

3.1. CONSIDERACIONES PREVIAS

La aplicación desarrollada se ha programado de tal modo que extrae toda la información necesaria acerca del trazado a estudiar directamente de cartografía, implementada en los Sistemas de Información Geográfica, concretamente el SIG *Geomedia* (en cualquiera de sus versiones).

La información cartográfica disponible proviene en gran medida de la base topográfica del *Institut Cartogràfic de Catalunya* (ICC):

- Las versiones a escala 1:5.000 y 1:50.000 se han considerado adecuadas para la aplicación de la herramienta, puesto que ambas se construyen a partir de fotografía aérea. Obviamente, la cartografía 1:5.000 es más precisa; por el contrario, la 1:50.000 incorpora tramos en proyecto y las modificaciones de última hora.
- Las versiones a escala 1:100.000 y 1:250.000 se han descartado, puesto que se construyen como derivación de la cartografía 1:50.000 y el trazado se simplifica (se eliminan curvas, etc.). Del mismo modo, se desaconseja el uso de las cartografías 1:10.000 y 1:25.000, puesto que son derivaciones de la cartografía 1:5.000 y podemos encontrarnos con el mismo problema.
- Por otro lado, tenemos el reconocimiento de la red de carreteras catalanas mediante recorrido *in situ* con tecnología *GPS* al que hacíamos referencia en la *Introducción*; la regeneración realizada a partir de estos datos está disponible en la base de *Geomedia* y tiene una precisión muy cercana a la cartografía 1:5.000.

En el *Capítulo 6* se analizarán con más detalle los soportes cartográficos disponibles para la ejecución de la herramienta, tratando de acotar el error inherente en cada uno de ellos.

Como se ha comentado anteriormente, la información cartográfica que obtiene nuestra aplicación de *Geomedia* es, en esencia, las coordenadas (X, Y, Z) de una serie de *puntos* del eje trazado, que se organizan en entidades de un orden superior (*arcos*).

El sistema de referencia geodésico es el sistema oficial denominado ED50 (European Datum 1950), establecido como reglamentario por el Decreto 2303/1970 y constituido por:

- Elipsoide Internacional (Hayford, 1924)
- Datum Postdam (Torre de Helmert)

3.2. EL TRAZADO EN PLANTA DE LAS OBRAS LINEALES

El trazado en planta de toda obra lineal (ya sea carretera o vía férrea) se compone de la adecuada combinación de tres elementos básicos:

- *Alineaciones rectas*
- *Curvas circulares*
- *Curvas de transición*

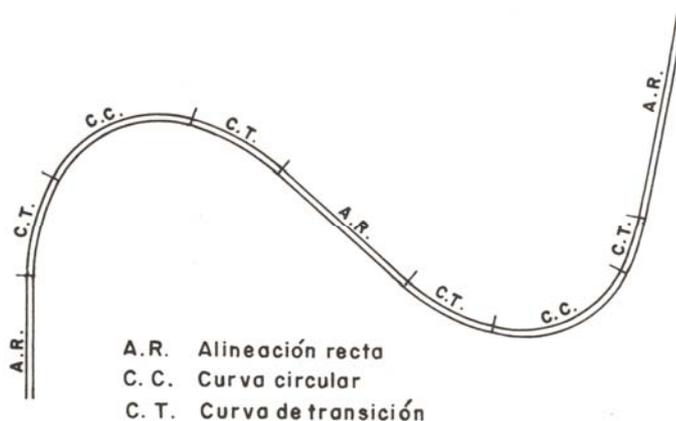


Figura 3.1 – Trazado en planta. Fuente: [5]

Las *alineaciones rectas* son aquellas que en el plano horizontal se representan por una recta, proyección del eje de la vía sobre dicho plano.

- En el trazado de carreteras, la longitud de este tipo de alineaciones se ve limitada por motivos de seguridad vial, ya que una recta excesivamente larga provoca monotonía en la conducción y favorece la falta de atención y, en conducción nocturna, el conductor está constantemente sometido al efecto perturbador de los faros de los vehículos que circulan en sentido contrario.
- Por contra, el ferrocarril no presenta tales inconvenientes y es por ello que en el trazado de líneas férreas se proyectan alineaciones rectas de gran longitud.

Denominamos *curvas circulares* a las alineaciones curvas de radio constante, y su representación en el plano horizontal es un simple arco de circunferencia.

- Los mismos condicionantes que llevan a limitar la longitud de las alineaciones rectas en el trazado de carreteras, desaconsejan el uso de radios excesivamente generosos; es por ello que se suele recomendar no proyectar radios superiores a los 9.000 m.
- En el trazado de ferrocarriles, sin embargo, no es extraño el uso de radios superiores a los 10.000 m.

Las *curvas de transición* tienen por objeto evitar discontinuidades en la curvatura de la traza, es decir, hacen de enlace o transición entre los otros dos elementos básicos del trazado (alineaciones rectas y curvas circulares), tal como se aprecia en la Figura 3.2.

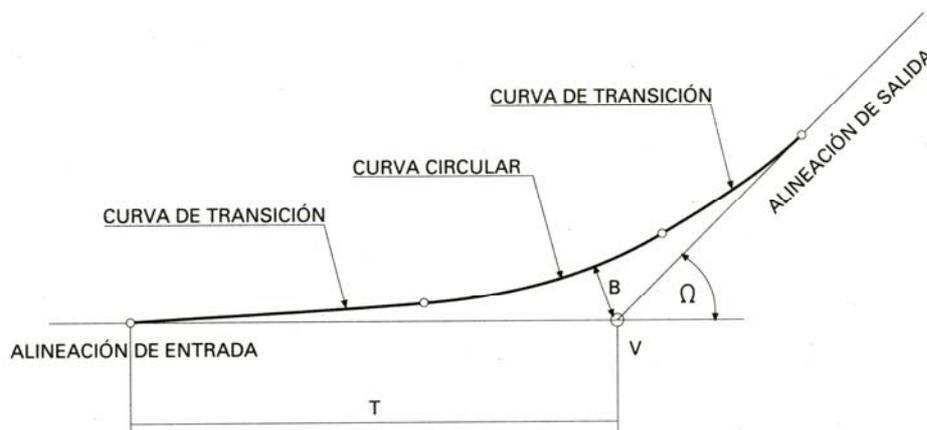


Figura 3.2 - Curvas de transición. Fuente: [1]

La curva que se utiliza a la hora de proyectar transiciones, tanto ferroviarias como de carreteras, es la *clotoide*, que tiene la propiedad de que la curvatura varía proporcionalmente a la longitud recorrida. Su ecuación intrínseca es:

$$R \cdot L = A^2 \quad (3.1)$$

Siendo:

R = radio de curvatura en un punto cualquiera.

L = longitud de la curva entre su punto de inflexión ($R = \infty$) y el punto de radio R .

A = parámetro de la clotoide, característico de la misma.

La clotoide, como curva de transición, tiene la particularidad de que si se recorre a velocidad constante y se combina con una variación lineal del peralte:

- Se obtiene una variación de la aceleración centrífuga constante.
- La trayectoria equivale a girar el volante de un vehículo con una velocidad angular constante.

Además, de entre las posibles curvas de transición (como la lemniscata de *Bernouilli*, la parábola cúbica o los óvalos de *Cassini*) la clotoide es la más sencilla de replantear en el terreno.

3.3. LA CLOTOIDE COMO ELEMENTO DE TRAZADO

Según lo descrito, el trazado de las obras lineales se compone de una sucesión de rectas, curvas circulares y clotoides. Éstas pueden sucederse en diferentes órdenes, pero no todos ellos son admisibles y/o recomendables. De hecho, la norma actual de trazado de carreteras [1] tan sólo admite tres tipos de sucesiones en las que intervengan clotoides:

- (1) Alineación circular acordada mediante clotoides entre rectas.
- (2) Curvas circulares de sentido inverso acordadas mediante clotoides (curva en S).
- (3) Curvas circulares del mismo sentido acordadas mediante clotoide (curva en C).

En el acuerdo de tipo (3) -curva en C- la sucesión de alineaciones es: *curva circular-clotoide-curva circular*. Las restricciones que impone la norma a este tipo de alineaciones hacen que se trate de un acuerdo entre curvas de radio similar. En la Figura 3.3 podemos ver un acuerdo de este tipo, donde se observa claramente que la clotoide hace la transición entre un radio de entrada R_1 y otro de salida R_2 , sin que el desarrollo de la misma alcance el punto teórico de curvatura nula (o punto de inflexión). Por el contrario, en los acuerdos de los tipos (1) y (2) encontraremos clotoides con transiciones desde radio infinito (curvatura nula) hasta un cierto radio R (curvatura = $1 / R$).

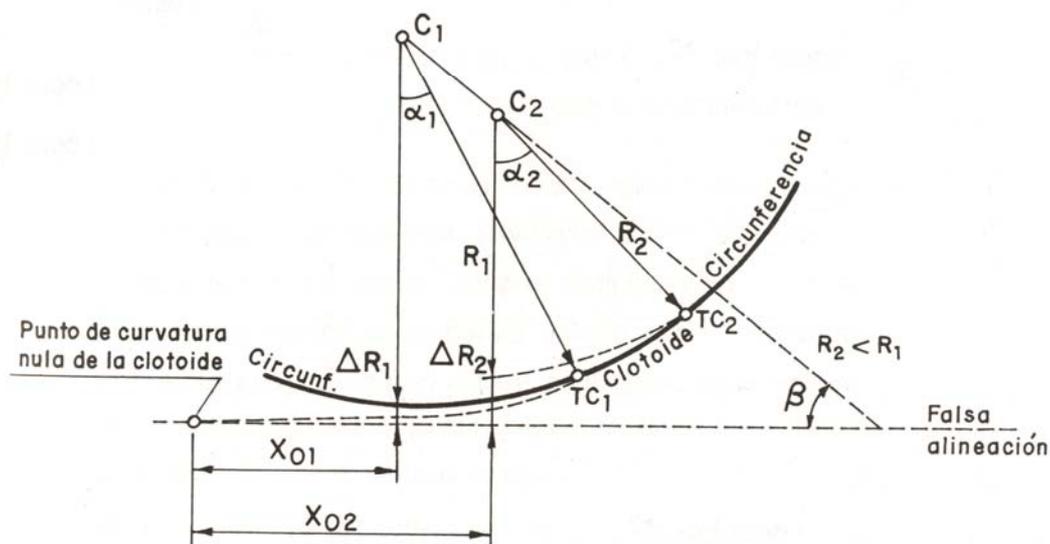


Figura 3.3 – Acuerdo entre curvas sucesivas del mismo sentido (curva en C).
Fuente: [6]

En el acuerdo de tipo (1) la sucesión es: *recta-clotoide-curva circular-clotoide-recta*. Tal como se observa en la Figura 3.4, la primera de las clotoides sirve de transición entre el radio infinito de la recta de entrada y el radio R de la curva circular; la segunda hace la transición inversa, de radio R a radio infinito. Es aconsejable que ambas clotoides tengan el mismo parámetro, produciéndose en tal caso una situación de simetría respecto al eje que describe la bisectriz del arco que forma la curva circular.

En el acuerdo de tipo (2) – curva en S - la sucesión es: *curva circular-clotoide-(alineación intermedia)-clotoide-curva circular* (Figura 3.5). Al tratarse de dos curvas circulares de sentido inverso, es necesario pasar por un punto de curvatura nula, que a menudo se convierte en una alineación recta; en cualquier caso, la primera de las clotoides hace la transición entre el radio R_1 de la curva circular de entrada y un punto de curvatura nula (radio infinito); y la segunda hace la transición entre radio infinito y el radio R_2 de la segunda curva circular.

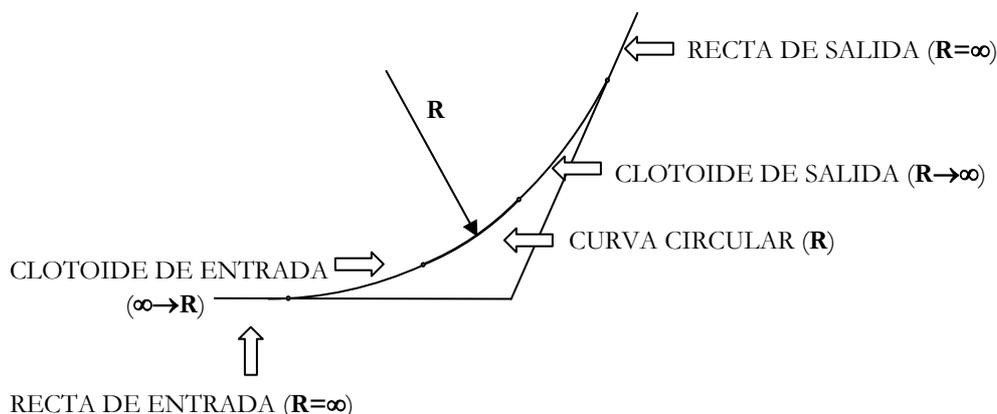


Figura 3.4 – Alineación circular acordada mediante clotoides entre rectas.

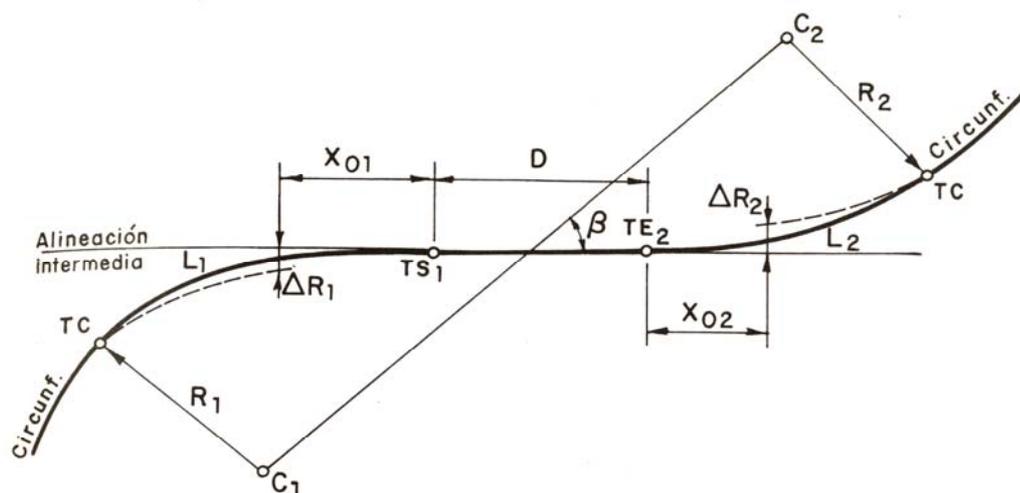


Figura 3.5 – Acuerdo entre curvas sucesivas de sentido inverso (curva en S).
Fuente: [6]

3.4. MODELIZACIÓN DEL TRAZADO: RECONOCIMIENTO DE RADIOS

La aplicación desarrollada trabaja sobre una base cartográfica en formato digital, consistente en una sucesión no equiespaciada de puntos del eje del trazado. Lo que hace el programa es caracterizar dicho trazado mediante lo que denominaremos *modelo gráfico de reconocimiento de radios*. Básicamente, la caracterización que hacemos del trazado consiste en asociar a cada uno de los puntos del mismo un radio y una longitud, transformando el recorrido de puntos de que disponemos en una modelización (simulación) del trazado, formada únicamente por curvas circulares y alineaciones rectas.

Dejando a un lado el error inherente en las coordenadas UTM del soporte cartográfico, el *modelo de reconocimiento de radios*, aplicado a una curva circular, calcula el radio de la misma de manera exacta, siempre que disponga de tres o más puntos pertenecientes a la curva en cuestión. Es por ello que asumiremos que las curvas circulares del trazado están bien caracterizadas. Del mismo modo, siempre que el programa encuentra tres puntos alineados, determina un tramo de alineación recta; así pues, asumiremos que también las alineaciones rectas están bien caracterizadas.

Todo ello significa que el *modelo gráfico de reconocimiento de radios* (de ahora en adelante, simplemente *modelo*) se ajusta razonablemente bien a la realidad del trazado, en lo que a alineaciones rectas y curvas circulares se refiere. Lo que deberemos determinar, por tanto, es el error cometido al aplicar el *modelo* a las curvas de transición (*clotoides*), tema en el que se ahondará en el *Capítulo 6. Análisis del error*.

El radio asociado a cada punto se obtiene aplicando principios básicos de geometría, utilizando los puntos anterior y posterior al mismo para calcular el radio del arco circular que pasa por los tres puntos. Se ha programado un algoritmo que intersecta las mediatrices de los segmentos que unen cada punto con su antecesor y su predecesor en la sucesión de puntos; el punto de intersección de ambas rectas es el centro del arco que une los tres puntos, y el radio de dicho arco es el radio de curvatura que asociamos al punto en cuestión. Este sencillo proceso gráfico requiere, no obstante, una formulación analítica compleja, que se ha obviado en este texto al considerar que no aporta nada para la comprensión del *modelo* propuesto.

La Figura 3.6 trata de ejemplificar el proceso de reconocimiento de radios; como podemos ver, cuando se aplica sobre una curva circular, el modelo simplemente divide dicha curva en pequeños arcos.

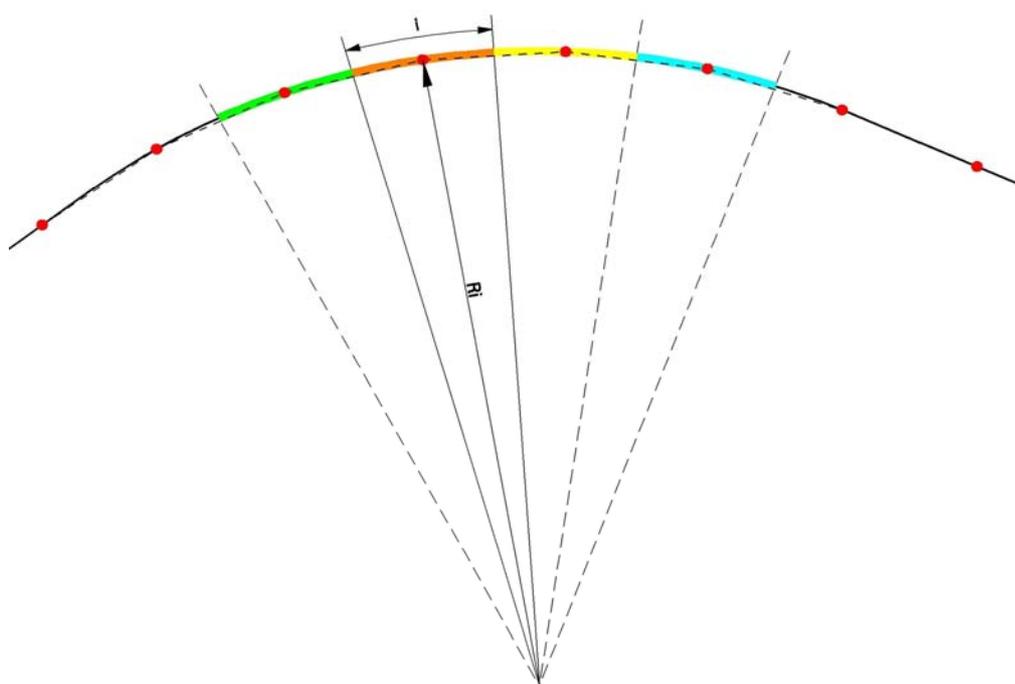


Figura 3.6. – Modelo gráfico de reconocimiento de radios

Cuando el *modelo* encuentra un punto que está alineado con los puntos anterior y posterior al mismo, determina un tramo de recta, al que asigna un radio lo suficientemente grande como para que la velocidad específica sea siempre la máxima de la vía a la que pertenece el tramo. Concretamente, el programa asocia a los tramos rectos (de radio infinito) un “radio” de 10.000 m, siendo éste lo suficientemente elevado como para no limitar en ningún caso la velocidad. No obstante, cuando el programa encuentra una curva circular de radio superior a los 10.000 m, la caracteriza como tal.

La longitud asociada a cada uno de los puntos del trazado (que será la longitud que asignaremos al tramo de radio asociado a ese punto) se calcula de dos formas distintas:

- *mediante arcos*: la longitud asociada a cada radio es la suma de las mitades de los arcos entre el punto estudiado y el anterior y entre el punto estudiado y el punto posterior al mismo.
- *mediante polilínea*: uniendo consecutivamente todos los puntos que forman nuestro trazado mediante una polilínea, la longitud asociada a cada radio en este caso es la suma de las mitades de los segmentos que unen el punto estudiado con el anterior y el posterior al mismo.

En la Figura 3.7 podemos observar la diferencia entre estas dos formas de calcular la longitud asociada al punto i , donde L_{arc} es la longitud calculada mediante arcos y L_{pol} mediante polilínea.

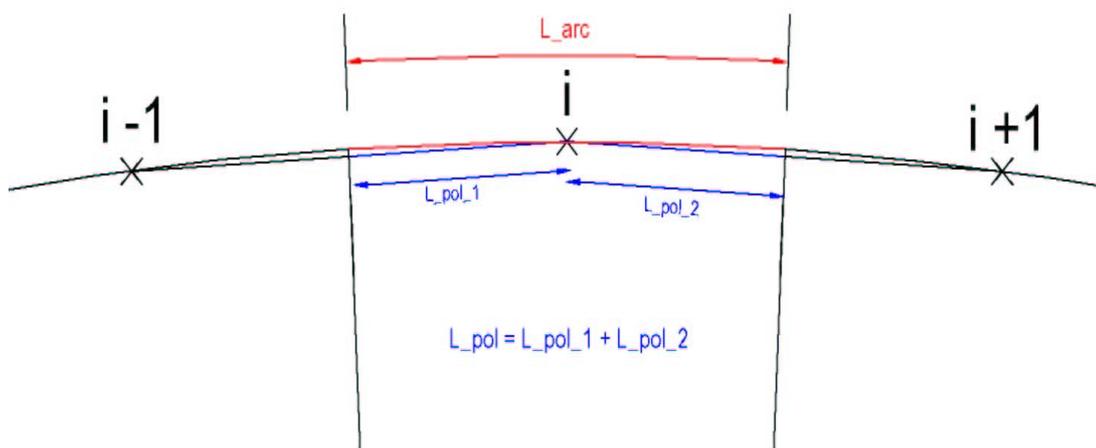


Figura 3.7. – Longitud asociada al punto i (mediante arco / polilínea)

El coste computacional de calcular las longitudes mediante polilínea es sensiblemente inferior al del cálculo de longitudes mediante arcos; además, este último (que es conceptualmente más preciso) requiere un número mayor de operaciones, por lo que acarrea mayores errores de redondeo y de propagación.

Cuando la distancia entre puntos sucesivos sea pequeña en relación con el radio, las dos longitudes calculadas serán prácticamente idénticas; en la práctica se ha comprobado que esto es así y la explicación es trivial, puesto que el ángulo descrito por los arcos sucesivos

es también muy pequeño (del orden de 10^{-2} rad). Mientras que la longitud del arco vale $R \cdot \alpha$, la longitud asociada a la polilínea correspondiente vale $R \cdot \text{sen}(\alpha)$ y, para valores de α pequeños, $\text{sen}(\alpha) \cong \alpha$.

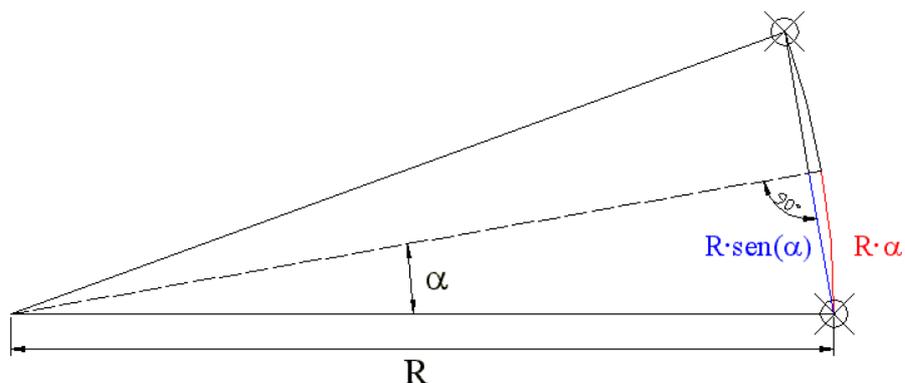


Figura 3.8. – Longitud medida por arcos y polilínea

La poca divergencia en los resultados (en ningún caso analizado se observa una divergencia superior al 1%) y el mayor coste computacional del cálculo mediante arcos, unido a que no hay una certeza sobre cuál de los dos métodos se ajusta más a la realidad del trazado (especialmente en trazados suaves), aconsejan realizar el cálculo de las longitudes asociadas a cada radio mediante polilínea, a pesar de que la versión estándar del programa realiza ambos cálculos.

Al acabar este proceso de reconocimiento de radios, tenemos ya caracterizado el trazado en pequeños tramos; lo que hemos obtenido es un listado de longitudes y radios (L_i , R_i) para cada uno de los *arcos* (entidades geométricas) que componen el conjunto del trazado a analizar. El siguiente paso será asociar a cada radio R_i una velocidad específica.