

5.1. CONSIDERACIONES PREVIAS

La determinación de velocidades y de tiempos de recorrido resulta imprescindible en los estudios de planeamiento de una red viaria (o ferroviaria), así como para la evaluación de la calidad del servicio de la misma, teniendo en cuenta la demanda que soporta.

En determinados recorridos, es frecuente que la velocidad de cada vehículo sufra grandes cambios durante el viaje; en este caso, el conocimiento de las velocidades instantáneas es poco representativo, y es más útil trabajar con *velocidades medias de recorrido* o con *tiempos de recorrido*, si se desea estimar la calidad del servicio ofrecido al usuario. Se denomina tiempo de recorrido al tiempo que invierte cada vehículo en desplazarse entre dos puntos fijos.

Los procedimientos empleados para la determinación de tiempos de recorrido suelen ser costosos, y por ello en cada estudio se hacen pocas determinaciones. Estos tiempos pueden obtenerse, bien midiendo el instante en que entran y salen en el tramo varios vehículos, o bien recorriendo varias veces dicho tramo con un solo vehículo (obviamente nos estamos refiriendo a la determinación de tiempos de recorrido por carretera).

Uno de los procedimientos utilizados (válido para tramos no demasiado largos) consiste en colocar en la entrada y en la salida del tramo estudiado dos equipos de observadores que, para cada vehículo, anoten su matrícula, el tipo de vehículo y el instante en que entra o sale. Comparando después los registros de ambos equipos puede deducirse el tiempo que cada vehículo ha necesitado para recorrer el tramo. Empleando imágenes de vídeo y programas de lectura de matrículas se pueden automatizar estas medidas, pero el procedimiento es costoso.

Si se quiere medir el tiempo de recorrido en tramos de carretera más largos, será necesario recurrir al empleo de un vehículo que efectúe varias veces el recorrido del tramo. Dentro del vehículo deberá viajar un observador con un cronómetro (y a poder ser, un odómetro) que vaya anotando, a su paso por una serie de puntos de control, la distancia recorrida y el momento de paso.

La velocidad de marcha del vehículo puede regularse siguiendo el procedimiento del *coche medio*, es decir, procurando llevar una velocidad igual a la de la media de los vehículos que circulan por el tramo. Otro procedimiento (más habitual) consiste en procurar que el número de coches que le adelanten sea igual al de los adelantados por él; cuando esta regla se sigue exactamente hablamos del método del *coche flotante*, que con intensidades elevadas, no obstante, es difícil de llevar a la práctica.

Para determinar los *tiempos medios de recorrido* se deben realizar de 5 a 10 recorridos por itinerario, dependiendo de la variabilidad de los resultados obtenidos. Suele considerarse suficiente una precisión del 15 por 100.

Realizando una buena campaña de *coche flotante*, se podrían obtener las *velocidades medias de recorrido* de la totalidad de vías que constituyen la Red Básica de Carreteras de Catalunya (unos 12.000 km, aproximadamente). Llevar a cabo un estudio de este tipo rondaría los 240.000 – 300.000 euros*.

Lo cierto es que en el *Departament de Política Territorial i Obres Públiques* (DPTOP), de la *Generalitat de Catalunya*, existen datos de dos campañas de *coche flotante*: la primera data de 1981, y fue validada en su momento y utilizada para la redacción del Plan de Carreteras del año 1983; la segunda se realizó en el año 2000 con el objetivo de reconocer la red comarcal pero, lamentablemente, el *Departament* decidió no dar validez a los resultados obtenidos, puesto que no se realizaron los recorridos que requiere un estudio de coche flotante en un gran número de los tramos reconocidos. A pesar de ello, los resultados de este estudio son claramente representativos, puesto que se obtuvieron en recorridos reales, y son los que se han utilizado para contrastar los resultados del programa (no para calibrarlo, puesto que como se ha comentado los resultados de esta campaña no son netamente fiables).

Cabe señalar en este punto que lo que se obtiene de un estudio de coche flotante son velocidades medias de recorrido, mientras que lo que calcula la aplicación que se ha programado son velocidades de recorrido *libre*.

La *velocidad libre* en la carretera se define como la velocidad media que llevarían los coches si los conductores no estuvieran influidos por otros; se considera que esta situación se produce si la intensidad de tráfico equivalente es menor de 200 coches /hora. Es decir, que cuando la intensidad sea mayor, la velocidad de recorrido que podremos medir *in situ* ya no será una velocidad de recorrido *libre*.

Poder conocer el valor de la *velocidad de recorrido libre* es claramente una ventaja frente al conocimiento de la velocidad de recorrido *in situ* cuando está se ve influida por la intensidad del tráfico, puesto que será más fácil extrapolar los resultados obtenidos en función de los escenarios futuros de demanda previstos. Además, el hecho de poder calcular la velocidad de recorrido libre, nos proporciona un indicador que es homogéneo para todas las carreteras de la red, sin influencia de la intensidad de tráfico. Combinando este indicador con datos de aforos (o con previsiones futuras de demanda), podremos calcular el tiempo de recorrido en función de la intensidad del tráfico.

A pesar de este apunte, los resultados obtenidos de la aplicación del programa no suelen divergir demasiado de los obtenidos mediante recorridos *in situ* (coche flotante), sobretodo cuando en la toma de datos de campo se realizan varios recorridos y en distintas franjas horarias. Algunas de las metodologías que se utilizan para el cálculo de velocidades medias de recorrido, recomiendan incluso descartar aquellas mediciones que se alejen de la media más de un cierto valor, haciendo necesario en este caso recorrer el tramo de nuevo. Cuántas más medidas de este tipo se tomen en la determinación del valor de la velocidad media de recorrido, más se aproximará ésta a la velocidad de recorrido libre.

*Comunicación personal con Simón Batlle, Jefe de la Sección de Planeamiento de la DGC

En este capítulo se expondrán los criterios seguidos para obtener la *velocidad de recorrido libre*, en condiciones de comodidad y seguridad. Puesto que las velocidades específicas de cada elemento del trazado han sido ya determinadas a partir de la morfología del trazado, en el cálculo de esta velocidad de recorrido libre cobrarán especial protagonismo los procesos de aceleración y deceleración que efectúa el vehículo a lo largo del recorrido, para adecuar su velocidad al trazado. Estos procesos se han programado de modo que el vehículo acelera progresivamente al salir de una curva y decelera con la antelación necesaria ante la presencia de un giro próximo.

5.2. POTENCIA Y VELOCIDAD: EL ESFUERZO TRACTOR

La capacidad de avance de un vehículo viene determinada por el *esfuerzo tractor* que reciben sus ruedas motrices. El esfuerzo tractor disponible en cada momento será utilizado para vencer las resistencias al avance y acelerar el vehículo.

Los *vehículos automóviles* utilizan motores de combustión interna en la mayoría de los casos. La potencia que es capaz de desarrollar un motor de combustión interna es función de su velocidad de giro. La potencia aumenta de forma casi proporcional a la velocidad de giro del motor hasta que, a una cierta velocidad, se alcanza la potencia máxima y llega un momento en el que un aumento de la velocidad de giro (por encima de la óptima) se traduce en una disminución de potencia (ver Figura 5.1).

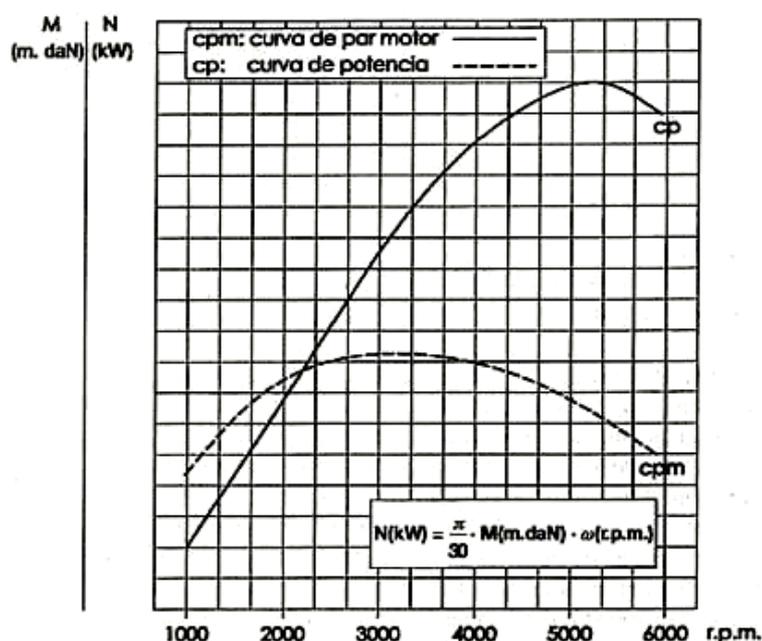


Figura 5.1 – Ejemplos de curvas de potencia y par motor. Fuente: [4]

Se define el *par motor* como el cociente entre la potencia desarrollada por un motor y la velocidad de giro del mismo. Conociendo la velocidad de giro del motor y el par motor se puede deducir la velocidad de avance de un vehículo y el esfuerzo tractor que reciben las ruedas motrices; para ello, basta conocer la distancia que recorre el vehículo por cada revolución del motor. Esta distancia depende del diámetro de las ruedas y de la relación de

desmultiplicación de la transmisión, que puede ser modificada por el conductor a través de la caja de cambios. La velocidad v de avance del vehículo será:

$$v = \frac{\Pi \cdot D \cdot \omega}{c} \quad (5.1)$$

siendo:

D = diámetro de las ruedas.

c = relación entre la velocidad de giro del motor y la velocidad de giro de las ruedas (relación de desmultiplicación de la transmisión).

ω = velocidad de giro del motor.

El esfuerzo tractor F de las ruedas motrices se obtiene mediante la siguiente relación:

$$F = \frac{\varphi \cdot M \cdot \omega}{v} \quad (5.2)$$

siendo:

M = par motor.

φ = rendimiento de la transmisión.

Estas fórmulas permiten determinar la relación entre esfuerzo tractor y velocidad para las distintas relaciones de transmisión, que se presentan en la Figura 5.2. El esfuerzo tractor disponible será utilizado para vencer las resistencias al avance y acelerar el vehículo. La velocidad máxima que podrá desarrollar el vehículo será aquella para la que se igualen el esfuerzo tractor y las resistencias al avance.

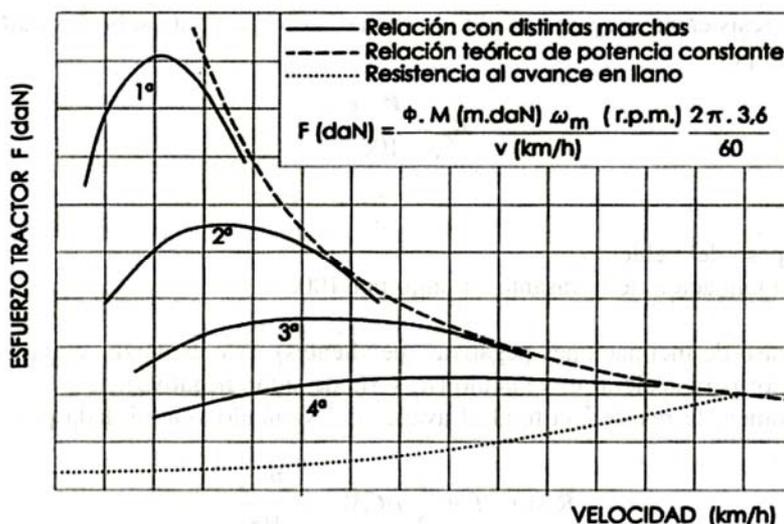


Figura 5.2 – Relación esfuerzo tractor – velocidad. Fuente: [4]

En el caso del *ferrocarril*, el esfuerzo tractor que la locomotora es capaz de transferir a las llantas se define según una curva característica como las que se muestran en la Figura 5.3; podemos ver en ella los esfuerzos tractores que son capaces de desarrollar, por un lado, una locomotora 250 de RENFE (eléctrica) y, por otro, una locomotora BB-20011/12 de SNCF (*Société Nationale des Chemins de Fer*).

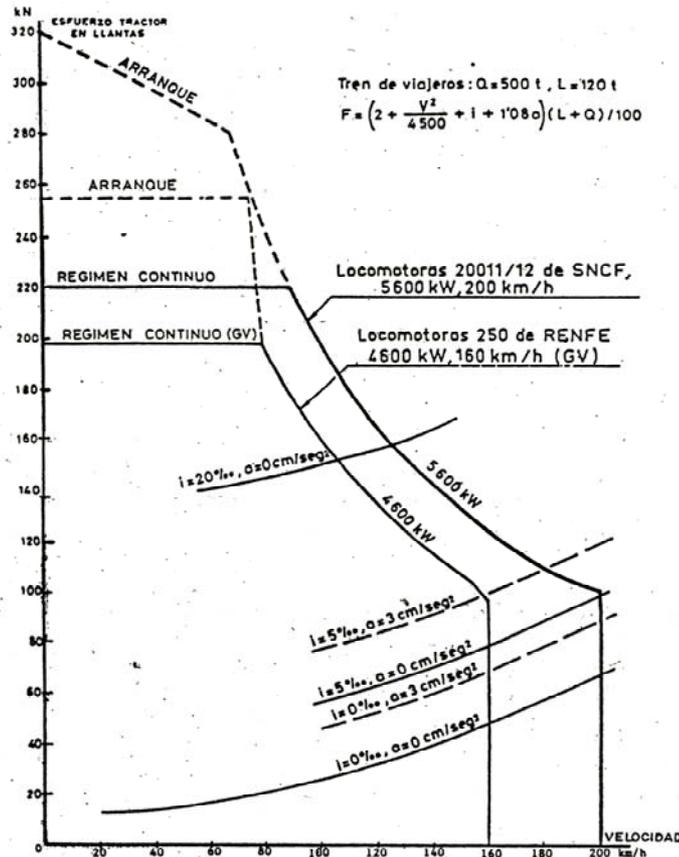


Figura 5.3 – Curvas características del Esfuerzo Tractor. Fuente: [3]

En definitiva, lo que vemos es que la Fuerza que el motor transmite a las ruedas (Esfuerzo Tractor) es un valor que se mantiene elevado para velocidades bajas y que decrece de forma más o menos progresiva al aumentar la velocidad.

El programa necesitará determinar, en cada instante, el esfuerzo tractor que es capaz de desarrollar el motor, para poder calcular la aceleración que es capaz de transmitir al vehículo. Ha sido necesario, por tanto, realizar una modelización de la curva característica del esfuerzo tractor, que deberá ser aplicable, además, tanto a vehículos de carretera como a trenes.

El modelo adoptado es simple (Figura 5.4), pero se aproxima razonablemente bien a las prestaciones de uno y otro tipo de vehículo, a tenor de las aceleraciones obtenidas. Consiste en un tramo inicial (arranque) en el que nuestro vehículo es capaz de desarrollar el máximo esfuerzo tractor F_l hasta la velocidad umbral v_l ; y un segundo tramo en el que

éste disminuye linealmente con el aumento de la velocidad (este segundo tramo está definido por el Esfuerzo Tractor F_2 desarrollado a la velocidad v_2). O, lo que es lo mismo:

$$F = F_1; \quad \text{para } v \leq v_1 \quad (5.3.a)$$

$$F = F_1 - \frac{F_1 - F_2}{v_2 - v_1} \cdot (v - v_1); \quad \text{para } v > v_1 \quad (5.3.b)$$

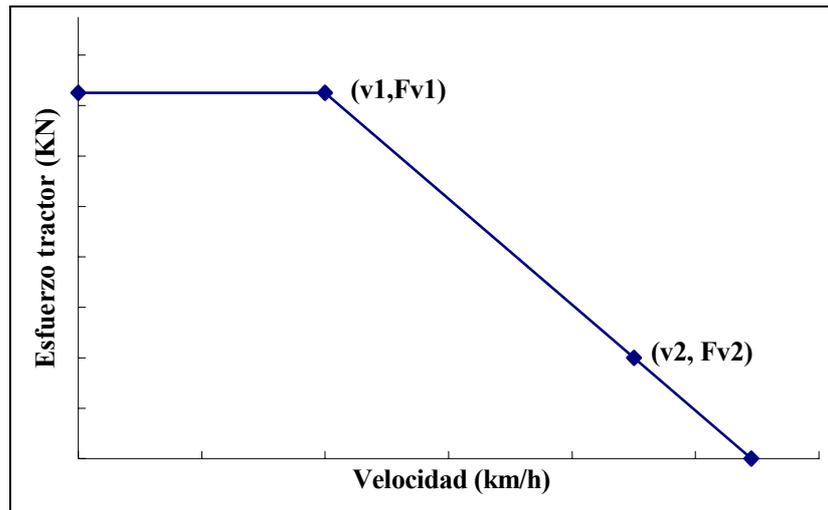


Figura 5.4 – Modelo adoptado para definir la curva del Esfuerzo Tractor

Los valores de F_1 , F_2 , v_1 y v_2 que definen la curva del esfuerzo tractor, pueden ser introducidos por el usuario de la aplicación a través del formulario, tal como se vio en el *Capítulo 2. Descripción general del modelo*. En dicho capítulo se indican, además, unos valores de referencia para la aplicación del modelo, que han sido calibrados ejecutando la aplicación sobre tramos rectos de longitud suficiente como para permitirnos observar las aceleraciones que alcanza la simulación propuesta en función de estos valores.

Con los valores propuestos, el modelo consigue desarrollar (con un margen de error estimado inferior al del 2%) las aceleraciones que se desprenden de las especificaciones técnicas de cada uno de los vehículos. Lógicamente, será necesario introducir, además de los valores del esfuerzo tractor, la masa que se desea mover, para que el programa calcule las aceleraciones correctamente. Los valores de referencia hallados son los siguientes:

- *FGC (Ferrocarrils de la Generalitat de Catalunya):*
 $F_1 = 145 \text{ KN}; \quad v_1 = 40 \text{ km/h}$
 $F_2 = 45 \text{ KN}; \quad v_2 = 90 \text{ km/h}$
Masa del conjunto: 171.020 kg
- *SERIE 447 de RENFE:*
 $F_1 = 188,5 \text{ KN}; \quad v_1 = 30 \text{ km/h}$
 $F_2 = 87,5 \text{ KN}; \quad v_2 = 100 \text{ km/h}$
Masa del conjunto: 216.100 kg

- *Vehículo de carretera tipo (Toyota YARIS 1000 cc / 70 cv):*
 $F_1 = 2,5 \text{ KN}; \quad v_1 = 40 \text{ km/h}$
 $F_2 = 1,2 \text{ KN}; \quad v_2 = 100 \text{ km/h}$
Masa del conjunto: 1.000 kg

En el caso de la *serie 447 de RENFE*, por ejemplo, si comparamos las prestaciones teóricas de la unidad eléctrica y las aceleraciones que obtenemos con los valores propuestos (aplicando el modelo sobre una larga recta con pendiente nula y suponiendo tanto la resistencia a la rodadura como la aerodinámica) obtenemos los siguientes resultados:

SERIE 447	Aceleración_modelo (m/s ²)	Aceleración_téorica (m/s ²)	Error (%)
0-60 km/h	0,750	0,75	0,01
0-100 km/h	0,602	0,60	0,29
0-120 km/h	0,500	0,50	0,05

Tabla 5.1 – Comparativa prestaciones serie 447 de RENFE (modelo / teóricas)

Lógicamente, será posible aplicar el modelo a otros tipos de vehículos, como por ejemplo coches más potentes o trenes de alta velocidad, siendo para ello necesario averiguar previamente valores de referencia para el esfuerzo tractor y la masa.

5.3. RESISTENCIAS AL AVANCE

Las resistencias al avance que un vehículo debe vencer pueden resumirse en tres términos que son: la *resistencia a la rodadura*, la *resistencia del aire*, y la *resistencia producida por la inclinación de la rasante*.

5.3.1. Resistencia a la rodadura

La *resistencia a la rodadura* (R_r) se define como el esfuerzo que es necesario realizar para mantener las ruedas rodando sobre la *superficie de rodadura*. Esta superficie será, para los vehículos de carretera, el pavimento, mientras que en el ferrocarril la rodadura se logra a través del contacto de llantas de acero sobre carriles del mismo material.

Para los *vehículos de carretera*, esta resistencia vale:

$$R_r = r \cdot P \quad (5.4)$$

siendo:

P = peso del vehículo.

r = coeficiente que depende de la textura del pavimento, de las características del neumático y de la carga sobre las ruedas.

El valor de la resistencia a la rodadura oscila entre los 100 y 150 N por tonelada de peso del vehículo ($r = 0,010 - 0,015$) en buenos pavimentos, y es bastante mayor (hasta 200 ó 300 N/t) en carreteras sin pavimentar o en pavimentos muy irregulares. El coeficiente r crece ligeramente al aumentar la velocidad.

Para el *ferrocarril*, la resistencia a la rodadura se define a través de un *coeficiente de fricción*, que penaliza de forma directa a la aceleración. Es decir, que la resistencia a la rodadura será función de la aceleración, y la podemos formular del siguiente modo:

$$R_r = k \cdot m \cdot a \quad (5.5)$$

siendo:

k = coeficiente de fricción.

a = aceleración.

m = masa del vehículo.

El valor de este *coeficiente de fricción* (k) se suele estimar en 0,06, de tal modo que penaliza a la aceleración reduciéndola en un 6%. De hecho, este coeficiente k se suele incorporar a la aceleración del vehículo del siguiente modo:

Sea F es el esfuerzo tractor, R_a la resistencia del aire, R_p la resistencia producida por la inclinación de la rasante y R_r la resistencia a la rodadura. Se cumple que:

$$F - (R_a + R_p + R_r) = m \cdot a \quad (5.6.a)$$

de donde:

$$F - (R_a + R_p) = m \cdot a + R_r = m \cdot a + k \cdot m \cdot a = m \cdot a \cdot (1 + k) \quad (5.6.b)$$

Este factor $(1 + k)$ es lo que se denomina *factor de fricción* y su valor se estima en 1,06.

El algoritmo programado para el cálculo de la velocidad de recorrido libre, común para carreteras y ferrocarriles, se basa en la expresión 5.6.b. De este modo, el formulario pide al usuario que introduzca un factor de fricción para definir la resistencia a la rodadura, que en el caso del ferrocarril vale, según lo visto, 1,06.

El factor de fricción, no obstante, es un concepto que no está definido para la circulación por carretera (como hemos visto, en carreteras se considera que la resistencia a la rodadura es constante con la aceleración). Para solucionarlo, estaremos en cuánto reduce la aceleración la resistencia a la rodadura en carreteras, para conseguir un rango de valores para el '*factor de fricción*' ficticio en carreteras.

Hemos visto que la resistencia a la rodadura en carretera oscila entre los 100 y 150 N por tonelada de peso del vehículo, en buenos pavimentos. Si suponemos un vehículo estándar, con una masa de 1 tonelada (1.000 kg), la resistencia a la rodadura penalizará la aceleración del vehículo en unos $0,1 - 0,15 \text{ m/s}^2$. Teniendo en cuenta que la aceleración

media de un vehículo automóvil, en condiciones normales, se estima en aproximadamente 1 - 1,5 m/s², se deduce que la resistencia a la rodadura reduce la aceleración en aproximadamente un 10%, con lo que un valor plausible para el ‘factor de ficción’ en carreteras (en buen estado de pavimentación) podría ser 1,10. En pavimentos muy irregulares o carreteras sin pavimentar, este factor podría alcanzar el valor de 1,20.

5.3.2. Resistencia del aire

La *resistencia del aire* (R_a), también llamada resistencia aerodinámica, es la fuerza que se opone al movimiento de cualquier objeto en la atmósfera. Esta resistencia aumenta con el cuadrado de la velocidad, por lo que es poco importante a velocidades bajas, mientras que a velocidades elevadas se convierte en la resistencia más importante que debe vencer un vehículo para seguir avanzando.

La resistencia del aire se define, para *vehículos automóviles*, como:

$$R_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_x \quad (5.7)$$

donde:

- R_a = resistencia aerodinámica, en N.
- ρ = densidad del aire en kg/m³
- v = velocidad en m/s
- S = superficie frontal del vehículo, en m².
- C_x = coeficiente aerodinámico del vehículo.

El coeficiente aerodinámico C_x varía entre 0,3 para coches de líneas aerodinámicas y 0,8 para camiones, e incluso más de 1 si llevan cargas muy voluminosas. La sección transversal de un coche es del orden de 2 m², en tanto que la de los camiones varía entre 5 y 8 m².

Cuerpo	Superficie frontal (m ²)	C_x	SC_x (m ²)
Audi A3 (2003)	2,13	0,32	0,68
BMW Serie 1 (2004)	2,09	0,31	0,65
Citröen CX (1974)	1,93	0,36	0,71
Opel Astra (2004)	2,11	0,32	0,68
Peugeot 807 (2002)	2,85	0,33	0,94
Renault Espace (1997)	2,54	0,36	0,92
Renault Espace (2002)	2,8	0,35	0,98
Renault Vel Satis (2002)	2,37	0,33	0,79

Tabla 5.2 - Ejemplos de coeficientes aerodinámicos de resistencia

Para *trenes de viajeros*, la resistencia aerodinámica se define de forma genérica como:

$$R_a = \left(2 + \frac{v^2}{4500} \right) \cdot m_t \quad (5.8)$$

donde:

R_a = resistencia aerodinámica, en daN.

m_t = masa del tren, en toneladas.

v = velocidad, en km/h.

Nuevamente, el algoritmo común que se ha programado para el cálculo de la velocidad de recorrido libre utiliza la formulación del ferrocarril (expresión 5.8). De este modo, cuando el usuario introduce en el formulario el valor correspondiente al *Factor constante*, lo que está determinando es el valor fijo que se suma al término en v^2 , que para trenes de viajeros vale 2 (ver expresión 5.8). Cuando introducimos el valor del llamado *Factor multiplicador de v^2* , en realidad estamos determinando el factor multiplicador de $v^2/4500$, por lo que, para trenes de viajeros, el factor que deberemos introducir en el formulario es 1.

Igual que hacíamos con la resistencia a la rodadura, trataremos de buscar ahora los valores que se deben introducir en el formulario para caracterizar adecuadamente la resistencia aerodinámica de un vehículo automóvil.

Lo primero que observamos en la expresión 5.7 es que no existe *Factor constante*, por lo que deberemos dar a este parámetro valor 0. En cuanto al parámetro que hemos denominado *Factor multiplicador de v^2* , veremos a continuación el modo en que se define para vehículos de carretera.

Una vez aclarado que el *Factor constante* es nulo, podemos igualar las expresiones 5.7 y 5.8. Haciendo los cambios de unidades pertinentes se obtiene:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_x = 10 \cdot \left(\frac{f_m \cdot v^2 \cdot 3,6^2}{4500} \right) \cdot \left(\frac{m}{1000} \right) \quad (5.9)$$

donde:

ρ = densidad del aire en kg/m^3

v = velocidad en m/s

S = superficie frontal del vehículo, en m^2 .

C_x = coeficiente aerodinámico del vehículo.

m = masa del vehículo, en kg.

f_m = factor multiplicador de v^2 , que es lo que buscamos obtener.

Dividiendo a ambos lados de la expresión 5.9 por v^2 (que es $\neq 0$ porque sino no existe fuerza aerodinámica) y despejando f_m , obtenemos la expresión del *factor multiplicador* que se debe introducir en el formulario para definir la resistencia del aire en carreteras, en función de la superficie frontal del vehículo y el coeficiente aerodinámico.

$$f_m = \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{4500}{(3,6^2 \cdot 10)} \right) \cdot \left(\frac{m}{1000} \right) \cdot S \cdot C_x \quad (5.10)$$

Si consideramos que $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ y suponemos un vehículo estándar de masa 1000 kg:

$$f_m = \left(\frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot \frac{4500}{(3,6^2 \cdot 10)} \right) \cdot S \cdot C_x \cong 21,27 S \cdot C_x \quad (5.11)$$

Un valor típico para este f_m en coches de carretera es 15, mientras que en ferrocarriles recordemos que el valor es 1. Esto no indica ni mucho menos que la resistencia aerodinámica (en N) sea superior en coches que en trenes, puesto que la masa de un tren es unas 200 veces mayor a la de un coche, pero sí que tendrá más influencia a la hora de restar aceleración en coches que en trenes, sobretodo para valores altos de la velocidad, donde el factor constante que se aplica en trenes pierde relevancia.

5.3.3. Resistencia producida por la inclinación de la rasante.

La *resistencia producida por la inclinación de la rasante* (R_p) es, ni más ni menos, que el esfuerzo que es necesario vencer para subir una rampa. Su expresión es:

$$R_p = \frac{P \cdot i}{100} \quad (5.12)$$

Donde:

P = peso del vehículo.

i = inclinación de la rasante (pendiente) en %.

En este caso el cálculo es exactamente igual para ferrocarriles y para carreteras.

El pendiente de cada tramo se obtiene de cartografía, midiendo la diferencia de cotas entre puntos sucesivos del trazado. A pesar de que el formulario permite definir una suavización del relieve por parte del usuario, se ha incluido también en el código del programa una limitación de la pendiente, en función del tipo de vía, para evitar que un posible error en la cota de algún punto entorpezca en demasía el lógico desarrollo de la velocidad de recorrido.

Los valores límite considerados han sido:

- *Ferrocarril:* 2%
- *Carretera del grupo 1:* 5%
- *Carretera del grupo 2:* 10%

5.4. CÁLCULO DE LA ACELERACIÓN “INSTANTÁNEA”

Una vez que han quedado definidos el esfuerzo tractor (en función de la velocidad) y las distintas resistencias que se oponen al avance del vehículo, el siguiente paso será determinar el valor que toma la aceleración en cada instante, en función de la velocidad y el resto de parámetros que influyen en ella.

Si recuperamos la expresión 5.6.a, habíamos visto que:

$$F - (R_a + R_p + R_r) = m \cdot a \quad (5.13)$$

donde:

F = esfuerzo tractor

R_a = resistencia del aire

R_p = resistencia producida por la inclinación de la rasante

R_r = resistencia a la rodadura.

m = masa del vehículo.

a = aceleración.

O, lo que es lo mismo, el esfuerzo necesario para acelerar el vehículo es:

$$F = m \cdot a + R_a + R_p + R_r \quad (5.14)$$

Sustituyendo los valores obtenidos para las distintas resistencias al avance y realizando los cambios de unidades pertinentes se obtiene:

$$F = \left[f_{ctt} + f_m \cdot \frac{3,6^2}{4500} \cdot v^2 + i + \frac{10^3 \cdot f_f \cdot a}{g} \right] \cdot \left(\frac{m \cdot g}{10^3} \right) \quad (5.15)$$

donde:

f_{ctt} = factor constante de la resistencia aerodinámica (2 para trenes y 0 para coches).

f_m = factor multiplicador de v^2 (1 para trenes y aproximadamente 15 para coches).

v = velocidad, en m/s.

i = pendiente, en mm/m.

f_f = factor de fricción, definido como $(1 + k)$, siendo k el coeficiente de fricción (vale 1,06 en trenes y aproximadamente 1,10 para coches).

g = aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$)

a = aceleración del vehículo, en m/s^2

m = masa del vehículo, en kg.

El esfuerzo tractor que es capaz de desarrollar el vehículo ha quedado definido por:

$$F = F_1; \quad \text{para } v \leq v_1 \quad (5.16.a)$$

$$F = F_1 - D \cdot (v - v_1); \quad \text{para } v > v_1 \quad (5.16.b)$$

donde F_1, F_2, v_1 y v_2 son los valores que definen la curva del esfuerzo tractor del vehículo y D es una constante, definida del siguiente modo:

$$D = \frac{F_1 - F_2}{v_2 - v_1} \quad (5.17)$$

Si igualamos el esfuerzo tractor disponible (5.16) con el esfuerzo necesario para conseguir acelerar el vehículo (5.15), obtendremos la expresión de la aceleración que es capaz de desarrollar el vehículo en cada instante, en función de la pendiente, la velocidad y los parámetros que determinan las distintas resistencias al avance:

$$a = \frac{\frac{10^3}{m \cdot g} \cdot [F_1 - D \cdot (v - v_1)] - \left[f_{ctb} + f_m \cdot \frac{3,6^2}{4500} \cdot v^2 + i \right]}{\frac{10^3 \cdot f_f}{g}} \quad (5.18)$$

donde D se define según la expresión 5.17 para $v > v_1$ y vale 0 para $v \leq v_1$.

Al calcular el recorrido libre de un vehículo, los valores de $m, F_1, F_2, v_1, v_2, f_{ctb}, f_f, f_m$ son valores constantes, definidos por el usuario a través del formulario como paso previo a la ejecución del programa. La aceleración de la gravedad (g), lógicamente es también una constante y, para cada elemento de trazado, la pendiente (i) se considera constante.

Así pues, la aceleración que podrá desarrollar un vehículo a lo largo de un elemento de trazado, será tan sólo función de la velocidad del vehículo en cada instante.

Planteando una ecuación diferencial ordinaria, conseguimos obtener una expresión integrada del espacio recorrido en función de la velocidad alcanzada, partiendo del reposo. Dicha expresión tiene este aspecto:

$$x = \frac{108}{2a} \cdot \ln \left[\frac{(v - k_1)^P \cdot (v - k_2)^Q}{c - b \cdot v - a \cdot v^2} \right] \quad (5.19)$$

Donde:

- x es la distancia en metros,
- v la velocidad en m/s,
- a, b, c, k_1, k_2, P, Q son constantes.

Finalmente se decidió abandonar la formulación integrada, principalmente porque resulta imposible expresar de forma explícita la velocidad en función del espacio recorrido, y ello hacía necesario realizar un proceso iterativo de convergencia cada vez que se requería este cálculo que, precisamente, se repite en multitud de ocasiones a lo largo del proceso que lleva a la aplicación a determinar la velocidad de recorrido.

La solución adoptada consiste en convertir la función continua que define la aceleración en función de la velocidad (5.18) en una función definida ‘a trozos’ (intervalos de velocidad). De este modo, para cada intervalo de velocidades, suponemos que la aceleración es constante. Este intervalo de velocidades lo define el usuario a través del formulario, permitiendo dotar de más precisión al cálculo, aunque cabe destacar que, al reducir el intervalo de cálculo, el coste computacional de la rutina que calcula la velocidad de recorrido aumenta de forma geométrica. Además, para intervalos de cálculo de 2 km/h, se comprueba que la precisión es inferior al 1%, y que a partir de un intervalo de 0,5 km/h el resultado ya converge, con una precisión de milésimas de segundo en tiempos de recorrido y de metros por hora (m/h) en velocidades de recorrido.

Al hacer el intervalo de velocidades cada vez más pequeño, lo que estamos haciendo es acercarnos al cálculo integral y obtener un resultado más exacto. No obstante, si hacemos el intervalo demasiado pequeño nos encontraremos con el problema que nos hizo abandonar la programación con formulación integrada, es decir, generaremos un cálculo excesivamente largo para cada proceso, haciendo inviable la aplicación de la herramienta a trazados de gran extensión geográfica. Un intervalo de 2 km/h nos da suficiente precisión para el cálculo de velocidades y tiempos de recorrido (inferior al 1%), pudiéndose bajar hasta 1 km/h sin entorpecer en demasía el proceso de ejecución del programa.

La aceleración ‘constante’ que supondremos para cada uno de los intervalos de velocidad se calcula mediante la expresión 5.18, considerando la velocidad correspondiente a $\frac{3}{4}$ del intervalo. Es decir, si estamos suponiendo intervalos de 2 km/h, para velocidades entre 40 y 42 km/h, estaremos suponiendo la aceleración calculada en 5.18 con $v = 41,50 \text{ km/h}$, y así sucesivamente.

El motivo por el cuál se adopta la velocidad correspondiente a $\frac{3}{4}$ del intervalo es que, las aceleraciones medias que obteníamos del cálculo integral, calculadas para tramos de velocidades de entre 2 y 40 km/h, se correspondían aproximadamente con la aceleración instantánea calculada para la velocidad correspondiente a $\frac{3}{4}$ del intervalo, siendo esto más exacto que considerar la velocidad intermedia del tramo de velocidades directamente.

5.5. OTRAS VARIABLES DETERMINANTES

Llegados a este punto, tenemos el trazado totalmente caracterizado, con las velocidades específicas de cada uno de los elementos que lo componen. Hemos obtenido también la aceleración que será capaz de desarrollar nuestro vehículo en función de la velocidad en cada instante.

Pero antes de calcular el recorrido de velocidades que irá describiendo nuestro vehículo en su recorrido libre, quedan aún por definir una serie de variables, que se han dejado como opciones de cálculo en el formulario y ya fueron comentadas en el *Capítulo 2*. No obstante, las recordaremos brevemente:

- *Velocidades inicial y final* del tramo, que pueden ser relevantes para tramos de longitud reducida.

- La *velocidad máxima* que vamos a permitir en nuestro recorrido *libre*; es importante fijarla porque, a menudo, las velocidades específicas que permite la morfología del trazado son superiores a los límites impuestos por las normas de circulación.
- La *aceleración máxima*, que conviene marcar principalmente por dos motivos: evitar que el vehículo acelere en exceso ante una pendiente pronunciada y controlar el proceso de la conducción en carretera, ya que habitualmente la conducción en condiciones de comodidad y seguridad implica aceleraciones inferiores a las que permiten las prestaciones del vehículo. En trenes, un valor habitual suele ser 1 m/s^2 , mientras que, para los coches, se considera que un conductor no agresivo no suele sobrepasar los 2 m/s^2 , en condiciones normales.
- La *deceleración*, que se ha supuesto constante, puesto que el cálculo que estamos realizando simula un recorrido *libre*, en el que no será necesario realizar frenadas de emergencia, sino que el conductor adaptará su velocidad al trazado de forma suave. La capacidad de frenado de un vehículo no depende necesariamente de la velocidad del mismo, por lo que no será necesario definir distintos valores de deceleración en función de ésta. Como valores de referencia, se pueden tomar 1 m/s^2 para trenes y entre $1 - 2 \text{ m/s}^2$.

5.6. CÁLCULO DEL RECORRIDO DE VELOCIDADES

A lo largo del texto, se ha comentado varias veces que el recorrido libre del vehículo se calcula de modo que éste va adaptando su velocidad al trazado, anticipándose a la morfología del mismo.

Para conseguir simular este proceso, recorreremos cada uno de los tramos para los cuáles buscamos obtener la velocidad de recorrido libre, de dos maneras distintas: hacia delante (recorrido de velocidades acelerando) y hacia atrás (recorrido de velocidades frenando).

El *modelo de reconocimiento de radios* había dividido cada uno de los tramos (*arcos*) que componen el trazado a analizar en pequeños elementos, uno por cada uno de los puntos que caracterizan la cartografía del trazado.

Lo que hace el programa es recorrer cada elemento, acelerando primero (hacia delante) y frenando después (hacia atrás), de modo que la velocidad instantánea de recorrido libre en cada punto será la mínima entre estas dos velocidades, cuyo cálculo se describe a continuación.

5.6.1. Velocidad de recorrido hacia delante (acelerando)

Partiendo de la velocidad inicial del tramo, y con las limitaciones impuestas por la velocidad específica de cada elemento o máxima de la vía según el caso, calculamos el recorrido de velocidades que conseguiría alcanzar el vehículo en cada uno de los

elementos, partiendo para cada uno de ellos de la velocidad alcanzada en el tramo anterior, sin tener en cuenta, de momento, las características del siguiente elemento del trazado. Si la velocidad alcanzada en un elemento es superior a la específica del elemento siguiente, la velocidad de recorrido en el elemento siguiente será constante e igual a la velocidad específica del mismo.

Si el vehículo consigue alcanzar la velocidad específica del elemento mientras lo recorre (o la máxima de la vía), la *velocidad acelerando* se mantendrá constante e igual a este valor hasta el final del elemento. Lo mismo ocurre si, por ejemplo, se iguala el esfuerzo tractor con las resistencias de avance, puesto que en ese caso no es capaz de acelerar más.

La aceleración se recalcula, dentro de un mismo elemento, cada vez que la velocidad supera uno de los intervalos que definen el cálculo, según lo descrito en el *apartado 5.4*. De un elemento a otro, además, variará el valor de la pendiente, que también influye como vimos en el cálculo de la aceleración.

5.6.2. Velocidad de recorrido hacia atrás (frenado)

El cálculo del recorrido de velocidades frenando se realiza recorriendo cada tramo hacia atrás. Esto es, partiendo de la velocidad final del tramo, recorreremos todos los elementos del mismo en sentido inverso (del último al primero), considerando la deceleración que habíamos definido a través del formulario. Este proceso se puede entender fácilmente como el inverso al anterior, pero en este caso el trazado se recorre hacia atrás y con aceleración constante (en realidad es la deceleración, pero al recorrerlo al revés el concepto es equivalente a que acelerásemos de atrás hacia delante).

5.6.3. Determinación de las velocidades inicial y final de cada elemento del trazado

Para cada uno de los elementos del trazado, determinaremos sus velocidades inicial y final, siendo ésta la mínima entre las velocidades acelerando y frenando en cada caso.

La Figura 5.5 muestra un ejemplo de cómo se calculan estas velocidades (inicial y final para cada elemento) a partir de las velocidades acelerando y frenando, calculadas según lo descrito.

5.6.4. Determinación del recorrido libre de velocidades

Una vez que hemos determinado estas velocidades, será necesario volver a recorrer cada uno de los elementos del trazado, pero esta vez conociendo las velocidades inicial y final de cada uno de ellos. Simularemos de nuevo el recorrido acelerando y frenando para cada elemento, partiendo en este caso ya de las velocidades inicial y final de cada uno de ellos.

De este modo, ahora sí, podremos determinar el recorrido libre de velocidades, siendo, en cada punto, la mínima entre las nuevas velocidades acelerando y frenando, de modo que, encontrando el punto en el que ambas se encuentran para cada uno de los elementos del

trazado, se determina el recorrido libre de velocidades que nos permitirá calcular el tiempo que el vehículo invierte para recorrer cada uno de ellos.

Para cada elemento, necesitaremos distinguir entre aquéllos en los que se alcanza la velocidad específica del mismo (velocidades acelerando y frenando no se cruzan, puesto que hay parte del recorrido a velocidad constante) y aquéllos en los que no se alcanza la velocidad específica (en los que la aplicación encuentra el punto del recorrido exacto en el que ambas velocidades se cruzan).

De este modo, el vehículo lleva siempre la máxima velocidad de recorrido que le permite el trazado pero respetando, para todos y cada uno de los elementos que componen el trazado, la velocidad específica del mismo. Para ello, cuando el trazado lo requiere, el vehículo empieza a decelerar a la distancia precisa que necesita para entrar en el siguiente elemento a la velocidad específica del mismo.

Una vez calculado el *recorrido de velocidades* que marca nuestro vehículo a lo largo de todos y cada uno de los elementos, podremos calcular el tiempo de recorrido y la velocidad de recorrido libre para el tramo (o tramos) requerido/s.

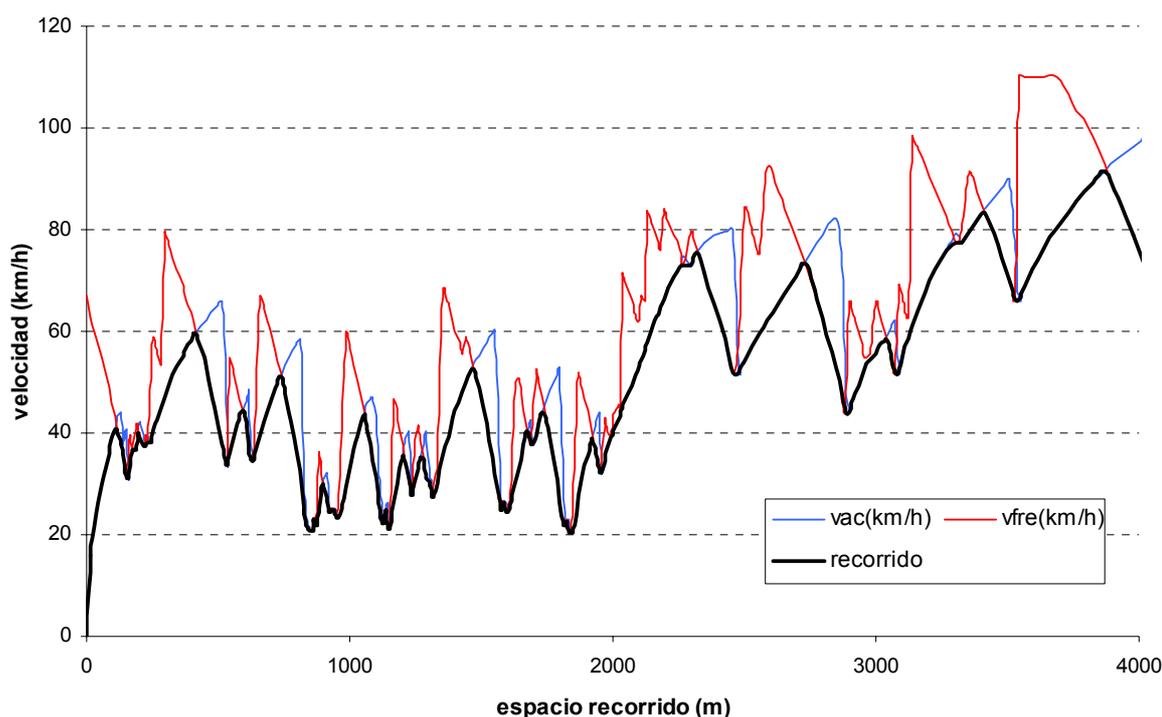


Figura 5.5 – Determinación de las velocidades inicial y final de cada tramo a partir de las velocidades acelerando y frenando.