CAPÍTULO 4

Cálculo de la velocidad específica en función del radio

4.1. CONSIDERACIONES PREVIAS

Una vez que tenemos caracterizado nuestro trazado en pequeños tramos, cada uno de ellos con un radio de curvatura asociado, el siguiente paso será obtener la velocidad específica que se corresponde con cada uno de los radios calculados. De este modo, transformaremos nuestro listado de longitudes y radios (L_i, R_i) en un listado de longitudes y velocidades específicas (L_i, V_{ei}).

Dado que la herramienta se ha desarrollado tanto para trazados ferroviarios como para carreteras, deberemos tener en cuenta los distintos criterios que rigen el cálculo de la velocidad específica en uno y otro tipo de vía.

En cualquier caso, la *velocidad específica* (que en los textos de temática ferroviaria se denomina simplemente *velocidad máxima admisible*) se define en función del radio de curvatura, a partir del equilibrio entre la *fuerza centrífuga* (que tiende a desplazar el vehículo en sentido radial y hacia fuera de la curva) y el *peso del vehículo* (que gracias al peralte contribuye a contrarrestar la fuerza centrífuga). La velocidad específica está relacionada con la parte de la aceleración centrífuga que no queda compensada por el peralte de la curva.

La Norma de Trazado [1] define la *velocidad específica* (V_e) como la *máxima velocidad que puede mantenerse a lo largo de un elemento de trazado considerado aisladamente, en condiciones de seguridad y comodidad, cuando encontrándose el pavimento húmedo y los neumáticos en buen estado, las condiciones meteorológicas, del tráfico y legales son tales que no imponen limitaciones a la velocidad* (esta definición contiene una redundancia, pues normalmente las condiciones de comodidad son más exigentes que las de seguridad estricta).

Además de la velocidad específica, que se define para un elemento aislado de trazado y que calcularemos para cada uno de los pequeños tramos en que ha quedado dividido el trazado (según lo expuesto en el capítulo anterior), la herramienta calcula también la *velocidad de planeamiento* para cada uno de los *arcos* (o entidades) que componen nuestro trazado. La velocidad de planeamiento de un tramo viene definida en la *Instrucción de Carreteras 3.1–IC* [1] y se usa como indicador de la homogeneidad de la geometría del tramo; nosotros hemos calculado esta velocidad de planeamiento también en los trazados ferroviarios, puesto que el concepto es igualmente aplicable.

Es interesante introducir también el concepto de *velocidad de proyecto* de un tramo, que se define como la velocidad específica mínima del conjunto de elementos que lo forman.

4.2. VELOCIDAD ESPECÍFICA EN TRAZADOS FERROVIARIOS

Lo primero que debemos comentar al hablar de *velocidad específica* en ferrocarriles es que ni la Norma de RENFE, ni las distintas publicaciones consultadas de temática ferroviaria, hablan de velocidad *específica* en el ferrocarril. A pesar de que el concepto es exactamente el mismo, en el caso del ferrocarril se suele hablar de *velocidad máxima en curva*, o *velocidad máxima admisible en función del radio y el peralte*. No obstante, por simplificar y aunar conceptos, en el presente texto se habla a menudo de velocidad *específica* también en el ferrocarril, obviamente refiriéndonos siempre a esta velocidad máxima en curva, que viene marcada por la geometría de la vía y cuya definición desglosaremos en este apartado.

Cuando un vehículo circula por un tramo curvo de la vía, se ejerce una aceleración centrífuga sobre la propia vía y sobre los objetos o personas situadas en el interior del vehículo. Esta aceleración centrífuga se mantiene a lo largo de toda la curva circular y afecta, a partir de un determinado valor, a las condiciones de circulación y a la comodidad del viajero. Esta causa además puede comprometer la seguridad de los vehículos.

La fuerza centrífuga tiende a desplazar el vehículo en sentido radial y hacia fuera de la curva y aparece como reacción a la aceleración centrípeta, producida por el cambio de dirección del vector velocidad.

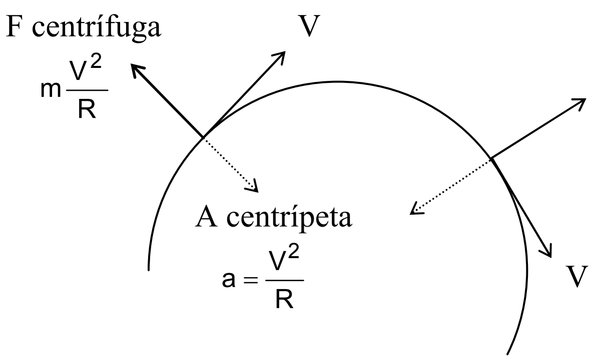

Figura 4.1 – Aparición de la fuerza centrífuga en curva

Para compensar el efecto desestabilizador de la fuerza centrífuga, se proporciona a los tramos curvos un cierto peralte, que en ferrocarriles se define como la diferencia de cota entre los dos carriles de la vía (en *mm*) y se consigue mediante la elevación gradual del carril exterior sobre el interior.

En plena curva, el diagrama de fuerzas que actúan sobre el vehículo (en el plano transversal a la trayectoria del mismo) es como el que se muestra en la Figura 4.2, dónde las únicas fuerzas que encontramos son la fuerza centrífuga (F_c) y el peso propio del vehículo (P).

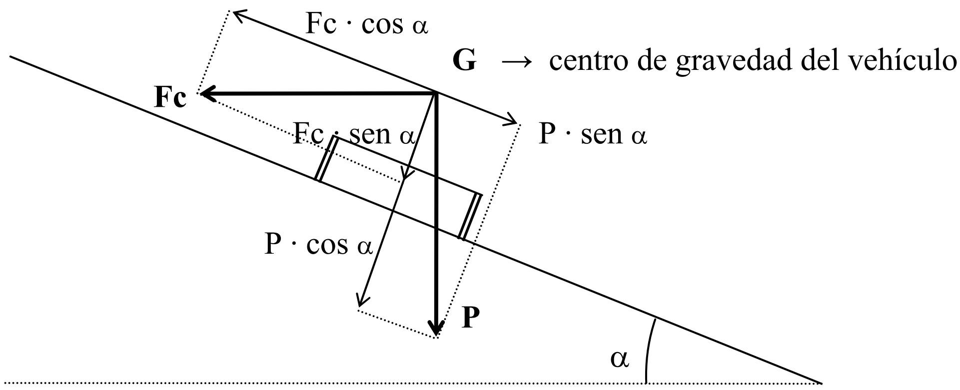

Figura 4.2 – Equilibrio de fuerzas en curva

En el plano de la vía aparece la fuerza centrífuga, que tiende a desequilibrar las condiciones de la marcha y actúa transversalmente a la trayectoria del vehículo. Si peraltamos la curva, disminuye su valor "efectivo". La fuerza resultante en el plano de la vía es:

$$F = F_c \cdot \cos\alpha - P \cdot \operatorname{sen}\alpha \qquad (4.1)$$

donde F_c es el valor de la fuerza centrífuga, P el peso del vehículo y α, la inclinación del plano de la vía.

La inclinación del plano de la vía suele tomar valores pequeños, por lo que podemos considerar que $\operatorname{sen}\alpha \approx \alpha \approx \tan\alpha = h/d,$ donde h es el peralte de la vía y d la distancia entre carriles. Del mismo modo, podemos asumir que $\cos\alpha \approx 1$, con lo que podemos rescribir la expresión 4.1 del siguiente modo:

$$\mathrm{F} = \frac{\mathrm{M} \cdot \mathrm{V}^2}{R} - P \cdot \frac{h}{d} \qquad (4.2)$$

donde M es la masa del vehículo, V la velocidad y R el radio de la curva.

Teóricamente, es posible dotar a cada curva de un peralte 'teórico' (y valga la redundancia) de tal modo que esta fuerza resultante (F) sea nula. Sin embargo, en la práctica, existe un peralte máximo (fijado por Normativa), de tal modo que los trenes rápidos circulan necesariamente con insuficiencia de peralte, o lo que es lo mismo, con una aceleración transversal sin compensar (γ_{sc}) cuya expresión es:

$$\gamma_{sc} = \frac{V^2}{R} - \frac{h}{d} \cdot g \qquad (4.3)$$

Despejando la velocidad de la expresión 4.3 (y aplicando un factor de conversión para pasarla a km/h) obtenemos la expresión general de la *velocidad máxima en curva* en ferrocarril:

$$V_{ferrocarril} = 3{,}6 \cdot \sqrt{R \cdot \left(\gamma_{sc} + g \cdot \frac{h}{d} \right)} \qquad (4.4)$$

Siendo:
$V_{ferrocarril}$ = velocidad máxima en curva, en km/h.
R = radio de la curva en m.
γ_{sc} = aceleración transversal sin compensar, en m/s^2.
g = aceleración de la gravedad, en m/s^2.
h = peralte (en mm).
d = distancia entre carriles (en mm).

Para cada uno de los pequeños tramos en que ha quedado dividido el trazado, calculamos esta $V_{ferrocarril}$ "específica", asociada al radio que hemos obtenido para cada uno de ellos al procesar la información cartográfica.

Los valores del peralte, la distancia entre carriles y la aceleración sin compensar se pueden definir por el usuario a través del *formulario,* aunque se han establecido unos valores por defecto, que son los siguientes:

d = *1.740 mm* (correspondiente al ancho de vía RENFE).
γ_{sc}= *0,65 m/s*^{2} (límite impuesto por RENFE).
h = *160 mm* (máximo peralte impuesto por RENFE).

4.3. VELOCIDAD ESPECÍFICA EN CARRETERAS

Para hallar la velocidad específica en carreteras, seguiremos fielmente los criterios que marca la Norma de Trazado [1]. Si nos atenemos a ellos, deberemos diferenciar entre dos grupos de carreteras, puesto que las relaciones entre velocidad específica, radio de curvatura y peralte se definen de forma distinta según si la carretera pertenece a uno o a otro grupo:

- *Grupo 1*: Autopistas, autovías, vías rápidas y carreteras convencionales con velocidad de proyecto de 100 km/h (C-100).
- *Grupo 2*: Carreteras convencionales con velocidades de proyecto inferiores a los 100 km/h (C-80, C-60 y C-40).

Puesto que la herramienta se ha programado para hacer también esta distinción, en el *formulario* que se muestra en pantalla al ejecutar el programa, lo primero que hay que especificar es el tipo de viario al que pertenece el trazado seleccionado:

- o *Carretera del grupo 1*
- o *Carretera del grupo 2*
- o *Ferrocarril*

Planteamos de nuevo el equilibrio de fuerzas sobre el vehículo durante el giro (en el plano transversal a la trayectoria del mismo), que es prácticamente idéntico al que obteníamos en el caso del ferrocarril (ver Figura 4.3); la diferencia básica es que en carreteras aparecen unas fuerzas de rozamiento entre las ruedas y el pavimento (T_1, T_2).

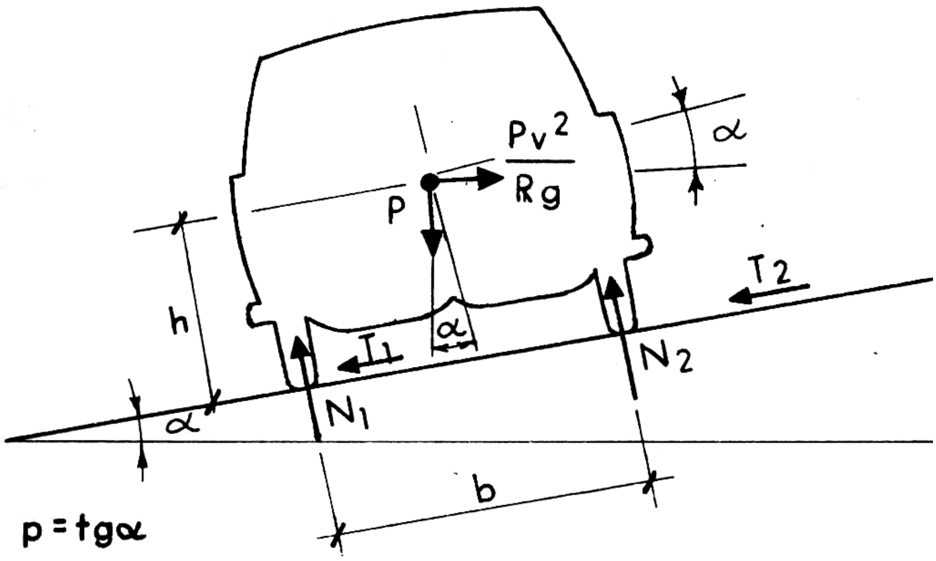

Figura 4.3 – Equilibrio del vehículo durante el giro. Fuente [5]

En este caso, la ecuación que marca el equilibrio en el plano de la calzada es:

$$\frac{P \cdot v^2}{g \cdot R} \cdot \cos\alpha + P \cdot sen\alpha = T_1 + T_2 \qquad (4.5)$$

donde $(T_1 + T_2)$ es la fuerza total de rozamiento. Asumiendo que la velocidad máxima en curva viene limitada por la resistencia del vehículo al deslizamiento, podemos expresar esta fuerza total de rozamiento como el producto del peso total del vehículo por el *coeficiente de rozamiento transversal movilizado* (f_t):

$$T_1 + T_2 = f_t \cdot P \qquad (4.6)$$

La inclinación del plano de la calzada suele tomar valores pequeños, por lo que podemos considerar que $sen\alpha \approx \alpha \approx tan\alpha = p$ *(peralte)*. En carreteras, el peralte se define como la tangente del ángulo de inclinación del plano de la calzada (en tanto por uno). Si lo queremos expresar en %, basta con multiplicar $tan\alpha$ por 100.

Si asumimos además que $cos\alpha \approx 1$ (aproximación que hemos asumido ya implícitamente en la expresión 4.6), y dividimos a ambos lados de la ecuación por el peso del vehículo *(P)*, podemos reescribir la expresión 4.5 del siguiente modo:

$$\frac{v^2}{g \cdot R} + p = f_t \qquad (4.7)$$

De donde despejamos *v* para encontrar la expresión de la *velocidad específica* en función del radio, el peralte y el coeficiente de rozamiento transversal movilizado (una vez aplicados los factores de conversión necesarios):

$$V_e = \sqrt{127 \cdot R \cdot \left(f_t + \frac{p}{100} \right)} \qquad (4.8)$$

Siendo:
V_e = velocidad específica, en km/h.
R = radio de la curva, en m.
f_t = coeficiente de rozamiento transversal movilizado.
p = peralte en %.

Como vemos, igual que en el caso del ferrocarril, la velocidad específica es proporcional a $\sqrt{R}$. En lo sucesivo, encontraremos una nueva expresión de la velocidad específica en carreteras, debido a que necesitaremos expresar algunos parámetros en función del radio y la velocidad específica, sin que ello implique que deje de haber una relación de dependencia lineal entre V_e y $\sqrt{R}$.

A nivel de programación, necesitamos obtener la velocidad específica de cada pequeño tramo, del que tan solo conocemos el radio de curvatura (que hemos calculado previamente mediante el *modelo de reconocimiento de radios*). Es decir, que necesitaremos expresar V_e únicamente en función de R: para ello se ha buscado expresar el resto de variables que intervienen en el cálculo de la velocidad específica (el peralte y el coeficiente f_t) en función del radio R o bien la propia velocidad específica V_e.

El radio es fácilmente relacionable con el peralte, si nos atenemos a los criterios que marca la Normativa de Trazado [1]:

- *Grupo 1)* Autopistas, autovías, vías rápidas y carreteras C-100:

250 < R < 700	p = 8
700 < R < 5000	p = 8 - 7,3 (1 - 700/R)^{1,3}
5000 < R < 7500	p = 2
7500 < R	Bombeo

Tabla 4.1 – Peraltes para carreteras del grupo 1. Fuente: [1]

- *Grupo 2)* Carreteras C-80, C-60 y C-40:

50 < R < 350	p = 7
350 < R < 2500	p = 7 - 6,08 (1 - 350/R)^{1,3}
2500 < R < 3500	p = 2
3500 < R	Bombeo

Tabla 4.2 – Peraltes para carreteras del grupo 2. Fuente: [1]

Siendo: R = radio de la curva circular (m).
p = peralte (%).

La herramienta programada calcula, en función del radio, el peralte correspondiente según lo expuesto en las Tablas 4.1 y 4.2 y lo incorpora a la expresión 4.8 para el cálculo de la velocidad específica.

El siguiente paso será determinar el *coeficiente de rozamiento transversal movilizado* f_t en cada caso, para lo cuál recurrimos, una vez más, a la Normativa vigente. Ésta nos dice que, para toda curva circular, con el peralte que le corresponde según lo indicado anteriormente, se debe cumplir que, recorrida la curva circular a velocidad igual a la específica, no se sobrepasarán los valores de f_t de la Tabla 4.3.

Ve (km/h)	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
$\mathbf{f_t}$	0,180	0,166	0,151	0,137	0,122	0,113	0,104	0,096	0,087	0,078	0,069	0,060

Tabla 4.3 – Máximo f_t en función de V_e. Fuente: [1]

Construimos un gráfico con los valores de la Tabla 4.3 y descubrimos que la relación entre f_t y V_e es una función lineal definida a trozos (ver Figura 4.4).

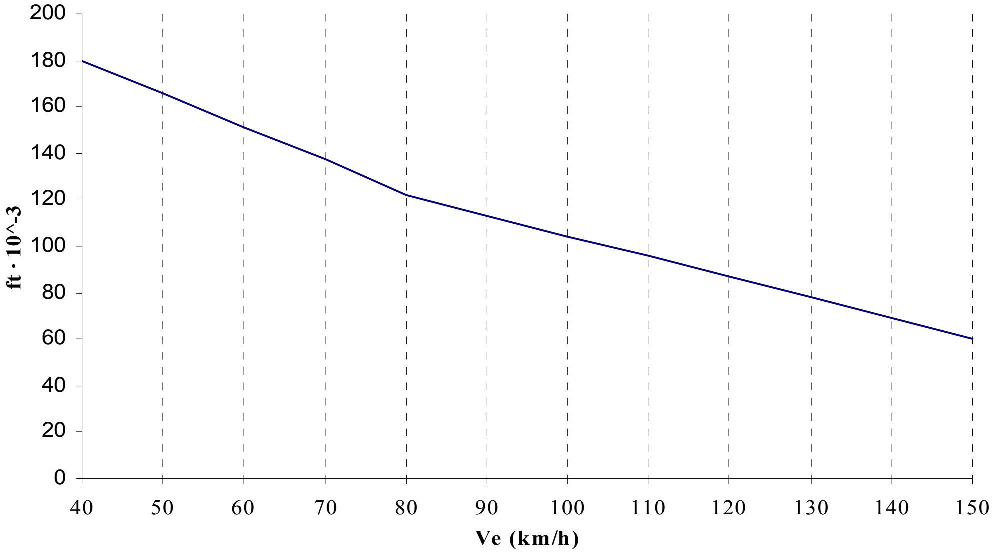

Figura 4.4 – Máximo f_t en función de V_e. Fuente: [1]

Definimos pues, el máximo coeficiente de rozamiento transversal movilizado *(f_t)* del siguiente modo:

- Para velocidades específicas comprendidas entre 40 y 80 km/h *(R < 250 m)*:

$$f_t = \frac{-0{,}0145}{10} \cdot V_e + K_2 \qquad (4.9)$$

donde K_2 es una constante.

$$0{,}180 = \frac{-0{,}0145}{10} \cdot 40 + K_2 \tag{4.10}$$

Por tanto, $K_2 = 0{,}238$ y

$$f_{t1} = -1{,}45 \cdot 10^{-3} \cdot V_e + 0{,}238 \tag{4.11}$$

- Para velocidades específicas comprendidas entre 80 y 150 km/h *(R > 250 m):*

$$f_{t2} = \frac{-0{,}009}{10} \cdot V_e + K_3 \tag{4.12}$$

donde K_3 es una constante.

$$0{,}060 = -9 \cdot 10^{-4} \cdot 150 + K_3 \tag{4.13}$$

Por tanto, $K_3 = 0{,}195$ y

$$f_{t2} = -9 \cdot 10^{-4} \cdot V_e + 0{,}195 \tag{4.14}$$

Hemos conseguido, pues, definir el máximo coeficiente f_t que marca la Normativa en función de la velocidad específica. Si introducimos ahora las expresiones 4.11 ó 4.14 (según si el radio es mayor o menor que los 250 m) en la expresión de la velocidad específica (4.8), podremos despejar V_e, de modo que la única variable sea el radio de curvatura (R), que era precisamente lo que pretendíamos.

El peralte *(p)* lo hemos calculado previamente en función del radio, según lo expuesto en las Tablas 4.1 y 4.2, por lo que es un valor conocido.

La expresión final de la velocidad específica en función del radio *(R)* es la siguiente:

- Para $R < 250\ m$:

$$V_e = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{0.03391 \cdot R^2 + 508 \cdot R \cdot (0.238 + p)} - 0.18415 \cdot R \right) \tag{4.15}$$

- Para $R > 250\ m$:

$$V_e = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{0.01267 \cdot R^2 + 508 \cdot R \cdot (0.193 + p)} - 0.1125 \cdot R \right) \tag{4.16}$$

donde:
V_e = velocidad específica, en km/h.
R = radio de la curva, en m.
p = peralte, en tanto por uno.

Finalmente, hemos encontrado una manera de calcular la velocidad específica en función (únicamente) del radio, para cada uno de los pequeños tramos en los que el *modelo de reconocimiento de radios* había fragmentado nuestro trazado. Además lo hemos hecho huyendo del simplismo y tratando de realizar un cálculo lo más preciso posible, basándonos, para ello, en la Normativa de Trazado [1] para carreteras y en la Norma de RENFE para el ferrocarril.

Tal como habíamos anticipado, la expresión final obtenida para la velocidad específica en carreteras (4.15, 4.16) difiere un poco de la expresión general (4.8). La velocidad específica sigue siendo proporcional a $\sqrt{R}$, pero incorpora ahora también términos de proporcionalidad con R. No obstante, el coeficiente que acompaña a $\sqrt{R}$ es sensiblemente mayor que los que acompañan a R, que además tienen sentidos opuestos, por lo que la dependencia dominante es con $\sqrt{R}$.

4.4. VELOCIDAD DE PLANEAMIENTO

Una vez que hemos calculado la velocidad específica de cada uno de los elementos en que ha quedado dividido el trazado, el programa calcula la *velocidad de planeamiento* para cada uno de los *arcos* (o entidades) que lo componen.

Como comentábamos al inicio del capítulo, la velocidad de planeamiento de un tramo *(V_p)* es útil para juzgar su homogeneidad, y se define como la media armónica de las velocidades específicas de cada uno de sus elementos, ponderadas según la longitud de cada uno de ellos:

$$V_p = \frac{\sum l_k}{\sum (l_k / V_{ek})} \qquad (4.17)$$

Siendo:
l_k = longitud del elemento k.
V_{ek} = velocidad específica del elemento k.