

2.2.- Estado del conocimiento de la resistencia a cortante

2.2.1.- Introducción

El esfuerzo cortante aparece en una pieza como consecuencia de la variación que presenta la ley de momentos flectores a lo largo de su directriz. El comportamiento de una pieza de hormigón armado cuando se considera la actuación de los esfuerzos transversales es complejo, al ser los mecanismos resistentes espaciales en lugar de planos. Por este motivo, ya no es posible en estudio sección a sección, sino que es necesario el tratamiento conjunto de toda la pieza. En estos mecanismos resistentes influyen gran cantidad de variables que no son fáciles de introducir en una formulación simple y práctica, como pueden ser la sección y su variación a lo largo de la pieza, la esbeltez de la pieza, la disposición de las armaduras longitudinales y transversales, la adherencia entre el hormigón y el acero, el tipo y posición de las cargas y de los apoyos, etc.

Varias teorías han sido propuestas y ninguna puede considerarse como definitiva. Por otra parte, la experimentación existente es todavía insuficiente, por no cubrir todas las posibles combinaciones entre los parámetros antes comentados.

El efecto de las tensiones tangenciales, creadas por el cortante y el torsor, es el de inclinar las tensiones principales de tracción con respecto a la directriz de la pieza. Para cargas reducidas, estas tensiones de tracción no superan la resistencia a tracción del hormigón, y es fácil calcular su estado tensional. Cuando aumentan las cargas, el hormigón se fisura y se produce un complejo reajuste de tensiones entre el hormigón y las armaduras, que varía conforme la fisuración aumenta hasta llegar a la rotura.

2.2.2.- Formas de rotura a cortante

Dentro de los estados límites provocados por el esfuerzo cortante se encuentran las siguientes formas de rotura, según el fallo sea debido al acero o al hormigón: rotura por plastificación de la armadura transversal, la rotura por fallo del anclaje de la armadura transversal, el ancho excesivo de fisuración de corte y el fallo por compresión excesiva del hormigón.

Plastificación de la armadura transversal

Asumiendo que todos los cercos que atraviesan una fisura plastifican, el cortante resistido por éstos es igual a

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yd}}{s} \quad [2.1]$$

siendo A_v , el área l'area transversal de la armadura,
 f_{yd} , la resistencia de cálculo de ésta, y
 s , la separación entre los cercos.

Pero la armadura de cortante no trabaja bajo esfuerzo cortante si no es atravesada por ninguna fisura inclinada. Por lo tanto, si la separación entre estribos es superior al canto efectivo, es posible que una fisura no atravesase ningún cerco, con lo que el hormigón deberá resistir por sí solo esta sollicitación. De cara al diseño de la armadura transversal, es necesario limitar esta separación a un valor d igual al canto efectivo, siendo recomendable que sea igual a $2/3$ de éste, para que la armadura contribuya a la resistencia del elemento estructural. Además, es necesario remarcar que los cercos sólo contribuirán a la rotura si se encuentran bien anclados.

Como la distancia entre una fisura inclinada y el paramento de hormigón puede ser muy pequeña, es recomendable el uso de barras de pequeño diámetro y patillas con la geometría adecuada. A menor diámetro del cerco, menor será el ancho de fisura y, por lo tanto, menor será la entrada de agentes agresivos. También se puede reducir el ancho utilizando una armadura longitudinal distribuida en la superficie del alma.

Plastificación o aplastamiento del hormigón

El esfuerzo cortante genera tensiones de compresión en el alma. En vigas de alma muy delgada, se puede producir el aplastamiento del hormigón. Se puede predecir la resistencia a cortante mediante teorías de celosía de ángulo variable. Para realizar estos cálculos, será necesario utilizar un valor de resistencia efectiva, el cual suele ser un 60% de la resistencia característica.

Plastificación de la armadura traccionada

La componente longitudinal de las tensiones diagonales de compresión ha de ser contrarrestada por una fuerza de tracción del mismo valor en la armadura longitudinal. La fuerza de la armadura es función del momento flector existente en una sección situada a una distancia aproximada de $0.9 \cdot d$.

Deslizamiento de armaduras

Las tensiones en la armadura traccionada crecen del apoyo al centro de la viga. Este aumento es proporcional al esfuerzo cortante y se consigue gracias a la adherencia. Si el cortante crece y no se ha previsto un anclaje adecuado, se produce la rotura del elemento. Este tipo de rotura puede generar tres tipologías de fisura distintos: las de fallo de anclaje, empiezan siendo longitudinales y posteriormente se inclinan 45° ; las de corte por tracción principal excesiva del hormigón, que tienen todas una inclinación de 45° ; y unas más finas debidas a la compresión excesiva en secciones T, I y doble T muy esbeltas.

Según la teoría tradicional para vigas homogéneas, elásticas y no fisuradas, la tensión máxima de corte en el alma puede calcularse a partir de la fórmula

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad [2.2]$$

donde I es el momento de inercia de la sección transversal;

Q , es el primer momento alrededor de la fibra neutra del área comprendida entre el extremo de la sección y el punto en el que se desea calcular la tensión tangencial;

b , es el ancho del elemento en el punto en cuestión.

La *figura 2.11* muestra las trayectorias de la tensión principal de compresión en una viga no fisurada y la fotografía de una viga de hormigón armado fisurada por cortante. Puede observarse una cierta similitud entre ambos esquemas, aunque es importante señalar que no es de ningún modo perfecta. La fisuración por flexión que precede la fisuración por cortante hace variar el campo elástico de tensiones, de manera que la fisuración diagonal tiene lugar para una tensión principal de tracción de apenas un tercio de la tensión que predeciría un modelo elástico de hormigón (*McGregor & Bartlett, 2000*).

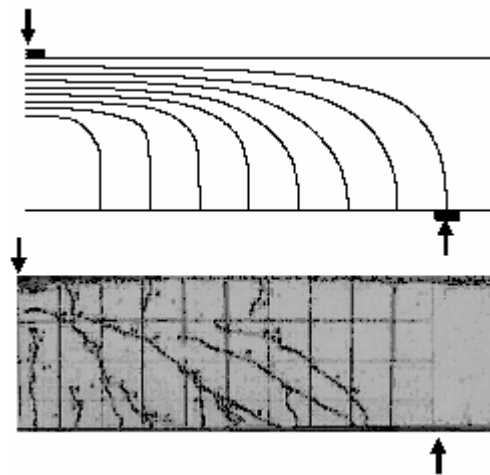


Fig. 2.11: Trayectorias de tensión principal de compresión en una viga no fisurada y fotografía de una viga de hormigón fisurada a cortante

2.2.3.- Vigas de hormigón sin armadura de cortante

2.2.3.1.- Evolución histórica del estado del conocimiento

En 1902, *Mörsch* obtuvo la distribución de tensiones de corte para una viga de hormigón armado con fisuras de flexión. *Mörsch* predijo que la tensión tangencial alcanzaría su valor máximo en la fibra neutra, es decir, donde la deformación longitudinal es nula, y permanecería constante hasta la armadura longitudinal de flexión (fig. 2.12). El valor del esfuerzo cortante máximo sería:

$$\tau = \frac{V}{b_w z} \quad [2.3]$$

siendo b_w , el ancho del alma; y z , el brazo mecánico de flexión.

Pero el valor obtenido era sólo una simplificación, ya que parte de la fuerza transversal podía ser resistida mediante la inclinación de la compresión principal, de forma que las costillas de hormigón entre las fisuras longitudinales flectarían produciendo fuerzas de dovela en el acero longitudinal.

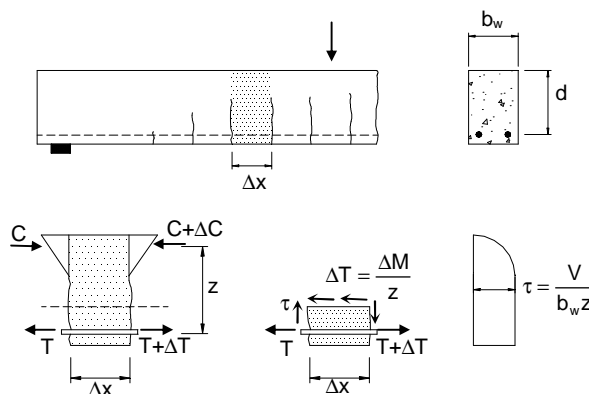


Fig. 2.12: Distribución de las tensiones tangenciales en una viga de hormigón armado con fisuras de flexión (adaptado de Collins y Mitchell, 1991)

El modelo de ‘dientes’

En 1964, *Kani* propuso una aproximación más realista asimilando el hormigón entre dos fisuras adyacentes al diente en un ‘peine’ (fig. 2.13). Consideró que los dientes de cortante eran voladizos empotrados en la zona de compresión de la viga y cargados por el cortante horizontal proveniente de la armadura longitudinal.

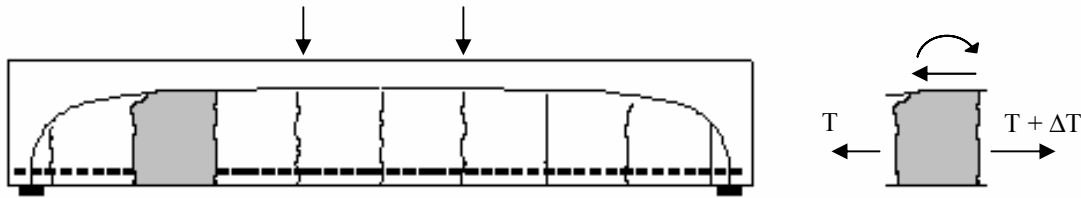


Fig. 2.13: Modelo del ‘peine’ de Kani para vigas fisuradas sujetas a cortante

Aunque esta teoría no cubría la mayor parte de los mecanismos resistentes frente a cortante, fue probablemente el principio de teorías más racionales. En 1968, *Fenwick* y *Paulay*, señalaron la importancia de las fuerzas que se transfieren a través de las fisuras en vigas de hormigón mediante el mecanismo cortante-fricción. El año 1974, *Taylor*, diferenció en el mecanismo resistente tres componentes: cortante en la zona de compresión (20-40%), cortante-fricción (35-50%) y efecto dovela (15-25%). Basándose en trabajos experimentales, *Hamadi* y *Regan* (1980), publicaron un análisis de un modelo de ‘dientes’, en el que se suponía que las fisuras eran verticales y que su espaciado era igual a la mitad del canto efectivo de la viga. Finalmente *Reineck*, en 1991, desarrolló un nuevo modelo de ‘dientes’, considerando todos los mecanismos resistentes frente a cortante, y llevó a cabo un cálculo totalmente no lineal incluyendo compatibilidad. A partir de este modelo, propuso una fórmula explícita para el esfuerzo último de cortante.

Introducción del ‘efecto tamaño’

Kani planteó en 1967 el problema del efecto tamaño, cuando demostró que al aumentar el canto de una viga disminuía la tensión de corte de rotura. Al incrementar el canto de la viga, el ancho de fisura tendía a aumentar, por lo que el engranamiento entre los áridos se reducía, dando lugar a una fisuración diagonal más temprana. *Collins* y *Kuchma* (1999) demostraron que el efecto tamaño desaparece en vigas sin armadura a cortante cuando éstas contienen suficiente armadura horizontal distribuida en el alma. *Baant* y *Kim* (1984) creían que la consecuencia más importante de alcanzar fisuras más anchas era una menor tensión de tracción residual en la superficie de la fisura. *Shioya* (1989) mostró la influencia que el efecto tamaño y del tamaño máximo del árido tenían sobre la tensión de corte de rotura.

Los modelos de bielas y tirantes

Los modelos de bielas y tirantes tienen una especial importancia en el análisis de regiones donde las distribuciones de tensiones son significativamente no lineales. Además su aplicación requiere una cantidad mínima de armadura distribuida en todas las direcciones, para asegurar una ductilidad suficiente que permita la redistribución de las tensiones internas después de la fisuración. Sin embargo, es posible extender estos modelos de bielas y tirantes utilizando un planteamiento claramente diferente. En 1980, *Marti* (1980) extendió el modelo basado en la plasticidad usando un criterio de plastificación de Mohr-Coulomb para hormigones con tensiones de tracción.

En 1987, *Schlaich* sugirió un modelo refinado de bielas y tirantes que incluía tirantes de hormigón traccionado y que coincidía con lo establecido por el modelo de ‘dientes’ propuesto por *Reineck*.

Los métodos empíricos

Los métodos empíricos han sido muy importantes en el desarrollo de ecuaciones para el diseño de elementos de hormigón sin armadura a cortante. La ecuación [2.4], en la que las distintas variables están expresadas en N , MPa y mm , representa un límite inferior razonable de tensiones medias de corte en rotura para vigas de pequeño canto sin esfuerzo axial y que presentan, como mínimo, un 1% de armadura longitudinal (ACI-ASCE Comité 445, 1998).

$$\frac{V_c}{bd} = \tau = \frac{\sqrt{f_c}}{6} \quad [2.4]$$

El Código Modelo CEB-FIP (1990), el CM-90, sugiere una fórmula empírica más sofisticada basada en la formulación de *Zsutty* (1968, 1971), que añadiendo un término adicional para tener en cuenta el efecto tamaño [2.5]. Se debería remarcar que esta ecuación incluye el factor de seguridad de material del hormigón, 0.12, que debería sustituirse por 0.15 si no se tuviera en cuenta este efecto.

$$\frac{V_c}{bd} = 0.12 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \left(\frac{3d}{a_s} \right)^{1/3} (100\rho_s f_{ck})^{1/3} \quad [2.5]$$

La formulación de *Zsutty* considera la influencia de la resistencia característica del hormigón y la cantidad de armadura longitudinal. Cuando esta cuantía es pequeña, las fisuras de flexión se extienden más arriba dentro de la viga y su ancho es mayor con respecto a una viga similar pero con una mayor cuantía de armadura longitudinal. El término función de d/a_s es de muy difícil evaluación en el caso de vigas bajo cargas repartidas, ya que a_s es la luz a cortante y se define como la distancia del apoyo al punto de aplicación de la carga puntual.

La Instrucción EHE añadió la influencia de los esfuerzos axiales y eliminó el término del factor d/a_s . De esta forma, un esfuerzo axial de tracción disminuye la resistencia a cortante, mientras que un esfuerzo axial de compresión la incrementa.

$$\frac{V_c}{b \cdot d} = 0.12 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot \left(\frac{3 \cdot d}{a_s} \right)^{1/3} \cdot (100 \cdot \rho_s \cdot f_{ck})^{1/3} - 0.15 \cdot \sigma'_{cd} \quad [2.6]$$

donde σ'_{cd} vale N_d / A_c , siendo N_d el esfuerzo axial mayorado incluyendo la fuerza de pretensado (tracción positivo) y A_c , el área de la sección de hormigón.

De todos modos, *Gupta* y *Collins*, en 1993, demostraron que elementos sin armadura a cortante sujetos a esfuerzos axiales grandes de compresión y cortante pueden fallar de manera muy frágil en el momento de la formación de la primera fisura diagonal, por lo que propusieron la utilización de un planteamiento conservador para estos elementos.

Los modelos de mecánica de fractura

Gastbled y *May* (2001) desarrollaron recientemente un modelo de mecánica de fractura para la rotura a cortante de vigas de hormigón armado sin armadura a cortante. Supusieron que la carga última a cortante se alcanza cuando una fisura horizontal se empieza a propagar a la altura de la armadura longitudinal. Adoptando el formato del Código Modelo su ecuación resulta

$$\frac{V_c}{b \cdot d} = 0.15 \cdot \frac{37.41}{\sqrt{d}} \cdot \left(\frac{3 \cdot d}{a_s} \right)^{1/3} \cdot (100 \cdot \rho_w)^{1/6} \cdot (1 - \sqrt{\rho_w})^{2/3} \cdot (f_c^{0.35}) \quad [2.7]$$

Se debe remarcar que los resultados obtenidos de la ecuación analítica anterior [2.6] se comparan muy bien con la ecuación empírica del CM-90 [2.5] (*Gastebled et al, 2001*). Sin embargo, la ecuación analítica da una mayor importancia al efecto tamaño que la formulación del Código Modelo.

Posteriormente se han propuesto un gran número de modelos de mecánica de fractura que tienen en cuenta el hecho de que existe una tensión de tracción de pico en la proximidad de la punta de la fisura. Este planteamiento ofrece una posible explicación al efecto tamaño. Dos modelos de mecánica de fractura muy conocidos son el modelo de la fisura ficticia (*fictitious crack model*, *Hillerborg et al. 1976*), y el modelo de la fisuración en bandas (*crack band model*, *Bazant y Oh, 1983*).

Teoría Modificada del Campo de Compresiones (MCFT)

La Teoría Modificada del Campo de Compresiones (MCFT, *Vecchio y Collins, 1986*) es un modelo general para la obtención de respuesta carga-deformación de elementos de dos dimensiones de hormigón armado fisurado sometidos a cortante. La MCFT se formula en términos de tensiones medias, por lo que es necesaria una comprobación para asegurar que las cargas resistidas por las tensiones puedan ser transmitidas a nivel local a través de la fisura. Para elementos sin armaduras a cortante, las tensiones locales en la fisura siempre controlan la capacidad del elemento, y las tensiones medias sólo se utilizan para estimar la inclinación de la fisura diagonal crítica.

El ASCE-ACI Comité 445 enfatizó que aunque los modelos de ‘dientes’ refinados y la teoría modificada del campo de compresiones resuelven el problema desde diferentes posiciones, el resultado final de ambos métodos es muy parecido para miembros sin armadura a cortante. Ambos métodos consideran que la capacidad de las fisuras diagonales para transferir cortante es el factor más importante para determinar la resistencia a cortante.

2.2.3.2.-Mecanismos resistentes a cortante

El informe del ASCE-ACI Comité 426 en 1973 identificó los siguientes cuatro mecanismos de resistencia a cortante: tensiones de corte en el hormigón no fisurado, cortante transferido en la superficie de la fisura, conocido como engranaje de áridos o cortante-fricción, el efecto dovola o resistencia a la cizalladura de la armadura longitudinal, y el efecto arco. En 1998, el informe de ASCE-ACI Comité 445 presentó un nuevo mecanismo llamado tensiones de tracción residuales transmitidas directamente a través de las fisuras.

Las tensiones tangenciales en el hormigón no fisurado

Son un mecanismo poco importante para vigas esbeltas sin esfuerzo axial de compresión porque la profundidad de la zona de compresión es relativamente pequeña. Sin embargo, tras una significativa plastificación de la armadura longitudinal, en los puntos de máximo momento, gran parte del cortante se resiste mediante este mecanismo.

El mecanismo de cortante-fricción

El cortante transferido en la superficie de la fisura está basado en el engranamiento de los áridos, que proveen de resistencia contra el deslizamiento al proyectarse más allá de la fisura. Sin embargo, como las fisuras parten el árido en los hormigones ligeros y de alta resistencia, en los que sigue existiendo cierta capacidad de transmitir esfuerzo cortante a través de la

fisura, el termino fricción es más apropiado que el de engranamiento. Los cuatro parámetros básicos que influyen en el cortante-fricción son la tensión tangencial en la superficie la fisura, la tensión normal, el ancho de fisura y el deslizamiento de la fisura. *Walraven* (1981) llevó a cabo numerosos experimentos y desarrolló un modelo que consideraba la probabilidad de que los áridos, idealizados como esferas, se extendieran más allá de la superficie de la fisura (fig. 2.14).

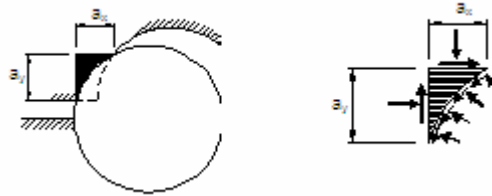


Fig. 2.14: Modelo de Walraven de cortante-fricción

Al producirse deslizamiento, la matriz se deforma plásticamente en la superficie de contacto con el árido. Las tensiones en las zonas de contacto son una presión constante σ_p y un cortante también constante $\mu\sigma_p$. La geometría de la superficie de la fisura se describe de forma estadística en términos del contenido de áridos de la dosificación y la probabilidad de que los áridos se extiendan más allá de la superficie de la fisura.

El efecto dovela

Este efecto no es muy notorio en elementos sin armadura a cortante, ya que el cortante máximo que puede transmitir está limitado por la resistencia a tracción del hormigón del recubrimiento. A pesar de ello, en elementos con grandes cantidades de armadura longitudinal distribuida en más de una capa puede ser significativo.

El efecto arco

La importancia relativa del efecto arco es directamente proporcional a la relación entre la luz a cortante (la distancia del soporte al punto de aplicación de la carga) y el canto efectivo, a_s/d . Vigas sin armadura a cortante, con un coeficiente a_s/d menor que 2.5, desarrollan fisuras inclinadas y, después de una redistribución interna de tensiones, son capaces de resistir un incremento de carga gracias al efecto arco. *Kani* realizó en 1979 una serie de ensayos con los que mostró la variación de la tensión de corte en rotura para una viga simplemente apoyada de hormigón armado cargada con dos cargas puntuales al variar la luz a cortante. Para estas vigas, la tensión de corte en rotura se reducía un sexto al incrementar el factor a_s/d de 1 a 7. Como las vigas contenían una gran cantidad de armadura longitudinal, el fallo por flexión en el centro de la luz no se convertía en crítica hasta una relación a_s/d igual a 7.

Las tensiones de tracción residuales

La explicación básica de las tensiones de tracción residuales entre fisuras es que cuando el hormigón fisura, se forman pequeños puentes de hormigón entre las superficies que continúan transmitiendo tensiones de tracción hasta anchos de fisuras en el rango de 0.05 - 0.15 mm. La aplicación de modelos de mecánica de fractura se basa en la premisa de que las tracciones residuales son el principal mecanismo resistente frente al esfuerzo cortante.

2.2.3.3.- Parámetros influyentes en la resistencia a cortante

En el caso de las vigas sin armadura de cortante, se pueden destacar los siguientes cuatro parámetros: el canto efectivo, la resistencia característica del hormigón, la cuantía de armadura longitudinal y la relación a_s/d .

Al hablar de la influencia del canto efectivo se está considerando el efecto tamaño, que depende a su vez de la resistencia a compresión del hormigón. A más canto efectivo, menor será el cortante resistido para un valor de resistencia fijado ya que el ancho de fisura aumenta y se reduce el engranamiento entre los áridos. El efecto tamaño, además, está condicionado por la separación vertical entre las distintas capas de armadura longitudinal.

A mayor resistencia a compresión del hormigón, más cortante podrá resistir la viga. Pero los resultados de estudios realizados por *A.R. Mari* y *A. Cladera* (2003) demostraban que la variación del cortante en rotura en función de d (canto efectivo) y la resistencia del hormigón cumplían con la relación comentada de forma lineal para un canto efectivo de 250 mm . En cambio, para un canto de 900 mm , este aumento pasaba a decrecer a partir de los 50 MPa . Este fenómeno puede ser explicado argumentando que el efecto tamaño es mayor cuanto mayor sea la resistencia pero que el beneficio aportado por el aumento de resistencia no es suficiente para contrarrestarlo.

Según el MC-90, la cuantía de armadura longitudinal aumenta el cortante resistido en relación al valor de ésta elevado a $1/3$, mientras que la normativa ACI no la considera en el cálculo. Según la ANN esta influencia es mayor a la esperada y no se altera al modificar el canto, es decir, no considera el efecto tamaño.

Sin embargo, la relación a_s/d en la mayoría de los modelos se omite a causa de las complicaciones para determinar la luz a cortante, a_s .

2.2.4.- Vigas de hormigón con armadura de cortante

El principal objetivo de la armadura de refuerzo es asegurar que se desarrolle totalmente la resistencia a flexión antes de que se produzca la rotura a cortante. Los cercos no previenen la fisuración a cortante. Antes de que se produzca la fisuración inclinada, la deformación de los cercos es igual a la del hormigón, por lo que la tensión en los cercos es pequeña. Es decir, éstos sólo trabajan una vez el hormigón se ha fisurado.

2.2.4.1.- Evolución histórica del estado del conocimiento

A principios del siglo XX, los modelos de celosía eran utilizados como herramientas conceptuales en el análisis y diseño de vigas armadas de hormigón. *Ritter* (1899) y *Mörsch* (1902) postularon independientemente que tras la fisuración de una viga de hormigón armado debida a tensiones de tracción diagonales, ésta puede ser idealizada como una celosía de cordones paralelos como diagonales comprimidas inclinadas 45° con respecto al eje longitudinal de la viga. En estos modelos se supone que las diagonales comprimidas de hormigón intentan alejar la superficies superior e inferior del hormigón, mientras que las traccionadas, los cercos, las intentan unir (*fig. 2.15*).

Compatibilizando ambos efectos se obtiene una tensión tangencial en el momento de la plastificación de los cercos igual a

$$\tau = \frac{A_v \cdot f_y}{b_w \cdot s} = \rho_v \cdot f_y \quad [2.8]$$

donde A_v , es el área de armadura a cortante,
 s , el espaciamiento de la armadura transversal
 f_y , el límite elástico, y
 b_w , el ancho del alma.

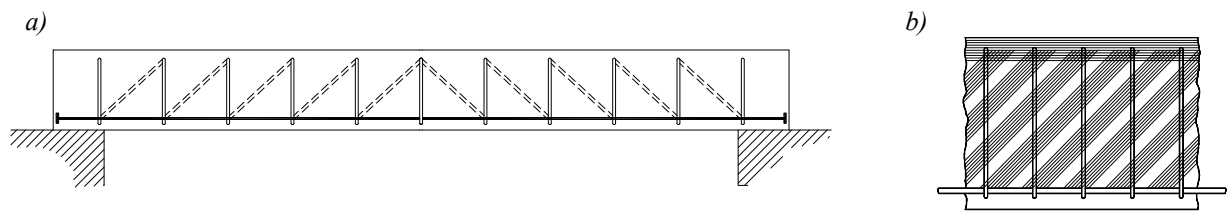


Fig. 2.15: Modelos de celosía propuestos: a) de Ritter; b) de Mörsch

De 1921 a 1951, cada edición del Código ACI incluía métodos de diseños cada vez menos conservadores (ASCE-ACI Comité 445), aunque *Talbot* (1909) había descubierto que el valor de la tensión de corte en rotura variaba según la cuantía de armadura de refuerzo, con la longitud relativa de la viga, la calidad y resistencia del hormigón, y otros factores que afectaban la rigidez de la viga.

En 1957, la rotura frágil de los almacenes de Wilkins Air Force Depot en Shelby, Ohio, hizo cuestionar los métodos tradicionales de diseño a cortante. Se concluyó que las tensiones de tracción causadas por la restricción frente a la retracción y efectos térmicos fueron la razón por la que las vigas fallaron a tensiones de corte tan bajas. Sin embargo en los estudios no se consideró el efecto tamaño al trabajar con modelos a escala, que fue el auténtico motivo del colapso.

En 1958, *Walther* propuso el modelo probablemente más representativo de las teorías de cortante/compresión que se empezaron a desarrollar en los años 50. Esta teoría defiende que la rotura de una viga por cortante se debe al aplastamiento del hormigón de la zona comprimida al reducirse su altura debido a fisuras diagonales. Sin embargo debido a su gran complejidad resultó imposible extraer una solución explícita al valor de la tensión de corte en rotura.

El trabajo pionero de *Ritter* y *Mörsch* recibió un nuevo ímpetu en el periodo comprendido entre los años sesenta y ochenta. En Stuttgart, *Leonhardt* y *Walther* (1961), llevaron a cabo una extensa campaña experimental sobre vigas fallando a cortante y desarrollaron un modelo que combinaba los efectos viga y arco. Se mostró que estos dos mecanismos resistentes interaccionan y que la importancia relativa de cada uno de ellos dependía de la esbeltez de la viga.

Durante estos años, aparecieron nuevos modelos de celosía que incluían diagonales con ángulos de inclinación variables, tanto para vigas de hormigón armado como pretensado. *Kupfer* (1964) proporcionó una solución considerando elementos en régimen elástico y

despreciando la resistencia a tracción del hormigón. *Nielsen y Braestrup* extendieron el modelo al dominio plástico en 1975. En 1987, *Schlaich* extendió el modelo de celosía para vigas con diagonales uniformemente inclinadas, una aproximación que es de particular importancia en regiones donde la distribución de tensiones en el alma es significativamente no lineal.

En recientes normativas de diseño los modelos de celosía se utilizan frecuentemente. Por ejemplo, el Código ACI 318-95 todavía añade una contribución del hormigón a la capacidad obtenida utilizando una celosía de 45° ; en le EHE y el Código Modelo CEB-FIP, por ejemplo, toman una combinación de la celosía de ángulo variable dentro de ciertos límites basados en la teoría de la plasticidad y un término de contribución del hormigón.

Mitchell y Collins (1974) desarrollaron la Teoría del Campo Diagonal de Compresiones para elementos sometidos a torsión pura. La Teoría del Campo de Compresiones (CFT, *Collins*, 1978) y la Teoría Modificada del Campo de Compresiones (MCFT, *Vecchio y Collins*, 1986) extendieron la primera teoría de 1974 al esfuerzo cortante. La MCFT (fig. 2.16) es un desarrollo de la CFT que añade la influencia de las tensiones de tracción del hormigón fisurado. Estos modelos consideran la repuesta carga-deformación de miembros en que la armadura de refuerzo trabaja con tracción uniaxial y el hormigón presenta un estado biaxial de tracción/compresión. Se hace la hipótesis de que las tensiones y deformaciones principales son coincidentes. La rotura, sin embargo, puede estar gobernada no por las tensiones medias sino por las tensiones locales en la fisura, que supone la parte crítica de la MCFT y de la teoría derivadas a partir de ella. La comprobación en la fisura implica limitar las tensiones medias principales de tracción en el hormigón a un valor máximo determinado considerando la tensión de la armadura en la fisura y la capacidad de la superficie de la fisura para transmitir tensiones tangenciales.

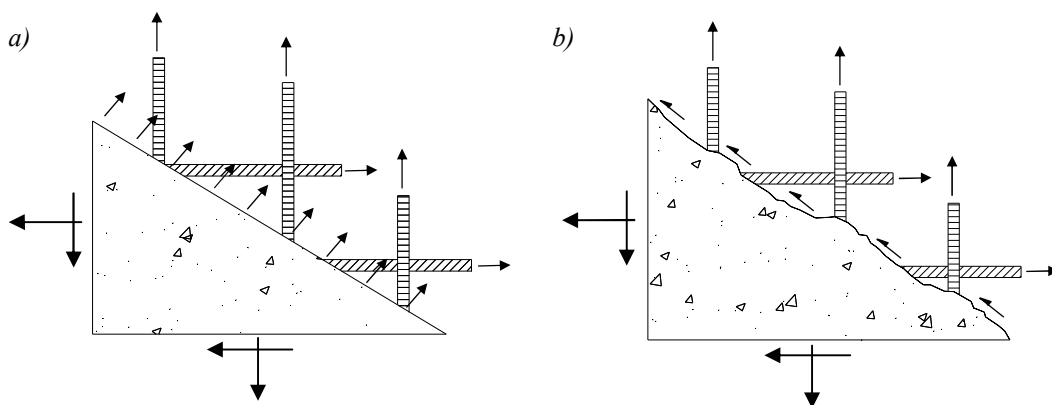


Fig. 2.16: MCFT (Teoría Modificada del Campo de Compresiones):
a) tensiones medias; b) tensiones en la fisura

Berlabi y Hsu (1994, 1995) presentaron el modelo de celosía con rotación del ángulo (*Rotating-Angle Softened-Truss Model*, RASTM). Al igual que la MCFT, este método supone que la inclinación de las tensiones principales de compresión, coincide con las deformaciones principales. Asegura, además, que al aumentar el esfuerzo cortante, para miembros convencionales, este ángulo disminuye. De aquí el nombre de rotación del ángulo. *Pang y Hsu* (1995) limitaron la aplicabilidad de este modelo a los casos en que la rotación del ángulo no se desviara más que 12° respecto al ángulo fijo. Fuera de este rango ellos recomiendan el uso del modelo del ángulo fijo (*fixed angle model*), que considera que las

fisuras a cortante son paralelas a la dirección principal de tensiones de compresión definidas según las cargas aplicadas.

En el año 2001, *Vecchio*, como una extensión de MCFT, desarrolló el Modelo del Campo de Tensiones Perturbado (DSFM), en el que incluyó explícitamente un deslizamiento rígido a lo largo de la superficie de fisura en las relaciones de compatibilidad. Esto permite una divergencia entre los ángulos de inclinación de las tensiones medias principales y las deformaciones aparentes medias en el hormigón. En el modelo de la fisuras también rota, pero típicamente por detrás de la reorientación de las deformaciones principales. Igualmente *Vecchio et al.* (2001) concluyó que los estudios de comprobación del DSFM reafirmaron la versatilidad de la MCFT como un modelo simple que producía muy buenos resultados para un amplio rango de condiciones y que, a pesar de que la condición de coaxialidad de tensiones y deformaciones en la MCFT presentaba algunos errores, su influencia en la predicción del comportamiento es mínima en la mayoría de los casos.

Fuerzas internas en una viga con armadura de refuerzo o cortante

El propósito de la armadura de refuerzo a cortante es asegurar que se va a desarrollar totalmente la resistencia a flexión antes de producirse una rotura por cortante. Antes de la fisuración inclinada, la deformación en los cercos es igual a la deformación del hormigón que lo envuelve, y, por tanto, la tensión en los cercos antes de la fisuración por cortante será relativamente pequeña. De este modo los cercos no previenen la fisuración por cortante y sólo entran en carga tras la formación de dichas fisuras.

Modelos de celosía

Los modelos de celosía son una excelente herramienta conceptual para mostrar las fuerzas que existen en una viga de hormigón fisurada. El modelo de 45° de *Mörsch* puede mejorarse considerando que θ , es decir, la inclinación de las bielas, es típicamente menor de 45°. La *figura 2.17* resume las condiciones de equilibrio para este tipo de celosías.

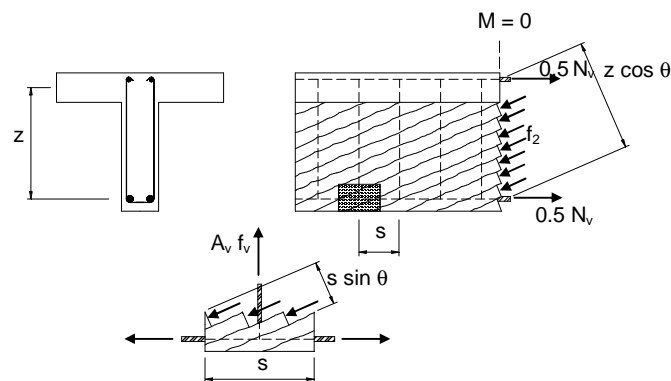


Fig. 2.17: Condiciones de equilibrio para un modelo de celosía de ángulo variable (adaptado de Collins y Mitchell, 1991)

El valor de la tensión principal de compresión, f_2 , puede obtenerse del diagrama de la *figura 2.17* y tiene un valor

$$f_2 = \frac{V}{b_w \cdot s} (\tan\theta + \cot\theta) \quad [2.9]$$

y la fuerza de tracción en la armadura longitudinal debida al cortante vale

$$N_v = V \cdot \cot\theta \quad [2.10]$$

Las tensiones de compresión en el alma, f_2 , tienden a separar las alas superiores e inferiores. Para evitarlo, la fuerza de tracción en los cercos debe igualar a la componente vertical de la fuerza de compresión en el alma, que es igual a

$$\frac{A_v f_y}{s} = \frac{V}{z} \cdot \tan\theta \quad [2.11]$$

Las anteriores ecuaciones de equilibrio no son suficientes para calcular las tensiones en una viga causadas por un cortante dado, puesto que existen cuatro incógnitas (la tensión principal de compresión, la fuerza de tracción en la armadura longitudinal, la fuerza de tracción en los cercos y la inclinación, θ , de las tensiones principales de compresión) y sólo se dispone de tres ecuaciones.

En los modelos tradicionales de celosías el cortante de una viga se determina a partir de la ecuaciones de equilibrio asumiendo que los cercos plastifican y que $\theta = 45^\circ$. Por otro lado, se puede asumir una tensión de compresión en hormigón f_2 en rotura, y entonces encontrar V y θ . Estos planteamientos consideran los mecanismos de rotura, por lo que se refieren como métodos plásticos.

La instrucción EHE asume que puede añadirse una contribución de hormigón, V_c , a la contribución del acero [2.12], que se toma como aproximadamente el 85% de la carga de fisuración por cortante de la misma viga sin estribos en el caso de considerar $\theta = 45^\circ$. Si se considera un ángulo de inclinación menor, debería ser utilizado un valor más pequeño de V_c . Para valores de θ cercanos a 30° , V_c tiende a cero. Para elementos de hormigón no pretensados y sin esfuerzo axil, β vale 1, si θ es tomado como 45° . Si se asume que $\cot\theta$ es igual a 2 ($\theta \approx 26.6^\circ$), entonces $\beta = 0$. Se obtiene que el cortante resultante es:

$$V = V_s + \beta V_c \quad [2.12]$$

A partir de un modelo de celosía es posible identificar los diferentes modos de rotura que puede producir el colapso de una viga por cortante:

1) *Rotura causada por la plastificación de los cercos*

Asumiendo que todos los cercos que atraviesan una figura plastifican en la rotura, el cortante resistido por éstos vale

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad [2.13]$$

Sin embargo, la armadura de cortante es incapaz de resistir el esfuerzo cortante si no es atravesada por ninguna fisura inclinada. Si la separación entre los estribos es mayor que d , es posible que una fisura se forme a 45° sin interceptar ningún cerco. Por este motivo, el espaciamiento máximo de los cercos debería ser d o menor.

En una viga plana con cercos alrededor de su perímetro, las tensiones diagonales de compresión tienden a ser resistidas por la armadura longitudinal de las esquinas. Esta

situación se puede mejorar mediante el uso de estribos con más de dos ramas verticales. El Código Modelo CEB-FIB 1990 sugiere que la separación máxima de las ramas verticales se debería limitar al mínimo de $2d/3$ o 800 mm . Serna et al. (2000) concluyeron que el uso de estribos con más de dos ramas verticales en vigas planas debería estar prohibido y que la distancia máxima transversal entre ramas debería limitarse a d .

La ecuación [2.13] se basa en la hipótesis de que todos los cercos se plastifiquen en rotura. Esto será cierto sólo si los cercos están correctamente anclados. Como la distancia de anclaje entre una fisura inclinada y el parámetro del hormigón puede ser muy pequeña se recomienda el uso de barra de pequeño diámetro así como el uso de patillas con geometría adecuada.

Además, fisuras a cortante anchas son estéticamente inaceptables y pueden permitir la entrada de agua u otros agentes corrosivos en el interior de la fisura provocando la corrosión de la armadura. Los anchos de fisura son menores utilizando cercos de pequeño diámetro poco espaciados. La utilización de armadura horizontal distribuida en las superficies del alma también es efectiva para reducir los anchos de fisuras. Algunas normativas, como la canadiense CSA-94, previene la formación de fisuras demasiado anchas limitando el cortante máximo que puede existir mediante los cercos, donde $\phi_0 = 0.60$ es el coeficiente de minorización del hormigón.

$$V_{s,max} = 0.8 \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d \quad [2.14]$$

2) Rotura por cortante debido a la plastificación del hormigón

Según se ha indicado anteriormente y tal y como expresa la ecuación [2.9], el esfuerzo cortante causa tensiones de compresión en el alma. En vigas con el alma muy delgadas, se puede producir el aplastamiento del hormigón del alma. Para predecir la resistencia a cortante mediante el uso de celosías de ángulo variable es necesario utilizar una resistencia característica 'efectiva' del hormigón. El valor de $0.6f_{ck}$ es recomendado con frecuencia. Aparicio, Calavera y Del Pozo (1997) ensayaron siete vigas prefabricadas armadas y pretensadas para estudiar el aplastamiento del hormigón en el alma y desarrollaron un modelo de bielas y tirantes que tiene en cuenta el efecto arco.

3) Rotura por cortante debido a la plastificación de la armadura traccionada

La componente longitudinal de las tensiones diagonales de compresión debe ser contrarrestada por una fuerza de tracción del mismo valor en la armadura longitudinal. Este incremento de tracción puede generar la plastificación de la armadura longitudinal, provocando el colapso de la viga. La analogía de la celosía muestra que la fuerza en la armadura traccionada en un punto dado es función del momento flector existente en una sección situada aproximadamente a una distancia $d_v \cot \theta$ hacia la dirección de máximo momento, donde d_v es el brazo mecánico y puede tomarse como $0.9d$.

4) Armadura mínima a cortante

La rotura a cortante de una viga de hormigón sin armadura transversal es frágil y se produce sin previo aviso. Por este motivo es necesario proveer una cantidad mínima de armadura a cortante, que debe prevenir la rotura frágil en el momento de la formación de la primera fisura a cortante y, además, controlar el ancho de fisura para cargas de servicio.

La armadura mínima a cortante debe ser capaz de resistir las tensiones de tracción que el hormigón deja de absorber al fisurar. Para algunos tipos de elementos, como losas y zapatas, a veces no es necesario disponer de una armadura mínima ya que se puede producir una redistribución de las tensiones internas en el espesor del elemento.

La instrucción EHE propone que la armadura mínima a cortante debe verificar

$$\sum \frac{A_a \cdot f_{y\alpha,d}}{\sin \alpha} \geq 0.02 \cdot f_{cd} \cdot b_0 \quad [2.15]$$

donde A_α es el área de armadura a cortante por unidad de longitud inclinada un ángulo α con respecto al eje longitudinal de la viga,

$f_{y\alpha,d}$, el límite elástico minorado de la armadura transversal inclinada α , y

f_{cd} , la resistencia característica minorada del hormigón.

La ecuación anterior resulta muy conservadora al aumentar f_{ck} , ya que la aparición de la primera fisura diagonal no es proporcional a la resistencia característica del hormigón. Ensayos experimentales sugieren que la carga de fisuración por cortante aumenta proporcionalmente a la resistencia a tracción del hormigón.

El Concrete Society Technical Report 49 (1998) propuso la siguiente ecuación en su guía para el diseño de hormigón de alta resistencia

$$A_{sv} \geq 0.4 \cdot \left(\frac{f_{cu}}{40} \right)^{2/3} \frac{b_v \cdot s_v}{0.95 \cdot f_{yv}} \quad [2.16]$$

donde A_{sv} es el área de la armadura transversal,

s_v , el espaciamiento de los cercos, y

f_{cu} , la resistencia a compresión del hormigón en probeta cúbica, que toma el valor menor de $1.25f_c$ ó $f_c + 15 \text{ MPa}$.

Young et al. (1996) realizaron una campaña experimental sobre armadura mínima a cortante en hormigón convencional y de alta resistencia. Demostraron que la ecuación provista por el código CSA-94 [2.17] proporciona suficiente reserva de resistencia.

$$A_v \geq 0.06 \cdot \sqrt{f'_c} \frac{b_w \cdot s}{f_y} \quad [2.17]$$

Las tres ecuaciones indicadas proporcionan cantidades muy diferentes de armadura transversal, siendo dicha diferencia mayor a medida que aumenta la resistencia característica del hormigón (fig. 2.18).

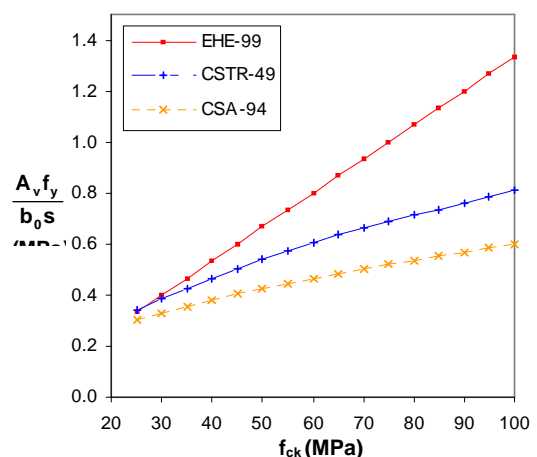


Fig. 2.18: Comparación de la armadura mínima a cortante provista por diferentes normativas

2.2.4.2.- Parámetros influyentes en la resistencia a cortante

Para el caso de vigas con armadura de refuerzo a cortante, los parámetros a estudiar son: la cuantía de armadura transversal, el efecto tamaño, la resistencia del hormigón, la cuantía longitudinal y la relación a_s/d .

La influencia de la cuantía de armadura transversal se ha asumido históricamente de tipo lineal, pero posteriores investigaciones han remarcado que para hormigones de elevada resistencia, la presencia de armadura de refuerzo es más efectiva.

Tradicionalmente se ha considerado que el efecto tamaño desaparece en vigas reforzadas a cortante, a pesar de que según *Collins*, si la cuantía es poco elevada, un aumento de canto reduce el cortante máximo.

El efecto de la variación de la resistencia a compresión del hormigón está íntimamente relacionado con el tamaño de la viga y la cuantía transversal de armadura. Para valores bajos de d , la influencia es significativa, dando incrementos de cortante importantes. En cambio, para valores de d elevados, el incremento producido en la resistencia tiene menos influencia. Lo mismo sucede en relación a los valores de la cuantía transversal.

2.2.5.- Resistencia a cortante según la EHE

Consideraciones generales

Para el análisis de la capacidad resistente de las estructuras de hormigón a esfuerzo cortante, se establece como método general de cálculo el de Bielas y Tirantes (Art. 24º y 40º), que deberá ser utilizado en todos los elementos estructurales o partes de ellos que estén sometidos a sollicitaciones tangentes según un plano conocido y no correspondan a casos tratados específicamente en la Instrucción.

Resistencia a cortante

Las prescripciones incluidas en los siguientes apartados hacen referencia a elementos lineales sometidos a esfuerzos combinados de flexión, cortante y axil y a placas o losas que trabajan fundamentalmente en una dirección. Se consideran elementos lineales aquéllos en que la distancia entre puntos de momento nulo es igual o inferior a 2 veces su canto y el ancho es igual o inferior a 5 veces el canto, pudiendo ser la directriz recta o curva.

Esfuerzo cortante efectivo

Las comprobaciones relativas al Estado Límite Último de rotura por cortante pueden realizarse a partir del esfuerzo cortante efectivo, calculado según:

$$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd} \quad [2.18]$$

- siendo V_d , el valor de cálculo del esfuerzo cortante producido por acciones externas;
 V_{pd} , el valor de cálculo de la componente de la fuerza de pretensado paralela a la sección estudiada
 V_{cd} , valor de cálculo de la componente paralela a la sección de la resultante de tensiones normales, tanto de compresión como de tracción, sobre las fibras longitudinales de hormigón, en piezas de sección variable.

El Estado Límite Último a cortante puede alcanzarse al agotarse la resistencia a compresión del alma o por agotamiento de la resistencia a tracción. Se deberá comprobar que:

$$V_{rd} \leq V_{u1} \quad [2.19]$$

$$V_{rd} \leq V_{u2} \quad [2.20]$$

donde V_{rd} es el esfuerzo cortante efectivo del canto;

V_{u1} es el esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua del alma; y

V_{u2} es el esfuerzo cortante de agotamiento por tracción del alma.

La comprobación de la primera ecuación se realiza en la sección sobre el apoyo. En piezas sin armadura de cortante no es necesaria la comprobación oblicua en el alma. La comprobación correspondiente a la tracción del alma se efectuará en una sección situada a una distancia igual al canto útil respecto la señal de apoyo.

Obtención de V_{u1}

$$V_{u1} = K \cdot f_{1cd} \cdot b_0 \cdot d \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} \quad [2.21]$$

donde f_{1cd} es la resistencia a compresión del hormigón ($f_{1cd} = 0.60 \cdot f_{cd}$)

b_0 es la anchura neta mínima del elemento

K el coeficiente de reducción por efecto del esfuerzo axial

$$K = \frac{5}{3} \left(1 + \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} \right) \leq 1.00 \quad [2.22]$$

σ'_{cd} , es la tensión axial efectiva en la sección (tracción positiva)

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} \quad [2.23]$$

N_d , el esfuerzo axial de cálculo (tracción positiva) incluyendo el pretensado con su valor de cálculo;

A_c , el área total de la sección de hormigón;

α , el ángulo de las armaduras a cortante con el eje de la pieza;

θ , el ángulo entre las bielas de compresión de hormigón y el eje de la pieza; generalmente se toma $0.5 \leq \cot \theta \leq 2.0$.

Obtención de V_{u2}

Para piezas sin armadura de cortante

$$V_{u2} = \left[0.12 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} - 0.15 \cdot \sigma'_{cd} \right] \cdot b_0 \cdot d \quad [2.24]$$

donde f_{ck} es la resistencia característica del hormigón (expressada en N/mm^2); y

ρ_l , la cuantía geométrica de la armadura longitudinal traccionada, pasiva y activa adherente, anclada a una distancia respecto la sección estudiada igual o mayor al canto efectivo

$$\rho_l = \frac{A_s + A_p \cdot \frac{f_{yp}}{f_{yd}}}{b_0 \cdot d} \leq 0.02 \quad [2.25]$$

Para piezas con armadura de cortante

$$V_{u2} = V_{su} + V_{cu} \quad [2.26]$$

donde el primer término del sumatorio es la contribución de la armadura transversal del alma a la resistencia al esfuerzo cortante y el segundo, la contribución del hormigón.

$$V_{su} = z \cdot \sin \alpha \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \sum A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d} \quad [2.27]$$

donde A_α es el área por unidad de longitud de cada grupo de armaduras que forman un ángulo α con la directriz de la pieza;

$f_{y\alpha,d}$ la resistencia de cálculo de la armadura A_α ;

z , el brazo mecánico (a falta de cálculos se tomará como $z = 0.9 \cdot d$);

f_{ck} , la resistencia característica del hormigón (expresada en N/mm^2); y

V_{cu} , es la contribución del hormigón a la resistencia al esfuerzo cortante.

$$V_{u2} = \left[0.10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0.15 \cdot \sigma'_{cd} \right] \cdot b_0 \cdot d \cdot \beta \quad [2.28]$$

$$\beta = \frac{2 \cdot \cot \theta - 1}{2 \cdot \cot \theta_e - 1} \quad \text{si } 0.5 \leq \cot \theta \leq \cot \theta_e \quad [2.29]$$

$$\beta = \frac{\cot \theta - 2}{\cot \theta_e - 2} \quad \text{si } \cot \theta_e \leq \cot \theta \leq 2.0 \quad [2.30]$$

θ_e , el ángulo de referencia de inclinación de las fisuras deducido de la expresión

$$\cot \theta_e = \frac{\sqrt{f_{ct,m}^2 - f_{ct,m} \cdot (\sigma_{xd} + \sigma_{yd}) + \sigma_{xd} \cdot \sigma_{yd}}}{f_{ct,m} - \sigma_{yd}} \begin{cases} \geq 0.5 \\ \leq 0.2 \end{cases} \quad [2.31]$$

donde: $f_{ct,m}$ es la resistencia media a tracción del hormigón, considerada positiva, y

σ_{xd} , σ_{yd} son las tensiones normales de cálculo, a nivel de centro de gravedad de la sección, paralelas a la directriz de la pieza y al esfuerzo cortante en cada una de las direcciones. Se obtendrán de acuerdo con la teoría de la elasticidad, suponiendo hormigón no fisurado y las tensiones de tracción.

Disposiciones relativas a las armaduras*Armadura transversal*

La separación s_t entre armaduras transversales deberá cumplir las condiciones siguientes para asegurar un buen confinamiento del hormigón sometido a compresión oblicua:

$$\begin{array}{lll} s_t \leq 0.8d \leq 300 \text{ mm} & \text{si} & V_{rd} \leq 1/5 V_{u1} \\ s_t \leq 0.6d \leq 300 \text{ mm} & \text{si} & 1/5 V_{u1} < V_{rd} \leq 2/3 V_{u1} \\ s_t \leq 0.3d \leq 200 \text{ mm} & \text{si} & V_{rd} > 2/3 V_{u1} \end{array}$$

La cuantía mínima de armadura transversal debe cumplir la siguiente relación:

$$\sum \frac{A_a f_{ya,d}}{\sin \alpha} \geq 0.02 \cdot f_{cd} \cdot b_0 \quad [2.32]$$

Como mínimo un tercio de la armadura necesaria a cortante, y en cualquier caso la cuantía mínima indicada, se dispondrá en estribos que formen un ángulo de 90° con el eje de la viga.

Armadura longitudinal

Las armaduras longitudinales de flexión deberán de ser capaces de soportar un incremento de tracción respecto la producida por un M_d igual a:

$$\Delta T = V_{rd} \cdot \cotg \theta - \frac{V_{su}}{2} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \quad [2.33]$$

Esta prescripción se cumple de forma automática decalando la ley de momentos de cálculo M_d una magnitud en el sentido más desfavorable igual a:

$$s_d = z \cdot \left(\cotg \theta - \frac{V_{su}}{2 \cdot V_{rd}} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \right) \quad [2.34]$$

En el caso de no existir armadura de cortante, se tomará un valor $V_{su} = 0$ en las expresiones anteriores.