APÉNDICE A

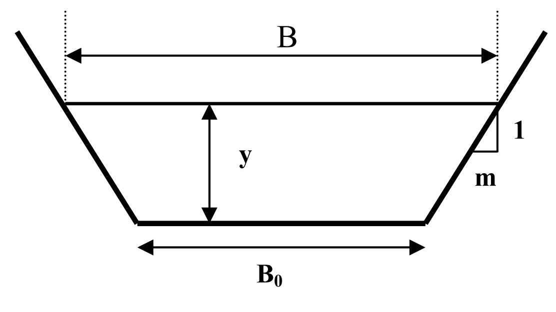
Cálculo de los coeficientes C_0 y D_0 del modelo de Hayami

La expresión general de los coeficientes C y D del modelo de la onda difusiva es:

$$C(Q,z,x) = \frac{1}{B^2\left(\partial S_f / \partial Q\right)}\left[\frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial (BS_f)}{\partial z}\right]$$
$$D(Q,z,x) = \frac{1}{B\left(\partial S_f / \partial Q\right)} \qquad \text{(A.1)}$$

Los coeficientes C_0 y D_0 del modelo de Hayami podrían calcularse a partir de las ecuaciones (A.1), tomando como valor de Q el caudal de referencia Q_0. No obstante, las ecuaciones (A.1) presentan una expresión difícil y complicada de calcular, por ello se pretende hallar una expresión simplificada que permita un cálculo aproximado de dichas variables.

El estudio se realiza para un canal prismático, con las siguientes características:



$$S_f = \frac{n^2 \dfrac{Q^2}{A^2}}{R_h^{4/3}} \qquad n: \textit{coeficiente de Manning}$$
$$R_h = \frac{A}{P_m}$$
$$A = B_0 y + 2ym \qquad \text{(A.2)}$$
$$P_m = B_0 + 2y\sqrt{1+m^2}$$
$$B = B_0 y + my^2$$

Considerando la expresión de la pendiente motriz S_f que se encuentra en (A.2), su derivada parcial respecto al caudal se puede expresar como:

$$\boxed{\frac{\partial S_f}{\partial Q} = \frac{2n^2 \dfrac{Q}{A^2}}{R_h^{4/3}} \frac{Q}{Q} = \frac{2S_f}{Q}} \tag{A.3}$$

De este modo, el coeficiente D puede expresarse como:

$$\boxed{D = \frac{Q}{2BS_f}} \tag{A.4}$$

El siguiente paso consiste en encontrar una expresión de $\dfrac{\partial B}{\partial x}$ y de $\dfrac{\partial \left(B \cdot S_f\right)}{\partial z}$:

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x} \tag{A.5}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{\partial B}{\partial y} = \dfrac{\partial (B_0 + 2ym)}{\partial y} = 2m; \qquad \dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{\partial y}{\partial z}\dfrac{\partial z}{\partial x} \overset{(*)}{=} \dfrac{\partial z}{\partial x} = -S_f\,; \\ \\ \overset{(*)}{\equiv} \mathit{hipótesis}\, 1 \equiv \dfrac{\partial y}{\partial z} = 1 \end{array}} \tag{A.6}$$

$$\boxed{\frac{\partial B}{\partial x} = -2mS_f} \tag{A.7}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{\partial \left(BS_f\right)}{\partial z} = \dfrac{\partial \left(BS_f\right)}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial z} \overset{(*)}{=} \dfrac{\partial \left(BS_f\right)}{\partial y} = B\dfrac{\partial S_f}{\partial y} + S_f \dfrac{\partial B}{\partial y} = B\dfrac{\partial S_f}{\partial y} + S_f 2m \\ \\ \overset{(*)}{\equiv} \mathit{hipótesis}\ 2 \equiv \dfrac{\partial z}{\partial y} = 1 \end{array}} \tag{A.8}$$

$$S_f = \frac{n^2 Q^2 P_m^{4/3}}{A^{10/3}} \qquad hipótesis\ 3 \equiv \frac{\partial P_m}{\partial y} \approx 0$$
$$\frac{\partial S_f}{\partial y} = -\frac{n^2 Q^2 (\partial A^{10/3}/\partial y) P_m^{4/3}}{(A^{10/3})^2} = -\frac{n^2 Q^2 \frac{10}{3} A^{7/3} P_m^{4/3} (\partial A/\partial y)}{A^{20/3}} =$$
$$= -\frac{n^2 Q^2 \frac{10}{3} A^{7/3} P_m^{4/3} (B_0 + 2my)}{A^{20/3}} = -\frac{n^2 Q^2 \frac{10}{3} \cdot B}{A^3 R_h^{4/3}} = -\frac{10}{3}\frac{B}{A}\frac{n^2 \frac{Q^2}{A^2}}{R_h^{4/3}} =$$
$$= -\frac{10 B S_f}{3A} \tag{A.9}$$

$$\frac{\partial (B S_f)}{\partial z} = B \frac{\partial S_f}{\partial y} + S_f 2m = -\frac{10 B^2 S_f}{3A} + S_f 2m \tag{A.10}$$

De este modo, el coeficiente C puede expresarse como:

$$C = \frac{Q}{2B^2 S_f}\left[-2mS_f - 2mS_f + \frac{10 B^2 S_f}{3A}\right] = \frac{5Q}{3A} - \frac{2Qm}{B^2} \tag{A.11}$$

Finalmente, los coeficientes C_0 y D_0 del modelo de Hayami pueden calcularse aproximadamente mediante la expresión:

$$C_0 = \frac{5Q_0}{3A} - \frac{2Q_0 m}{B^2} \qquad D_0 = \frac{Q_0}{2BS_f} \tag{A.12}$$