

1. ANÀLISI TEÒRICA GENÈRICA

Com s'ha comentat en el capítol anterior cal utilitzar les mesures de calats realitzades al laboratori per tal de confeccionar una **corba d'aforament**. D'aquesta manera es pretén que a partir de la lectura del calat en un punt concret de l'aforador se'n dedueixi fàcilment el cabal circulant.

Abans de començar a tractar les dades experimentals és necessari realitzar un estudi teòric per veure quina forma tindria la corba a ajustar als valors experimentals. Una vegada es conegués la naturalesa d'aquesta funció caldria optimitzar els seus coeficients per tal d'ajustar la funció a les mesures segons el criteri i el mètode convenient.

Per il·lustrar el problema realitzarem per sobreexidors de llavi prim una anàlisi anàloga a l'estudi que cal fer per l'aforador que ens ocupa. Com s'ha explicat en el capítol 1 un sobreexidor és un obstacle col·locat perpendicularment al fluxe que aquest ha de superar. Per tal de fer-ho la làmina d'aigua augmenta de cota i s'origina una caiguda, sigui quina sigui la forma i la longitud del sobreexidor. L'existència d'una caiguda comporta sempre la transició de règim subcrític o lent a règim supercrític o ràpid. Si el sobreexidor fos suficientment llarg com per permetre la formació d'un règim crític per superar l'obstacle fàcilment obtindríem una relació entre el calat crític mesurat i el cabal circulant. Malauradament els sobreexidors no són prou llargs i el règim crític es forma en un punt desconegut i variable amb el cabal.

El fenomen físic que té lloc en una caiguda és de gran complexitat. Les línies de corrent adopten una corbatura considerable per poder superar el sobreexidor i com a conseqüència el camp de velocitats és molt complex. Això suposa que les pressions no siguin hidrostàtiques i per això qualsevol consideració energètica està afectada d'imprecisions. Així doncs, la relació entre el calat d'aigua al sobreexidor i el cabal no pot ser afrontada analíticament.

La determinació d'una fórmula per sobreexidors requereix de certes simplificacions del problema així com de la inclusió de coeficients experimentals. Bàsicament caldrà considerar que les pèrdues d'energia són negligibles i que just després de la caiguda l'aigua té una pressió equivalent a la la pressió atmosfèrica. Per afrontar aquesta anàlisi s'han utilitzat els desenvolupaments teòrics que *Jain* [3] utilitza en el seu llibre.

Tenint en compte les hipòtesis de fluxe realitzades i considerant que dos punts col·locats sobre la mateixa vertical tenen la mateixa energia específica, es pot estimar la velocitat de la partícula A de la figura 6.1.1 coneixent l'energia cinètica específica d'aquesta partícula:

$$E = z + h = z + v_A^2/2g \Rightarrow h = v_A^2/2g \Rightarrow v_A = \sqrt{2gh} \quad (6.1.1)$$

On E és l'energia específica total respecte d'un pla horitzontal de referència arbitrari qualsevol, z_A la cota de la partícula respecte aquest pla i h_A la distància que separa A de la línia d'energia.

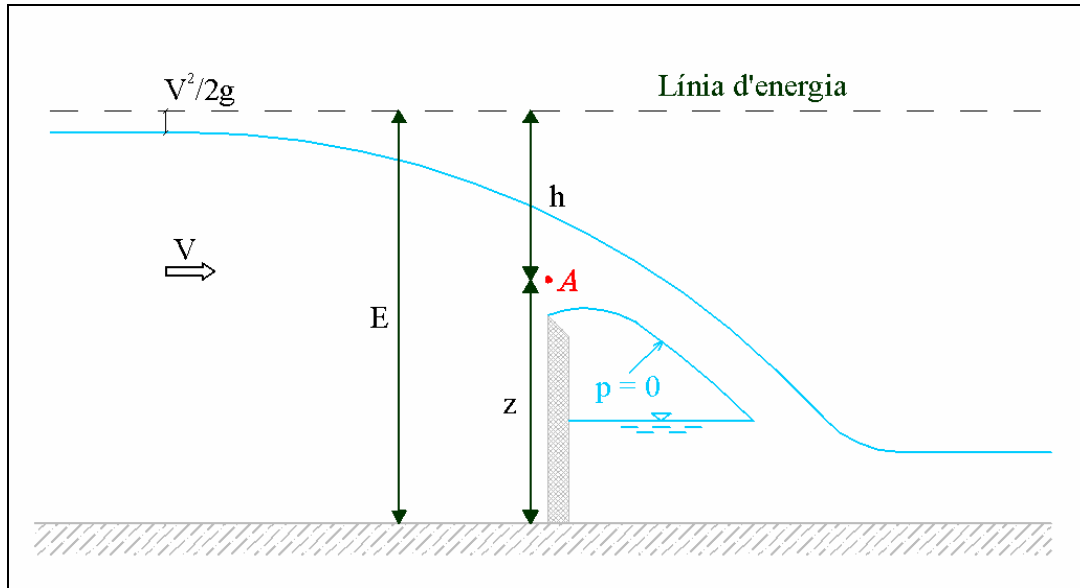


Figura 6.1.1. Fluxe per sobre d'un sobreexidor de llavi prim

Un cop coneguda la velocitat d'una partícula en funció de la seva posició només cal integrar aquestes velocitats en la secció per conèixer el cabal. Per exemplificar els càlculs emprarem dos exemples senzills i habituals: sobreexidor rectangular que ocupa tota l'amplada del canal i sobreexidor triangular. En el primer dels casos la integral a resoldre i la seva solució presenten el següent aspecte:

$$Q = B \int_{V_0^2/2g}^{H+V_0^2/2g} \sqrt{2gh} \, dh = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2gH}^{3/2} \quad (6.1.2)$$

Mentre que pel sobreexidor triangular l'expressió és lleugerament més complexa:

$$Q = 2 \int_0^{B/2} \int_{V_0^2/2g}^{H - x/\tan(\alpha/2) + V_0^2/2g} \sqrt{2gh} \, dh dx = \frac{8}{15} C_d \sqrt{2g \tan(\alpha/2)} H^{5/2} \quad (6.1.3)$$

En ambdós casos H és el calat just en la secció del sobreexidor, B és l'amplada efectiva del fluxe sobre el sobreexidor i α és l'angle d'obertura que formen els dos llavis de l'aforador triangular entre sí. En les dues equacions les primitives obtingudes estan multiplicades per un coeficient C_d anomenat coeficient de descàrrega a ajustar de forma empírica per cada aforador. D'aquesta forma es pretén reduir les imprecisions originades a l'acceptar hipòtesis que com s'ha comentat no són rigurosament certes. També cal comentar que l'aportació del terme $v_0^2/2g$ a la integral s'ha menyspreat.

2. ANÀLISI TEÒRICA DE LA SUPERFÍCIE ESTUDIADA

Per tal de conèixer el tipus de funció a ajustar a les dades mesurades és necessari realitzar un càlcul anàleg al realitzat en l'apartat anterior per la superfície que ens ocupa. Arribat aquest punt es comença a veure la importància que en el capítol 2 es va donar a trobar una superfície ajustada a la pedra estudiada de forma analítica. En aquest cas cal determinar el valor d'una integral i és imprescindible disposar de l'equació del fons de la secció d'aigua.

Pels sobreeixidors estudiats en l'apartat anterior és evident quina és la secció a integrar per determinar el cabal, o dit d'una altra forma, resulta clar en quin punt exacte del fluxe aquest es troba el sobreeixidor. En canvi, en el cas que ens ocupa el fons experimenta una transició gradual i en principi la determinació de la secció emprada per ajustar la corba de cabal no és tan directa. En qualsevol cas, sigui quina sigui aquesta secció sí se sap que tindrà un valor de coordenada y concreta i que l'equació de la corba que representa el fons en aquesta secció serà del tipus següent:

$$z(x) = a + 6,359 * [x]^{3,282} / ([x]^{3,282} + b) \quad (6.2.1)$$

On a i b són funcions de y constants en tota la secció.

Per tant la integral que cal resoldre és la següent:

$$Q = 2 \int_0^{50} \int_{V_0^2/2g}^{H - z(x) + V_0^2/2g} \sqrt{2gh} \, dh dx = 2 \sqrt{2g} \int_0^{50} [H - z(x)]^{3/2} dx \quad (6.2.2)$$

Introduïnt l'expressió de $z(x)$, realitzant les simplificacions pertinents i reagrupant constants la integral a resoldre adopta la següent forma:

$$Q = 2 \sqrt{2g} \int_0^{50} \left[A - \frac{B}{(x^{3,282} + C)} \right]^{3/2} dx \quad (6.2.3)$$

On A , B i C són constants el valor de les quals per ara no és rellevant.

Malauradament aquesta integral no pot ser resolta analíticament o almenys no utilitzant els mitjans disponibles. Per aquest motiu no es pot deduir de forma directa la forma de la corba d'aforament tal i com s'ha realitzat en l'apartat 1 d'aquest capítol. També cal tenir en compte que l'estructura estudiada no és un sobreeixidor de llavi prim i per aquest motiu el fluxe no es desenganxa de la solera, donant lloc a pressions desconegudes i diferents a l'atmosfèrica.

3. DETERMINACIÓ DEL CABAL

Malgrat la impossibilitat de conèixer una possible forma de corba d'aforament per mitjà de tècniques analítiques, les mesures efectuades al laboratori proporcionen informació suficient com per poder avaluar amb prou precisió el cabal.

Es disposa d'una sèrie continuada de calats d'aigua corresponents a un gran rang de cabals en punts de l'eix longitudinal del model cada 6 centímetres. Mesurant la diferència de calat respecte un cabal nul en qualsevol d'aquests punts es podria obtenir una aproximació del cabal realment bona per la gran quantitat de mesures realitzades. En la següent gràfica es pot observar l'aspecte d'alguna d'aquestes corbes.

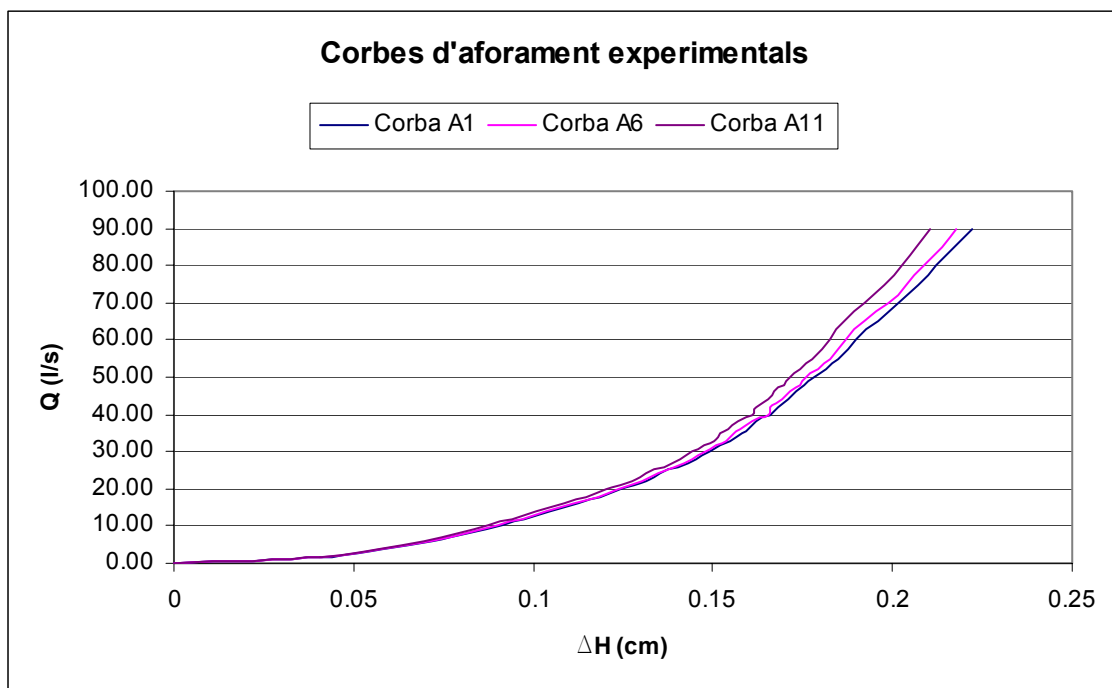


Figura 6.3.1. Corbes d'aforament experimentals corresponents als punts A1, A6 i A11.

Cal remarcar que segons el conveni seguit al laboratori, el punt A_i és aquell punt de l'eix longitudinal que es troba a una distància de $6 \cdot i$ centímetres de l'extrem aigües amunt del model. D'aquesta manera el punt A1 es troba a 6 centímetres d'aquest extrem, el punt A2 a 12 centímetres i així successivament.

La metodologia d'ús consistiria senzillament en determinar el punt homòleg de qualsevol A_i en un aforador real i un cop mesurat el calat transformar-lo a **calat unitari** dividint entre la raó de semblança (λ_L). De manera gràfica obtindríem l'anomenat **cabal unitari** que posteriorment seria transformat a cabal real multiplicant per la raó de semblança per cabals ($\lambda_L^{5/2}$). Aquest mètode sembla prou útil per la seva simplicitat i per la bondat dels resultats obtinguts però presenta dues deficiències:

- Es necessita treballar en suport paper i disposar sempre d'aquestes gràfiques per aproximar el valor del cabal.
- Cal mesurar els calats exactament en els punts homòlegs a aquells en que es van mesurar els calats al laboratori.

Per tal de solucionar aquests problemes potencials s'ha decidit elaborar un nou programa en *Matlab* capaç de calcular el cabal mesurat en qualsevol punt de l'aforador emprant *interpolacions lineals*. Aquest programa s'ha anomenat **Aforador.m** i els seus llistats apareixen a l'annex 3 juntament amb la resta de programes elaborats en *Matlab*.

El programa s'encarrega d'avaluar el *cabal unitari* detectant el punt de la superfície que apareix en la figura següent corresponent al calat mesurat i al punt on s'ha mesurat. L'usuari pot mesurar aquest calat en qualsevol punt del domini de l'aforador, i només cal que introdueixi aquestes dades i l'amplada de l'aforador en metres per conèixer el factor d'escala λ_L .

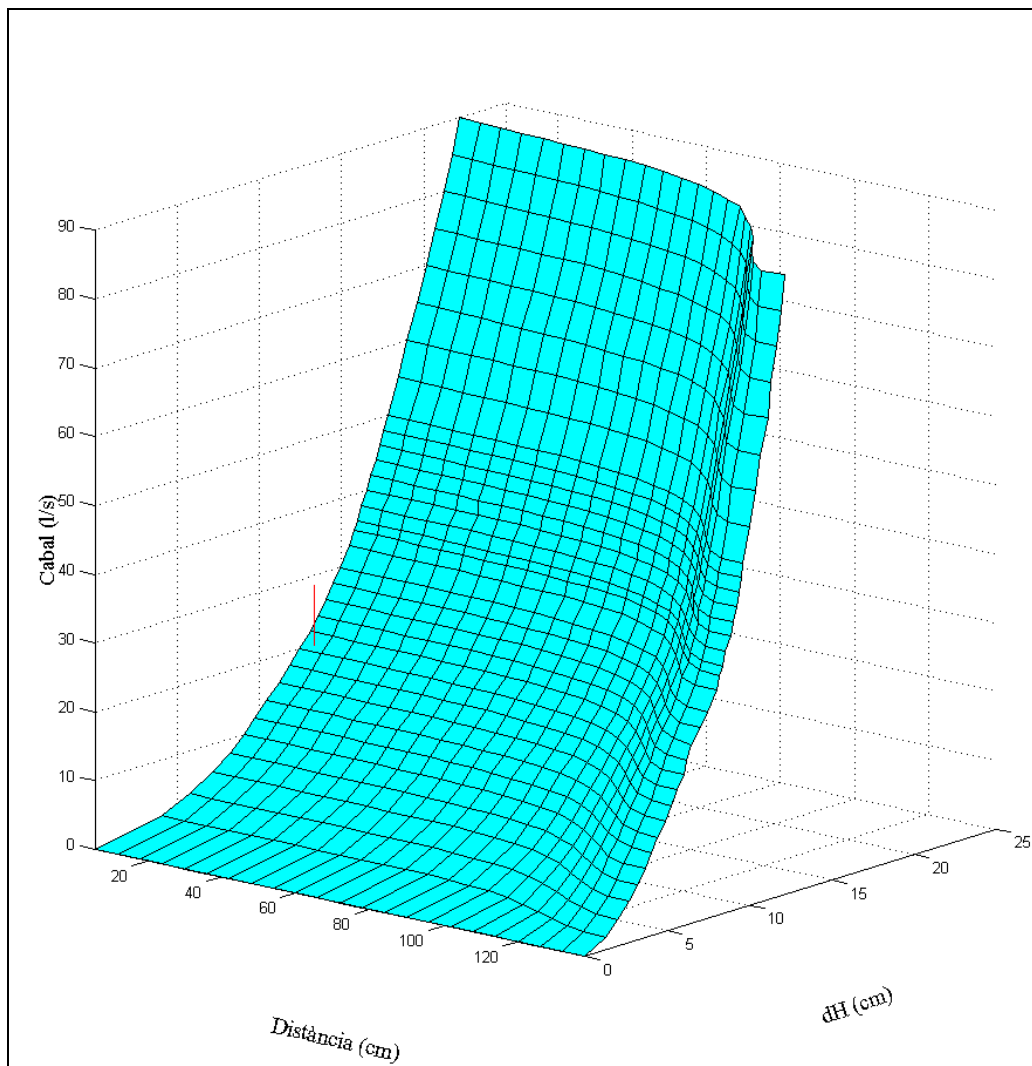


Figura 6.3.2. Superfície d'aforament emprada per la determinació del *cabal unitari*.

El programa interpola linealment el *cabal unitari* a partir dels valors coneguts dels 4 nodes que limiten el recinte més petit possible on es troba el punt en qüestió.

Com no s'han pogut mesurar cabals superiors als 90 l/s, si en un riu circulessin cabals superiors als corresponents a aquest cabal segons l'escala de Froude, aquest mètode no permetria la determinació del valor del cabal. En el següent gràfic es pot observar quin és el cabal màxim que es podria mesurar en funció de l'ample del riu B.

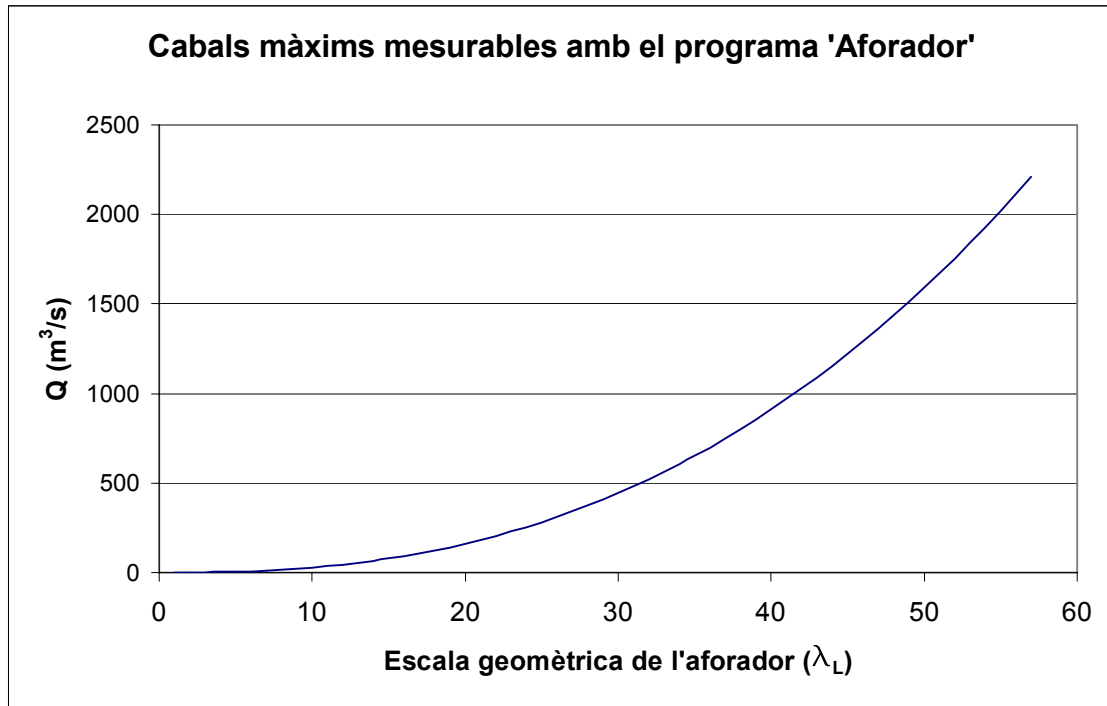


Figura 6.3.3. Cabals màxims estimables a partir de la utilització directa del programa *Aforador.m* per diferents valors d'escala geomètriques.

Com s'ha vingut comentant, l'objectiu principal d'aquest aforador és mesurar un rang ampli de cabals però sobretot cabals petits, que són justament aquells que es mesuren de forma més imprecisa amb els sistemes d'aforadors que s'utilitzen actualment. Tot i això, si es necessiten més dades per poder interpolar un valor de cabal superior al del domini considerat, en el següent capítol s'explica com es poden obtenir aquests valors per mitjà de mètodes numèrics unidimensionals.