

Anexo A: Relaciones astronómicas en la Cuenca de Cajamarca

A. RELACIONES ASTRONÓMICAS. CONCEPTOS	3
B. TIEMPO SOLAR	9
C. SEGUIMIENTO SOLAR	11
C.1. Seguimiento solar en la Cuenca de Cajamarca	12





A. Relaciones astronómicas. Conceptos

Para llegar a un diseño preciso de cualquier equipo térmico que utiliza energía solar, es necesario tener la capacidad de predecir la energía disponible en un determinado lugar y un determinado momento. La medición de la radiación requiere la capacidad de efectuar los cálculos necesarios en cualquier lugar y para cualquier instante de tiempo. Para que esto sea posible es necesario conocer qué relaciones existen entre el Sol y la Tierra y como influyen en la radiación que se recibe cada día.

A medida que la Tierra gira alrededor del Sol, fenómeno conocido como translación, gira, a la vez, sobre un eje imaginario que apunta hacia la estrella Polar, fenómeno conocido con el nombre de rotación. El eje normal a este eje imaginario, está inclinado $23^{\circ}27'8,2''$ (aproximadamente $23^{\circ}45'$) respecto del plano orbital, tal como muestra la Fig. A.1. Por lo tanto, el ángulo entre el ecuador terrestre y el plano orbital marcado por la línea Sol-Tierra varía a lo largo del año entre $\pm 23^{\circ}45'$. Este ángulo denominado declinación, δ , viene dado por la ecuación

$$\delta \cong 23^{\circ}45' \cdot \text{sen} \left[360^{\circ} \cdot \left(\frac{284 + n}{365} \right) \right] \quad (\text{A.1})$$

donde n es el día del año contado desde el uno de enero ($n = 1 \div 365$) y la declinación es positiva al norte del Ecuador y negativa al Sur. El valor de la declinación calculado posee un pequeño error de $+0^{\circ}37'$, desviación máxima positiva, para el uno de mayo, y de $-1^{\circ}70'$, desviación máxima negativa, para el nueve de octubre.

La declinación, junto con la excentricidad de la órbita, da lugar a las diferentes estaciones anuales. Por ejemplo, para el hemisferio norte las declinaciones negativas, estaciones de otoño e invierno, implicarán una inclinación de los rayos solares mucho más oblicua y mucho menos perpendicular sobre la superficie terrestre que en el caso de declinaciones positivas, correspondientes a las estaciones de verano y primavera.



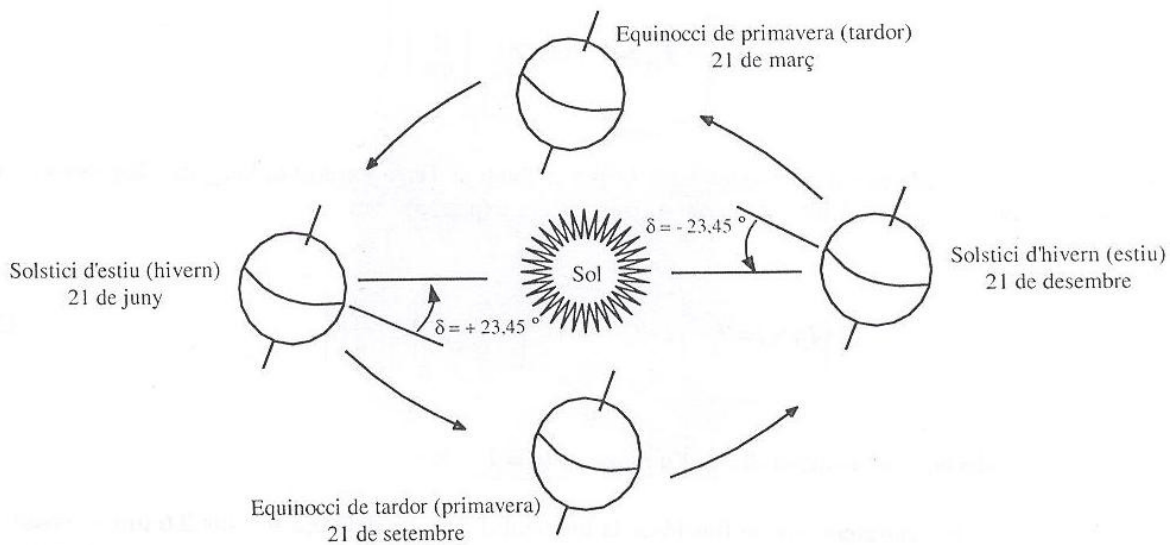


Fig. A.1. Declinación (entre paréntesis, la estación correspondiente al hemisferio sur)

Como muestra la Fig. A.2, la posición relativa del Sol en el firmamento respecto de un punto en la superficie terrestre se puede definir mediante dos ángulos: La altitud solar, α_s , entendida como el ángulo entre la línea que pasa por el punto y el Sol, y la línea que pasa por el punto y es tangente a la superficie terrestre, y el azimut solar, γ_s , entendido como el ángulo entre la línea anterior, la tangente a la superficie terrestre, y la línea coincidente con el meridiano local, en dirección norte – sur terrestre. Se toma positivo hacia el este y negativo medido hacia el oeste en ambos hemisferios. El ángulo complementario a la altitud solar se denomina cenit solar y se representa por ξ_s .



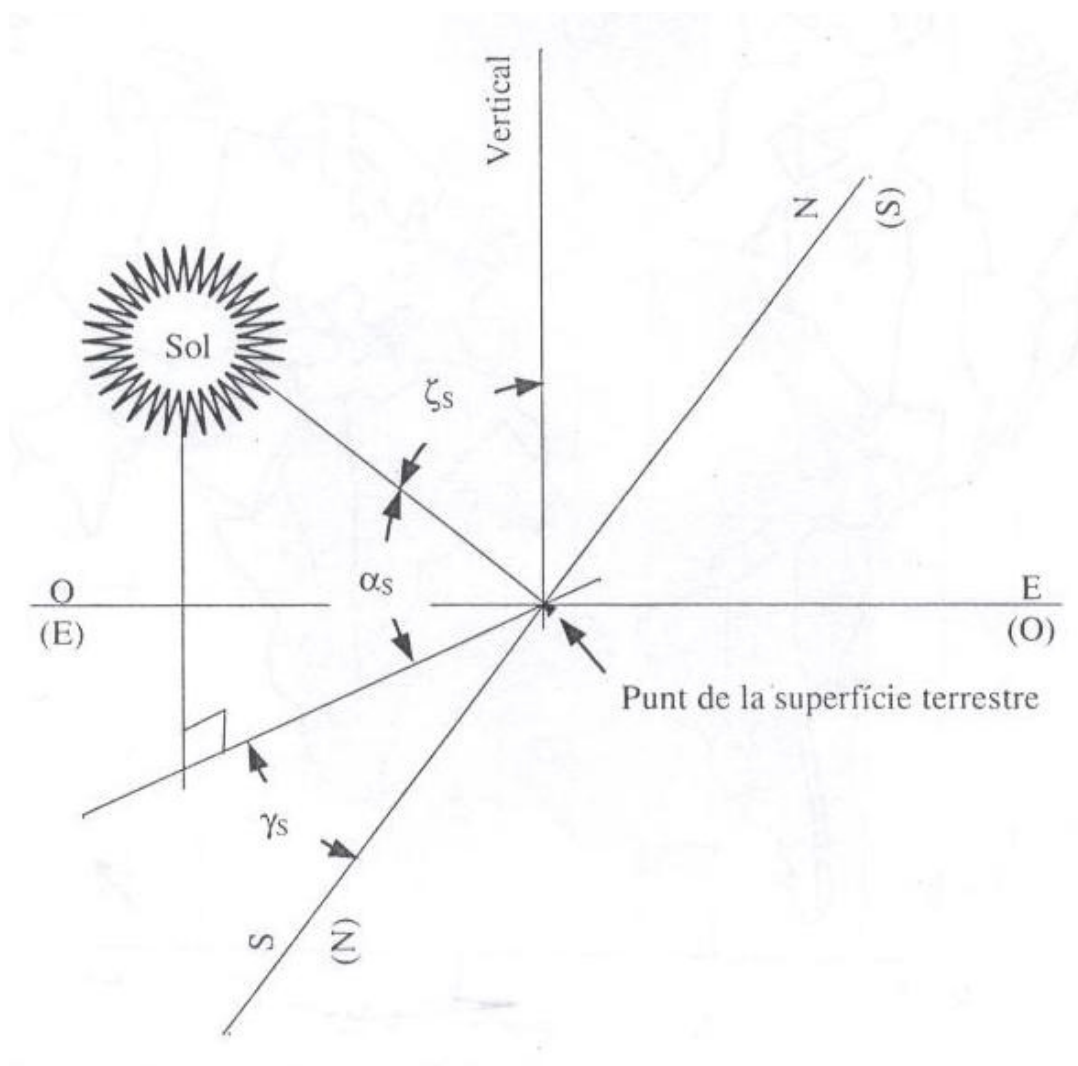


Fig. A.2. Altitud, cenit y acimut solar para el hemisferio norte (sur)

Por lo tanto, la posición del Sol al cielo es función de la situación del punto en la Tierra, de la época del año y del momento del día:

- La posición del punto de la Tierra viene dado por la latitud, Φ (en el ecuador, $\Phi = 0$, mientras que al norte Φ es positivo y al sur Φ es negativo)
- La época del año viene dada por la declinación solar, δ .
- El momento del día se especificará por el ángulo horario, ω .



El ángulo horario se define como 0 en el momento del mediodía solar local, $\gamma_s = 0$, y aumenta de 15° en 15° por cada hora que falte para llegar al mediodía solar, y disminuye de 15° en 15° para cada hora que pase del mediodía solar en ambos hemisferios. La Fig. A.3 muestra la división del mundo en los diferentes horarios y como varía el tiempo para cada región.

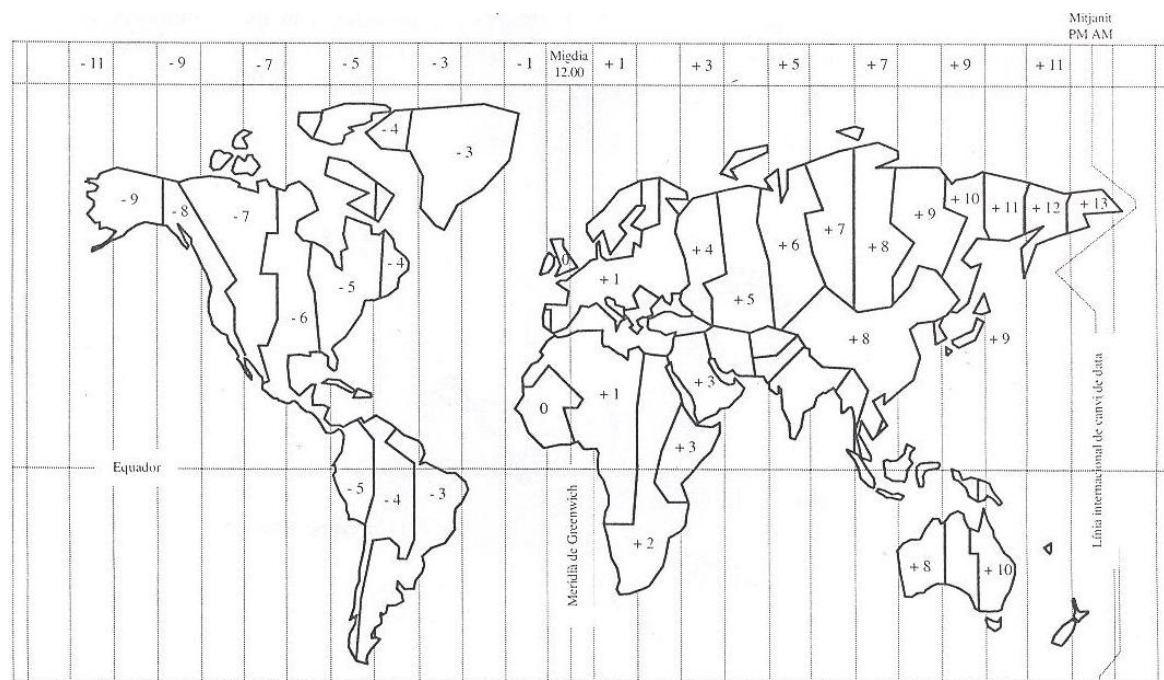


Fig. A.3. División horaria del mapa terrestre. El tiempo de reloj se muestra por encima o por debajo del tiempo de Greenwich, ignorando cualquier tipo de variación estacional.

Las ecuaciones que permiten relacionar los ángulos explicados anteriormente se obtienen mediante geometría esférica dando el siguiente sistema de ecuaciones

$$\text{sen}\alpha_s = \text{sen}\Phi \cdot \text{sen}\delta + \cos\Phi \cdot \cos\delta \cdot \cos\omega \tag{A.2}$$

$$\text{sen}\gamma_s = \frac{\cos\delta \cdot \text{sen}\omega}{\cos\alpha_s} \tag{A.3}$$



Los momentos de salida y puesta de Sol así como la duración del día se calculan a partir de la Ec. (A.2) como

$$\alpha_s = 0 \rightarrow \text{sen}\alpha_s = 0 \rightarrow 0 = \text{sen}\Phi \cdot \text{sen}\delta + \cos\Phi \cdot \cos\delta \cdot \cos\omega_{SP} \quad (\text{A.4})$$

donde ω_{SP} es el ángulo horario de salida o puesta del Sol y que se expresa como

$$\omega_{SP} = \arccos(-\text{tg}\Phi \cdot \text{tg}\delta) \quad (\text{A.5})$$

La duración del día d es dos veces el ángulo horario de puesta o salida del Sol. La duración del día expresada en horas es

$$d = \frac{2}{15^\circ/\text{hora}} \cdot \omega_{SP} \quad (\text{A.6})$$

donde ω_{SP} se expresará en grados.

La tradición mundial ha asociado el movimiento de la Tierra y la duración de los días de una forma especial. Cada uno de los dos puntos de la eclíptica, órbita de la Tierra alrededor del Sol, donde se obtienen los valores de la declinación máximo (+) y mínimo (-) reciben el nombre de solsticio, y marca los días solares de duración máxima (noche más corta, solsticio de verano, 21 de junio) y de duración mínima (noche más larga, solsticio de invierno, 21 de diciembre).

Paralelamente, cada uno de los dos puntos de la eclíptica donde se obtiene la declinación de valor cero recibe el nombre de equinoccio. Existe uno en la primavera y uno en otoño y son los únicos días del año donde cada punto de la superficie terrestre se mueve esencialmente dentro del plano orbital relativo del Sol. La Fig. A.4 muestra como se observa la Tierra desde el Sol durante los solsticios y los equinoccios. Que las líneas de latitud constante se muestren rectas en los equinoccios ilustra el hecho de que durante estos días, y para cada punto de la superficie terrestre, el Sol saldrá por el este y se pondrá por el oeste.

Los trópicos de Cáncer, de latitud $23'5^\circ$, y de Capricornio, de latitud $-23'5^\circ$, son las latitudes más al norte y al sur respectivamente, en las cuales el Sol consigue un ángulo de cenit igual a 0° (directamente sobre la cabeza) durante al menos un día al año.



Paralelamente, los círculos del Ártico y Antártico se definen como las latitudes más allá de las cuales el Sol no se levanta del plano del horizonte al menos una vez al año.

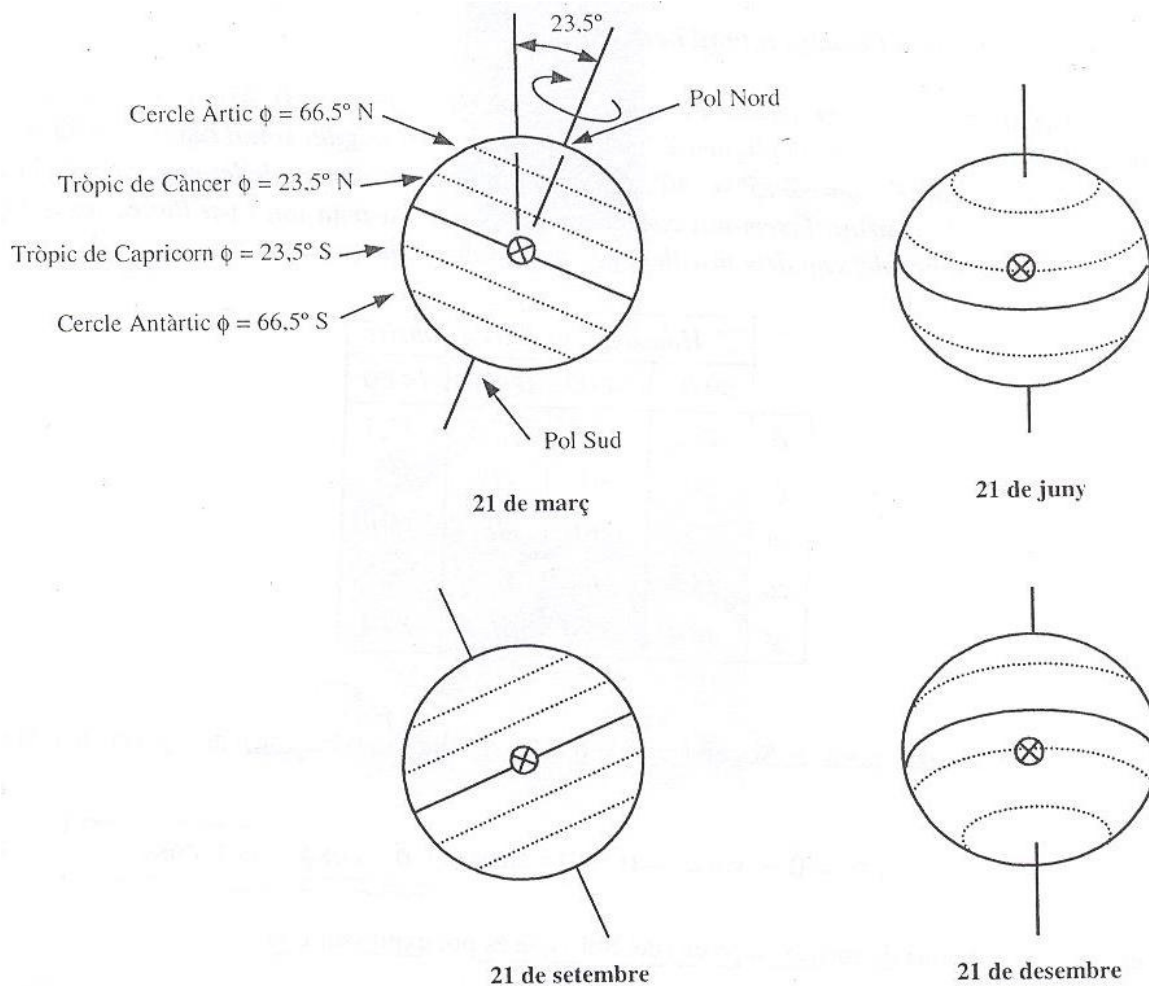


Fig. A.4. La Tierra vista desde el Sol.



B. Tiempo Solar

La Tierra, como se ha explicado anteriormente, está dividida en franjas horarias de 24 zonas temporales por común acuerdo internacional, que dividen los 360° de la circunferencia terrestre. Físicamente estas zonas temporales están separadas 15°, exceptuando algunas modificaciones de tipo fronterizo, político o natural, y todas vienen fijadas como positivo al oeste del meridiano 0° o meridiano de Greenwich. La magnitud que determina la posición de estas zonas temporales es la longitud, λ , (λ_0 para el meridiano de Greenwich).

El día solar en cualquier punto del planeta se define por el tiempo transcurrido entre dos mediodías solares sucesivos, entendiendo como mediodía solar el momento de cualquier día en donde el Sol llega a su máxima altitud. A pesar de esto, debido a la excentricidad de la órbita terrestre y a los efectos de la declinación, la duración de un día solar no es constante y, de hecho, puede aumentar o disminuir en 30 segundos de un día para otro. El efecto acumulativo de este fenómeno es una variación en la escala del tiempo de hasta 16 minutos y 24 segundos, máximo para el 4 de noviembre ($n = 309$), y de hasta -14 minutos y 22 segundos, mínimo y negativo para el 11 de febrero ($n = 41$) respecto del tiempo medio. Esta variación, la diferencia entre el tiempo solar verdadero y el tiempo solar medio, recibe el nombre de ecuación del tiempo, ET , y toma la forma

$$ET = 0'0072 \cdot \cos C - 0'0528 \cdot \cos(2C) - 0'0012 \cdot \cos(3C) - 0'1229 \cdot \text{sen}C - 0'1565 \cdot \text{sen}(2C) - 0'0041 \cdot \text{sen}(3C) \quad (\text{B.1})$$

donde

$$C = \frac{2\pi n}{366} \quad (\text{B.2})$$

La Ec. (B.1) tiene que ser utilizada en modo radianes y multiplicar el resultado obtenido por 60, ya que este resultado viene dado con horas y fracciones decimales de hora.



Para no tener que adaptar la hora continuamente, los relojes muestran una hora media, a veces bastante lejos de la hora solar verdadera que nos proporciona la posición del Sol. La relación final entre el tiempo solar verdadero, TSV , y el tiempo oficial, tiempo marcado por el reloj, se muestra en la siguiente ecuación

$$TSV = Hora\ oficial - \varepsilon + ET + \frac{1}{15}(\lambda_0 - \lambda) \quad (B.3)$$

donde ε es la corrección eventual de verano, $\varepsilon = 2$ horas (de abril a octubre), o la corrección eventual de invierno, $\varepsilon = 1$ horas (de noviembre a marzo), ET es la corrección, con el signo correspondiente, obtenida en la Ec. (B.1) y $(1/15) \cdot (\lambda_0 - \lambda)$ es la corrección que se añade por los efectos de la longitud del lugar en cuestión respecto de la del meridiano de referencia. Esta corrección es de cuatro minutos por cada grado de longitud (60 minutos / 15 grados-hora) y sólo tener en cuenta que $\lambda_0 = 0^\circ$ siempre y que λ tomará valores negativos si se encuentra en el este del meridiano de Greenwich y positivos si se encuentra en el oeste.



C. Seguimiento solar

Los concentradores solares han de orientarse e inclinarse de modo que capturen la energía suficiente para cubrir en la medida exigida la demanda de la aplicación a que son destinados.

En los colectores puntuales pueden emplearse dos mecanismos de seguimiento solar: El montaje ecuatorial y el montaje azimutal. El montaje ecuatorial (Fig. C.1) consta de un único mecanismo de giro donde el eje del colector puntual ha de apuntar siempre al Sol. Como éste describe una circunferencia a los ojos del observador terrestre, dicho eje debe seguir las generatrices de un cono cuyo vértice es el colector puntual.

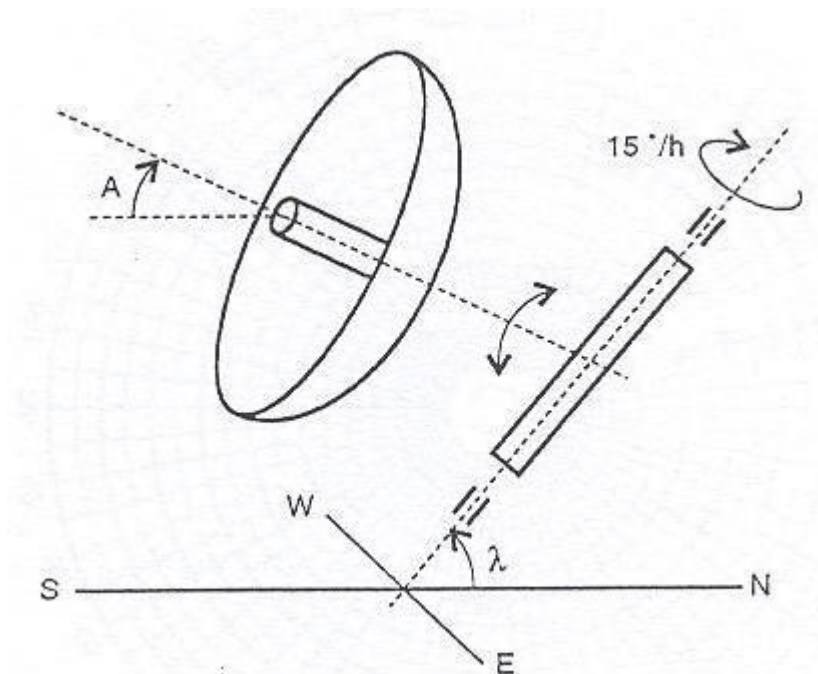


Fig. C.1. Seguimiento solar: Montaje ecuatorial

Por otra parte, en el montaje azimutal (Fig. C.2) se precisan dos mecanismos sincronizados de seguimiento solar, que corresponden a dos rotaciones en torno a ejes perpendiculares, vertical y horizontal.



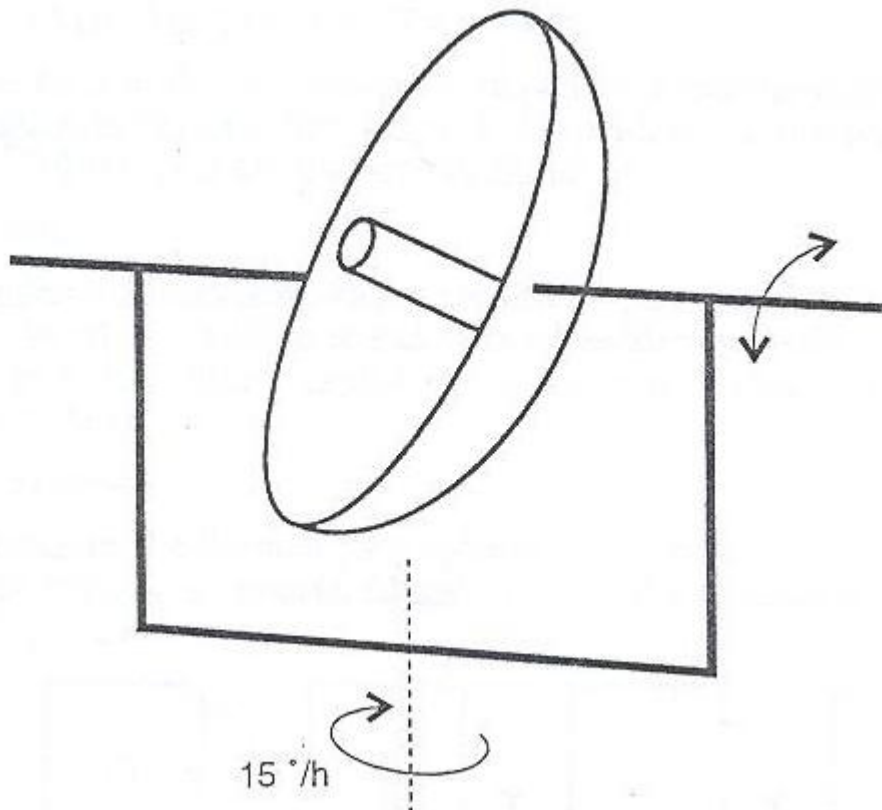


Fig. C.2. Seguimiento solar: Montaje azimutal

C.1. Seguimiento solar en la Cuenca de Cajamarca

El sistema utilizado para orientar el sistema motor Stirling Solar en la Cuenca de Cajamarca ha sido el montaje ecuatorial. Para simplificar los cálculos, ya que el seguimiento solar utilizado para el estudio de sistema motor Stirling Solar se realiza de forma manual, se ha escogido para cada mes un día característico, correspondiente al día en el que la radiación solar diaria es aproximadamente igual a la media del mes en cuestión, por lo tanto, de esta manera se consigue una variación del seguimiento solar constante, a modo de ejemplo, durante todo el periodo que comprende el mes. Los días característicos recomendados son los mostrados en la Fig. C.3.



Mes	Día del año (n)	Fecha
Enero	17	17 de enero
Febrero	47	16 de febrero
Marzo	75	16 de marzo
Abril	105	15 de abril
Mayo	135	15 de mayo
Junio	162	11 de junio
Julio	198	17 de julio
Agosto	228	16 de agosto
Septiembre	258	15 de diciembre
Octubre	288	15 de octubre
Noviembre	318	14 de noviembre
Diciembre	344	10 de diciembre

Fig. C.3. Días significativos de cada mes

Aplicando los conocimientos del apartado (A), la posición relativa del Sol respecto de un punto en la superficie, posición dada por la latitud Φ , en un determinado día característico, definido por su declinación, δ , y momento del día mediante el ángulo horario, ω , viene dada por dos ángulos: la altitud solar, α_s , y el azimut solar, γ_s , obtenidos estos de la aplicación de las Ecs. (A.2) y (A.3).

La Fig. C.4 muestra los resultados de la aplicación del modelo explicado en el apartado (A) para la Cuenca de Cajamarca, $\Phi = -7'17^\circ$, para cada mes representado por su día característico n , y una serie de horas (reloj) características: 8:00, 10:00, 12:00, 14:00, 16:00, 18:00 y 20:00. Además, se da la posición del Sol para el mediodía solar, 12:00, con su equivalencia en la hora reloj ya que ésta será la referencia y orientación que deberá tener el sistema motor Stirling Solar para obtener el mayor aprovechamiento posible de la radiación solar en la aplicación del estudio realizado.



	HS*	HP*	HS (reloj)	HP (reloj)	N*	δ
Enero	05:54	18:24	08:09	20:29	12,5	-20,92
Febrero	06:03	18:24	08:22	20:43	12,4	-12,95
Marzo	06:04	18:13	08:18	20:27	12,2	-2,42
Abril	06:01	17:58	07:05	19:03	11,9	9,41
Mayo	06:02	17:50	07:03	18:51	11,8	18,79
Junio	06:09	17:51	07:13	18:55	11,7	23,09
Julio	06:13	17:58	07:24	19:09	11,7	21,18
Agosto	06:08	18:00	07:18	19:10	11,9	13,45
Septiembre	05:53	17:57	06:54	18:58	12,1	2,22
Octubre	05:38	17:53	06:29	18:44	12,3	-9,60
Noviembre	05:31	17:57	07:20	19:46	12,5	-18,91
Diciembre	05:39	18:11	07:36	20:08	12,6	-23,05
(*) HS: Hora de Salida del Sol; HP: Hora de Puesta del Sol; N: Duración de un día solar						



Hora reloj	8:00				10:00				12:00				14:00			
Meses	Hora solar	ω	α_S	γ_S	Hora solar	ω	α_S	γ_S	Hora solar	ω	α_S	γ_S	Hora solar	ω	α_S	γ_S
E	05:45	93,75	0,00	68,76	7:45	63,75	27,03	70,14	9:45	33,75	54,60	63,63	11:45	3,75	75,78	14,40
F	05:41	94,75	0,00	76,22	7:41	64,75	26,13	79,05	9:41	34,75	55,33	77,57	11:41	4,75	82,56	38,57
Mz	05:46	93,50	0,00	85,75	7:46	63,50	26,59	89,12	9:46	33,50	56,29	83,57	11:46	3,50	84,11	36,44
Ab	06:55	76,25	12,25	78,69	8:55	46,25	41,03	70,85	10:55	16,25	66,82	44,54	12:55	-13,75	68,49	-39,75
My	06:59	75,25	11,47	69,09	8:59	45,25	38,39	59,07	10:59	15,25	60,00	29,87	12:59	-14,75	60,24	-29,05
Jn	06:56	75,00	10,79	64,77	8:56	46,00	35,81	54,68	10:56	16,00	55,94	26,92	12:56	-14,00	56,79	-23,97
Jl	06:49	77,75	8,70	67,19	8:49	47,75	35,23	57,67	10:49	17,75	56,72	31,20	12:49	-12,25	59,20	-22,73
Ag	06:50	77,50	10,36	74,85	8:50	47,50	38,53	66,43	10:50	17,50	63,03	40,15	12:50	-12,50	65,93	-31,07
S	06:59	75,25	14,34	85,85	8:59	45,25	43,88	79,92	10:59	15,25	72,12	58,87	12:59	-14,75	72,54	-58,00
O	07:09	72,75	18,11	82,20	9:09	42,75	47,66	83,60	11:09	12,75	77,16	78,21	13:09	-17,25	72,77	-80,69
N	06:11	87,25	4,90	71,51	8:11	57,25	33,25	72,05	10:11	27,25	61,03	63,43	12:11	-2,75	77,96	-12,56
D	06:03	89,25	3,49	67,19	8:03	59,25	31,04	67,36	10:03	29,25	57,72	57,33	12:03	-0,75	74,10	-2,52

Hora reloj	16:00				18:00				20:00				Mediodía solar		12:00	
Meses	Hora solar	ω	α_S	γ_S	Hora solar	ω	α_S	γ_S	Hora solar	ω	α_S	γ_S	Mediodía reloj	α_S	γ_S	
E	13:45	-26,25	61,14	-58,86	15:45	-56,25	34,02	-69,56	17:45	-86,25	6,04	-69,60	13:45	76,25	0	
F	13:41	-25,25	64,49	-74,87	15:41	-55,25	35,39	-79,18	17:41	-85,25	6,20	-77,67	13:41	84,22	0	
Mz	13:46	-26,50	63,18	-81,11	15:46	-56,50	33,53	-88,15	17:46	-86,50	3,77	-88,03	13:46	85,25	0	
Ab	14:55	-43,75	43,36	-69,78	16:55	73,75	14,68	78,26	18:55	-103,75	0,00	-73,39	12:55	73,42	0	
My	14:59	-44,75	38,82	-58,81	16:59	-74,75	11,94	-69,00	18:59	-104,75	0,00	-66,28	12:59	64,04	0	
Jn	14:56	-44,00	37,42	-53,57	16:56	-74,00	11,69	-64,56	18:56	-104,00	0,00	-63,20	12:56	59,74	0	
Jl	14:49	-42,25	39,77	-54,65	16:49	-72,25	13,71	-66,07	18:49	-102,25	0,00	-65,67	12:49	61,65	0	
Ag	14:50	-42,50	43,03	-64,01	16:50	-72,50	15,14	-73,92	18:50	-102,50	0,00	-71,71	12:50	69,38	0	
S	14:59	-44,75	44,37	-79,77	16:59	-74,75	14,83	-85,78	18:59	-104,75	0,00	-75,09	12:59	80,61	0	
O	15:09	-47,25	43,23	-83,55	17:09	-77,25	13,69	-81,82	19:09	-107,25	0,00	-70,33	13:09	87,57	0	
N	14:11	-32,75	56,09	-66,52	16:11	-62,75	28,05	-72,35	18:11	-92,75	0,00	-70,90	14:11	78,26	0	
D	14:03	-30,75	56,46	-58,37	16:03	-60,75	29,67	-67,51	18:03	-90,75	2,12	-67,03	14:03	74,12	0	

Fig. C.4. Seguimiento solar en la Cuenca de Cajamarca para las horas de reloj 8:00, 10:00, 12:00, 14:00, 16:00, 18:00 y 20:00 y el mediodía solar

Una vez realizado los cálculos pertinentes si se desea realizar un seguimiento solar manual desde la salida hasta la puesta del Sol deberá construirse un pequeño caballete que conste de dos movimientos: Arriba y abajo y de giro sobre un eje. El resultado deberá regirse por la Fig. C.5 donde se ha utilizado los resultados obtenidos en la Fig. C.4:

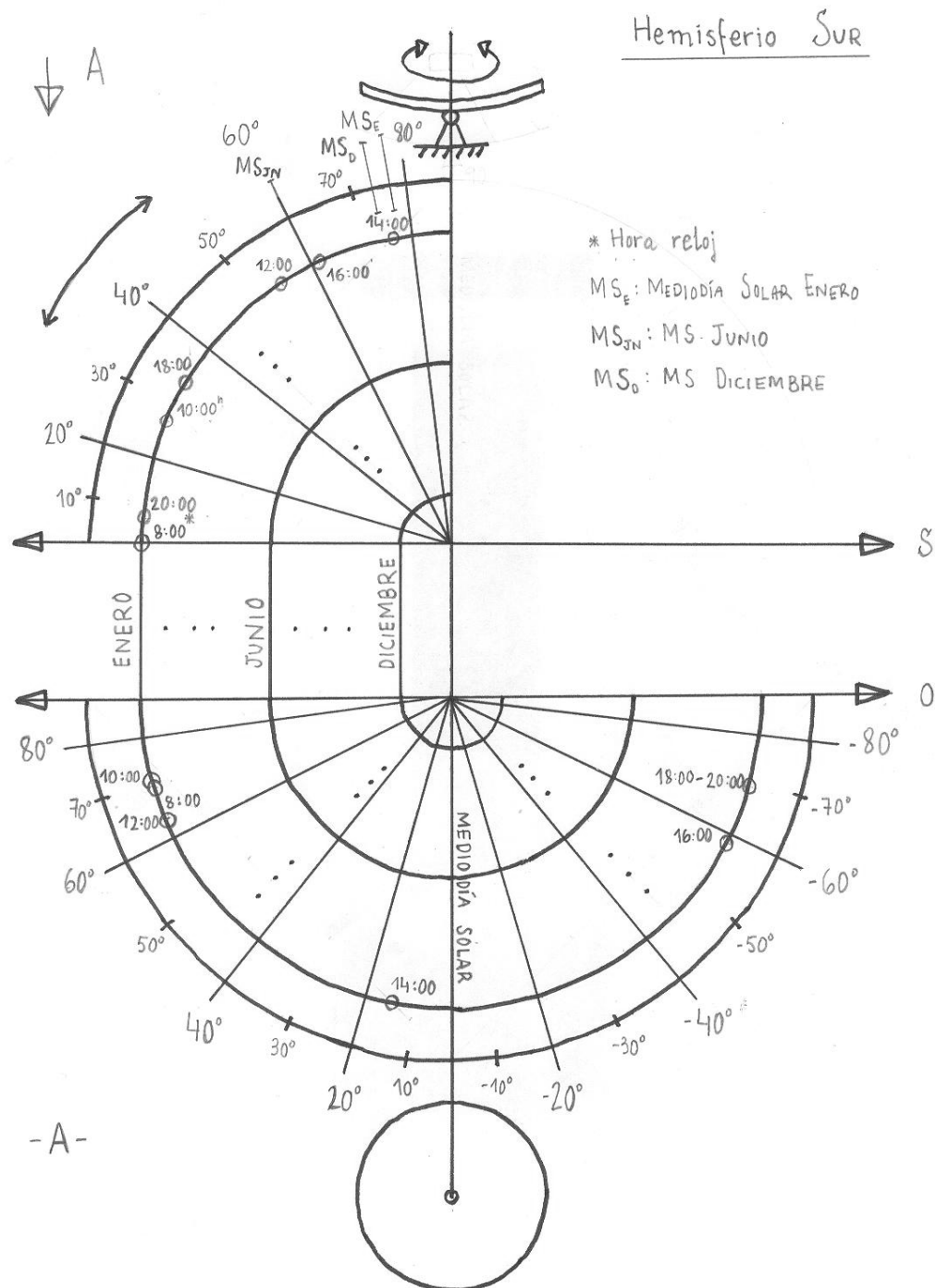


Fig. C.5. Seguimiento solar manual: Montaje ecuatorial

