el plano de Cambridge por el par (p'_{cs}, q_{cs}) , se alcanza para una determinada relación η entre la tensión desviadora y la tensión isotropa. Por lo tanto, los diferentes estados críticos alcanzados en las diferentes trayectorias tensionales llevadas a cabo se alinean en una recta de pendiente M llamada csl (critical state line).

$$\frac{q_{cs}}{p'_{cs}} = \eta_{cs} = M \quad q = Mp' \quad (3.22) \quad (3.23)$$

Anteriormente se definieron en el espacio v - $\ln p'$ las líneas ncl y url, este nuevo lugar geométrico definido por la alineación de los estados críticos (csl), también puede ser representado en el espacio v - $\ln p'$. En arenas, tal y como se muestra en la figura 3.6 (Vesic y Clough, 1968) [6], es posible que la línea csl interseccione con la línea ncl si se trata de arenas densas.

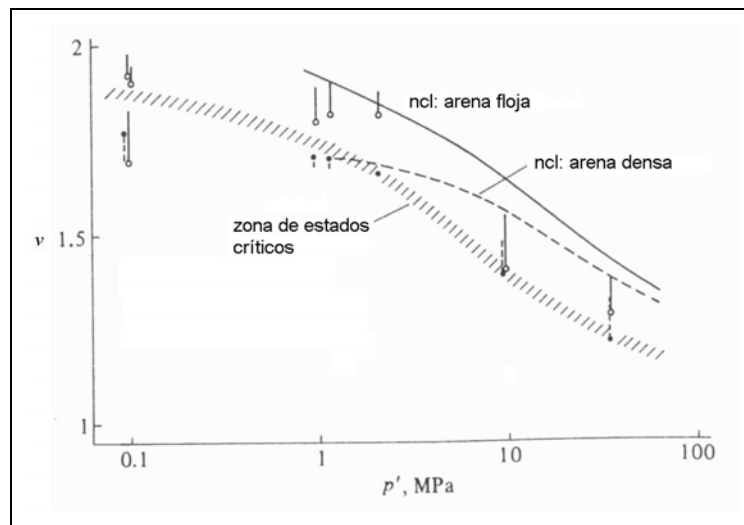


Figura 3.6. Líneas ncl y csl para las arenas del río Chattahoochee, densa y floja (datos de Vesic y Clough, 1968) [6].

Puesto que las trayectorias a realizar se situarán, a priori, hacia la izquierda de dicha intersección debido al nivel de tensiones alcanzado, cabe esperar que se produzca un incremento de volumen específico v en las probetas si se trata de una arena densa, y un decremento de v si se trata de una arena floja. Este comportamiento se dará hasta que se consiga en ellas, según la expresión (3.20), un incremento de volumen nulo al ir aumentando la deformación.

Si al alcanzar el estado crítico se obtiene una plasticidad perfecta, y las deformaciones plásticas continúan indefinidamente sin producirse cambios de volumen, es lógico que la única componente de la deformación plástica que varíe sea $\partial \varepsilon_q^p$, mientras que la variación de $\partial \varepsilon_p^p$ sea nula. Esto implica que el vector de incremento de las deformaciones plásticas definido anteriormente sea paralelo al eje de ordenadas al alcanzarse el estado crítico, tal como se expone en la siguiente expresión.

$$\frac{\partial \varepsilon_p^p}{\partial \varepsilon_q^p} = 0 \quad (3.24)$$

Por otra parte, en la mecánica del suelo, al hablar de resistencia, es inevitable recurrir al criterio de rotura de Mohr-Coulomb. Este criterio predice la rotura de una masa de suelo si la tensión de corte τ , sobre cualquier plano del suelo, alcanza un valor crítico.

$$\tau = \pm(c' + \sigma' \tan \phi') \quad (3.25)$$

De esta forma se definen dos rectas simétricas en el espacio τ - σ' , donde σ' es la tensión efectiva normal actuando sobre el plano de rotura. La componente c' , conocida como

cohesión, es la ordenada en el origen de la recta, y la tangente de la componente ϕ' , llamada ángulo de fricción interna, es la pendiente de dicha recta.

Resulta mucho más cómodo manejar el criterio de rotura de Mohr-Coulomb con las tensiones efectivas principales.

$$\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \text{sen}\phi' + c' \text{cos}\phi' \quad (3.26)$$

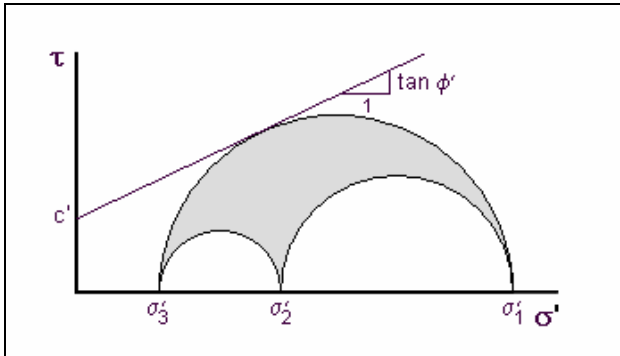


Figura 3.7. Criterio de rotura de Mohr-Coulomb.

Recordando que en un ensayo de compresión triaxial las tensiones efectivas principales son $\sigma'_1 = \sigma'_a$ y $\sigma'_2 = \sigma'_3 = \sigma'_r$, es fácil obtener el criterio de rotura de Mohr-Coulomb en función de las variables p' y q del plano de Cambridge definidas en el apartado anterior.

$$\frac{q}{p' + \frac{c'}{\text{tag}\phi'}} = \frac{6 \text{sen}\phi'}{3 - \text{sen}\phi'} \quad (3.27)$$

Una comparación entre las expresiones (3.22) y (3.27) sugiere que (Wood, David M.; 1994) [6] el suelo rompe de una forma puramente friccional al alcanzar el estado crítico, es decir, $c' = 0$. De esta forma se obtienen las siguientes igualdades.

$$M = \frac{6 \text{sen}\phi'}{3 - \text{sen}\phi'} \quad \text{sen}\phi' = \frac{3M}{6 + M} \quad (3.28) \quad (3.29)$$

En los ensayos triaxiales drenados sobre muestras suficientemente sobreconsolidadas se alcanza un valor pico para la tensión desviadora, seguido por una caída de la resistencia hacia el estado crítico. Esto ocurre porque la superficie de fluencia en el plano de Cambridge se sitúa por encima de la línea de estados críticos para valores suficientemente altos del grado de sobreconsolidación.

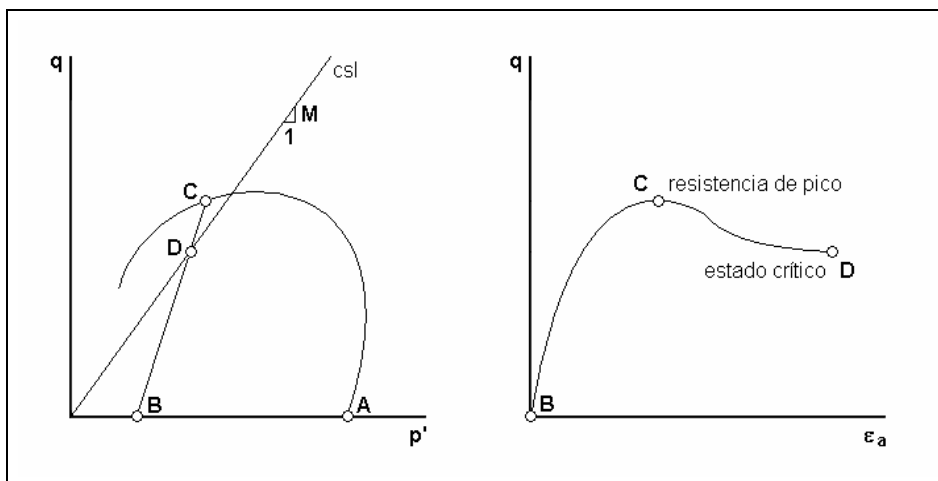


Figura 3.8. Resistencia de pico y estado crítico para una trayectoria triaxial idealizada.

Por último, comentar que las probetas de arena densa muestran un plano como mecanismo de rotura al alcanzar el estado crítico después de la resistencia de pico, mientras que las arenas sueltas muestran un abarrilamiento, tal como se muestra en la figura adjunta.

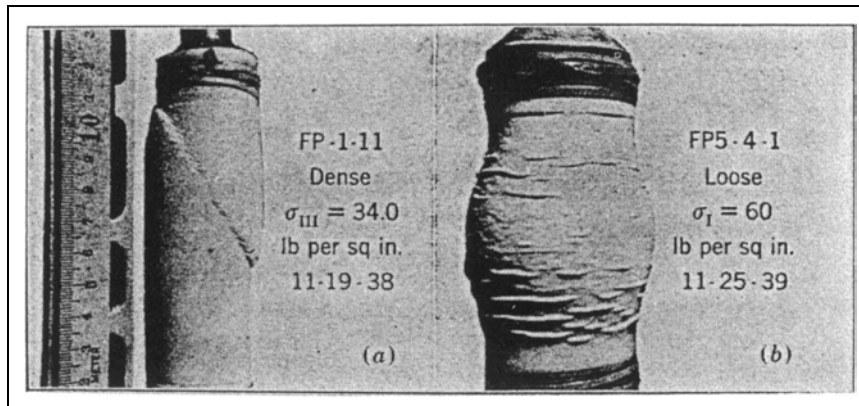


Figura 3.9. Mecanismos de rotura en arena densa (plano) y suelta (abarrilamiento) (de Taylor, 1948) [6].

3.6. Dilatancia

Recordando la figura 3.4, la relación $\partial \varepsilon_q^p / \partial \varepsilon_p^p$ marcaba por definición la dirección normal al potencial plástico σ , y ésta a su vez era una función del estado tensional. Un camino alternativo para presentar información sobre el potencial plástico es graficar la relación tensional η contra la relación $\partial \varepsilon_q^p / \partial \varepsilon_p^p$. El uso de esta última relación presenta el inconveniente de poder tener la situación en que $\partial \varepsilon_p^p = 0$. Para salvar este aspecto, una variable que siempre permanece finita es el ángulo β , definido mediante la siguiente expresión.

$$\tan \beta = \frac{\partial \varepsilon_q^p}{\partial \varepsilon_p^p} \quad (3.30)$$

La relación entre las deformaciones plásticas $\partial \varepsilon_q^p / \partial \varepsilon_p^p$ es conocida como dilatancia plástica del suelo, y el resultado de los gráficos η - β se conocen con el nombre de diagramas tensión-dilatancia.

Un último objetivo es identificar el ángulo de dilatancia ψ de las arenas limosas de Diagonal Mar. El fenómeno de dilatancia en los materiales granulares responde a un aumento de volumen del material al aplicarle una deformación de corte. Una analogía simple de este fenómeno puede observarse en la figura 3.10.

El suelo se expande al producirse la cizalla, pero el rozamiento entre partículas no se produce según el ángulo de fricción del estado crítico ϕ'_{cs} , sino según los planos con inclinación ψ llamado ángulo de dilatancia. Sin embargo, exteriormente se aprecia el ángulo de fricción movilizado ϕ'_m . La relación entre los diferentes ángulos mencionados viene dada mediante la siguiente expresión (Schanz, T.; Vermeer, P. A.; 1996) [9].

$$\text{sen} \phi'_m = \frac{\text{sen} \phi'_{cs} + \text{sen} \psi}{1 + \text{sen} \phi'_{cs} \text{sen} \psi} \quad (3.31)$$

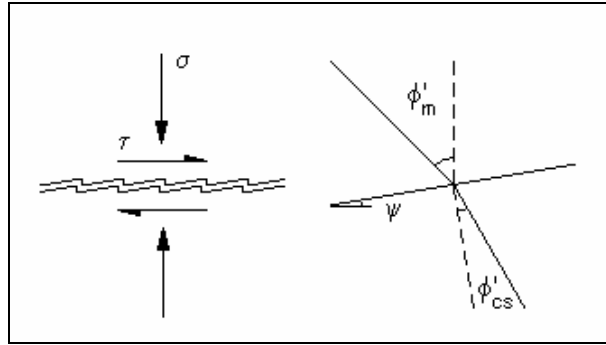


Figura 3.10. Fenómeno de la dilatancia en suelos.

El ángulo de dilatancia ψ puede ser determinado en el espacio ε_p - ε_a mediante la siguiente expresión [9], donde hay que tener en cuenta que el pico del ángulo de dilatancia ψ se obtiene al alcanzar la resistencia de pico.

$$\text{sen}\psi = \frac{\partial\varepsilon_p/\partial\varepsilon_a}{2 - \partial\varepsilon_p/\partial\varepsilon_a} \quad (3.32)$$