

2. REVISIÓ DE L'ESTAT DEL CONEIXEMENT

2.1. Introducció

No s'han trobat referències en relació al repartiment de cabals en encreuaments de carrers en règim subcrític, a excepció de l'esmentada tesi doctoral de Nanía Escobar de la qual parteix la idea d'aquesta tesina. No obstant, si que existeixen treballs en relació a l'estudi del flux en unions de canals en règim lent, sobretot pel que fa a la combinació de flux en unions i a la divisió de flux en bifurcacions. En aquest apartat s'exposen d'una forma resumida aquest treballs, remarcant aquells aspectes més interessants des del punt de vista del present estudi.

En la segona part d'aquest capítol s'estudia el mecanisme segons el qual es resolen els encreuaments de canals, basat en el principi de conservació de l'energia, descrit per Chaudhry a '*Open Channel Flow*' (1993). Finalment s'exposen les conclusions més importants del treball de Nanía Escobar (1999) pel que fa a distribució de cabals en encreuaments de carrers per a flux supercrític.

2.2. Combinació de flux subcrític en unions

En l'estudi de la combinació de flux en unions de canals els cabals que circulen pels tres ramals són una dada del problema, i l'objectiu és normalment determinar el comportament hidràulic en quant a calats i patrons de flux a la zona pròxima a la unió. Aquest enfocament s'allunya del que es realitza en la present tesina, en la qual l'objectiu principal és la determinació del repartiment de cabals. No obstant, en certa manera el que passi als dos canals que conflueixen a la unió presentarà similituds amb el comportament del flux als dos canals d'entrada a l'encreuament, i per aquest motiu és interessant comentar alguns aspectes dels estudis més importants en relació a la combinació de flux. També cal tenir en compte que aquests estudis es refereixen a flux en canals i no en carrers, i per tant a relacions d'aspecte un ordre de magnitud inferiors a les que ens interessin. Això pot afectar al comportament del flux, sobretot pel que fa a la bi o tridimensionalitat dels fenòmens que tenen lloc al nus .

En general, la geometria genèrica de les unions estudiades pels diferents autors respon a la mostrada a la figura 2-1. Consta d'un canal principal i un ramal que s'hi uneix mitjançant un nus, formant un angle θ .

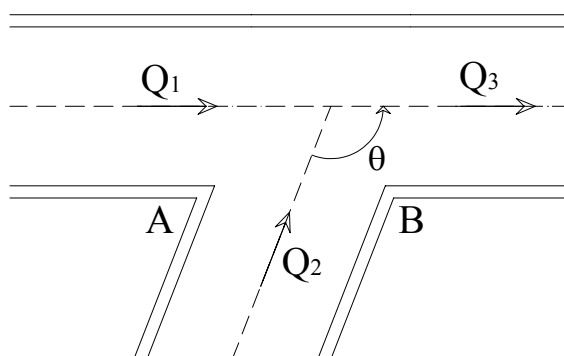


Figura 2-1. Geometria d'una unió en T genèrica.

2.2.1. Estudis de Taylor

El pioner en l'estudi de la combinació (i també de la divisió) de flux en canals fou Taylor (1944), que va tractar el tema de combinació de flux subcrític en unions en T de canals de secció rectangular.

Quan dos corrents d'aigua s'uneixen en un mateix canal, si es tracta de règim lent, el calat immediatament aigües avall del nus es pot establir a partir de les característiques del flux aigües avall (conegudes donat que els cabals circulants són coneguts). El problema que aborda Taylor és la determinació del calat aigües amunt de la unió, en els dos ramals d'arribada al nus. Per fer-ho, desenvolupa un plantejament teòric basat en el principi de conservació de la quantitat de moviment i paral·lelament obté resultats experimentals per a la validació de la teoria.

En la seva formulació, realitza tres assumpcions:

- Flux unidimensional i uniforme (coeficient de Boussinesq, β , igual a 1) immediatament aigües amunt i aigües avall de la unió.
- La fricció a les parets és menyspreable en comparació a les altres forces involucrades.
- Els calats són iguals en els dos canals d'entrada en les seccions immediatament aigües amunt.

Sota aquestes hipòtesis, i aplicant el principi de conservació de la quantitat de moviment en un volum de control, arriba a una equació adimensional que després verifica mitjançant dades experimentals, per a angles entre el canal principal i el ramal de 45° i 135° . Per al primer, la concordança entre la teoria i les dades és prou bona, corroborant la validesa de les hipòtesis assumides. En canvi, per al segon cas, els resultats no s'ajusten a l'equació, la qual cosa Taylor atribueix a la distorsió en la distribució de velocitats aigües avall de la unió i a que no es compleix la hipòtesi de flux unidimensional. De tota manera, la hipòtesi d'igualtat de calats aigües amunt de l'encreuament es verifica també per a $\theta=135^\circ$, de manera que es pot donar per bona per a qualsevol angle, sempre que el flux sigui subcrític.

2.2.2. Altres estudis

Webber i Greated (1966) amplien els treballs de Taylor (1944), estudiant la combinació de flux en canals rectangulars horitzontals amb ramals en angles de 30° , 60° i 90° . Deduïren aplicant el principi de conservació de la quantitat de moviment una equació que relaciona els calats aigües amunt i aigües avall, similar a la que desenvolupà Taylor, i com ell la van validar mitjançant assaigs experimentals per als angles esmentats, realitzant les corresponents modificacions a l'equació per ajustar-la a les dades. La seva conclusió fou que les majors diferències de calats aigües amunt i avall de la unió, així com les majors pèrdues d'energia, estan associades a majors angles entre ramals, θ .

Un aspecte interessant en el treball de Webber i Greated és que plantegen la pèrdua d'energia a la unió, intentant minimitzar el valor d'aquesta per aconseguir un perfil hidràulic eficient. També és novetat que no consideren la hipòtesis d'uniformitat del flux just a la entrada o a la sortida de la unió, sinó a una certa distància, entenent per tant que els fenòmens bi o tridimensionals que es donen a la unió es transmeten més enllà d'aquesta.

Rammamurty et al. (1988) van estudiar el cas d'una unió de canals en angle recte ($\theta=90^\circ$) i de cantonades no suavitzades. Basant-se en el principi de conservació de la quantitat de moviment van deduir una relació entre el calat a la unió i la relació del cabal lateral al total. La seva principal aportació va ser considerar la transferència de quantitat de moviment en la direcció del ramal, la qual van comprovar que era significant per a valors alts de Q_2/Q_1 . Igual que els seus predecessors, van realitzar una campanya experimental per validar el seu plantejament teòric, obtenint una bona adequació dels resultats.

El fet més destacat de l'estudi de Rammamurty et al. és la consideració i l'estudi dels fenòmens que es donen a la unió. Observaren que el flux es separava a la cantonada A de la figura 2.1, i que existia un punt d'estancament en B , i, en conseqüència, que el calat no és uniforme a la secció final del ramal. Això suposa una diferència en les pressions que suporten les dues parets del ramal, la qual també van avaluar experimentalment.

Més endavant, **Rammamurty et al. (1994)** van estudiar el mateix cas però basant-se en el principi de conservació de l'energia, proposant una relació entre l'augment del calat i la raó de cabals, que van verificar probablement mitjançant les mateixes dades experimentals. Aquest estudi és especialment interessant per ser el primer que planteja el problema des del punt de vista de l'energia, idea que s'empra més endavant en aquesta tesina. En el seu desenvolupament teòric, consideren que l'energia total al nus serà aproximadament igual al calat a la cantonada B , que anomenen calat d'estancament.

Un altre aspecte a destacar d'aquest treball és l'estudi de les pèrdues d'energia des de la unió fins a una secció aigües avall, incloent la pèrdua d'energia per mescla i per fricció amb les parets. La seva conclusió és que la importància relativa de la pèrdua per fricció amb les parets respecte a la energia total disminueix dràsticament a mesura que augmenta el número de Reynolds del flux. En quant a la pèrdua per mescla, la consideren menyspreable.

Gurram, Karki i Hager (1997) van estudiar les unions simples per a angles de 30° , 60° i 90° , mitjançant una extensa anàlisi experimental. L'estudi es centra en determinar les característiques del flux al ramal lateral, així com la contracció del flux a la sortida de la unió, entesa com a pèrdua d'ample efectiu.

L'interès d'aquest estudi per a la present tesina és justament el detallat estudi que es realitza de les condicions del flux a la unió, en tant en quant poden servir per entendre el que succeeixi en un encreuament. Apareix un punt de separació a la cantonada del ramal amb el canal de sortida (punt B a la figura 2-1), a partir del qual el flux es separa formant una zona de recirculació, caracteritzada per un ample màxim, b_s , i una longitud, L . Ambdues augmenten a mesura que ho fan la porció de cabal que entra pel ramal, $q=Q_2/Q_T$, i l'angle d'entrada, θ . Per contra, la zona de separació disminueix quan el número de Froude aigües avall (F_s) augmenta, degut als efectes de l'acceleració. Els autors proposen algunes relacions entre b_s , q i F_s i variables geomètriques que descriuen aquests comportaments i que es basen en les dades experimentals.

Hsu, Lee i Chang (1998) van desenvolupar una aproximació analítica per resoldre la relació entre els calats aigües amunt i aigües avall del canal principal (que anomenen Y), així com la

pèrdua d'energia a la unió, per a canals d'ample constant i amb flux subcrític. Van validar la seva teoria mitjançant una campanya experimental amb unions en angles de 30°, 45° i 60°. Donats els cabals entrants i la relació entre ells ($q=Q_2/Q_1$), l'angle que forma el ramal, θ , i el número de Froude aigües avall al canal principal, F_d , obtenen una funció polinomial de tercer grau per determinar el valor de Y . Derivant aquesta equació respecte les diferents variables, és possible determinar el comportament de la variable Y en funció de les altres. Així, Y augmenta amb angles del ramal creixents i amb números de Froude aigües avall creixents. En una segona part de l'estudi realitzen un estudi anàleg amb la variable pèrdua de càrrega a través de la unió, K_e . Aquesta es pot expressar com una funció de q , Y , i F_d , observant-se que les pèrdues de càrrega augmenten a mesura que ho fan l'angle del ramal i el número de Froude a la sortida.

Finalment, **Weber, Schumate i Mawer (2001)** van realitzar per primera vegada una campanya experimental per descriure el flux d'una forma tridimensional en una unió de dos canals d'amples iguals. Així, van mesurar calat en una malla quadrada a la secció pròxima a la unió i velocitat en les tres direccions en cadascun dels nodes d'una malla tridimensional amb un total de 2850 punts. La seva campanya experimental va constar de 6 assaigs, amb cabals d'entrada en les dues direccions diferents per obtenir relacions de cabals (q) des de 0.083 fins a 0.917.

El principal interès d'aquest estudi resideix en la determinació empírica de la zona de recirculació al canal principal, en tant en quant aquesta es pugui assemblar a la que més endavant s'observarà als carrers de sortida del dispositiu experimental que simula l'encreuament de carrers. Així, s'aprecia que a la sortida de la unió el flux es veu afectat pels fenòmens que s'hi produeixen, formant-s'hi una zona de separació i recirculació, que s'estén fins aproximadament 6 cops l'ample del canal. També es conclou que a mesura que augmenta la porció de cabal entrant pel ramal augmenta la zona de recirculació en longitud i en amplada. Els autors també estudien la zona de recirculació des d'un punt de vista tridimensional; no obstant, aquests resultats no són massa interessants per a la present tesina donat que en relacions d'aspecte molt més altes el fenomen tendirà a la bidimensionalitat.

2.3. Divisió de flux subcrític en bifurcacions

Al contrari que en el cas de la unió, en l'estudi de la divisió de flux en bifurcacions l'objectiu de la majoria d'estudis és determinar la distribució de cabals abans que les característiques del flux. Aquest aspecte acosta els treballs en aquesta temàtica a l'objectiu de la present tesina, i per tant és important conèixer els plantejaments dels diferents autors. En general, la geometria estudiada serà de la forma que s'aprecia a la figura 2-2, on s'esquematitzen també la línia divisòria del flux i la zona de recirculació al ramal. C_c es refereix al coeficient de contracció al ramal, que multiplicat per l'ample d'aquest dona l'ample efectiu, i B_d es refereix a l'ample de la zona de divisió del flux al canal principal aigües amunt.

També serà interessant estudiar quin és el comportament del flux observat en els diferents dispositius experimentals als canals de sortida de la bifurcació, donat que aquests presentaran sens dubte similituds amb els carrers de sortida de l'encreuament estudiat.

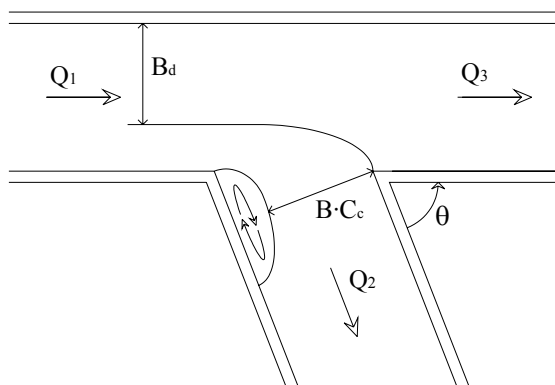


Figura 2-2. Geometria d'una bifurcació en T genèrica.

2.3.1. Estudis de Taylor

Taylor (1944) va tractar la divisió de flux subcrític en canals de secció rectangular, horitzontals i d'igual ample. L'objectiu de Taylor en aquest cas fou determinar els cabals de sortida de la bifurcació, Q_2 i Q_3 a la figura 2-2, donat un cabal d'entrada, Q_1 i una sèrie de variables. A diferència del cas de la combinació de flux, Taylor no va desenvolupar cap anàlisi teòrica en termes de conservació de la quantitat de moviment, ja que en aquest cas el nombre d'incògnites (calats i cabals) és més elevada que el nombre d'equacions disponibles.

Taylor va considerar que les 7 variables que defineixen el problema són l'angle de la bifurcació, els calats just a la secció de contacte de cada canal amb l'encreuament, y_1 , y_2 i y_3 , dos dels tres cabals, per exemple Q_1 i Q_2 (l'altre és dependent d'aquests per continuïtat), i la velocitat del flux a la entrada de la bifurcació, v_1 . Per consideracions dimensionals i fixat un angle, Taylor va reduir aquestes 6 variables a 4 variables adimensionals: la relació de cabals, dues relacions de profunditat i $k_3 = v_1^2 / 2gy_1$.

Per establir les relacions entre aquestes variables, Taylor va dur a terme experiències en una bifurcació en T a 90° de canals de 10 cm d'ample i 10 de profunditat. Amb les dades obtingudes va construir dos gràfics que relacionen les variables relació de cabals (Q_2/Q_1) en front de relació de profunditat (y_1/y_2), per a diferents valors de k_3 , i una relació de profunditat (y_1/y_2) davant l'altra relació de profunditat (y_3/y_2). Va establir un procediment per determinar la distribució de cabals mitjançant aquestes gràfiques i donats el cabal entrant i una corba de despesa dels canals de sortida.

2.3.2. Altres estudis

Law i Reynolds (1966) van estudiar la divisió de flux en règim subcrític emprant tres enfocaments teòrics diferents, un basat en la conservació de la quantitat de moviment al canal principal, un altre en el mateix principi però al ramal i un tercer basat en el principi de conservació de l'energia al canal principal. També van obtenir resultats experimentals propis per validar les anàlisis teòriques.

Tant en el primer com en el tercer cas, que es centren en el ramal principal, la conclusió de les seves anàlisis és que, menyspreant termes menors, existeix una relació lineal entre la relació de cabals i la relació de números de Froude:

$$\frac{Fr_3}{Fr_1} \approx \frac{Q_3}{Q_1} \quad (2-1)$$

Comparant la teoria amb les experiències, Law i Reynolds van concloure que aquestes aproximacions són bones per a números de Froude baixos. Encara que lògicament aquest resultat no serà aplicable a l'estudi d'encreuaments de carrers, és interessant observar que el número de Froude és determinant a l'hora d'establir la distribució de cabals, i caldrà tenir-ho en compte a l'hora de desenvolupar el present estudi.

Pel que fa a l'estudi del ramal, es desenvolupa una altra equació mitjançant la conservació de la quantitat de moviment, en la que tenen en compte un coeficient de contracció, C_c a la figura 2-2, que es la relació entre l'ample actiu i el geomètric. D'aquesta manera, estan considerant l'existència d'una zona de recirculació al ramal. Determinar correctament aquest coeficient de contracció és vital per poder establir la distribució de cabals, i segons els autors aquest és una funció de Q_2/Q_1 i el número de Froude aigües amunt al canal principal, si bé no aporten una equació definitiva al respecte.

Law i Reynolds també van estudiar els patrons de flux observats durant els experiments. Es van centrar sobretot en l'estudi de la zona de recirculació al ramal i una zona de flux alterat al canal principal, després del nus. La zona de recirculació al ramal és molt extensa, i en ample pot ocupar més de la meitat del canal, mentre que al canal principal aquesta és menor tant en longitud com en amplada. Els autors van realitzar esquemes que mostren aquests fenòmens al canal principal i al ramal per a diferents relacions de cabals i números de Froude.

Lakshama Rao i Shridharan (1967) van destacar la dificultat de realitzar una anàlisi matemàtica completa del problema de la divisió del flux. Van presentar una solució per a fluxos subcrítics basada en una anàlisi adimensional i investigacions experimentals. L'anàlisi adimensional desenvolupada per aquests autors és interessant en tant en quant és extensible a l'estudi d'un encreuament de carrers, i de fet tant l'emprat per Nanía Escobar (1999) com el que s'inclou en aquesta tesina són similars. En ell es consideren variables de tres tipus: aquelles relacionades amb la geometria, les relacionades amb les característiques del flux i les relacionades amb les propietats del fluid. Un cop simplificat, els autors proposen una equació de la forma:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = f\left(\frac{b}{B}, \theta, F_0\right) \quad (2-2)$$

On F_0 és el número de Froude al canal principal abans de la bifurcació. En els seus experiments, Lakshama Rao i Shridharan van observar que per a flux subcrític el número de Froude aigües avall al canal principal, F_2 , dóna una millor correlació que F_0 , la qual cosa és lògica tenint en compte que en règim lent la secció de control es troba aigües avall. Van proposar una equació que relaciona la relació de cabals i F_2 , amb dues constants que depenen de l'angle del ramal i la relació d'amples. També van desenvolupar un mètode per conèixer la distribució de cabals donat F_0 , consistent a aproximar a partir d'aquest F_2 , mitjançant el principi de conservació de l'energia i correlacions empíriques, i emprar després l'equació proposada.

Pel que fa a l'estudi de la zona de recirculació al ramal, van establir que aquesta ocupa un ample major per a majors números de Froude del flux al canal principal. També van observar remolins a la zona de recirculació, essent aquests més forts per a major angle i per a menor F_0 .

Rammamurthy i Satish (1988) van desenvolupar un model teòric per caracteritzar la divisió de flux en un ramal curt en angle recte, amb condicions de caiguda lliure al final d'aquest. El model es basa en els principis de conservació de la quantitat de moviment, de l'energia i de la massa, i en ell es relaciona el quocient del cabal al ramal i el cabal al canal principal amb el número de Froude al canal principal aigües avall; altre cop s'empra la variable número de Froude aigües avall com a determinant. A més, aquest estudi contempla diferents relacions d'ample entre el ramal i el canal principal, i aproxima el coeficient de contracció mitjançant una similitud de la divisió de flux a un ramal amb la sortida dirigida amb barrera.

L'equació que proporcionen com a conclusió relaciona els números de Froude al canal principal abans i després de la bifurcació (el del ramal no es considera per suposar-se règim crític), la relació de calats i la de cabals:

$$\frac{F_3}{F_1} = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right) \cdot \left(\frac{y_1}{y_3}\right)^{2/3} \quad (2-3)$$

Més endavant, **Rammamurthy et al. (1990)** van presentar una solució més general per al cas de bifurcacions en angle recte per a totes les condicions de flux al ramal. Van obtenir, mitjançant el principi de conservació de la quantitat de moviment al canal principal i al ramal, una equació que relaciona la relació entre cabals, el número de Froude al canal principal i la relació de calats al canal principal. Aquesta teoria va ser validada mitjançant experiments, i té l'avantatge respecte el model anterior que no existeixen restriccions respecte al flux al ramal.

Hsu, Tang i Shieh (2002) estudiaren el cas d'una bifurcació a 90° d'amples iguals i pendent horitzontal, en condicions de flux subcrític, per a relacions d'aspecte reduïdes (al voltant de la unitat). Basant-se en observacions experimentals molt detallades, amb mesures de calat i velocitat a molts punts, van treure relacions per definir diferents paràmetres del flux. Primerament van establir que el coeficient de contracció a la secció de major ample de la zona de recirculació manté una relació lineal amb la variable Q_2/Q_1 . És a dir, quan la porció de cabal que circula pel ramal creix disminueix l'ample de la zona de recirculació.

En el mateix sentit, van estudiar l'ample de la zona de divisió del flux al canal principal abans de la bifurcació, obtenint la següent relació, amb un coeficient de correlació de 0.99:

$$\frac{B_d}{B} = \frac{Q_3}{Q_1} \quad (2-4)$$

Aquest resultat implica que, a la distància on es situa aquesta variable, que per a l'estudi és de 4 cops l'ample del canal, la hipòtesis de velocitat uniforme és raonablement acceptable.

Un darrer punt important d'aquest estudi és el plantejament des del punt de vista de la conservació de l'energia. Hsu, Thang i Shieh desenvolupen una equació que expressa el coeficient de pèrdua de càrrega al pas del flux per la bifurcació en funció de la relació de cabals, la relació de calats i el número de Froude aigües avall al canal principal. Segons aquesta, K augmenta amb Froudes creixents i amb alts Q_2/Q_1 . Això vol dir que quan el calat que s'evacua pel ramal és significatiu les pèrdues de càrrega per efecte de la bifurcació són majors.

2.4. Resolució de la distribució de cabals en canals mitjançant el principi de conservació de l'energia

Al seu llibre *Open Channel Flow* (1993), Chaudhry planteja un mètode basat en la conservació de l'energia per resoldre xarxes de canals, per a condicions de flux subcrític en règim permanent gradualment variat. Un encreuament de carrers es pot entendre com un cas concret de xarxa de canals, de tal manera que aquesta metodologia pot ser emprada per a la seva resolució.

Chaudhry considera una xarxa de canals amb un nombre finit d'aquests. A més del calat, el cabal a cadascun dels canals no és conegut, a menys que la xarxa sigui arborescent, donat que una mateixa gota d'aigua pot recórrer diferents camins al llarg de la xarxa. Si dividim cada canal individual, i , en un nombre determinat d'interval N_i , es pot escriure l'equació de l'energia i l'equació de la continuïtat per a cada interval del canal i , obtenint el següent sistema d'equacions:

$$\begin{aligned}
 F_{i,1} &= y_{i,2} - y_{i,1} + z_{i,2} - z_{i,1} + \frac{\alpha_i}{2g} \left(\frac{Q_{i,2}^2}{A_{i,2}^2} - \frac{Q_{i,1}^2}{A_{i,1}^2} \right) + \frac{1}{2} (x_{i,2} - x_{i,1}) \left(\frac{Q_{i,2}^2 n_{i,2}^2}{A_{i,2}^2 R_{i,2}^{1,33}} + \frac{Q_{i,1}^2 n_{i,1}^2}{A_{i,1}^2 R_{i,1}^{1,33}} \right) = 0 \\
 F_{i,2} &= Q_{i,2} - Q_{i,1} = 0 \\
 F_{i,3} &= y_{i,3} - y_{i,2} + z_{i,3} - z_{i,2} + \frac{\alpha_i}{2g} \left(\frac{Q_{i,3}^2}{A_{i,3}^2} - \frac{Q_{i,2}^2}{A_{i,2}^2} \right) + \frac{1}{2} (x_{i,3} - x_{i,2}) \left(\frac{Q_{i,3}^2 n_{i,3}^2}{A_{i,3}^2 R_{i,3}^{1,33}} + \frac{Q_{i,2}^2 n_{i,2}^2}{A_{i,2}^2 R_{i,2}^{1,33}} \right) = 0 \\
 F_{i,4} &= Q_{i,3} - Q_{i,2} = 0 \\
 &\vdots \\
 F_{i,2N_i-1} &= y_{i,N_i+1} - y_{i,N_i} + z_{i,N_i+1} - z_{i,N_i} + \frac{\alpha_i}{2g} \left(\frac{Q_{i,N_i+1}^2}{A_{i,N_i+1}^2} - \frac{Q_{i,N_i}^2}{A_{i,N_i}^2} \right) + \\
 &+ \frac{1}{2} (x_{i,N_i+1} - x_{i,N_i}) \left(\frac{Q_{i,N_i+1}^2 n_{i,N_i+1}^2}{C_0^2 A_{i,N_i+1}^2 R_{i,N_i+1}^{1,33}} + \frac{Q_{i,N_i}^2 n_{i,N_i}^2}{C_0^2 A_{i,N_i}^2 R_{i,N_i}^{1,33}} \right) = 0 \\
 F_{i,2N_i} &= Q_{i,N_i+1} - Q_{i,N_i} = 0
 \end{aligned} \tag{2-5}$$

De tal manera que per a cada canal disposem de $2N_i$ equacions.

Per una major claredat en l'explicació, d'ara en endavant es considera una xarxa senzilla amb dos canals paral·lels com la que es mostra a la figura 2-3. Expressant les equacions d'energia i continuïtat tal com es proposa a l'equació 2-5, s'obté un sistema amb un total de

$2(N_1+N_2+N_3+N_4)$ equacions, mentre que les incògnites, que són calat i cabal a cada secció són $2(N_1+N_2+N_3+N_4+4)$. Així, són necessàries 8 equacions addicionals per resoldre el problema. Dues d'aquestes condicions vénen imposades per les condicions de contorn, per exemple calat i cabal a la darrera secció del canal 4:

$$\begin{aligned} F_{4,2N_4+1} &= y_{4,N_4+1} - y_d = 0 \\ F_{4,2N_4+2} &= Q_{4,N_4+1} - Q_d = 0 \end{aligned} \quad (2-6)$$

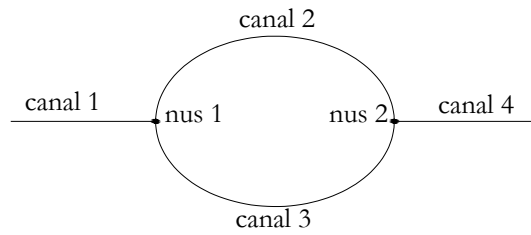


Figura 2-3. Esquema d'una xarxa de canals paral·lels.

Les restants sis equacions es poden extreure dels nusos entre canals. Així, tres equacions s'obtidran mitjançant l'equació de conservació de l'energia a la bifurcació dels canals 1, 2 i 3, i, igualment, tres seran proporcionades per la unió dels canals 2, 3 i 4 (figura 2-4).

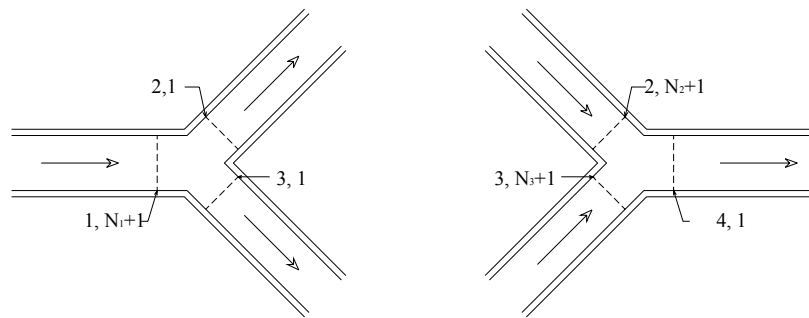


Figura 2-4. Esquema detallat dels nusos.

Assumint que no existeix entrada de flux lateral, l'equació de continuïtat i dues equacions de conservació de l'energia al nus 1, entre la darrera secció del canal 1 i la primera dels altres dos, es poden escriure com:

$$\begin{aligned} F_{n1,1} &= Q_{1,N_1+1} - Q_{2,1} - Q_{3,1} = 0 \\ F_{n1,2} &= z_{1,N_1+1} + y_{1,N_1+1} + \frac{Q_{1,N_1+1}^2}{2gA_{1,N_1+1}^2} - z_{2,1} - y_{2,1} - (1+k) \frac{Q_{2,1}^2}{2gA_{2,1}^2} = 0 \\ F_{n1,3} &= z_{1,N_1+1} + y_{1,N_1+1} + \frac{Q_{1,N_1+1}^2}{2gA_{1,N_1+1}^2} - z_{3,1} - y_{3,1} - (1+k) \frac{Q_{3,1}^2}{2gA_{3,1}^2} = 0 \end{aligned} \quad (2-7)$$

On el subíndex nI identifica el nus 1, i la k és el corresponent coeficient de pèrdua de càrrega a la bifurcació. De forma similar es poden obtenir tres equacions a la unió (nus 2):

$$\begin{aligned}
 F_{n2,1} &= Q_{4,1} - Q_{2,N_2+1} - Q_{3,N_3+1} = 0 \\
 F_{n2,2} &= z_{2,N_2+1} + y_{2,N_2+1} + \frac{Q_{2,N_2+1}^2}{2gA_{2,N_2+1}^2} - z_{4,1} - y_{4,1} - (1+k) \frac{Q_{4,1}^2}{2gA_{4,1}^2} = 0 \\
 F_{n2,3} &= z_{3,N_3+1} + y_{3,N_3+1} + \frac{Q_{3,N_3+1}^2}{2gA_{3,N_3+1}^2} - z_{4,1} - y_{4,1} - (1+k) \frac{Q_{4,1}^2}{2gA_{4,1}^2} = 0
 \end{aligned} \tag{2-8}$$

D'aquesta manera disposem d'un sistema de $2(N_1+N_2+N_3+N_4+4)$ incògnites amb el mateix nombre d'equacions independents, que es pot resoldre mitjançant qualsevol mètode de resolució de sistemes no lineals, obtenint així les característiques del flux a cada punt de la xarxa.

2.5. Distribució de cabals en encreuaments de carrers en condicions de règim supercrític

Nanía Escobar (1999) va estudiar quins són els factors que determinen la distribució de cabals en un encreuament de carrers en condicions de règim ràpid. Per fer-ho es va basar en un estudi experimental realitzat en un dispositiu que simulava un encreuament de carrers reduït, on conflueixen dos carrers d'entrada i dos de sortida perpendiculars entre ells i amb pendent variable. Va assajar un total de 30 combinacions de cabals d'entrada i 3 combinacions de pendents al model, per a un total de 90 proves.

L'autor va observar que tot i que el flux als carrers d'entrada sigui supercrític, tendeix a ser subcrític a l'encreuament. Això provoca la formació de ressals hidràulics en algun punt dels carrers d'entrada o fins i tot dins de l'encreuament. Va comprovar experimentalment que existeixen només dos patrons de flux pel que fa a la posició dels ressals. En el patró Tipus I els dos ressals es formen als carrers d'aproximació, mentre que en el patró Tipus II un ressalt es produeix en un carrer d'entrada i l'altre a dins de l'encreuament. Nanía Escobar també va observar fenòmens de separació i recirculació del flux als canals de sortida, si bé no en va realitzar una anàlisi exhaustiva.

De la anàlisi dels resultats obtinguts va concloure que existeix una relació entre les dades a l'entrada de l'encreuament, que són bàsicament els cabals d'entrada i els números de Froude, i la distribució de cabals a la sortida. Es poden utilitzar diferents criteris per caracteritzar el flux aigües amunt, com són el número de Froude, la força específica o bé la potència dels fluxos d'entrada, tots considerats a la secció just abans de l'encreuament. Totes aquestes relacions es poden representar a través de funcions del tipus:

$$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = f\left(\frac{Q_{ex}}{Q_T}, F_{ex}, F_{ey}\right) \tag{2-10}$$

Nanía Escobar va estimar que la millor variable per definir el problema és la porció de potència del flux d'entrada en direcció x , W_x/W_T . Quan es grafica aquest paràmetre enfront de

la porció de cabals de sortida en direcció x , s'observa una molt bona relació entre ambdós, distribuint-se les dades quasi uniformement en tot el domini de la funció, i a més es pot definir un límit clar entre els valors que pertanyen a un o altre patró de flux. L'autor inclou una funció composta continua que determina el valor de Q_{sx}/Q_T per a cada valor de W_x/W_T a la secció d'entrada de l'encreuament.

Segons l'autor, els resultats obtinguts al dispositiu experimental són totalment extrapolables a encreuaments de carrers de qualsevol dimensió, sempre que guardin les mateixes característiques que el que ell va estudiar, amb amplituds de carrers iguals i sense xamfrans, donat que totes les relacions que emprà en el seu estudi són adimensionals. Les úniques restriccions que cal respectar per a l'aplicació de les relacions funcionals obtingudes són mantenir-se en els rangs estudiats de números de Froude (menor que 3.39) i de relacions d'aspecte (entre 10 i 115).