

Resum

L'objectiu principal del projecte és el desenvolupament d'algorismes de control en temps real, per la planta de levitació magnètica '*Model 730 Magnetic Levitation System*' dissenyada i fabricada per l'empresa *ECP*. Per tal realitzar l'automatització es proposa la utilització d'un PC amb RTLinux, ja que aquest és un Sistema Operatiu de codi lliure, gratuït, i que ofereix bones prestacions per tal de treballar amb temps real.

L'estudi teòric en l'àmbit del control de sistemes té en aquest projecte dos punts principals; la *Identificació de Models* i el *Control Predictiu*. La selecció de la teoria a utilitzar és conseqüència de les hipòtesis inicials. Aquestes són, en primer lloc, que es poden utilitzar models lineals aplicats al voltant de punts d'equilibri per tal de controlar sistemes no lineals. S'utilitzen les eines d'*Identificació de Models* per fer el modelat lineal de la planta. En segon lloc, que el *Control Predictiu* és una eina adient en aquest cas per dissenyar controladors.

Per tant s'ha desenvolupat programari necessari per automatitzar el sistema. També s'ha dissenyat dos programes per a la obtenció d'informació del mateix, un per escriure fitxers de dades i un altre per visualitzar-les. Per visualitzar dades en temps real s'ha utilitzat el llenguatge de programació *Java* que permet implementar fàcilment rutines gràfiques.

Així com s'ha comentat s'han utilitzat models lineals per modelar la planta, i dissenyar el control a partir d'aquests. L'estudi detallat del sistema mostra que el sistema té un comportament no lineal. El disseny satisfactori dels controladors, i els resultats obtinguts d'aplicar aquests a la planta, han demostrat les hipòtesis realitzades. La conclusió final del projecte és que és possible controlar la planta només utilitzant la informació que d'ella en donen els models lineals. Això suposa que no se'n podran controlar els comportaments no lineals. Per això el control predictiu és molt adient ja que aquest imposa el comportament de la planta.

Finalment s'ha determinat que els camps magnètics que produeix la planta no són perjudicials per a la salut.





Sumari

RESUM	1
SUMARI	3
1 GLOSSARI	7
2 PREFACI	9
2.1 Origen del projecte	9
2.2 Motivació	9
3 INTRODUCCIÓ	11
3.1 Objectius del projecte.....	11
3.2 Abast del projecte.....	11
4 DESCRIPCIÓ DEL SISTEMA. PLANTA DE LEVITACIÓ MAGNÈTICA	13
4.1 Configuracions de la planta.....	14
5 DETERMINACIÓ DE LES CARACTERÍSTIQUES DELS SENSORS	15
5.1 Introducció.....	15
5.2 Material utilitzat.....	15
5.3 Esquema de les connexions	17
5.4 Variables d'entrada i sortida de la planta, acotació i captació.....	18
5.5 Reconeixement de la característica dels sensors de posició	19
5.5.1 Experiments per sensor de la part inferior (sensor 1)	19
5.5.2 Experiments pel sensor de la part superior (sensor 2).....	21
5.6 Anàlisi dels resultats experimentals	22
5.6.1 Resultats del sensor 1	22
5.6.2 Resultats del sensor 2	26
6 MODELAT DE LA PLANTA	28
6.1 Introducció.....	28
6.2 Anàlisi dinàmic de la planta.....	28
6.3 Model basat en les equacions físiques.....	30
6.3.1 Modelat dels discs magnètics	30
6.3.2 Modelat de les bobines.....	33
6.4 Model de regressió.....	35
6.5 Identificació de models SISO.....	37
6.5.1 Introducció	37



6.5.2	Senyals d'entrada (<i>PRBS</i>)	37
6.5.3	Models de Caixa negra. Models <i>ARX</i>	41
6.5.4	Procediment experimental	41
6.5.5	Presentació Model SISO seleccionat	45
6.6	Identificació de models MIMO	47
6.6.1	Introducció	47
6.6.2	Models MIMO de caixa negra.....	47
6.6.3	Selecció dels punts d'equilibri.....	48
6.6.4	Procediment experimental	48
6.6.5	Disseny dels <i>PRBS</i>	49
6.6.6	Determinació de la banda passant	50
6.6.7	Disseny d'experiments	50
6.6.8	Selecció de model	51
6.6.9	Presentació Model MIMO	52
7	DISSENY DE CONTROLADORS	55
7.1	Control Predictiu.....	55
7.1.1	Introducció	55
7.1.2	Model predictiu	57
7.1.3	El <i>bloc conductor</i> i les trajectòries desitjades.....	58
7.1.4	Disseny del controlador Predictiu. Plantejament i solució estratègia estesa per sistemes SISO.....	59
7.2	Control Predictiu SISO	65
7.2.1	Disseny i simulació de controladors.	65
7.2.2	Disseny del Controlador Predictiu	66
7.2.3	Model de simulació utilitzant <i>simulink</i>	69
7.2.4	Disseny d'experiments amb els controladors.....	70
7.2.5	Resultats experimentals.....	71
7.3	Control Predictiu MIMO.....	72
7.3.1	Disseny de controladors.....	72
7.3.2	Control Predictiu MIMO.....	73
7.3.3	Disseny del Controlador Predictiu	76
7.3.4	Model de simulació utilitzant <i>simulink</i>	79
7.3.5	Disseny d'experiments amb els controladors.....	79
7.3.6	Resultats experimentals.....	81
8	IMPLEMENTACIÓ DE CONTROLADORS	82
8.1	Introducció.....	82
8.2	Estructura dels programes en <i>RTLinux</i>	82
8.3	Estructura d'una tasca de <i>RTLinux</i>	83



8.4	Programes de captació de dades	84
8.5	Estructura del controlador dissenyat.....	85
8.6	Saturació de l'acció de control	86
8.7	Mòdul Controlador.....	88
9	ESTUDI D'IMPACTE AMBIENTAL	90
9.1	Estudi del camp magnètic.....	90
9.2	Consum elèctric del muntatge experimental	91
10	PRESSUPOST I ANÀLISI DE LES DIFERENTS OPCIONS	92
	CONCLUSIONS	93
	BIBLIOGRAFIA	95
10.1	Referències bibliogràfiques.....	95



1 Glossari

Glossari de terminologia utilitzada:

SISO: (*Single Input, Single Output*)
entrada única, sortida única.

MIMO: (*Multiple Input, Multiple Output*)
entrades múltiples, sortides múltiples.

AD: Analògic Digital.

DA: Digital Analògic.

Fig.: Figura.

Eq.: Equació.

m: Metres.

cm: Centímetres.

s: Segons.

ms: Milisegons.

V: Volts.

Hz: Hertz.

Counts: nombre de tensions representables per la targeta conversora AD/DA.

A: Ampers.

T: Tesla.

mT: Militesla.

N: Newtons.

Rad: Radians

ω : pulsació (rad/s)

FIFO: (*First in, First out*) primer dins, primer fora. Protocol de cua.

PRBS: (*pseudo random binary sequence*)

seqüència binària pseudo-aleatòries.





2 Prefaci

2.1 Origen del projecte

L'origen del projecte és l'existència de la planta de levitació magnètica de la que és disposa en el laboratori remot d'automàtica, que es troba en l'Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials. Aquesta planta permet fer-ne un estudi teòric basat en les lleis de l'electromagnetisme, i realitzar un projecte final de carrera amb una part teòrica i una part pràctica d'aplicació de la teoria.

La planta de la que es disposa ha estat especialment dissenyada per l'aprenentatge de la teoria de control. Però tot i que existia l'opció d'obtenir un paquet de programari per tal d'utilitzar-la, s'ha optat per no comprar aquest programari. D'aquí surt la necessitat de crear un programari nou, i l'opció més viable per tal d'implementar el programari és la utilització *RTLinux*.

2.2 Motivació

La motivació d'aquest projecte és la implementació pràctica dels controladors que es dissenyaran en el projecte, i aprofundir en la teoria de control, utilitzant en el projecte blocs temàtics no estudiats durant la carrera. Es vol construir un conjunt de programari que permeti fer el control del sistema, així com l'experimentació adequada.



3 Introducció

3.1 Objectius del projecte

L'objectiu principal del projecte és el desenvolupament d'algorismes de control en temps real, per la planta de levitació magnètica de que es disposa. Per tal de poder realitzar aquest objectiu cal seguir una metodologia determinada. Pel primer objectiu és desenvolupar la plataforma que permetrà el disseny. Aquesta consisteix en el muntatge experimental i el conjunt de programari, que permetran fer el control amb computador . El següent objectiu és la identificació del sistema, aquí cal fer un reconeixement de les parts que integren el sistema amb la intenció de modelar adequadament el funcionament d'aquest. És en el punt de modelat on cal utilitzar la millor opció de les que es disposa per tal d'aconseguir l'objectiu principal. Finalment és planteja l'objectiu de dissenyar controladors que permetin l'automatització del conjunt.

3.2 Abast del projecte

Es vol realitzar l'estudi sobre sistemes SISO (*single input, single output*) i MIMO (*multiple input, multiple output*), per mostrar les diferències i les semblances entre el control dels dos casos, gràcies a què la planta de que es disposa permet les dues opcions.

Es pretén utilitzar les eines dels sistemes operatius *Linux* i *RTLinux* per tal d'implementar els controladors ja que els dos funcionen conjuntament, i utilitzar els llenguatges de programació *C* i *Java* per implementar l'automatització.



4 Descripció del sistema. Planta de levitació magnètica

La planta 'Model 730 Magnetic Levitation System' està fabricada per l'empresa ECP. Empresa dedicada a la construcció de sistemes experimentals per tal d'il·lustrar la teoria de Control. La planta es compon del levitador i del mòdul de potència i adaptació de senyal.

La informació bàsica sobre la planta s'ha obtingut del manual de la planta [1]

La planta consisteix en dues bobines encarades l'una amb l'altra i sobre el mateix eix. També es tenen dos discs magnètics que han de levitar per una guia, entre les dues bobines. Per llegir les posicions dels discs s'utilitzen dos sensors. La següent fotografia mostra la planta.



Fig. 4.1 Fotografia de la planta [1]

Les bobines consten d'un enrotllament de fil de coure convencional pel qual pot circular una intensitat màxima de 4 A (*Ampers*). Aquestes bobines juntament amb els discs magnètics aconseguixen un rang de levitació de més de 4 centímetres. És important per això disposar d'uns discs magnètics que creïn un camp magnètic prou important. Aquests discs magnètics són llavors imants permanents fabricats a base de *neodimi-ferro-bor* (*Nd-Fe-B*), amb una magnetització d'aproximadament 900.000 A/m.



El funcionament intuïtiu de la planta consisteix en què cada una de les bobines ha de controlar la posició d'un dels discs magnètics. La bobina de la part de sota crea un camp magnètic capaç d'elevat el disc magnètic creant una força de repulsió. Per altra banda la bobina superior crea un camp magnètic per tal d'aconseguir una força d'atracció sobre l'esmentat disc magnètic. És clar, doncs, que aquesta planta permet diferents configuracions en funció del nombre de discs magnètics i la polaritat en la que siguin situats. A part d'aquestes dues forces el sistema es complica a causa de la interacció dels elements que el formen. En el cas de voler controlar les posicions dels dos discs magnètics, s'hauran de tenir en compte les forces que fan les bobines sobre el disc que tenen més enfora, i també la força de repulsió o atracció que es fan els discs magnètics entre si. Així l'estudi de les equacions del sistema ens porta al modelat d'un sistema no lineal.

Per tal de controlar els senyals que s'envien a la planta es disposa del mòdul de potència i adaptació de senyal on es realitzarà el connexionat amb el computador mitjançant una targeta conversora AD/DA. Aquest mòdul s'encarrega de realitzar la conversió entre voltatge i intensitat.

4.1 Configuracions de la planta

La planta de levitació magnètica de la que es disposa permet l'estudi de diferents tipus de sistema, a partir de les diferents configuracions que es poden adoptar, de fet és com si es tinguessin varies plantes. El sistema complet amb els dos discs ens porta a un sistema MIMO (*multiple input, multiple output*) on tenim dues entrades, les accions sobre cada bobina, i dues sortides, les posicions dels dos discs magnètics. Si en canvi només es treballa amb una bobina i un dels dos discs el sistema es transforma en SISO (*single input, single output*). També és possible controlar la posició dels dos discs mitjançant una sola bobina en què s'obté un sistema SIMO.

En el cas de treballar amb la bobina 1 i fer levitar un disc amb la força de repulsió, creada gràcies a la intensitat que circula per la bobina, ens trobem amb un sistema estable en llaç obert. Si en canvi es treballa amb la bobina 2 intentant atreure el disc ens trobem amb un sistema inestable en llaç obert.



5 Determinació de les característiques dels sensors

5.1 Introducció

En aquest punt es pretén realitzar els primers assaigs sobre la planta per poder ser capaços d'enviar els senyals adients als actuadors i de captar correctament la informació rebuda pels sensors. Caldrà en primer lloc exposar tots els elements que intervenen en el muntatge experimental per explicar com es relacionen entre ells i poder fer els primers assaigs sobre la planta.

5.2 Material utilitzat

Els dos elements més importants del muntatge són per una banda la planta i per l'altra el PC que disposa de *RTLinux*. Per a què aquests dos elements es puguin comunicar cal una targeta de conversió AD/DA, però a causa de què els rangs de sortida del conversor DA no són compatibles amb les entrades analògiques de la planta caldrà situar entre aquests dos un mòdul de conversió de senyal, dissenyat especialment per aquest cas. La planta consta de dues parts, un mòdul dedicat a l'etapa de potència de les entrades i sortides de la planta, i la planta en si mateixa. A continuació es descriuran cada un dels elements de què es disposa.

PC amb RTLinux

En el laboratori es disposa d'un PC *Pentium 4* que disposa d'un processador de 2,4 GHz i un Giga de memòria RAM. En aquest PC s'hi ha instal·lat el sistema operatiu *Debian GNU/Linux 3.1* (també anomenada *Sarge*), juntament amb *RTLinux-3.2-pre3* que s'instal·la sobre del sistema operatiu Linux, modificant-ne el nucli per tal de fer-lo de temps real. La utilització del PC que es disposa amb *RTLinux* permetrà tancar llaços de control amb períodes de mostratge de l'ordre de dècimes de milisegon.



Targeta conversora AD/DA.

La targeta de que es disposa va connectada al bus PCI del PC, és el model *PCI1711* de la casa *Advantech*. Disposa de 16 entrades analògiques en mode comú (8 en mode diferencial), 2 canals de sortida analògics, 16 canals de sortida digitals i dos ports digitals de 16 pins cada un, un d'entrada i l'altre de sortida. El convertor AD/DA és de 12 bits amb una freqüència de mostratge superior a 100KHz.

Els canals de sortida analògics serviran per enviar les accions de control de cada bobina i les entrades analògiques per llegir les lectures dels sensors. També s'utilitzarà un canal digital de sortida per posar en funcionament el mòdul de conversió de senyal, i per aturar-lo posteriorment. Es disposa d'un *driver* realitzat per tal d'utilitzar la targeta amb *RTLlinux*. La informació de la targeta conversora s'ha obtingut de [2].

Mòdul de conversió de senyal

L'existència d'aquest mòdul es deu a què el rang de sortida del convertor DA és de 10/0 V mentre que les entrades de la planta tenen un rang d'entrada de 10/-10 V. Caldrà convertir correctament el senyal per tal que quan a l'entrada del mòdul hi hagi 0 V, a la sortida n'hi hagi -10 V. A més és necessari dotar el mòdul d'un interruptor perquè quan la sortida de la targeta estigui a 0 V, quan aquesta no estigui en funcionament, llavors no s'envii una senyal de -10 V a la planta.

El mòdul consta de quatre entrades amb un rang de voltatge de 10/0 V i quatre sortides amb un rang de sortida de 10/-10 V. L'interruptor posa en funcionament la conversió de voltatges quan a la seva entrada se li envia un senyal digital de valor alt (un 1). En l'annex A.2.3 és presenta l'esquema electrònic del mòdul de conversió de senyal.

La planta

El levitador va connectat al mòdul de potència i adaptació de senyal, l'usuari realitza les connexions en el panell frontal del *mòdul de potència*. En aquest es troben dues entrades i quatre sortides amb les seves terres corresponents, només s'utilitzen dues de les sortides ja



que les restants són per fer una compensació de temperatura per la qual no s'ha obtingut informació fiable. Aquestes es mostren en la següent taula obtinguda de [3].

Pin	Símbol	Descripció	Notes
1	DAC1	Acció de control bobina 1(inferior)	Entrada analògica 10/-10 V
2	DAC2	Acció de control bobina 2(superior)	Entrada analògica 10/-10 V
3	ADC1	Sensor bobina 1	Sortida analògica 10/0 V
4	ADC2	Sensor bobina 2	Sortida analògica 10/0 V

Taula 5.1 Entrades i sortides del mòdul de potència

Cada una de les bobines de la planta conté un *led* visible que ens indica el signe de la consigna, verd quant la tensió que s'imposa a la bobina es positiva, va de 0 V a 10 V, i de color vermell quan la tensió aplicada és negativa, de 0 a -10 V.

5.3 Esquema de les connexions

El sistema de connexions consta de tres elements, la targeta AD/DA connectada al PC, el mòdul de conversió de senyal, i la planta.

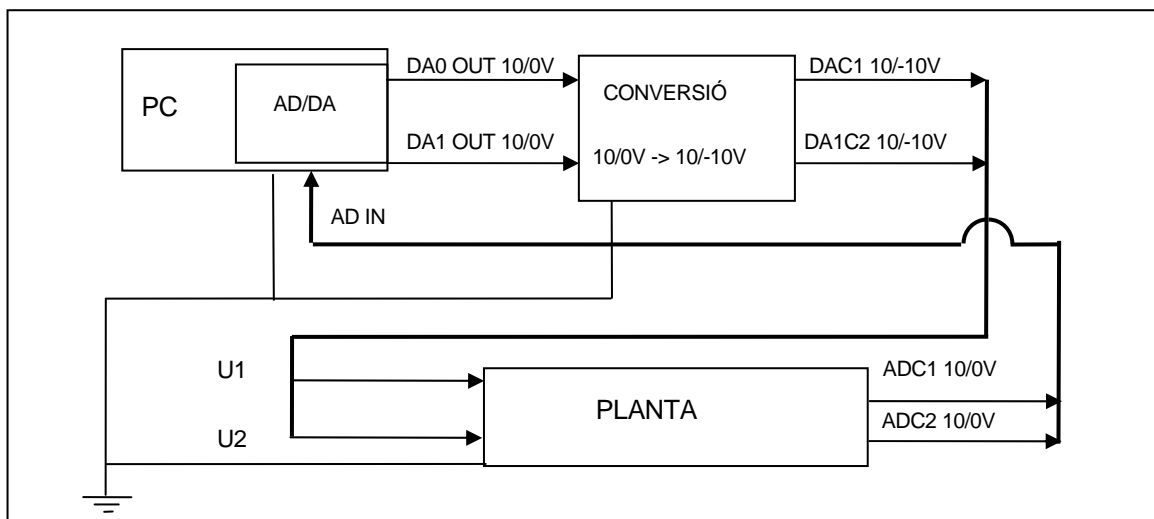


Fig. 5.1 Esquema de connexions



El mòdul de conversió serà utilitzat per convertir l'acció de control en els rangs indicats a la figura. Pel que fa a les sortides de la planta, aquestes aniran a les entrades analògiques de la targeta AD/DA. La següent taula mostra el connexionat realitzat en la regleta de connexions de la targeta AD-DA.

Pin targeta AD/DA	Connexió amb:
<i>DA0 OUT</i>	<i>DAC1</i>
<i>DA1 OUT</i>	<i>DAC2</i>
<i>AI 0</i>	<i>ADC1</i>
<i>AI 1</i>	<i>ADC2</i>
<i>DO 1</i>	<i>Interruptor mòdul conversió senyals</i>
<i>GND</i>	<i>A la terra comú</i>

Taula 5.2 Connexions controladora de senyal i targeta conversora

5.4 Variables d'entrada i sortida de la planta, acotació i captació.

El control de la planta es farà utilitzant les variables d'entrada u_1 i u_2 , accions de control sobre cada una de les bobines, que corresponen a les sortides analògiques de la targeta de conversió AD/DA, *DA0 OUT* i *DA1 OUT*, que després de passar pel mòdul de senyal esdevenen una tensió compresa entre 10 V i -10 V. Les variables de sortida són les dues lectures dels sensors de posició, que corresponen a dues tensions entre 10 V i 0 V, però a les que aplicarem la característica no lineal d'aquests sensors, i finalment els algoritmes implementats treballaran amb les posicions en centímetres. Les posicions dels discs magnètics s'anomenaran y_1 i y_2 , cada una de les quals va de 0,25 a 14 cm.

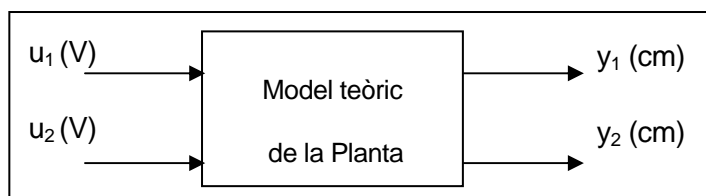


Fig. 5.2 Model teòric de la planta



Però realment la planta no dóna les posicions en centímetres. Es representen els sensors com una funció f_{sensor} que converteix les posicions dels discs magnètics a una tensió corresponent per a cada distància. En el muntatge real serà necessari aplicar les funcions que ens descriuen els sensors, per tal de poder comparar els models de simulació amb el muntatge real.

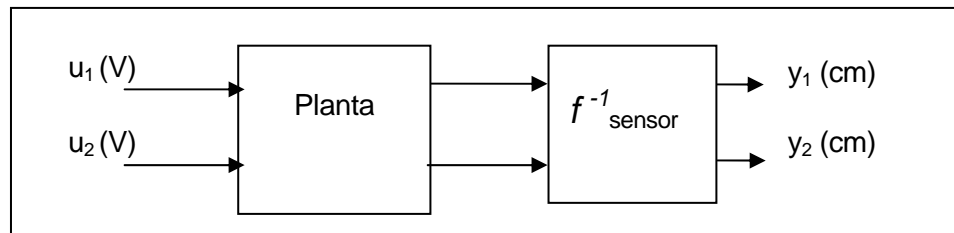


Fig. 5.3 Esquema del muntatge real.

5.5 Reconeixement de la característica dels sensors de posició

Els sensors dels que disposa la planta són sensors dotats d'un làser que es fa incidir sobre una de les cares d'un dels dos discs magnètics. Llavors el làser rebota sobre els discs i en funció de com retorna dóna una lectura corresponent a una distància diferent.

En aquest punt es presenta la metodologia seguida per poder determinar les característiques no lineals dels sensors, i els resultats obtinguts. Es realitzaran dos experiments un per a cada sensor, amb una rèplica cada una a causa de la variabilitat que s'ha observat experimentalment en les primeres proves. Primer s'explicaran els experiments i seguidament es mostren els resultats obtinguts.

5.5.1 Experiments per sensor de la part inferior (sensor 1)

L'objectiu d'aquest experiment és aconseguir una relació entre la lectura de la posició que obté el sensor, respecte el disc magnètic que té més proper, i la distància real en centímetres, a la qual es troba aquest disc magnètic. Per fer aquests experiments només



s'utilitzarà la bobina 1, amb el disc magnètic 1, i llegint la sortida del sensor 1, *ADC1*. Com s'ha comentat anteriorment la planta amb aquesta configuració és estable en llaç obert.

Una vegada realitzat el connexió indicat, ja es poden dissenyar tasques en temps real per tal de fer experimentació amb la planta en llaç obert. La següent figura mostra l'esquema de l'experiment.

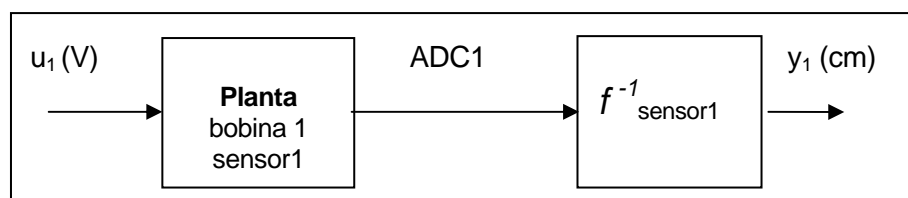


Fig.5.4 Esquema de l'experiment pel sensor 1

Així es proposa mantenir el disc magnètic 1 en una posició fixa, aplicant una tensió en el rang de tensions d'entrada, per poder fer la lectura del sensor en règim estacionari i fer la lectura visual de l'altura a la que es situa el disc magnètic. Es podrà obtenir un conjunt de punts que ens relacionin el valor obtingut pel sensor, *ADC1*, amb l'altura real amb centímetres, y_1 .

Experimentalment s'ha comprovat que el disc magnètic no està perfectament horitzontal, i això provoca que les lectures variïn en funció de la rotació del disc magnètic sobre ell mateix. Caldrà realitzar diferents experiments per determinar si la rotació del disc magnètic sobre ell mateix produeix molta variabilitat en les lectures del sensor. Aquests discs magnètics tenen una inscripció que indica el pol nord de l'imant, llavors es proposa situar el pol nord en dues posicions diametralment oposades, per poder comparar els resultats obtinguts.

Metodologia

Amb l'objectiu d'obtenir les dades necessàries per fer l'experiment es col·loca un disc magnètic recolzat sobre la bobina 1. Llavors es dona una consigna que produeixi una força de repulsió sobre el disc, tensió positiva sobre l'entrada *ADC1*, i finalment s'espera que el disc resti en repòs per tal d'agafar dades de les lectures de posició durant cinc segons, lectures sobre la variable *ADC1*. Això suposa un total de 50000 dades ja que es treballa amb un període de mostreig arbitrari de 0,1 ms.



Es realitzaran dos experiments que corresponen a dues posicions diferents del disc magnètic.



Fig. 5.5 Posicionament del disc per als dos experiments

Posteriorment es realitzarà una repica del mateix experiment, un dia diferent per tal d'observar la possible variabilitat de les dades obtingudes.

5.5.2 Experiments pel sensor de la part superior (sensor 2)

L'objectiu d'aquest experiment és aconseguir una relació entre la lectura de la posició que obté el sensor superior, respecte del disc magnètic que té més proper, i la distància real en centímetres, a la qual es troba aquest disc magnètic. En aquest cas cal tenir en compte que la planta és inestable en llaç obert quan només es volen utilitzar la bobina 2 i el disc magnètic 2.

Per fer aquest experiment es procedirà com en el cas anterior però la consigna de la planta serà 0, i es variarà l'altura del disc magnètic, fixant-la amb una pinça, per poder aconseguir un conjunt de punts que relacionin les variables desitjades.

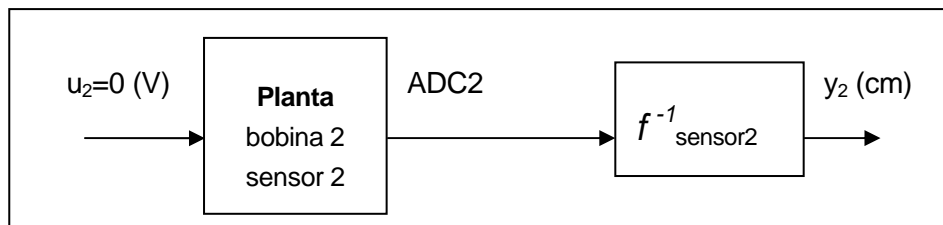


Fig. 5.6 Esquema de l'experiment pel sensor 2



Metodologia

Amb la intenció d'obtenir les dades necessàries per fer l'experiment, es col·loca un disc magnètic recolzat sobre una pinça. Llavors es dona consigna de tensió igual a zero a la bobina 2, i finalment s'agafen dades de les lectures de posició durant cinc segons, lectures sobre la variable *ADC2*. Això suposa un total de 50000 dades ja que es treballa amb un període de mostratge arbitrari de 0,1 ms.

Es realitzaran dos experiments que corresponen a dues posicions diferents del disc magnètic, com s'ha explicat en l'experiment pel sensor 1, i posteriorment una replica de l'experiment.

5.6 Anàlisi dels resultats experimentals

5.6.1 Resultats del sensor 1

Abans de fer cap càlcul els histogrames i gràfics d'evolució temporal ens indiquen les següents observacions. Aquests es poden trobar en l'annex A.

Pel que fa als gràfics temporals presentats, i els de la resta de dades obtingudes i que no s'han presentat per no aportar més informació, en aquests no s'observa que el temps influeixi en els valors retornats pel sensor, en les figures corresponents no s'observen tendències en l'evolució temporal (veure Fig. A.1). En tot cas no ho fan durant els tres segons que es representen en aquests gràfics. Però si en canvi l'experiment es realitza un altre dia, comparant les dues rèpliques es veu que les mitjanes varien; es pot pensar, doncs, que el sensor és molt sensible a les condicions ambientals, o a molts altres factors, però en tot cas cal comparar les dades per veure si les diferències són significatives. L'observació dels experiments porten a pensar que els valors d'aquests van augmentant quan el sistema està en funcionament, en aquesta situació les bobines van dissipant calor, l'augment de la temperatura dels actuadors provoca l'augment de la temperatura de l'entorn dels sensors, ja que aquests es troben molt pròxims. Això fa que les lectures dels sensors augmentin amb la temperatura.

Si ens fixem en els histogrames presentats per a les posicions del disc en una mateixa altura *y*, es veu que es formen dues campanes en dos llocs diferents, i que per tant el



posicionament del disc varia la resposta del sensor (veure Fig. A.3). Cal igualment veure si aquestes diferències de les mitjanes són significatives. En tot cas és important veure que la desviació d'una mesura determinada resulta molt menor a les diferències de mitjanes entre experiments i rèpliques.

Aquestes observacions porten a pensar que la calibració dels sensors no és fàcil. Per això és necessari definir quina resolució s'accepta en les mesures de posició.

L'objectiu final d'aquesta secció és determinar una funció per regressió de la característica del sensor 1. Les dades experimentals resumides, i amb les que es treballarà a continuació són les següents.

u1 (V)	y1(cm)	Rèplica 1			Rèplica 2			Diferència màxima	mitjana experiments
		adc1_1	adc1_2	Diferències	adc1_1	adc1_2	Diferències		
0	0,25	2883,6	2988,8	-105,2	2852,6	3016,6	-164	-164	2935,4
0,5	0,45	2745,1	2840,5	-95,4	2698,5	2808,8	-110,3	-110,3	2773,2
1	1,45	1728,1	1808,7	-80,6	1727,7	1792,4	-64,7	-80,6	1764,2
1,5	2,25	1294,5	1358	-63,5	1287,6	1353,7	-66,1	-66,1	1323,4
2	2,85	1047,6	1098,3	-50,7	1030,6	1086,5	-55,9	-55,9	1065,7
2,5	3,25	890,5	919,77	-29,27	877,13	911,22	-34,09	-34,09	899,66
3	3,65	783,94	793,93	-9,99	772,6	797,86	-25,26	-25,26	787,08
3,5	3,85	688,75	706,47	-17,72	679,59	709,82	-30,23	-30,23	696,16

Taula 5.3 Resultats sensor 1

Primerament cal observar que les diferències màximes entre els valors obtinguts per una mateixa posició, sembla que són més grans per a distàncies fins a 1,5 cm. Cal convertir les unitats de les diferències per tal de veure si són acceptables.

Tot seguit es realitza una regressió de segon ordre de les mitjanes calculades en front de les distàncies observades visualment (Fig. 5.7 esquerra).

En aquest moment es podria donar aquesta regressió com a bona per complir l'objectiu marcat per aquest punt del projecte. Però s'ha de pensar en quina és la resolució que ens interessa, i és per això que és interessant veure a partir del pendent d'aquesta regressió,



quina relació tenen les diferències màximes passades a centímetres. Per tal de calcular el pendent de la recta tangent que ens servirà per a determinar les diferències en centímetres, es deriva una corba genèrica de segon grau.

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y' = 2ax + b = \text{pendent de la recta tangent per un valor de } x$$

$$y' = \frac{\Delta\text{ADC1_TC}}{\Delta y_1(\text{cm})} \Rightarrow \Delta y_1(\text{cm}) = \frac{\Delta\text{ADC1_TC}}{2ay_1 + b}$$

Llavors per a cada valor de y_1 i per a cada diferència màxima amb *counts* es pot obtenir la diferència màxima en centímetres que produiria la regressió proposada.

$y_1(\text{cm})$	Diferència màxima (<i>counts</i>)	Diferències en cm
0,25	-164	0,15342
0,45	-110,3	0,10834
1,45	-80,6	0,10547
2,25	-66,1	0,11782
2,85	-55,9	0,13678
3,25	-34,09	0,11101
3,65	-25,26	0,12291
3,85	-30,23	0,19537

Taula 5.4 Anàlisi de resultats sensor 1

Aquesta taula ens dóna una idea de quina era la separació entre les campanes obtingudes fent els histogrames de les mostres de les lectures del sensor, en el punt de resultats gràfics annex A. És interessant també efectuar la mateixa conversió d'unitats entre les diferències de cada un dels experiments i la mitjana que s'ha utilitzat per fer la regressió.

Diferències en <i>counts</i>				Diferències en centímetres			
Rèplica 1		Rèplica 2		Rèplica 1		Rèplica 2	
Exp. 1	Exp. 2	Exp. 1	Exp. 2	Exp. 1	Exp. 2	Exp. 1	Exp. 2
51,8	-53,4	82,8	-81,2	-0,04846	0,04995	-0,07746	0,07596
28,1	-67,3	74,7	-35,6	-0,02762	0,06608	-0,07339	0,03494



36,1	-44,5	36,5	-28,2	-0,04727	0,05820	-0,04779	0,03687
28,9	-34,6	35,8	-30,3	-0,05160	0,06158	-0,06390	0,0539
18,1	-32,6	35,1	-20,8	-0,04441	0,07965	-0,08601	0,05077
9,16	-20,11	22,53	-11,56	-0,02981	0,0655	-0,07334	0,03765
3,14	-6,85	14,48	-10,78	-0,01529	0,03331	-0,07046	0,05244
7,41	-10,31	16,57	-13,66	-0,04787	0,06664	-0,10707	0,08830

Taula 5.5 Anàlisi de resultats sensor 1

En primer lloc s'ha de tenir en compte que aquestes diferències representen els errors reals que es poden obtenir quan s'utilitzi el sensor. En aquestes dades ja no pareix que les primeres files tinguin més error que les altres, i de fet és en les últimes files quan l'error és major. En tot cas aquestes dades ens diuen que l'error màxim que es detecta és de 0,107 centímetres. Això ens indica que si es vol que la resolució de la mesura sigui d'un mil·límetre, la col·locació del disc magnètic cal que estigui entre la dels dos experiments realitzats.

La funció inversa no serà calculada a través del teorema de la funció inversa sinó que s'aprofitaran les dades experimentals per tal de fer la regressió de les distàncies en centímetres en funció de les distàncies mesurades pel sensor.

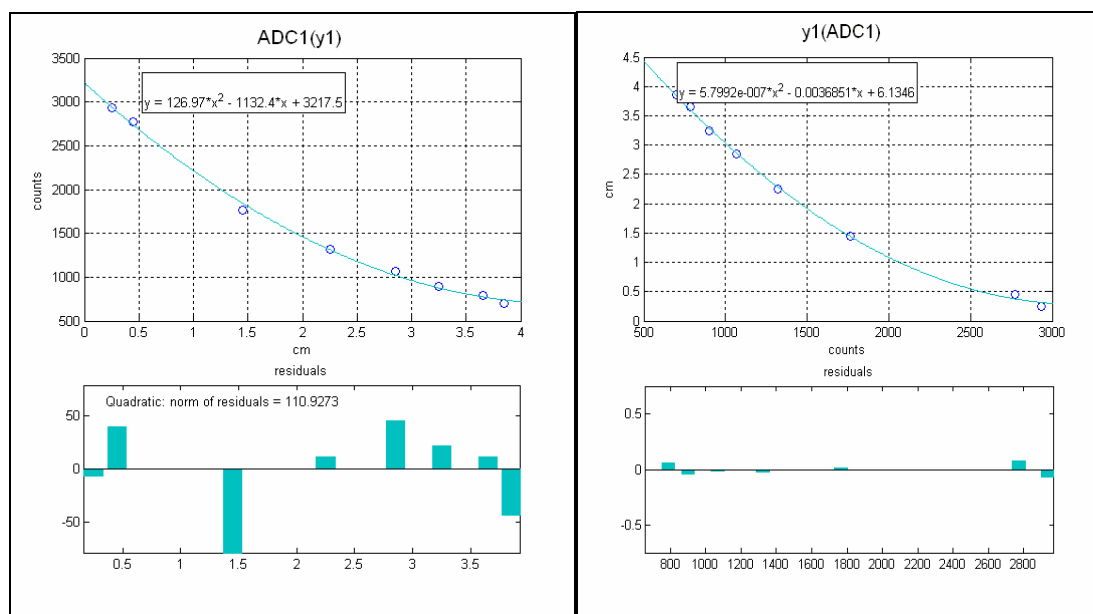


Fig. 5.7 Característica no lineal sensor 1 (esquerra). Característica inversa sensor 1 (dreta)



La funció inversa del sensor 1 és:

$$y_1 = 5,7992 \cdot 10^{-7} \cdot (ADC1)^2 - 0,0036851 \cdot (ADC1) + 6,1346;$$

5.6.2 Resultats del sensor 2

En l'anàlisi dels resultats obtinguts pel sensor 2 es realitza el mateix raonament que per analitzar el sensor 1. En aquest cas els valors obtinguts presenten un error menor, i s'analitzen directament les diferències de mitjanes entre els experiments de col·locació del disc magnètic.

y_2 (cm)	Mitjana Experiments (counts)	Diferències Mitjanes Experiment 1 (counts)	Diferències Mitjanes Experiment 2 (counts)	Diferències Mitjanes Experiment 1 cm	Diferències Mitjanes Experiment 2 cm
0,75	3560,7	-25,6	17,5	0,02324	-0,01589
1,85	2197,1	-10,4	-5,2	0,011834	0,005917
2,85	1456,4	-19,9	12,8	0,029423	-0,01893
3,85	1034,6	-12,8	-6,5	0,027013	0,013717
4,85	743,25	-8,73	-1,42	0,03217	0,005233
5,85	530,65	-7,37	0,18	0,106979	-0,00261
6,85	381,59	2,7	2,44	0,020211	0,018265

Taula 5.6 Anàlisi de resultats sensor 2

Aquí es pot veure que els valors de les diferències són menors a 1 mm, llavors la regressió és millor que pel primer sensor, però una de les diferències per al punt $y_2=5,85$ cm mostra un error més gran que els altres. Cal tenir en compte que el disc magnètic difícilment entrarà en aquesta zona ja que el corresponent actuator no és capaç de fer força magnètica a més de 4 cm de distància. D'altra banda cal tenir clar que aquestes dades no contenen l'efecte de la temperatura, llavors si aquest sensor respon igual que el sensor 1, és d'esperar que en posar en funcionament l'actuator amb tensions importants, les dades que retorni el sensor no siguin tan bones.



Tot seguit es realitza una regressió de segon ordre de les mitjanes calculades en front de les distàncies observades visualment.

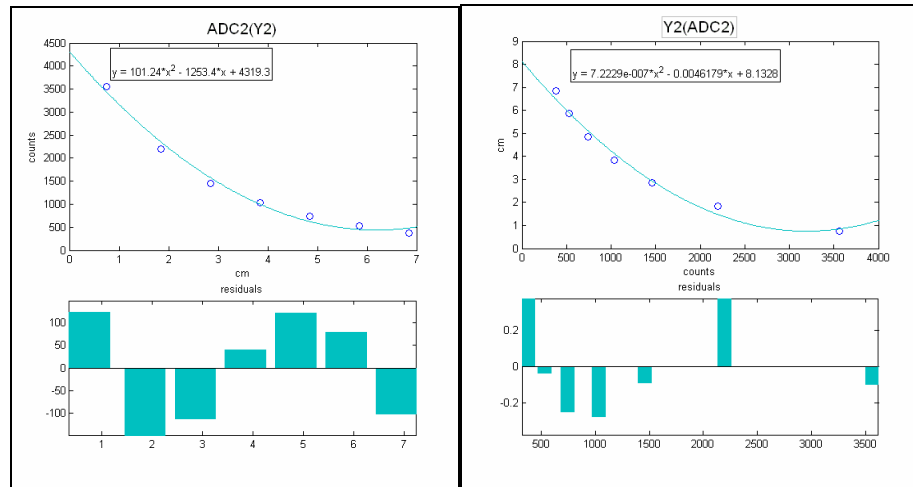


Fig. 5.8 Característica no lineal sensor 2 (esquerra). Característica inversa sensor 2 (dreta)

Llavors la funció inversa no serà calculada a través del teorema de la funció inversa sinó que s'aprofitaran les dades experimentals per tal de fer la regressió de les distàncies en centímetres en funció de les distàncies mesurades pel sensor.

La funció inversa del sensor 2 és (Fig. 5.8 dreta):

$$y_2 = 7,2229 \cdot 10^{-7} \cdot (ADC2)^2 - 0,0046179 \cdot (ADC2) + 8,1328;$$



6 Modelat de la planta

6.1 Introducció

L'objectiu d'aquest apartat del projecte és obtenir diferents models de la planta amb les seves possibles configuracions, SISO i MIMO. En primer lloc es realitzarà un anàlisi dinàmic de la planta per tal de formular les equacions diferencials que expliquen el funcionament del sistema. Llavors es realitzarà un estudi per tal de fer un modelat basat en les lleis físiques que regeixen el sistema. Seguidament es presentaran els models que proporciona el fabricant de la planta. Finalment s'utilitzaran les eines d'*Identificació de Models*.

6.2 Anàlisi dinàmic de la planta

Per plantejar les equacions del sistema s'utilitza el següent diagrama on apareixen les forces sobre cada disc magnètic. Aquestes forces són les que les bobines fan sobre cada un dels discs, la que els discs es fan un a l'altre, la gravetat i el fregament viscos. En aquest punt s'ha agafat la configuració que es mostra en la figura següent. Informació extreta de [1].

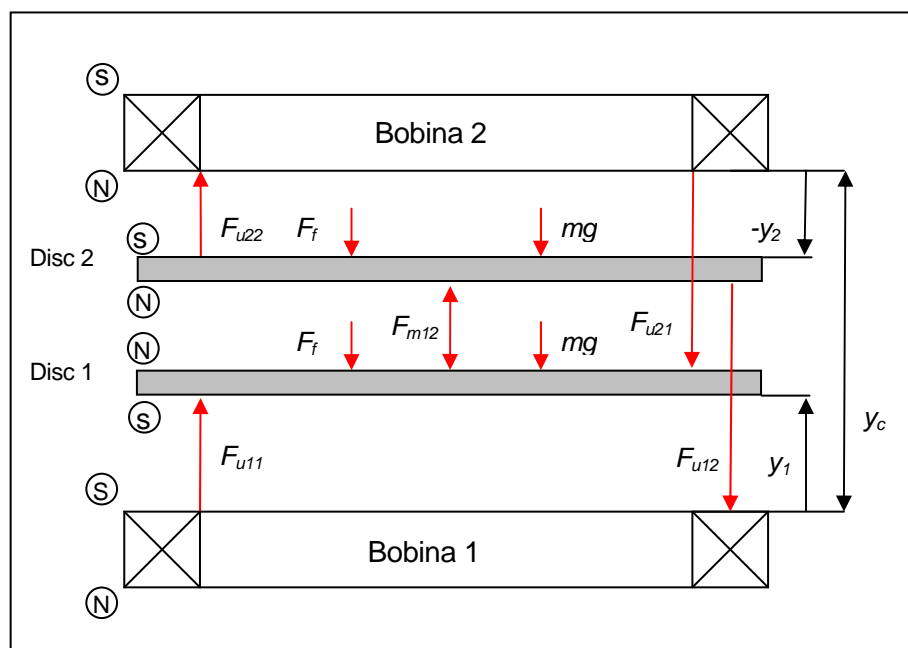


Fig. 6.1 Diagrama del sòlid lliure MIMO



On: $F_{uxy} = \text{Força que realitza la bobina } x \text{ sobre el disc } y$

$F_f = \text{Força de fregament viscos}$

$F_{m12} = \text{Força magnètica entre els dos discs}$

$y_c = \text{Distància entre les dues bobines}$

Per obtenir les equacions dels sistema cal realitzar la suma de totes les forces que actuen sobre cada disc.

Per al primer disc tenim:

I per al segon disc:

$$m\ddot{y}_1 + c\dot{y}_1 + F_{m12} = F_{u_{11}} - F_{u_{21}} - mg \quad (\text{Eq. 6.2})$$

Aquestes són les dues equacions que regeixen el comportament del sistema MIMO donades

$$m\ddot{y}_2 + c\dot{y}_2 - F_{m12} = F_{u_{22}} - F_{u_{12}} - mg \quad (\text{Eq. 6.1})$$

les polaritats dels imants dibuixades en la figura 6.1. En aquest moment es necessita determinar els termes corresponents a les forces magnètiques, les que ens porten a un sistema no lineal. En els punts següents es plantejaran diferents opcions per modelar aquestes forces.

Per tal d'obtenir les equacions diferencials que regeixen les configuracions SISO que es plantejaran a continuació, només cal fer zero les accions de la bobina i del disc que no s'utilitzin.



6.3 Model basat en les equacions físiques

En aquest punt es volen modelar les forces magnètiques que es van plantejar en el punt 6.1. Per tal d'introduir la teoria necessària per comprendre el modelat, es dóna en l'annex B, punt B.1, un recull de conceptes bàsics d'electromagnetisme. A continuació es presenten les equacions que s'obtenen per modelar la interacció entre els discs magnètics, posteriorment es mostra la interacció entre la bobina i el disc magnètic. En el punt B.1 es presenta l'equació integral que s'utilitzarà per calcular les forces magnètiques. Aquesta és l'equació (Eq. B.4).

6.3.1 Modelat dels discs magnètics

Els discs magnètics dels que disposa la planta són imants permanents i estan fabricats amb *neodimi-ferro-bor (NdFeB)*. La seva geometria es cilíndrica amb un diàmetre de 8 cm i una altura de 3 mm. Aquests imants es caracteritzen a través de la seva intensitat d'Imantació \vec{M} que és d'uns 900.000 A/m. (informació extreta de [1]).

Els materials magnètics poden ser tractats com a distribucions de dipols magnètics. En la següent figura es presenta una barra imantada que servirà com a exemple per caracteritzar els discs magnètics dels que es disposa. La informació d'aquest apartat ha estat obtinguda de [4].

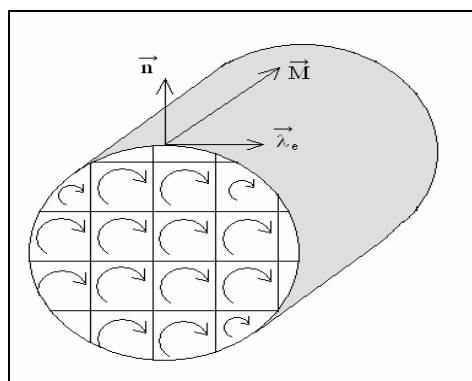


Fig. 6.2 Barra imantada

Sigui una barra imantada tal que la seva intensitat d'imatge \vec{M} és paral·lela a la generatriu del cilindre i de longitud unitària. Llavors la seva secció transversal es pot



entendre com un conjunt de dipòls magnètics amb una superfície dS . *Ampere* va plantejar que en una situació com la de la figura, l'expressió del potencial vector a l'exterior es pot escriure en funció d'una densitat de corrent superficial λ_e (A/m) i d'una densitat de corrent volumètrica J_e (A/m). Aquestes són anomenades densitats de corrent equivalents d'*Ampere* i les seves expressions són:

$$\vec{\lambda}_e = \vec{M} \times \vec{n}$$

$$\vec{J}_e = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

I aquestes expressions permeten transformar el problema de calcular camps magnètics en presència de materials magnètics al càlcul de distribucions de corrents sobre aquests. En el cas que s'ha plantejat els corrents volumètrics s'anul·len entre ells en l'interior de la secció i d'això en resulta només un corrent superficial que recorre el perímetre de la secció transversal. És aquest corrent el que origina un moment magnètic dirigit paral·lelament a la barra i el mòdul de la qual és $\lambda_e S$, que si s'igualava a la suma dels moments magnètics dels corrents de cada cel·la, i pensant que M és constant, dóna:

$$\lambda_e S = \int_S M dS \Rightarrow \lambda_e S = MS \Rightarrow \lambda_e = M$$

Expressió que resulta molt útil per tal de caracteritzar els discs magnètics, ja que els podem assimilar a un corrent equivalent que val I_e , L és l'amplada del disc magnètic.

$$I_e = \lambda_e L = ML = 900.000 \times 0,003 = 2700 A$$

Força magnètica entre els discs magnètics

En aquest apartat es vol mostrar l'expressió de la força entre els dos discs magnètics i comparar-la amb les expressions que proporciona el manual de la planta. Aquestes equacions es troben en l'annex B, punt B.2, i estan obtingudes per regressió. L'expressió de la força entre els dos discs, sabent que els dos són idèntics queda:



$$F_{12} = \frac{\mu_0}{2} I_e^2 r_0^2 z_0 \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{\left[r_0^2 (2 - 2 \cos \theta) + z_0^2 \right]^{3/2}}$$

$$I_e = 2700 A \quad (\text{Eq. 6.3})$$

$$r_0 = 0,04 m$$

L'expressió en el model de regressió de l'annex B, que dóna la força no lineal entre els dos imants és:

$$F_{m_{12}} = \frac{c}{(y_{12} + d)^N}$$

$$c = 26900 \quad (\text{Eq. 6.4})$$

$$d = 4,2$$

S'han utilitzat els valors dels paràmetres teòrics que proporciona el manual de la planta [1] per c i d . La següent figura ens mostra la comparació entre les dues funcions en funció de la distància entre els dos discs magnètics.

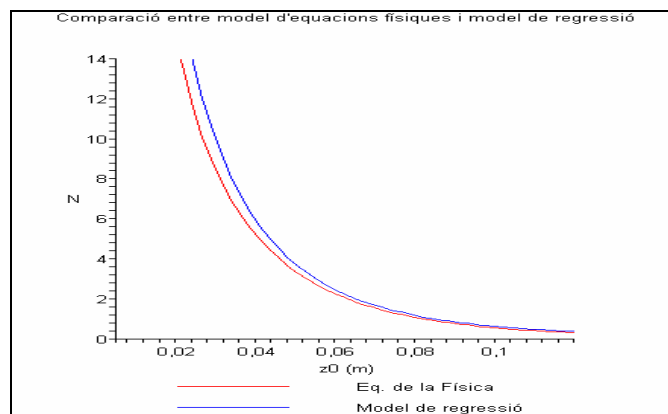


Fig. 6.3 Força magnètica en funció de la distància

Els càlculs necessaris per tal de realitzar aquesta figura es troben en l'annex B, punt B.1.1.

Aquesta figura mostra com l'expressió obtinguda s'adapta al comportament de la planta ja que les dues expressions tenen una corba molt semblant.



6.3.2 Modelat de les bobines

Per modelar les bobines, cal entendre aquestes com un conjunt de N espires circulars. La intensitat total de l'enrotllament de N espires molt properes entre elles s'escriu com $I_T = NI_{1\text{espira}}$. Un raonament semblant a aquest es pot consultar a [4]

Aquesta expressió significa una idealització de les bobines de la planta, ja que no segueixen estrictament aquest comportament, però experimentalment s'ha comprovat que es poden assimilar a un enrotllament de 600 espires. Amb aquestes condicions $I_{1\text{espira}} = I_{\text{control}}$.

Força magnètica entre bobina i disc magnètic

La força que exerceix la bobina sobre un disc magnètic separada d'ella una distància z_0 es pot escriure amb l'expressió donada (Eq B.4) i a partir de les assumpcions preses per modelar les bobines i els discs magnètics, i també partint que les seves superfícies transversals són iguals. Per tant l'expressió que queda és:

$$F_{\text{bobina-disc}} = -\frac{\mu_0}{2} NI_{\text{control}} I_e r_0^2 z_0 \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{\left[r_0^2 (2 - 2 \cos \theta) + z_0^2 \right]^{3/2}} \quad (\text{Eq. 6.5})$$

Es vol comparar aquesta amb les expressions que proporciona el manual de la planta de l'annex B.2. El model de regressió experimental ajustat en el manual de la planta dona la següent expressió de la força magnètica entre la bobina 1 i el disc 1.

$$F_{u_{11}} = \frac{(i/0,4)}{a(y_1 + b)^N} \quad (\text{Eq. 6.6})$$

S'han utilitzat els valors dels paràmetres teòrics que proporciona el manual de la planta [1] per a i b , $a = 1,65e-4$, $b = 6,2$. I per tal de comparar el dos models es representa la intensitat necessària, per amb una força d'un *Newton*, produir un desplaçament en centímetres a la posició del disc magnètic. S'imposa la següent condició $F_{\text{bobina-disc}} = F_{u_{11}} = 1N$ a (Eq. 6.5) i (Eq. 6.6).



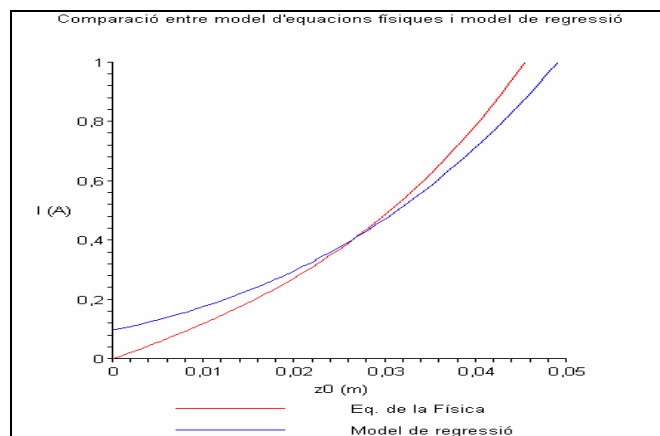


Fig. 6.4 Intensitat per tal de separar els disc de la bobina

Els càlculs necessaris per tal de realitzar aquesta figura es troben en l'annex B, punt B.1.1.

Per explicar la desviació de les dues corbes cal en primer lloc recordar quines han estat les simplificacions fetes. La recta teòrica ha de passar per l'origen ja que sense intensitat a la bobina no existeix força magnètica, en canvi el model de regressió no hi passa. Això es deu a la geometria real de la planta. La bobina té una certa llargada, i el rang de levitació del discs no comença exactament on acaba la bobina. Com que s'han suposat bobines ideals la geometria de la mateixa no s'ha tingut en compte.

Una vegada exposat el model basat amb les equacions físiques, cal explicar que les equacions obtingudes no tenen primitiva, llavors cal avaluar-les numèricament, i no són adequades per a dissenyar controladors.



6.4 Model de regressió

En aquest punt es presentaran els models lineals obtinguts a partir dels models proposats en el manual de la planta [1]. La demostració teòrica per linealitzar els models es troba en l'annex B. Aquests models són models en temps continu.

Model MIMO linealitzat

A partir del model no lineal presentat en l'annex B.2 s'obté el següent model linealitzat. Els coeficients de les equacions en diferències presentades també es troben en el mateix punt. (Eq. 6.3) dona les equacions del sistema linealitzat. A partir de les equacions del sistema linealitzat podem fer una representació en Espai d'Estats (Eq. 6.4).

$$\begin{aligned} m\ddot{y}_1^* + c\dot{y}_1^* + (k_1^i + k_{12}^i + k_3^i)y_1^* - k_{12}^i y_2^* &= k_{u_{11}}^i u_1^* - k_{u_{21}}^i u_2^* \\ m\ddot{y}_2^* + c\dot{y}_2^* + (k_{12}^i - k_2^i - k_4^i)y_2^* - k_{12}^i y_1^* &= k_{u_{22}}^i u_2^* - k_{u_{12}}^i u_1^* \end{aligned} \quad (\text{Eq. 6.7})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = Ax + BU(t) \\ Y = Cx \end{array} \right. \quad (\text{Eq. 6.8})$$

$$x = \begin{bmatrix} y_1^* \\ \dot{y}_1^* \\ y_2^* \\ \dot{y}_2^* \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(k_1^i + k_{12}^i + k_3^i)/m & -c/m & -k_{12}^i/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_{12}^i/m & 0 & -(k_{12}^i - k_2^i - k_4^i)/m & -c/m \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_{u_{11}}^i/m & -k_{u_{21}}^i/m \\ 0 & 0 \\ -k_{u_{12}}^i/m & k_{u_{22}}^i/m \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad U(t) = \begin{bmatrix} u_1^*(t) \\ u_2^*(t) \end{bmatrix}$$

Model SISO linealitzat bobina 1

A partir del model no lineal presentat en l'apartat B.3 s'obté el següent model linealitzat. Els coeficients de les equacions en diferències presentades també es troben en el mateix punt. La següent equació es l'equació diferencial del model linealitzat.



$$m\ddot{y}_1^* + c\dot{y}_1^* + k_1 y_1^* = k_{u_{11}}' u_1^* \quad (\text{Eq. 6.9})$$

A partir de l'equació diferencial (Eq. 6.9) s'obté la funció de transferència, aplicant la transformada de *Laplace*.

Per tal que la planta sigui estable en llaç obert i en aquesta configuració, cal que els pols del denominador tinguin part real negativa. Una condició necessària però no suficient perquè un polinomi tingui totes les arrels amb part real negativa és que tots els coeficients tinguin el mateix signe. Els paràmetres m i c són constants positives i això ens porta a la necessitat de que k_1' sigui positiva. Mirant l'expressió d'aquesta es veu que sempre prendrà valor positiu.

$$H^*(s) = \frac{Y_1^*(s)}{U_1^*(s)} = \frac{k_{u_{11}}'}{ms^2 + cs + k_1'} \quad (\text{Eq. 6.10})$$

Model SISO linealitzat per la bobina 2

A partir del model no lineal presentat en l'annex B.4 s'obté el següent model linealitzat. Els coeficients de les equacions en diferències presentades també es troben en el mateix punt.

$$m\ddot{y}_2^* + c\dot{y}_2^* - k_2' y_2^* = k_{u_{22}}' u_2^* \quad (\text{Eq. 6.11})$$

La equació (Eq. 6.6) és l'equació diferencial del model linealitzat.

A partir de l'equació diferencial (Eq. 6.6) s'obté la funció de transferència, aplicant la transformada de *Laplace*. En aquest cas i amb el mateix raonament que a l'apartat anterior, es comprova que k_2' pren sempre valors positius, llavors segur que el denominador de la funció de transferència no tindrà tots els pols del mateix signe. Això ens porta a que el sistema en anell obert sigui inestable.

$$H^*(s) = \frac{Y_2^*(s)}{U_2^*(s)} = \frac{k_{u_{22}}'}{ms^2 + cs - k_2'} \quad (\text{Eq. 6.12})$$



6.5 Identificació de models SISO

6.5.1 Introducció

Fins aquest moment s'han presentat dos tipus de models per a la planta, però aquests models són teòrics i necessiten ser adaptats a la planta que es disposa. Tot i que es podria intentar identificar els paràmetres del model donat al punt 6.3, però les no linealitats de la planta, i la impossibilitat de determinar el fregament, ens porten cap a utilitzar mètodes diferents. És així que en aquest apartat del projecte es considera la opció d'estimar models lineals utilitzant es eines d'*Identificació de Models*, utilitzant models de caixa negra. Aquests models s'obtenen considerant el sistema com una caixa negra, en què el seu comportament es pot explicar a partir de les entrades i les sortides. Com que el sistema considerat és no lineal es construiran models per un punt d'equilibri determinat. De tota manera s'haurà de decidir quina estructura han de tenir els models, i per això ens serviran els models plantejats anteriorment. Així es planteja el problema de crear models en temps discrets per a diferents punts d'equilibri. Els models es realitzaran amb l'ajut de *matlab* i usant la toolbox *System Identification Toolbox* [7]. Llavors es necessita un senyal d'entrada que sigui capaç de donar informació sobre tota la banda passant del sistema. De tota manera la banda passant del sistema no és coneguda, i és necessari realitzar diversos experiments per poder determinar la seva amplitud.

6.5.2 Senyals d'entrada (PRBS)

Elecció del senyal d'excitació.

Per tal d'identificar models es necessita excitar adequadament el sistema dins la seva banda passant. És per això que és important elegir el senyal d'entrada amb prou cura per tal d'identificar correctament el sistema. Existeixen molts senyals que aporten informació dels sistemes, ara se'n presenten uns quants. Informació obtinguda de [6].

Un senyal quadrat té les característiques de ser fàcil de generar i un rang d'amplitud limitat i ben definit. Es pot aconseguir que la major part de la potència del senyal quedi dins l'ample de banda del sistema.



El senyal impuls és especial ja que per a sistemes lineals la transformada de *Laplace* de la resposta del sistema és la funció de transferència del mateix. Aquest senyal té l'avantatge que el seu espectre excita el sistema en tota la seva banda passant. Però la seva utilització pot no ser possible, dedut a la quantitat d'energia que es dóna al sistema en molt poc temps.

És usual utilitzar senyals sinusoidals per determinar la resposta freqüencial d'un sistema, ja que els sistemes lineals conserven l'energia entre l'entrada i la sortida per una freqüència determinada. Utilitzant sinus de diferents pulsacions es pot construir el diagrama de *Bode* del sistema.

El cas que es planteja en aquest projecte és el d'una planta no lineal, i com que es volen ajustar models lineals en determinats punts d'equilibri serà adequada la utilització dels *PRBS*, que s'esposen a continuació.

Seqüències binàries pseudo-aleatòries (*PRBS*).

Les seqüències binàries pseudo-aleatòries consisteixen en una seqüència pseudo-aleatòria que pot prendre dos valors, un valor alt i un baix. Això provoca que siguin senyals d'amplitud acotada que poden prendre únicament dos valors, simètrics respecte de l'origen. Una altra propietat que presenten és que l'ample de banda del senyal resulta fàcilment seleccionable. Aquests senyals però tenen l'inconvenient de tenir la contínua molt baixa, i caldrà iniciar la seqüència amb un senyal quadrat. Informació extreta de [6]. En temps continu la seva resposta freqüencial es mostra a continuació:

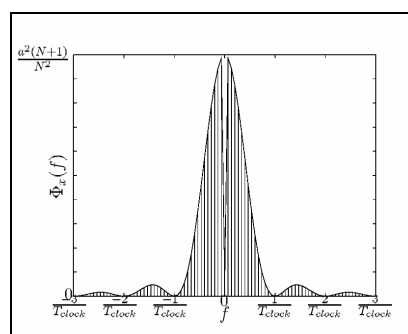


Fig. 6.5 Resposta freqüencial en temps continu del *PRBS* [6]

En aquesta figura es veu com aquest senyal és fàcilment manipulable jugant amb el temps entre mostres successives, T_{clock} . S'ha de fer que T_{clock} sigui un múltiple del període de



mostratge utilitzat, i així s'aconsegueix reduir la banda passant del sistema. També s'aprecia com la component de contínua és molt baixa, i per això és adequat començar el senyal amb uns graons que aportin informació sobre la contínua. Cal tenir en compte que en temps discret l'espectre no és el mateix ja que es veurà modificat a causa del mostratge.

Per tal de crear seqüències de *PRBS*, s'utilitzarà la comana *idinput* de *matlab*. Aquesta comana permet crear una *PRBS* d'una determinada longitud i decidir quina serà la seva banda passant respecte del període de mostratge.

```
u20 = idinput(2048,'PRBS',[0 0.2],[0.9 1.1]);
```

Aquesta comana ens crea un *PRBS* el primer lòbul de la qual talla a 0,2 de la freqüència de mostratge, amb una longitud de paraula de 2048, i els nivells del senyal són 0.9, nivell baix, i 1.1 nivell alt. Posteriorment es filtra el senyal per tal d'eliminar els lòbuls posteriors a la freqüència de talls desitjada. El filtre utilitzat és una finestra rectangular amb freqüència de tall de 20Hz i amb ordre 100. En l'annex de Modelat punt B.5.1 es mostren els detalls del filtre. Aquest filtrat és molt important ja que es vol que el *PRBS* només exciti el sistema dins la banda passant, i amb aquest s'aconsegueix reduir les components freqüencials que en queden fora. Llavors es fixa el període de mostratge a 0,01 ms per poder filtrar el senyal. Cal explicar que una vegada filtrat el senyal aquest s'utilitzarà periòdicament. Es pot decidir repetir cada una de les mostres un nombre determinat de vegades. Per exemple si cada mostra de la seqüència es repeteix dues vegades, s'obté un senyal que es el doble de lent. Això provoca que es redueixi $1/T_{clock}$ i que aquest valor passi a valer la meitat del que valia. Sobre la figura 6.5 es veu que això provoca la reducció a la meitat de la banda passant.

A continuació es mostra un detall del senyal *PRBS* creat anteriorment (*PRBS* de 2048 mostres, nivell alt 1,1 nivell baix 0,9, freqüència de tall 0,2 del període de mostratge) original en blau i senyal filtrat en vermell amb el filtre que es troba en l'annex B.5.1.

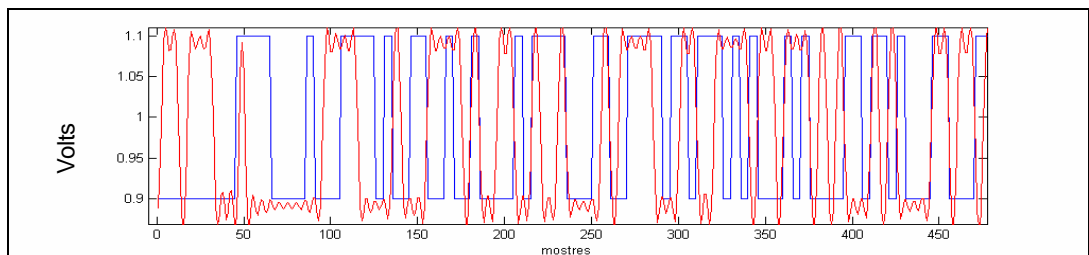


Fig. 6.6 Detall del *PRBS* abans de filtrar(blau) i després de filtrar(vermell)



En aquesta figura es veu com el filtre suavitza els canvis de valor del *PRBS* i a més introdueix un desfasament. A continuació es mostra l'espectre del senyal original en blau i del senyal filtrat en vermell. Per tal de representar aquest espectre

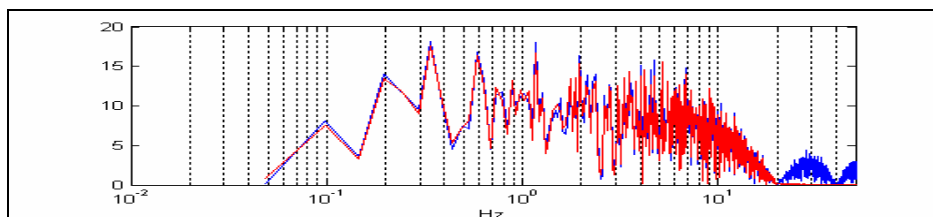


Fig. 6.7 Espectre del *PRBS* abans de filtrar(blau) i després de filtrar(vermell)

Es interessant veure com a partir de 20Hz l'espectre del senyal filtrat és pla.

Finalment cal col·locar un senyal quadrat al davant per tal de millorar la continua del mateix. com es veu en la següent figura.

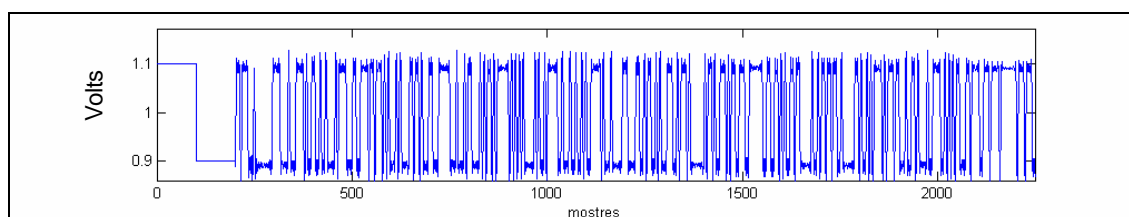


Fig. 6.8 *PRBS* amb graó inicial

I l'espectre d'aquest senyal és:

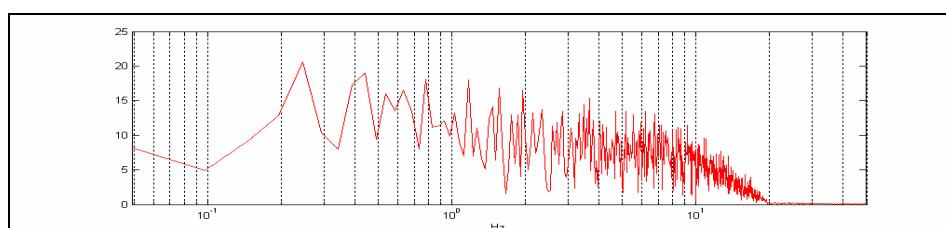


Fig. 6.9 Espectre del senyal amb graó

On es veu que per a freqüències baixes, menors de 0,1 *Hz*, la corba té més guany que abans d'afegir el senyal quadrat inicial. A partir d'aquest moment es realitzen molta varietat d'experiments per determinar la banda passant del sistema.



Per tal de seleccionar l'amplitud del *PRBS* s'han realitzat diferents experiments, per causa del fregament sec que presenta la planta s'ha vist que la menor amplitud que aconsegueix excitar adequadament la planta és de 0,2 V. S'han realitzat també experiments per amplituds de 0,4V i 0,6V, s'ha comprovat que el disc magnètic se separava excessivament del punt d'equilibri desitjat.

6.5.3 Models de Caixa negra. Models ARX

Els models de caixa negra són aquells que suposen que el sistema es pot identificar considerant que les entrades i les sortides ens aporten tota la informació necessària sobre el sistema. Per tal de fer una identificació de models s'utilitzen taules, vectors, amb valors passats de les entrades i sortides del sistema. En l'annex B, punt B.6 es presenta el problema d'identificació i la forma dels models ARX utilitzats.

6.5.4 Procediment experimental

Determinació de la banda passant.

El procediment utilitzat per tal de determinar el conjunt de freqüències que ens determinen la banda passant del sistema, per a un punt d'equilibri donat, no és més que un procés experimental basat en anar reduint la freqüència de tall del *PRBS*, i comprovar que els resultats experimentals són prou acceptables. Una vegada realitzats els experiments que s'explicaran a continuació, que suposen obtenir dos vectors que són un conjunt d'entrades i les sortides corresponents, en els mateixos instants de temps. Per començar cal comprovar la coherència espectral de les dades.

La coherència espectral és un indicador de la linealitat d'un sistema, comprova la linealitat entre les dades d'entrada i les dades de sortida. La coherència espectral indica, per a cada freqüència, la proporció d'energia del senyal d'entrada que passa a la sortida, amb la mateixa freqüència. El comportament dels sistemes lineals fa que l'energia que entra per a cada una de les freqüències sigui la mateixa que en surt. Així observant la coherència entre l'entrada i la sortida podem saber per a quines freqüències el sistema es comporta com a lineal.

Per això és comença a analitzar dades provinents de *PRBS* que excitaven el sistema fins a uns 100 Hz. Les dades de coherència indicaven una bona coherència fins a uns 5 Hz, i els resultats dels models ajustats es poden considerar bons entre 4 i 5 Hz per $u_i=1$ V, i per als



dos punts d'equilibri restants entre 3 i 4 Hz. També la visualització dels espectres de la sortida del sistema ens indicava aquesta banda passant, ja que a partir d'aquests 3 o 5 Hz el mòdul de l'espectre disminueix. Llavors depenent del punt d'equilibri la banda passant varia, i per a cada model es determina la banda passant.

Selecció període de mostratge.

Inicialment es pot pensar que interessa treballar amb el període de mostratge més petit possible, però això pot portar problemes. Per un període de mostratge de 0,1 ms els pols s'agrupen molt, al pla z, al voltant de 1, cosa que provoca problemes de representació numèrica, llavors augmentant el període de mostratge s'aconsegueix millorar aquest fet. Per altra banda és necessari que sigui prou petit perquè es compleixi el teorema del mostratge, llavors es necessita que la freqüència sigui com a mínim el doble de l'ample de la banda passant, per tal que no es produeixi *aliasing*. A afectes pràctics cal que sigui 10 vegades més gran. Finalment es decideix fixar una freqüència de mostratge de 100Hz que ens permet complir els dos requeriments principals presentats.

Estudi del retard pur de la planta

Per tal de determinar el retard pur de la planta l'opció més fàcil és fer un experiment amb entrada graó en llaç obert, per veure si es poden detectar l'existència de zeros de desfasament no mínim. La següent figura il·lustra un detall de l'experiment.

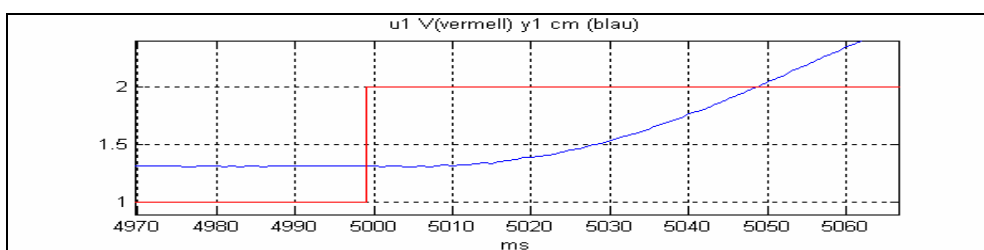


Fig. 6.10 Detall entrada graó en llaç obert

A partir d'aquesta figura es determina que el retard de la planta es d'uns 10 ms. D'altra banda no sembla que hi hagin zeros de desfasament no mínim. El retard que s'observa és degut al



connexionat realitzat, el senyal que s'envia a la planta ha de passar per un conversor DA i posteriorment pel mòdul de conversió i adaptació de senyal.

Selecció del model

Com s'ha comentat anteriorment els models utilitzats seran ARX, dels quals s'han de decidir els paràmetres na , grau del denominador, nb , el del numerador, i nk , el nombre de retards. La notació associada als models és $iv-na-nb-nk.$, com s'explica en el punt B.6.2, annex B.

Per la forma de la resposta temporal i també per la formulació de les equacions de la dinàmica, en principi es busquen models de segon ordre, i també s'ha comprovat que els models de segon ordre ajusten millor. Llavors cal veure si la planta té zeros o no, en el cas que posem 1 zero, ens apareixen zeros de fase no mínima, i no interessa ja que compliquen el control de la planta, a més mirant la resposta temporal pareix que no existeixen.

El que s'ha fet és construir models de segon ordre de fase no mínima, ja que aquests s'ajusten més a la realitat. Cal tenir en compte que aquests models lineals estan obtinguts per regressió lineal, llavors hi ha molta informació del sistema que es perd, i pensant amb això anem a cercar senzillesa en els models obtinguts. Finalment s'han construït models sense zeros però amb 2 retards, que s'ajusten millor que si només se'n posa 1, i així s'aconsegueix tenir una constant en el denominador i ajustar casi tant bé com amb models amb zeros al numerador. La notació per aquests models serà $arx212$.

Metodologia experimental.

La metodologia experimental seguida per construir els models de regressió es presenta a continuació.

1- Ajust *PRBS*.

Una vegada creada una seqüència *PRBS*, com s'ha indicat en l'apartat anterior, es pot repetir cada una de les mostres un nombre determinat de vegades per tal de reduir la banda passant. Llavors per a cada punt d'equilibri es tracta de fer diferents experiments amb



diferent nombre de repeticions i comprovar posteriorment per quina banda passant del senyal s'aconsegueixen millors ajustaments.

2- Realització de l'experiment.

L'experiment consisteix en agafar dades de l'entrada i la sortida del sistema, corresponents a vint segons. Aquestes mesures s'emmagatzemen en dos fitxers que després s'utilitzaran desde el *malab*, per tal d'importar aquestes dades s'utilitzen els objectes *iddata*[7] i posteriorment els models creats seran objectes *idmodel* [7].

3- Anàlisi de dades.

El *matlab* permet importar els fitxers de dades i crear un vector per a l'entrada i un altra per a la sortida. Utilitzant el *System Identification Toolbox* s'importen una altra vegada els dos vectors creant un objecte del tipus *iddata*. Manual de la *toolbox* [7].

Aquesta *toolbox* permet visualitzar l'evolució temporal, la resposta freqüencial, i realitzar preprocessament de les dades. Per tal de fer un procediment estàndard per a tots els experiment es porta a terme el següent preprocessament de dades.

En primer lloc es resten les mitjanes a les dades d'entrada i les de sortida. Posteriorment es realitza un filtrat de la banda passant, utilitzant un filtre de *Butherworth* de quart ordre i de freqüència de tall corresponent a la freqüència de tall de la *PRBS* utilitzada, cal comentar que aquest filtre no és accessible per a l'usuari de la *toolbox*. Així per exemple si la *PRBS* tenia una banda passant de 4 Hz, tant el vector d'entrada com el de sortida es filtren a 4 Hz. Aquest punt és molt important ja que per construir models lineals només es pot considerar la informació que queda dins la banda passant del sistema.

En aquest moment ja es poden estimar una gran varietat de models, dels quals se seleccionen els *ARX*, fent diferents combinacions entre el grau del numerador i el denominador, i el nombre de retards. Una vegada creats els models que s'ha vist que s'ajusten millor, cal verificar aquests models. En primer lloc es visualitza i compara la sortida real del sistema i la sortida del model, per a la mateixa entrada. Aquí es pot veure si el model s'ajusta correctament.

Per altra banda és necessari fer una anàlisi dels residus, i la *toolbox* ens permet visualitzar l'autocorrelació d'aquests tant amb l'entrada com amb la sortida. És important el fet que aquesta eina també ens grafica els intervals on haurien de caure les autocorrelacions.



La visualització de la resposta freqüencial del model creat ens permet veure si el model queda dins la banda passant que s'ha suposat a la hora de filtrar tant la *PRBS* com les dades. Finalment es poden visualitzar els pols i els zeros de la funció de transferència obtinguda, així com la resposta a una entrada graó per tal de verificar la resposta del sistema. La informació d'aquest punt es pot consultar a [7].

6.5.5 Presentació Model SISO seleccionat

Els resultats experimentals obtinguts en el procés d'identificació de models SISO es presenten en l'annex B. Tot seguit es presenta el model seleccionat que es pot trobar en el punt B.7.2.

El punt d'equilibri seleccionat és $u_1=2V$, $y_1=2,85cm$. La funció de transferència és:

$$G(z) = \frac{0.04246}{z^2 - 1.932z + 0.9763} \quad (\text{Eq. 6.13})$$

Pols del model:

$$z_1 = 0.9659 + 0.2081i$$

$$z_2 = 0.9659 - 0.2081i$$

Els pols queden dins la circumferència unitat i llavors el model és estable.

A continuació es mostren els resultats gràfics de més rellevància que es poden veure en l'annex B. Inicialment es mostren l'espectre de les dades utilitzades i la coherència entre elles.

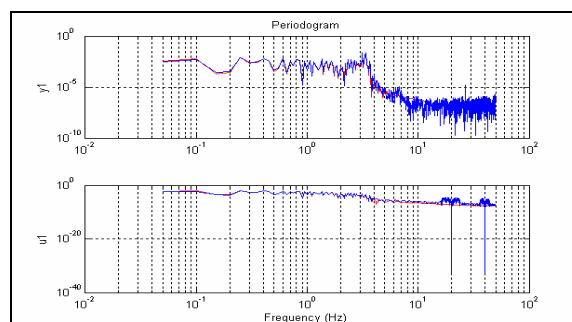


Fig. 6.11 Espectre dades experimentals (blau), dades filtrades (vermell)



Tot i que aquesta figura no s'aprecia massa bé, el filtre aconsegueix aplanar l'espectre a freqüències majors de 4 Hz.

Tot seguit es presenta la coherència espectral de les dades originals de l'experiment.

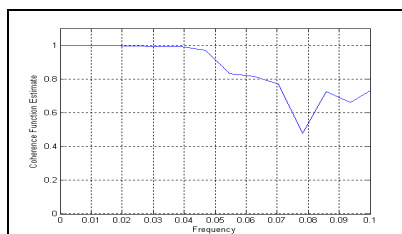


Fig. 6.12 Coherència Espectral

En la figura anterior es representa la coherència fins al 10% del període de mostratge, que és de 100Hz, ja que posteriorment la coherència disminueix molt. Aquesta figura ens mostra que el sistema té un bon comportament com a lineal fins a quasi 7Hz.

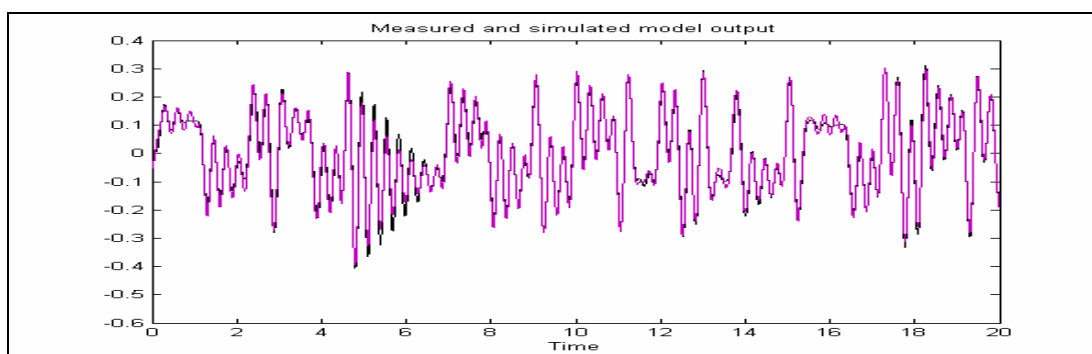


Fig. 6.13 Comparació entre la sortida real (negre) i sortida simulada (violeta)

En la figura es veu que el model identificat segueix molt bé la sortida real de l'experiment. Amb aquest model es té un ajust del 88,1%. En la Figura anterior s'aprecia l'efecte del fregament, sobretot en el primer graó que dura fins a 1s, ja que la sortida real s'amorteix molt més ràpid que el model de regressió, i també s'aprecia clarament en el segon 16.



6.6 Identificació de models MIMO

6.6.1 Introducció

En aquest apartat es pretén identificar models lineals per a diferents punts d'equilibri seguint la metodologia utilitzada en el punt anterior. Per tal de què es puguin ajustar models en llaç obert interessa per una banda que el sistema sigui estable, encara que no és imprescindible, i per altra banda es necessita determinar la banda passant del sistema.

Per determinar l'estabilitat del sistema en llaç obert s'ha realitzat el següent raonament. El que s'ha fet però és fixar una configuració de la planta i pensar en el seu funcionament. Llavors es decideix posicionar el disc magnètic 1 en la mateixa posició que es trobava en el punt anterior, amb el pol sud encarat amb la bobina 1, així per tensions positives de la bobina 1 es produeix una força de repulsió entre ambdós que provoca que el disc magnètic leviti per sobre de la bobina. Llavors s'ha col·locat el segon disc magnètic de tal manera que els dos pols nord dels dos discs magnètics estiguin encarats i per tant que hi hagi una força de repulsió entre aquests (Fig. 6.14, punt 6.6.3). D'aquesta manera aquest fet ens permet comprendre que el sistema MIMO és estable, ja que el sistema en repòs en aquesta configuració té un estat inicial determinat. Aplicar tensions positives de la bobina 1 permet fer levitar els dos imants d'una manera estable però no segura, ja que una variació gran de l'acció de control podria provocar que el disc magnètic 2 colpegés amb força contra la bobina 2. Llavors es donen tensions positives a la bobina 2 que provoquen una força de repulsió sobre el disc 2. Aquesta forma segura d'utilitzar la planta, indica que el sistema en llaç obert en aquesta configuració, i per tensions positives de les accions de control, presenta en principi un comportament estable.

6.6.2 Models MIMO de caixa negra

Els models utilitzats per tal de fer regressions MIMO entre les entrades i les sortides conegudes dels experiments plantejats, són models ARX MIMO i models d'Espai d'Estats. La explicació d'aquests models es pot trobar en l'annex B, punt B.6.



6.6.3 Selecció dels punts d'equilibri

Els punts d'equilibri seleccionats corresponen a les següents accions de control.

$$\begin{array}{ll} u_1=2V \rightarrow u_2=0V & u_1=3V \rightarrow u_2=0V \\ u_2=1V & u_2=1V \\ u_2=2V & u_2=2V \\ u_2=3V & \end{array}$$

Per tal de seleccionar aquestes consignes s'ha tingut en compte que consignes de u_1 inferiors a 2 V no aconsegueixen aixecar els imants. També cal recordar que per seguretat no es donaran consignes majors a 4 V a la planta. Seguidament es presenta un esquema de la configuració de la planta utilitzada.

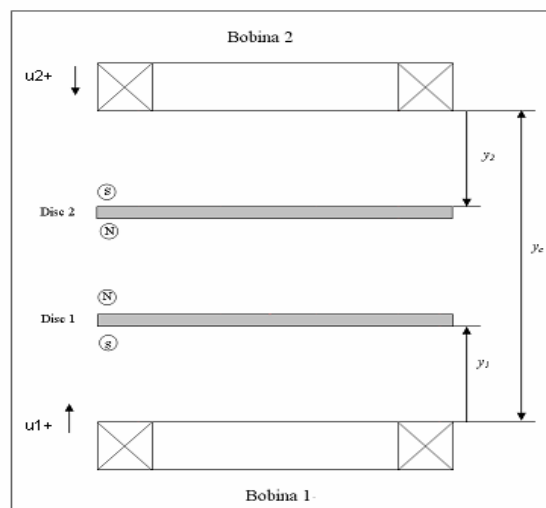


Fig. 6.14 Configuració MIMO utilitzada

6.6.4 Procediment experimental

El procediment seguit per tal de construir models lineals MIMO és el mateix que el plantejat per models SISO,. Però els procediments difereixen pel fet que ara es tenen dues entrades, per tant és necessari excitar el sistema de forma adequada des de les dues entrades. Els senyals d'excitació seleccionades són els *PRBS* però l'estratègia seguida per tal d'identificar els models és forçosament diferent. L'experiment bàsic és el següent:



Inicialment es condueix el sistema fins el punt d'equilibri desitjat i sobre aquestes consignes s'apliquen els *PRBS*, però l'experiment es farà en dues fases. Primer s'aplica un *PRBS* de vint segons a l'acció de control de la bobina 1, u_1 , mantenint l'acció de control u_2 en la tensió del punt d'equilibri. Posteriorment s'aplica un *PRBS* de vint segons a l'acció de control u_2 , mantenint l'acció de control u_1 en la tensió del punt d'equilibri. Aquest experiment permet primer que quedi reflexada l'acció de la primera bobina sobre ambdós imants, i després l'acció de la bobina 2.

La utilització de la *System Identification toolbox* és la mateixa. Importar les dades, que en aquest cas són matrius on cada columna és una entrada o una sortida, seguidament es resten les mitjanes i es filtren les dades a 9 Hz, perquè s'ha comprovat que així s'aconsegueixen models millors. En aquest moment s'ajusten els diferents models que s'expliquen a continuació i finalment es verifiquen amb les eines de la *toolbox*.

Per tal de poder dur a terme aquest experiment cal dissenyar els *PRBS*, però en aquest cas el disseny es complica pel fet que el comportament de les dues bobines no és el mateix, ja que una està encarada cap amunt i l'altra cap avall.

6.6.5 Disseny dels *PRBS*

Inicialment cal determinar la banda passant del sistema per tal de decidir quina freqüència de tall han de tenir els *PRBS* i posteriorment cal determinar les amplituds d'aquests que provoquin una excitació adequada. Els experiments inicials han mostrat que el disseny que es planteja és força més complicat que pel cas MIMO, i això és degut a què intervenen més forces magnètiques i que aquestes són de repulsió. Llavors la força que es pot controlar, a causa de les accions de control, provoca desplaçaments menors que els que es provocaven en el cas SISO, es podria dir que el sistema està més tensionat i per tant més ràpid. Per aquestes raons es decideix construir *PRBS* amb diferents amplituds i diferents freqüències de tall, que serviran posteriorment per fer un disseny factorial d'experiments per intentar identificar el sistema en diferents punts d'equilibri.

La construcció dels *PRBS* és la mateixa que en el punt 6.5.2. La comanda de *matlab idinput*, només ens permet crear seqüències amb les freqüències de tall que s'exposen a continuació. D'altra banda es manté el senyal quadrat inicial de la seqüència per tal d'afegir millorar la component de contínua d'aquestes. Una vegada dissenyats es filtren els senyals



amb un filtre de FIR de finestra rectangular amb freqüència de tall igual a la freqüència de tall del *PRBS*, i ordre 100. El disseny d'aquest filtre s'explica en l'annex B.5.1

Els senyals *PRBS* dissenyats són els següents:

- Freqüències de tall 10 Hz, 12,5 Hz, 15 Hz, 20 Hz.
- Per a cada freqüència les amplituds són 0,1 V, 0,15 V, 0,2 V, 0,25 V, 0,3 V.

Això dona un total de 20 consignes possibles per tal de realitzar experiments. Tots els senyals es troben centrats a zero, cosa que permetrà posteriorment utilitzar els senyals per a cada punt d'equilibri.

6.6.6 Determinació de la banda passant

Els senyals creats han de servir en primer lloc per determinar la banda passant del sistema i els *PRBS* de freqüència de tall de 10Hz s'han utilitzat per aquest fet. En l'experiment inicial s'ha seleccionat una amplitud de 0,15 V per les dues accions de control i aquest *PRBS* s'ha provat en tots els punts d'equilibri plantejats. Llavors s'ha observat les respostes temporals de les sortides per tal d'aplicar diferents *PRBS* a u_1 i a u_2 per tal de provocar excitacions adequades. S'ha comprovat que u_2 necessita una amplitud major per tal de provocar moviments adequats als discs.

Aquests experiments han servit per determinar que la banda passant del sistema està entre 7 i 8 Hz, i per aquest fet la freqüència seleccionada de tall del *PRBS* és de 15 Hz. Cal esmentar que els *PRBS* de 20 Hz són massa ràpids cosa que provoca que les posicions dels discs no responguin adequadament, el seu moviment és menor que per *PRBS* de freqüències menors.

6.6.7 Disseny d'experiments

A partir dels primers experiments es determina que sobre la consigna u_1 s'utilitzaran amplituds dels *PRBS* de 0,1 V, 0,15 V i 0,2 V ja que amplituds majors provoquen moviments excessius, i sobre u_2 de 0,15 V, 0,2 V, 0,25 V i 0,3 V ja que amplituds menors no



aconsegueixen moure els imants. Això suposa una primera reducció del nombre d'experiments però de fet tampoc s'han realitzat tots aquests.

Inicialment s'han realitzat experiments per tots els punts d'equilibri seleccionant una amplitud de 0,15 V per les dues accions de control, i per totes les freqüències de tall esmentades. A partir de l'anàlisi d'aquests experiments s'han plantejat diferents variants per a cada punt d'equilibri, realitzant dos o tres experiments més en cada punt d'equilibri per tal d'aconseguir excitar els dos imants amb amplituds majors a 2 mm, i posteriorment s'han seleccionat les millors combinacions per tal de construir models de regressió.

6.6.8 Selecció de model

Per tal de seleccionar els models que puguin resultar més útils per modelar el comportament del sistema cal prendre les següents consideracions. En primer lloc s'ha de recordar que el modelat de les lleis físiques mostren el comportament no lineal del les forces magnètiques presents en el sistema, això provoca que l'estimació de models lineals sigui en aquest cas més complicat que en els models SISO, i per altra banda el fregament no lineal que presenta la planta també col·labora. Per altra banda és necessari seleccionar l'ordre del sistema, s'ha comprovat que models d'ordre elevat ajusten millor, però cal arribar a un compromís entre la complexitat que aporten aquests models i la diferència en l'ajust que s'aconsegueix amb models més simples. S'ha comprovat que models d'Espai d'Estats d'ordre 10 o 9 són els que aconseguixen millors ajusts, però es comparen aquests amb models ARX més simples. Pel que fa al nombre de retards, els models amb dos retards són els que aconseguixen un major ajust.

En l'annex B (punt B.8, taula B.1) es presenta una taula molt important amb els resultats obtinguts per diferents tipus de models així com les característiques dels PRBS seleccionats, i per a cada punt d'equilibri. A partir d'aquesta taula cal seleccionar un model que sigui acceptable per tots els punts d'equilibri. Com s'ha comentat anteriorment cal escollir el model que millor ajusti i que a més no sigui de gran complexitat. Aleshores si s'observen les diferències entre el model de major ordre, $n4s10-22$, i el de menor ordre, $iv222$, es pot veure que normalment es perd un 1% o 2% d'ajust, i que en el pitjor dels casos es perd un 5%. Llavors se selecciona el model $iv222$ per tal treballar posteriorment amb aquest.

A continuació s'exposa un exemple de la resposta a graons successius de les accions de control.



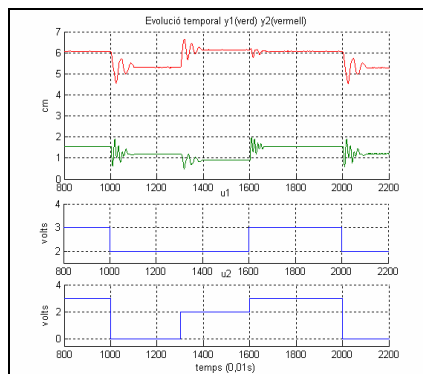


Fig. 6.15 Resposta graó sistema MIMO en llaç obert.

En aquest cas es vol remarcar que les oscil·lacions dels discs 1 i 2, no presenten una forma gaire regular, sobretot en els instants 1000, 1600 i 2000. Si ens fixem amb la resposta graó de qualsevol dels models presentats seguidament (per exemple Fig. B.56), es veu que aquests models aconseguixen explicar aquests comportaments.

6.6.9 Presentació Model MIMO

Els resultats experimentals obtinguts en el procés d'identificació de models MIMO es presenten en l'annex B. Tot seguit es presenta el model seleccionat que es pot trobar en el punt B.8.4. El punt d'equilibri corresponent es $u_1=2$ V, $u_2=2$ V, $y_1= 0,91$ cm, $y_2 =6,0$ cm.

El model ajustat té la següent expressió.

$$A_0 y(k) + A_1 y(k-T) + \dots + A_n y(k-nT) = B_0 u(t) + B_1 u(k-T) + \dots + B_m u(k-mT) + e(t) \tag{Eq. 6.14}$$

Amb les següents matrius de paràmetres.

$$A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} -1.7529 & 0.0130 \\ 0.0280 & -1.8995 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0.9227 & 0.0642 \\ 0.0014 & 0.9538 \end{pmatrix}$$

$$B_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0.0628 & -0.0024 \\ 0.0031 & 0.0076 \end{pmatrix} \quad B_3 = \begin{pmatrix} 0.0512 & 0.0027 \\ -0.0000 & 0.0015 \end{pmatrix}$$

On n és l'ordre de retards sobre y , m l'ordre de retards de u , i les variables d'entrada i sortida són $u(k) = [u_1(k), u_2(k)]^T$, i $y(k) = [y_1(k), y_2(k)]^T$



Les funcions de transferència del model són:

$$\begin{aligned} \frac{Y_1(z)}{U_1(z)} &= \frac{0.06279z^3 - 0.06809z^2 - 0.03761z + 0.04886}{z^5 - 3.652z^4 + 5.206z^3 - 3.426z^2 + 0.88z} \\ \frac{Y_2(z)}{U_2(z)} &= \frac{-0.002424z^3 + 0.007207z^2 - 0.007946z + 0.002476}{z^5 - 3.652z^4 + 5.206z^3 - 3.426z^2 + 0.88z} \\ \frac{Y_3(z)}{U_3(z)} &= \frac{0.003099z^3 - 0.007219z^2 + 0.001395z - 0.0001022}{z^5 - 3.652z^4 + 5.206z^3 - 3.426z^2 + 0.88z} \\ \frac{Y_4(z)}{U_4(z)} &= \frac{0.007553z^3 - 0.01163z^2 + 0.00419z + 0.001421}{z^5 - 3.652z^4 + 5.206z^3 - 3.426z^2 + 0.88z} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 6.15})$$

A continuació es mostren els resultats gràfics de més rellevància que es poden veure en l'annex B, apartat B.8.4. Les següents figures mostren la comparació entre el models i la realitat.

Comparació entre models iv222 i n4s10-22, detall dels primers segons.

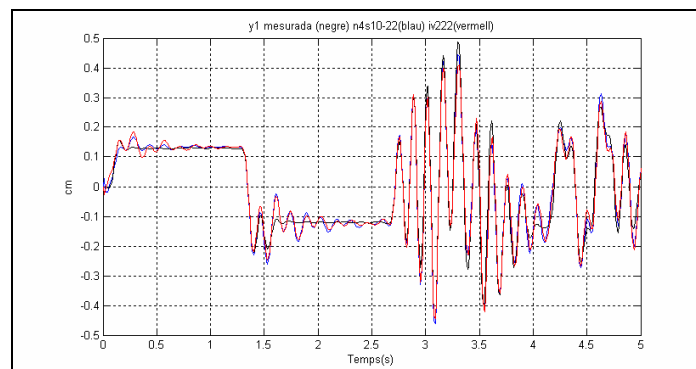


Fig. 6.16 Comparació entre la sortida real i sortida simulada dels models

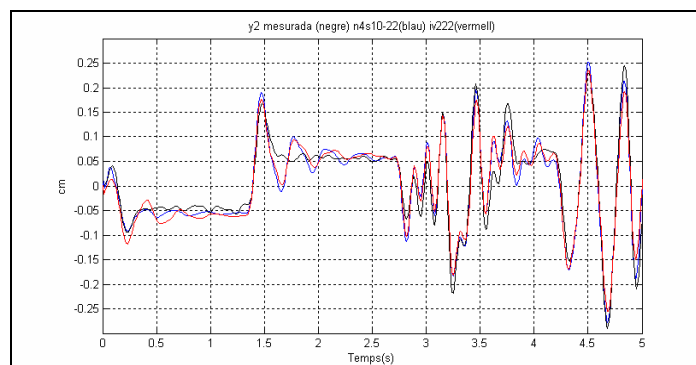


Fig. 6.17 Comparació entre la sortida real i sortida simulada dels models



En l'anàlisi dels models MIMO obtinguts per a cada punt d'equilibri, el problema més important ha estat l'ajust de la contínua. De tots els models presentats en el punt B.8 el que s'ha seleccionat és el que ho fa més correctament. En les figures 6.16 i 6.17 es veu que aquest model sí que aconsegueix explicar correctament la contínua encara que en alguns trams no segueix exactament la línia negra, degut a que el fregament modifica les oscil·lacions naturals d'un sistema de segon ordre.



7 Disseny de Controladors

7.1 Control Predictiu.

7.1.1 Introducció

El control predictiu està basat en dos conceptes. En primer lloc introdueix la possibilitat de fer prediccions en temps real sobre l'evolució futura del sistema, per això es diu que està basat en el model del sistema. En segon lloc fa que la sortida del sistema es comporti d'una manera convenientment predefinida. És a dir, a partir d'una trajectòria predefinida i utilitzant el model del sistema per tal de fer una previsió del comportament del mateix, es decideix mitjançant el model del sistema, quina és l'acció de control en cada instant de mostratge que assegura que el sistema segueix la trajectòria predefinida.

L'estratègia del control predictiu s'implementa mitjançant dos blocs que s'anomenen *block conductor* (*driver block*) i *model predictiu*.

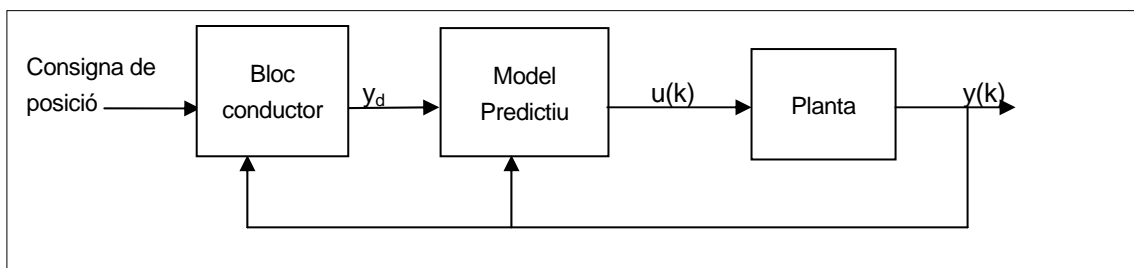


Fig. 7.1 Diagrama de blocs del Control Predictiu.

El *Driver Block* s'encarrega de generar la trajectòria de referència desitjada pel sistema, y_d , i posteriorment s'utilitza el *model predictiu* per calcular l'acció de control necessària, $u(k)$, que porti el sistema a seguir la trajectòria de referència.

L'objectiu és, doncs, que en cada instant de mostratge la predicció del model de la sortida del sistema pel següent instant de mostratge, $\hat{y}(k+1|k)$ (estimació futura de la variable y en l'instant k), es correspongui amb la sortida desitjada del procés, $y_d(k+1|k)$, això és:

$$\hat{y}(k+1|k) = y_d(k+1|k) \quad (\text{Eq. 7.1})$$



L'estratègia bàsica del control predictiu permet fer prediccions a un instant de mostratge i obtenir un controlador proporcional que en molts casos pot ser efectiu. També existeix l'estratègia estesa que consisteix en definir un horitzó de previsió major a un instant de mostratge, i utilitzar un criteri d'actuació, funció de cost, per tal de definir un procés d'optimització que minimitzi el seguiment de les trajectòries. Aquesta estratègia apareix deguda als problemes d'estabilitat que es produeixen en el control predictiu quan s'aplica a processos que tenen inversa inestable, ja que contenen zeros de desfasament no mínim. En aquest cas no es pot assegurar que l'acció de control calculada amb el model predictiu sigui acotada. La utilització d'un horitzó de previsió major a un instant de mostratge soluciona aquest problema ja que s'avalua l'evolució del sistema al llarg de tota una trajectòria mitjançant la funció de cost. La següent figura mostra l'esquema de blocs de l'estratègia estesa. El procés d'optimització es realitza a partir de la trajectòria de referència, Y_d , i dels valors futurs de l'acció de control que es calculen en cada instant de mostratge, $\hat{U}(k)$.

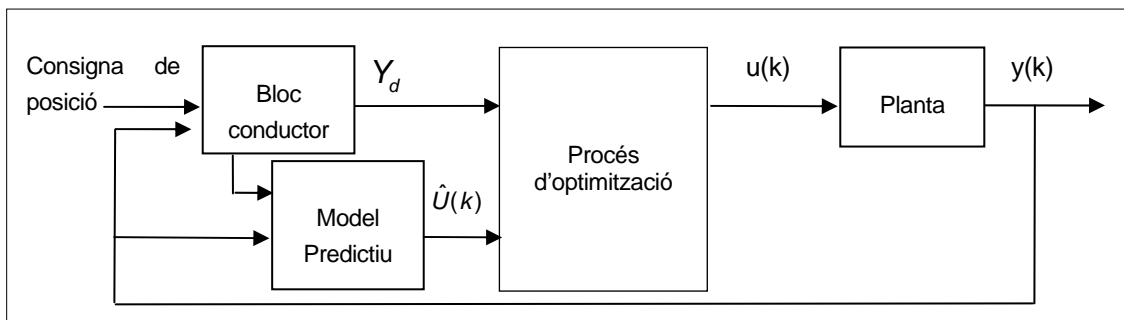


Fig. 7.2 Diagrama de blocs de l'estratègia estesa

Per dissenyar controladors predictius pel levitador magnètic s'utilitzarà l'estratègia estesa, la formulació de la qual es presenta en successius apartats.

El control predictiu és adient per construir controladors per a sistemes on són necessàries restriccions sobre les variables controlades, i això porta a controladors de gran complexitat, en els que cal resoldre un problema de programació lineal, però en el cas d'utilitzar el plantejament del control predictiu sense restriccions, el controlador que s'obté és un controlador incremental, ja que la funció de cost té solució analítica. En aquest projecte es vol dissenyar un controlador amb part integral i part incremental, i per tant la part incremental es dissenyarà a partir del *Control Predictiu*, la part integral serà introduïda al model de la planta per tal d'augmentar l'ordre del sistema i aconseguir error estacionari nul.



7.1.2 Model predictiu

Per tal de poder fer una predicció de la sortida del sistema en cada instant de mostreig s'utilitzaran els models ARX obtinguts en els punts 6.5 i 6.6, per el cas SISO la predicció es pot escriure de la següent manera.

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} a_i y(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} b_i u(k+j-i|k) \quad (\text{Eq. 7.2})$$

on $j = 1, 2, 3, \dots$;

Els coeficients a_i i b_i s'obtenen del model de la planta expressada de la següent forma:

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 - a_1 z^{-1} - \dots - a_n z^{-n}} \quad (\text{Eq. 7.3})$$

Per al cas MIMO la formulació del model predictiu té la següent forma.

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} A_i y(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} B_i u(k+j-i|k) \quad (\text{Eq. 7.4})$$

on $j = 1, 2, 3, \dots$;

Cal tenir en compte que les matrius A_i i B_i són de dimensió 2×2 , i les variables d'entrada i sortida es defineixen com a:

$$\hat{u}(k) = [\hat{u}_1(k), \hat{u}_2(k)]^T$$

$$\hat{y}(k) = [\hat{y}_1(k), \hat{y}_2(k)]^T$$



7.1.3 El bloc conductor i les trajectòries desitjades.

Aquest bloc té la missió de generar la sortida desitjada en cada instant de mostratge. Es vol que la sortida desitjada pertanyi a una trajectòria que aconseguixi portar el sistema fins a la consigna de posició d'una manera suau però també el més ràpidament possible. Aquesta trajectòria, que es redefineix a cada instant de mostratge k , s'anomena *trajectòria projectada desitjada*, *projected disired trajectory (PDT_k)*.

Una manera fàcil de generar aquestes trajectòries és utilitzar la sortida d'un sistema estable, prenent el consigna de posició com a entrada, i l'actual estat del sistema com a condicions inicials. Aquesta trajectòria és crea mitjançant un sistema de segon ordre amb coeficient d'esmoreïment igual a un. En temps continu el model té la següent forma:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 - 2\omega_n s - \omega_n^2}$$

Perquè el sistema s'estabilitzi abans d'un segon s'agafa $\omega_n=9$ i s'utilitza la comana de *matlab* *c2d* per tal d'obtenir el sistema equivalent de temps discret.

$$Gz=c2d(Gs, Ts, 'zoh')$$

On Ts és el període de mostratge que correspon a 0.01 s. S'obté la següent funció de transferència:

$$G_r(z) = \frac{0,003815z - 0,003593}{z^2 - 1,828z + 0.8353}$$

La resposta temporal de $G_r(z)$ és:

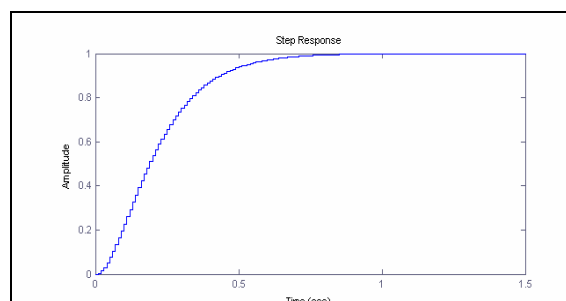


Fig. 7.3 Resposta temporal trajectòria de referència



La funció de transferència $G_r(z)$ s'utilitzarà igual que el model predictiu per fer prediccions sobre la trajectòria desitjada.

$$y_d(k+j|k) = \sum_{i=1}^p \alpha_i y_d(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^q \beta_i y_{sp}(k+j-i|k) \quad (\text{Eq. 7.5})$$

on $j = 1, 2, 3, \dots$;

on α_i i β_i són els coeficients de $G_r(z)$ de la següent forma.

$$G_r(z) = \frac{\beta_1 z^{-1} + \dots + \beta_{mr} z^{-mr}}{1 - \alpha_1 z^{-1} - \dots - \alpha_{nr} z^{-nr}}$$

7.1.4 Disseny del controlador Predictiu. Plantejament i solució estratègia estesa per sistemes SISO.

Seguidament es mostra el plantejament i la solució amb l'objectiu d'obtenir el controlador predictiu havent afegit al model de la planta un integrador. Posteriorment i per cada cas, SISO i MIMO, es mostrarà com aconseguir l'efecte integrador desitjat. D'altra banda cal posar atenció a que els controladors dissenyats a continuació són incrementals ja que cal fixar el sistema en un punt d'equilibri i fer desplaçaments a partir d'aquest punt. En la demostració següent, i per simplificar la notació, aquest fet no es té en compte, però es pot pensar que el punt d'equilibri és el zero, i que per tant els desplaçaments relatius són absoluts.

Estratègia estesa. Model amb integrador

Aquesta estratègia consisteix en considerar un horitzó de previsió major a un instant de mostratge, i per tal d'avaluar el seguiment de la trajectòria de referència es defineix un criteri d'actuació. Aquest criteri s'avalua utilitzant una funció cost a avaluar l'evolució del sistema en aquest horitzó de previsió. Aquesta estratègia s'aplicarà al model introduint un integrador. El següent desenvolupament teòric és equivalent per a sistemes SISO i MIMO, la solució final és la mateixa però s'han de canviar les dimensions de les matrius i vectors que hi apareixen.



Criteri d'actuació, Funció de cost.

La funció de cost és pot expressar com una funció quadràtica on es volen tenir en compte l'efecte de l'error respecte la referència i de les accions de control de la següent forma.

$$J_k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\lambda} Q_j [\hat{y}(k+j|k) - y_r(k+j|k)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda-1} R_j \hat{u}^*(k+j|k)^2 \quad (\text{Eq. 7.6})$$

És necessari definir una trajectòria de referència $y_r(k+j|k)$. Q_j i R_j són factors de pes per tal de ponderar els diferents sumands de la funció de cost.

Per minimitzar la funció de cost es planteja un problema d'optimització amb λ incògnites $\hat{u}(k|k)$, $\hat{u}(k+1|k)$, ..., $\hat{u}(k+\lambda-1|k)$.

Es planteja el problema amb les següents condicions inicials. A cada instant de temps cal trobar la seqüència de control $\hat{u}^*(k|k)$, $\hat{u}^*(k+1|k)$, ..., $\hat{u}^*(k+\lambda-1|k)$, tal que la funció J_k és mínima sota les següents condicions.

1. Les sortides als instants k i previs a aquest són conegudes, $y(k)$, ..., $y(k+1-\hat{n})$, igual com les entrades passades a $k-1$, $u^*(k-1)$, ..., $u^*(k+1-\hat{m})$.
2. La seqüència de predicció de sortides $\hat{y}(k+1|k)$, ..., $\hat{y}(k+\lambda|k)$, esta relacionada amb la seqüència d'accions de control $\hat{u}^*(k|k)$, $\hat{u}^*(k+1|k)$, ..., $\hat{u}^*(k+\lambda-1|k)$, mitjançant el model del sistema amb presencia de l'integrador.

Els valors de les trajectòries de referència $y_r(k+1|k)$, ..., $y_r(k+\lambda|k)$, són calculats independentment usant la consigna de posició sobre l'horitzó de predicció.

Predicció estesa

S'utilitza el model de la planta amb integrador per escriure la predicció estesa dins un interval $[k, k+\lambda]$, queda:



$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{a}_i^* \hat{y}(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} \hat{b}_i^* \hat{u}^*(k+j-i|k) \quad (\text{Eq. 7.7})$$

on $j = 1, 2, \dots, \lambda$

on les condicions inicials són:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+j-i|k) &= y(k+1-i) \quad i = 1, \dots, \hat{n} \\ \hat{u}^*(k+j-i|k) &= u^*(k+1-i|k) \quad i = 1, \dots, \hat{m} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 7.8})$$

Usant recursivament les expressions 7.7 i les condicions inicials 7.8 s'obté:

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{e}_i^{(j)} \hat{y}(k+1-i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{g}_i^{(j)} u(k+1-i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{g}_i^{(j-1)} \hat{u}(k+i) \quad (\text{Eq. 7.9})$$

on $j = 1, 2, \dots, \lambda$

On $\hat{e}_i^{(j)}$ i $\hat{g}_i^{(j)}$ són coeficients obtinguts dels paràmetres \hat{a}_i^* i \hat{b}_i^* que formen part del model predictiu, usant els següents algorismes recursius.

$$\begin{aligned} \hat{e}_i^{(1)} &= \hat{a}_i^* \quad i = 2, \dots, \hat{n} \\ \hat{g}_i^{(1)} &= \hat{b}_i^* \quad i = 2, \dots, \hat{m} \\ \hat{e}_{\hat{n}+1}^{(j-1)} &= 0 \quad j = 2, \dots, \lambda \\ \hat{g}_{\hat{m}+1}^{(j-1)} &= 0 \quad j = 2, \dots, \lambda \end{aligned} \quad (\text{Eq. 7.10})$$

amb les següents condicions inicials.

$$\begin{aligned} \hat{e}_i^{(j)} &= \hat{e}_1^{(j-1)} \hat{a}_i^* + \hat{e}_{i+1}^{(j-1)} \quad i = 2, \dots, \lambda \quad j = 2, \dots, \lambda \\ \hat{g}_i^{(j)} &= \hat{e}_1^{(j-1)} \hat{b}_i^* + \hat{g}_{i+1}^{(j-1)} \quad i = 2, \dots, \lambda \quad j = 2, \dots, \lambda \end{aligned} \quad (\text{Eq. 7.11})$$

L'equació (Eq. 7.9) dóna l'expressió que permet obtenir les prediccions de la sortida en funció de la informació dels passats instants de mostratge en forma matricialment.

$$\hat{Y} = EY_k + GU_k^* + G_0 \hat{U}^* \quad (\text{Eq. 7.12})$$



on \hat{Y} i \hat{U}^* són vectors de dimensió $\lambda \times 1$.

$$\hat{Y} = [\hat{y}(k+1|k), \dots, \hat{y}(k+\lambda|k)]^T$$

$$\hat{U}^* = [\hat{u}^*(k|k), \hat{u}^*(k+1|k), \dots, \hat{u}^*(k+\lambda-1|k)]^T$$

Y_k i U_k^* són respectivament dos vectors de dimensió $\hat{n} \times 1$ i $(\hat{m}-1) \times 1$.

$$Y_k = [y(k), \dots, y(k-\hat{n}+1)]^T$$

$$U_k^* = [u^*(k-1), \dots, u^*(k-\hat{m}+1)]^T$$

Finalment les matrius E , G i G_0 són de dimensió $\lambda \times \hat{n}$, $\lambda \times (\hat{m}-1)$ i $\lambda \times \lambda$, respectivament.

$$E = \begin{pmatrix} \hat{e}_1^{(1)} & \hat{e}_2^{(1)} & \dots & \hat{e}_n^{(1)} \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ \hat{e}_1^{(\hat{n})} & \hat{e}_2^{(\hat{n})} & \dots & \hat{e}_n^{(\hat{n})} \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} \hat{g}_2^{(1)} & \hat{g}_3^{(1)} & \dots & \hat{g}_m^{(1)} \\ \dots & & & \cdot \\ \dots & & & \\ \dots & & & \\ \hat{g}_2^{(\hat{m})} & \hat{g}_3^{(\hat{m})} & \dots & \hat{g}_m^{(\hat{m})} \end{pmatrix} \quad G_0 = \begin{pmatrix} \hat{g}_1^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ \hat{g}_1^{(2)} & \hat{g}_1^{(2)} & \dots & \cdot \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ \hat{g}_1^{(\hat{m})} & \hat{g}_1^{(\hat{m}-1)} & \dots & \hat{g}_1^{(\hat{m})} \end{pmatrix}$$

Per tal d'avaluar la funció de cost també cal el vector que defineix la trajectòria de referència.

$$Y_r = [y_r(k+1|k), \dots, y_r(k+\lambda|k)]^T$$

Per obtenir el vector Y_r se segueix el mateix plantejament utilitzat per a calcular \hat{Y} , utilitzant recursivament l'expressió (Eq. 7.5) (model del *bloc conductor*) s'obté:

$$y_r(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} er_i^{(j)} y_r(k+1-i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} gr_i^{(j)} y_{sp}(k+1-i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} gr_i^{(j-i)} y_{sp}(k+i) \quad (\text{Eq. 7.13})$$

on $j = 1, 2, \dots, \lambda$

A partir d'aquesta expressió i suposant constant la y_{sp} , que és la consigna del sistema, es pot escriure matricialment.

$$Y_r = ErY_{rk} + (Gr + Hr)y_{sp} \quad (\text{Eq. 7.14})$$



on Y_{rk} són els valors passats de la trajectòria de referència, les matrius Er i Gr s'obtenen anàlogament a les matrius E i G però a partir dels coeficients de la trajectòria de referència, el vector Hr té la següent forma:

$$Er = \begin{pmatrix} er_1^{(1)} & er_2^{(1)} & \dots & er_n^{(1)} \\ & & \dots & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ er_1^{(\lambda)} & er_2^{(\lambda)} & \dots & er_n^{(\lambda)} \end{pmatrix} \quad Gr = \begin{pmatrix} gr_2^{(1)} & gr_3^{(1)} & \dots & gr_m^{(1)} \\ \dots & & \dots & \cdot \\ \dots & & \dots & \\ \dots & & \dots & \\ gr_2^{(\lambda)} & gr_3^{(\lambda)} & \dots & gr_m^{(\lambda)} \end{pmatrix} \quad Hr = \begin{pmatrix} gr_1^{(1)} \\ gr_1^{(2)} + gr_1^{(1)} \\ \dots \\ gr_1^{(\lambda)} + gr_1^{(\lambda-1)} + \dots + gr_1^{(1)} \end{pmatrix}$$

Paràmetres de les matrius:

$$er_i^{(1)} = \alpha_i \quad i = 2, \dots, nr$$

$$gr_i^{(1)} = \beta_i \quad i = 2, \dots, mr$$

$$er_{\hat{n}+1}^{(j-1)} = 0 \quad j = 2, \dots, \lambda$$

$$gr_{\hat{m}+1}^{(j-1)} = 0 \quad j = 2, \dots, \lambda$$

Optimització de la funció de cost

A continuació s'utilitza la formulació matricial proposada anteriorment per tal d'escriure la funció de cost 7.6.

$$J_k = \frac{1}{2} [\hat{Y} - Y_r]^T Q [\hat{Y} - Y_r] + \frac{1}{2} \hat{U}^T R \hat{U} \quad (\text{Eq. 7.15})$$

On Q , R i P , es defineixen com a matrius de pesos de dimensió $\lambda \times \lambda$.

$$Q = \text{diag}[Q_1, \dots, Q_\lambda] \quad R = \text{diag}[R_0, \dots, R_{\lambda-1}]$$

En aquests moments cal adonar-se que l'única incògnita a (Eq. 7.15) és \hat{U}^* , i s'aplica la condició necessària a J_k per d'optimitzar-la.

$$\frac{\partial J_k}{\partial \hat{U}^*} = 0$$



Mitjançant aquest procés d'optimització s'obté el vector d'accions de control que assegura una trajectòria que optimitza la funció de cost, però el procés d'optimització es recalcula en cada instant de mostratge i per tant només s'aplica al sistema la primera component del vector \hat{U}^* , és a dir $u^*(k/k)$, i per això es dóna a continuació l'expressió de $u^*(k/k)$ que s'obté de solucionar el problema d'optimització. Substituint (Eq. 7.12) a (Eq. 7.15) queda:

$$J_k = \frac{1}{2} [EY_k + GU_k + G_0 \hat{U} - Y_r]^T Q [EY_k + GU_k + G_0 \hat{U} - Y_r] + \frac{1}{2} \hat{U}^T R \hat{U} \quad (\text{Eq. 7.16})$$

Per derivar aquesta expressió s'utilitzarà la regla de la cadena, i la propietat del producte de la transposada de matrius. S'exemplifica la derivada d'uns dels termes de la funció de cost. En aquest exemple x és un vector de $n \times 1$ i R una matriu de $n \times n$.

$$\left[\frac{1}{2} x^T R x \right] = \frac{1}{2} \dot{x}^T R x + \frac{1}{2} x^T R \dot{x} = \dot{x}^T R x \quad (\text{Eq. 7.17})$$

Cal demostrar que els dos termes de la derivada són iguals, això és:

$$[x^T R x]^T = (\dot{x}^T R x)^T = x^T (\dot{x}^T R)^T = x^T R \dot{x}$$

Aquesta deducció ens diu que el primer terme de la derivada és igual a la transposada del segon terme, i com que el producte resulta ser un escalar, es pot concloure que:

$$x^T R \dot{x} = \dot{x}^T R x$$

A partir de 7.16 i 7.17 s'escriu l'expressió de la derivada de la funció de cost.

$$G_0^T Q [EY_k + GU_k + G_0 \hat{U} - Y_r] + R \hat{U} = 0$$

Finalment s'obté l'expressió de \hat{U}^* :

$$\hat{U}^* = g_0^T [EY_k + GU_k - Y_r] \quad (\text{Eq. 7.18})$$



on g_0^T és la primera fila de la matriu $-\left[G_0 Q G_0^T + R\right]^{-1} G_0^T Q$ ja que només s'utilitza la primera de les accions de control calculades.

7.2 Control Predictiu SISO

7.2.1 Disseny i simulació de controladors.

Com s'ha explicat anteriorment cal dissenyar separatament la part integral i la part incremental dels controladors. Es comença el disseny dels controladors per afegir part integral al model de la planta, obtenint una funció de transferència, en el cas SISO, que s'utilitzarà per tal d'ajustar el controlador predictiu plantejat en el punt anterior.

Model de la planta amb integrador

Per aconseguir error estacionari nul es planteja la possibilitat d'afegir un integrador al model de la planta, per tal de tenir un sistema de tipus 1 i eliminar l'error estàtic, també perquè l'acció de control sigui el més suau possible.

El model de la planta té la següent forma:

$$G(z) = \frac{Y(Z)}{U(Z)} = \frac{b_2}{z^2 - a_1 z - a_2}$$

Es defineix una nova variable $u^*(k)$ com a:

$$u^*(k) = u(k) - u(k-1)$$

Si a l'equació anterior s'hi aplica la transformada Z queda:

$$U^*(z) = U(z)(1 - z^{-1})$$

La funció de transferència del sistema queda



$$W(z) = \frac{Y(Z)}{U^*(Z)} = C(z)G(z) = \frac{z}{z-1} \frac{b_2}{z^2 - a_1 z - a_2}$$

Si se simplifica la funció de transferència queda en funció de nous paràmetres, i aquests són:

$$W(z) = \frac{b_2^* z}{z^3 - a_1^* z^2 - a_2^* z - a_3^*}$$

$$\text{on: } a_1^* = a_1 + 1$$

$$a_2^* = a_2 - a_1$$

$$a_3^* = -a_2$$

$$b_2^* = b_2$$

Sobre aquest model de la planta s'ha d'aplicar el control predictiu i cal tenir en compte l'ordre del denominador, $n=3$, i l'ordre del numerador $m=2$.

7.2.2 Disseny del Controlador Predictiu

Els paràmetres que cal determinar per dissenyar el controlador són per una banda els pesos de la funció de cost, que permeten penalitzar l'error en el seguiment de la trajectòria de referència, amb el pes Q , i també el mòdul de la variació de l'acció de control u^* , amb el pes R . També cal determinar l'horitzó de previsió λ .

Inicialment es decidirà quin l'horitzó de previsió utilitzar, i aquest ha de ser aproximadament igual al temps que triga el sistema a arribar a la posició desitjada. A continuació es presenta la resposta graó de la planta en llaç obert.

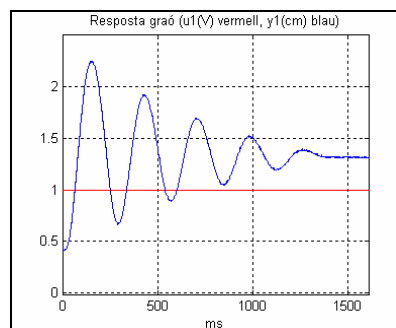


Fig. 7.4 Resposta graó del sistema SISO en llaç obert.



En aquesta figura es veu que el sistema arriba a l'altura definitiva amb uns 1000ms, que amb un període de mostratge de 10 ms, i es fixa λ a 100 instants de mostratge.

Pel que fa als pesos de la funció de cost s'ha d'arribar a un compromís entre penalitzar l'error del seguiment de les trajectòries de referència o penalitzar el mòdul de la variació de l'acció de control. De fet el sistema real es molt poc estable quan se li apliquen pertorbacions i Q és més gran que R . Això provoca que el controlador dissenyat no pugui ser massa ràpid. Llavors es plantegen dos controladors fixant $Q=1$ sempre, i $R=5$ i posteriorment $R=10$. Es vol mostrar que en augmentar R el controlador provoca una resposta més lenta del sistema.

El fet que R hagi de ser major a Q es pot explicar en part perquè el controlador es calcula a partir d'un model lineal de la planta, i anteriorment ja s'ha explicat que la planta no és lineal. El fet que el model no expliqui bé part dels comportaments de la planta pot inestabilitzar-la. Per aconseguir que el controlador estabilitzi el sistema en qualsevol punt del rang de tensions possibles, es necessita per sobre de tot que la variació de l'acció de control tendeixi a zero ràpidament, ja que així s'eviten comportaments perillosos sobre la planta.

S'utilitza (Eq. 7.18) obtinguda pel controlador predictiu per tal de calcular la funció de transferència del sistema, i poder estudiar la estabilitat, i es rescriu de la següent manera amb la intenció de simplificar els càlculs.

$$\begin{aligned}\hat{U}^* &= D_1 Y_k + D_2 U_k^* + D_3 Y_r \\ \text{on } D_1 &= g_0^T E = [d_{11}, d_{12}, d_{13}] \\ D_2 &= g_0^T G = [d_2] \\ D_3 &= -g_0^T = [d_{31}, d_{32}, \dots, d_{1\lambda}]\end{aligned}\tag{Eq. 7.19}$$

D_1 és de dimensió $1 \times n$, D_2 és de dimensió $1 \times (m-1)$ i finalment D_3 és de dimensió $1 \times \lambda$.

Tornant a la definició dels vectors U_k^* , Y_k i Y_r es pot obtenir la funció de transferència del controlador de la següent manera.

$$u^*(k) = D_1 \begin{pmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ y(k-2) \end{pmatrix} + D_2 u^*(k-1) + D_3 \begin{pmatrix} y_r(k+1) \\ y_r(k+2) \\ \dots \\ y_r(k+\lambda) \end{pmatrix}$$



Fent les multiplicacions i ordenant els termes, utilitzant les expressions de (Eq. 7.19), queda:

$$u^*(k) - d_2 u^*(k-1) = d_{11} y(k) + d_{12} y(k-1) + d_{13} y(k-2) + \\ + d_{31} y_r(k+1) + d_{32} y_r(k+2) + \dots + d_{3\lambda} y_r(k+\lambda)$$

Fent la transformada Z de l'equació anterior s'obté la funció de transferència del controlador SISO que permet calcular la sortida del controlador, u^* , en funció de les trajectòries de referència, y_r , i de la sortida del sistema, y . Llavors la funció de transferència del controlador té dos termes que són separats en dues funcions de transferència.

$$U^*(z) = \frac{d_{11} + d_{12}z^{-1} + d_{13}z^{-2}}{1 - d_2z^{-1}} Y(z) + \frac{d_{31}z^1 + d_{32}z^2 + \dots + d_{3\lambda}z^\lambda}{1 - d_2z^{-1}} Y_r(z)$$

$$U^*(z) = G_{c1}(z)Y(z) + G_{c2}(z)Y_r(z)$$

Per tal d'obtenir la funció de transferència del sistema cal recordar l'expressió del model de la planta amb integrador.

$$Y(z) = W(z)U^*(z)$$

L'esquema de blocs del sistema queda:

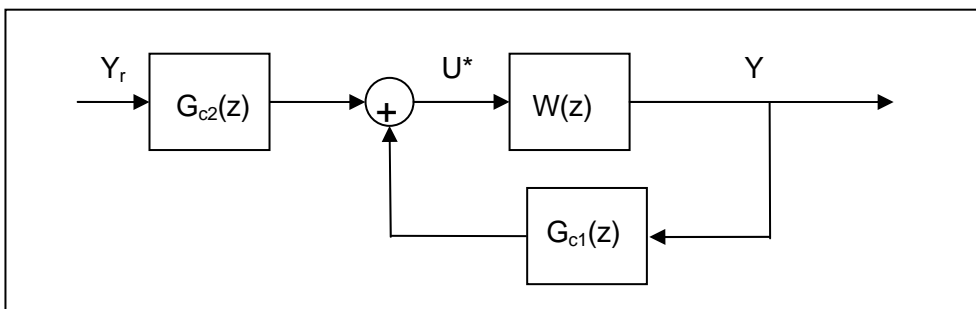


Fig. 7.5 Esquema de blocs del sistema

Ara doncs ja es pot escriure la funció de transferència del sistema complet que queda:

$$W_{sis}(z) \frac{Y(z)}{Y_r(z)} = \frac{G_{c2}(z)W(z)}{1 - W(z)G_{c1}(z)}$$



Per calcular els coeficients de l'acció de control així com els pols i els zeros de la funció de transferència del sistema s'ha dissenyat un guió de *matlab* que realitza els càlculs. Aquest guió es troba en l'Annex D, punt D.1.1.

7.2.3 Model de simulació utilitzant *simulink*

Per a construir un model de simulació utilitzant *simulink* s'han d'organitzar les operacions necessàries per portar a terme el control predictiu. Llavors el model de simulació consta de tres parts. La primera part està destinada a calcular la trajectòria de referència a partir de la consigna de posició del sistema, així com els avançaments corresponents a l'horitzó de previsió, utilitzant (Eq. 7.5) i (Eq. 7.14). La segona part del model realitza les operacions del controlador predictiu utilitzant (Eq. 7.19). Finalment la tercera part del model de simulació està formada pel model de la planta amb la part integral, d'on s'extreu la informació sobre les accions de control i les sortides passades, necessàries per dur a terme els càlculs del controlador predictiu.

La següent figura mostra l'esquema amb *simulink* del model de simulació.

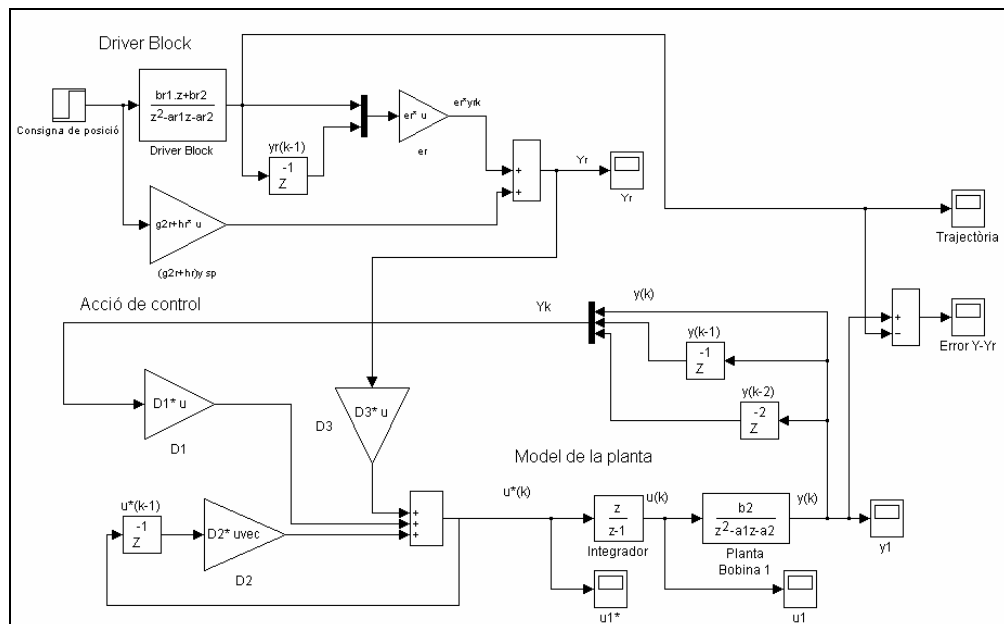


Fig. 7.6 Model de simulació SISO

Les simulacions realitzades amb aquest model es poden trobar en l'annex C, punt C.3.1.



7.2.4 Disseny d'experiments amb els controladors

Amb l'objectiu d'il·lustrar el funcionament dels controladors dissenyats es proposen els següents experiments. Aquests experiments consisteixen en fixar el sistema en un punt d'equilibri per realitzar les trajectòries que es mostren a continuació.

Experiment 1. Tren de graons

L'experiment consisteix en fer que el sistema segueixi un tren de graons periòdic amb un període de quatre segons i una amplitud d'un cm, fixant el punt d'equilibri a 2,5 cm. La següent figura mostra la consigna del sistema. Es necessita un període d'uns quatre segons perquè el sistema arribi correctament a l'estacionari en cada un dels graons.

Experiment 2. Tren de rampes

L'experiment consisteix en fer que el sistema segueixi un tren de rampes periòdic amb un període de dos segons i una amplitud d'un cm, fixant el punt d'equilibri a 2 cm. La següent figura mostra la consigna del sistema.

Experiment 3. Sinusoide

L'experiment consisteix en fer que el sistema segueixi una sinusoide, i cal que aquesta sigui prou lenta per tal que les trajectòries de referència que es defineixen per el controlador predictiu, punt 7.1.3, permetin que la sinusoide no canviï molt la seva forma. La següent figura mostra la consigna del sistema.

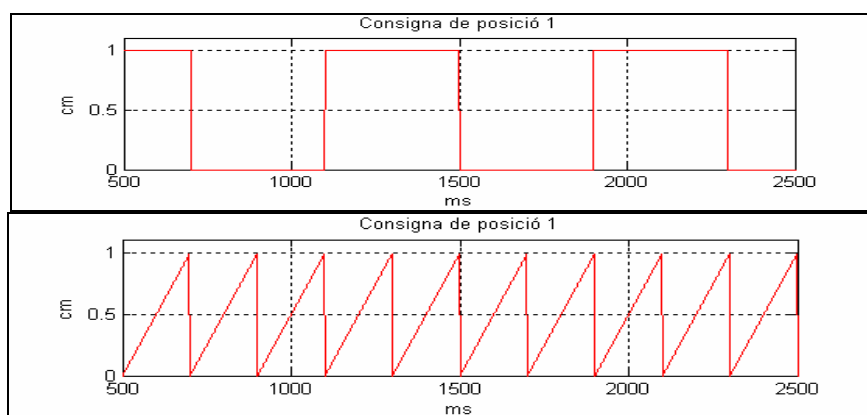


Fig. 7.7 Tren de graons(a dalt) Tren de rampes(a baix)



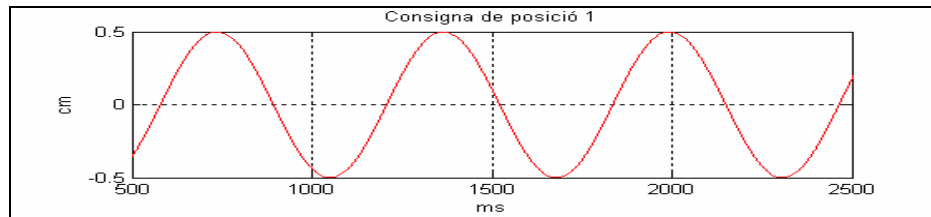


Fig. 7.8 Sinusoide

7.2.5 Resultats experimentals

Per tal de mostrar el funcionament real dels controladors dissenyats es mostra a continuació els resultats obtinguts amb el controlador que correspon a $Q=1$ i $R=10$. L'experiment que s'ensenyarà en la memòria es el tren de graons. Els resultats complets es troben a C.3.2.

El resultat experimental d'aquest controlador es pot veure en la següent figura.

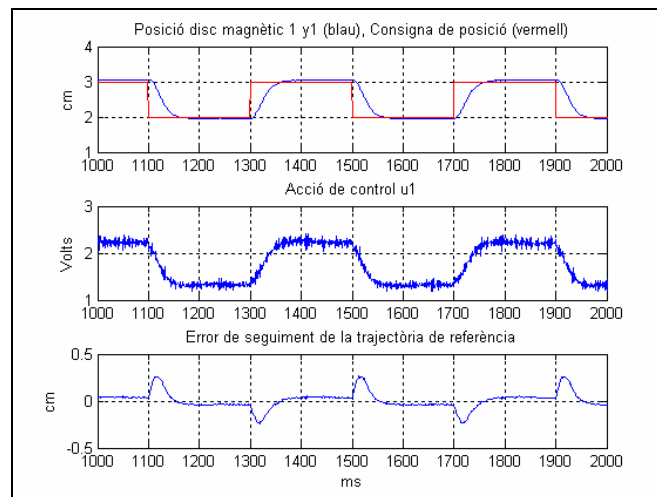


Fig. 7.9 Resultats experimentals Experiment 1

En aquesta figura es pot veure la sortida del sistema, l'acció de control real sobre la planta, i l'error de seguiment de les trajectòries. En l'experiment el sistema mostra un comportament estable i es pot veure que l'acció de control oscil·la per tal d'aconseguir seguir la trajectòria. En el gràfic de l'error de seguiment de trajectòria es veu com en el moment en que canvia la consigna, l'error té un valor màxim. En canvi quan s'arriba a l'estacionari l'error és despreciable.



7.3 Control Predictiu MIMO

7.3.1 Disseny de controladors.

Com s'ha explicat anteriorment cal dissenyar separatament la part integral i la part proporcional dels controladors. Es comença el disseny dels controladors per afegir part integral al model de la planta, obtenint una funció de transferència, en el cas SISO, que s'utilitzarà per ajustar el controlador predictiu plantejat en el punt anterior.

Model de la planta amb integrador

Per aconseguir error estacionari nul es planteja la possibilitat d'afegir un integrador al model de la planta, per poder tenir un sistema de tipus 1 i eliminar l'error estàtic, també perquè l'acció de control sigui el més suau possible. El model obtingut en el punt d'identificació de models correspon a un ARX MIMO que té la següent forma.

$$A_0^*y(k)+A_1^*y(k-1)+\dots+A_{na}^*y(k-na)= \\ B_0^*u(k)+B_1^*u(k-nk)+\dots+B_{nb}^*u(k-nb-nk+1)+e(k)$$

Les matrius A_x i B_x tenen dimensió $r(\text{nombre d'entrades}) \times p(\text{nombre de sortides})$.

Per tal d'aconseguir l'efecte integrador desitjat es passa el model en forma de funció de transferència per fer un canvi de variables que simplifiqui les operacions a realitzar. El model en funció de transferència resulta una matriu de 2×2 (*entrades x sortides*) que té la següent forma:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \begin{pmatrix} W_{11}(z) & W_{12}(z) \\ W_{21}(z) & W_{22}(z) \end{pmatrix} \quad (\text{Eq. 7.20})$$

Per tal d'aconseguir l'efecte integrador es proposa la introducció de una nova variable que sigui la variació de l'acció de control.

$$u^*(k)=u(k) - u(k-1)$$

Aquesta expressió escrita en funció de transferència queda



$$C(z) = \frac{U(z)}{U'(z)} = \begin{pmatrix} \frac{z}{z-1} & 0 \\ 0 & \frac{z}{z-1} \end{pmatrix}$$

Per fer el canvi de variables es multipliquen les funcions de transferència presentades anteriorment i el model amb integrador queda com:

Perquè es pugui aplicar fàcilment la solució del control predictiu interessa obtenir el model

$$W_{\text{int}}(z) = \frac{U(z)}{U^*(z)} \frac{Y(z)}{U(z)} = C(z)W(z) = \begin{pmatrix} W_{\text{int}11}(z) & W_{\text{int}12}(z) \\ W_{\text{int}21}(z) & W_{\text{int}22}(z) \end{pmatrix} \quad (\text{Eq. 7.21})$$

integrador de la planta amb la forma ARX. Per aconseguir-ho es planteja antitransformar la matriu de funció de transferència per tal d'obtenir les dues equacions en diferències, una per a cada sortida, que representen el sistema. Per obtenir la funció de transferència s'aplica la següent equació.

Aquesta operació permet obtenir una matriu de funció de transferència de dimensió 2×2 , que es pot escriure de la següent manera per tal de ser antitransformada.

$$Y_1(z) = W_{\text{int}11}(z)U_1^*(z) + W_{\text{int}12}(z)U_1^*(z)$$

$$Y_2(z) = W_{\text{int}21}(z)U_1^*(z) + W_{\text{int}22}(z)U_1^*(z)$$

Fer la antitransformada Z de les dues equacions anteriors permeten escriure de nou el model de la forma:

$$y(k) + A^*_1 y(k-1) + \dots + A^*_n y(k-n) = B^*_1 u^*(k-1) + \dots + B^*_m u^*(k-m)$$

on A_i^* i B_i^* són les matrius de paràmetres del model MIMO amb integrador. L'ordre de l'equació en diferències és n per les sortides i m per les entrades, on $m=n=6$.

7.3.2 Control Predictiu MIMO

La solució plantejada en el punt 7.1.4 és també vàlida per resoldre el cas MIMO però cal reformular les dimensions de tots els vectors i matrius que intervenen en l'esmentada solució. Això és el que es realitza a continuació.



En primer lloc cal tenir en compte que es tenen dues entrades i dues sortides, això significa que les variables d'entrada i sortida s'escriuen com a:

$$\hat{u}^*(k) = [\hat{u}_1^*(k), \hat{u}_2^*(k)]^T$$

$$\hat{y}(k) = [\hat{y}_1(k), \hat{y}_2(k)]^T$$

Llavors $\hat{u}^*(k)$ és de dimensió $r \times 1$, on $r=2$ és el nombre d'entrades del sistema, i $\hat{y}(k)$ de dimensió $p \times 1$, on $p=2$ és el nombre de sortides.

Predicció estesa

S'utilitza el model de la planta amb integrador per tal d'escriure la predicció estesa dins un interval $[k, k + \lambda]$, l'equació (Eq. 7.9) queda en forma MIMO:

$$\hat{y}(k + j | k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{e}_i^{(j)} \hat{y}(k + 1 - i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{g}_i^{(j)} u(k + 1 - i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{g}_i^{(j-i)} \hat{u}(k + i) \quad (\text{Eq. 7.22})$$

on $j = 1, 2, \dots, \lambda$

On $\hat{e}_i^{(j)}$ i $\hat{g}_i^{(j)}$, de dimensió 2×2 , són matrius de coeficients obtinguts de les matrius A_i^* i B_i^* , que formen part del model predictiu, usant els següents algorismes recursius.

$$\begin{aligned} \hat{e}_i^{(j)} &= \hat{e}_i^{(j-1)} A_i^* + \hat{e}_{i+1}^{(j-1)} & i = 2, \dots, \lambda & \quad j = 2, \dots, \lambda \\ \hat{g}_i^{(j)} &= \hat{e}_i^{(j-1)} B_i^* + \hat{g}_{i+1}^{(j-1)} & i = 2, \dots, \lambda & \quad j = 2, \dots, \lambda \end{aligned} \quad (\text{Eq. 7.23})$$

Amb les següents condicions inicials.

$$\begin{aligned} \hat{e}_i^{(1)} &= A_i^* & i = 2, \dots, \hat{n} \\ \hat{g}_i^{(1)} &= B_i^* & i = 2, \dots, \hat{m} \\ \hat{e}_{\hat{n}+1}^{(j-1)} &= 0 & j = 2, \dots, \lambda \\ \hat{g}_{\hat{m}+1}^{(j-1)} &= 0 & j = 2, \dots, \lambda \end{aligned}$$



L'equació (Eq. 7.22) dóna l'expressió que permet obtenir les prediccions de la sortida en funció de la informació dels passats instants de mostratge. Aquesta es pot escriure matricialment de la següent manera

$$\hat{Y} = EY_k + GU_k^* + G_0\hat{U}^* \quad (\text{Eq. 7.24})$$

on \hat{Y} i \hat{U}^* són vectors de dimensió $(p \cdot \lambda) \times 1$ i $(r \cdot \lambda) \times 1$ respectivament. Y_k i U_k^* són respectivament dos vectors de dimensió $(p \cdot \hat{n}) \times 1$ i $r \cdot (\hat{m} - 1) \times 1$.

$$\hat{Y} = [\hat{y}(k+1|k), \dots, \hat{y}(k+\lambda|k)]^T$$

$$\hat{U}^* = [\hat{u}(k|k), \hat{u}(k+1|k), \dots, \hat{u}(k+\lambda-1|k)]^T$$

$$Y_k = [y(k), \dots, y(k-\hat{n}+1)]^T$$

$$U_k^* = [u(k-1), \dots, u(k-\hat{m}+1)]^T$$

Finalment les matrius E , G i G_0 són de dimensió $(p \cdot \lambda) \times (r \cdot \hat{n})$, $(p \cdot \lambda) \times r(\hat{m}-1)$ i $(p \cdot \lambda) \times (r \cdot \lambda)$, respectivament.

La trajectòria de referència té la següent forma.

$$Y_r = [y_r(k+1|k), \dots, y_r(k+\lambda|k)]^T$$

$$\text{on: } y_r(k) = [y_{r1}(k), y_{r2}(k)]^T$$

Per obtenir el vector Y_r se segueix el mateix plantejament utilitzat en el cas SISO. Simplement s'utilitzaran dues trajectòries de referència SISO independents

Optimització de la funció de cost

La formulació de la funció de cost és la mateixa.

$$J_k = \frac{1}{2} [\hat{Y} - Y_r]^T Q [\hat{Y} - Y_r] + \frac{1}{2} \hat{U}^T R \hat{U}^* \quad (\text{Eq. 7.25})$$



On Q i R es defineixen com a matrius de pesos de dimensió $(p \cdot \lambda) \times (r \cdot \lambda)$.

$$Q = \text{diag}[Q_1, \dots, Q_\lambda] \quad R = \text{diag}[R_0, \dots, R_{\lambda-1}]$$

I els pesos corresponents són Q_i i R_i que també són matrius diagonals de dimensió $r \times p$.

L'expressió final que optimitza la funció de cost és la mateixa que en el cas SISO.

$$\hat{U}^* = g_0^T [EY_k + GU_k^* - Y_r] \quad (\text{Eq. 7.26})$$

on g_0^T es la primera fila de la matriu $-[G_0QG_0^T + R]^{-1}G_0^TQ$.

7.3.3 Disseny del Controlador Predictiu

Els paràmetres que cal determinar per dissenyar el controlador són per una banda els pesos de la funció de cost, que permeten penalitzar l'error en el seguiment de la trajectòria de referència, amb el pes Q , i també el mòdul de la variació de l'acció de control u^* , amb el pes R . També cal determinar l'horitzó de previsió λ .

Inicialment es decidirà quin serà l'horitzó de previsió a utilitzar, s'ha comprovat en el punt d'identificació de models que la planta en la configuració MIMO presenta un comportament més ràpid que en la configuració SISO, tot i que l'horitzó de previsió SISO s'ha determinat amb la resposta graó en aquest cas no ha estat possible. Això es degut a que s'ha comprovat experimentalment que a l'augmentar l'horitzó de previsió s'obtenen comportaments no estables de la planta, i per aquest motiu s'ha determinat que l'horitzó de previsió serà fixat a 15 instants de mostratge.

En el cas MIMO s'aplica el mateix raonament que en el punt 7.2.2. S'ha comprovat que per $\lambda=15$ el controlador que estabilitza el sistema és el primer que es planteja a continuació, sempre pensant que es necessita que Q sigui major que R , per tal que la variació de l'acció de control tendesqui ràpidament a zero. Es plantegen dos controladors fixant $Q=1$ sempre, i $R=110$ i posteriorment $R=120$, per veure que si en augmentar R el controlador provoca una resposta més lenta del sistema.



$$\hat{U}^* = D_1 Y_k + D_2 U_k^* + D_3 Y_r$$

$$\text{on } D_1 = g_0^T E = \begin{bmatrix} d_1(1,1) & d_1(1,2) & \dots & d_1(1,2 * n) \\ d_1(2,1) & d_1(2,2) & \dots & d_1(2,2 * n) \end{bmatrix}$$

$$D_2 = g_0^T G = \begin{bmatrix} d_2(1,1) & d_2(1,2) & \dots & d_2(1,2 * (m-1)) \\ d_2(2,1) & d_2(2,2) & \dots & d_2(2,2 * (m-1)) \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 7.27})$$

$$D_3 = -g_0^T = \begin{bmatrix} d_3(1,1) & d_3(1,2) & \dots & d_1(1,2 * \lambda) \\ d_3(2,1) & d_3(2,2) & \dots & d_1(2,2 * \lambda) \end{bmatrix}$$

A partir de la solució obtinguda pel controlador predictiu, (Eq. 7.26), es calcula la funció de transferència del sistema de la següent manera, per poder estudiar la estabilitat.

D_1 és de dimensió $r \times (p \cdot n)$, D_2 és de dimensió $r \times r(m-1)$ i finalment D_3 és de dimensió $r \times (p \cdot \lambda)$.

Tornant a la definició dels vectors U_k^* , Y_k i Y_r es pot obtenir la funció de transferència del controlador de la següent manera.

$$u^*(k) = D_1 \begin{pmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \dots \\ y(k-5) \end{pmatrix} + D_2 \begin{pmatrix} u^*(k-1) \\ u^*(k-2) \\ \dots \\ u^*(k-5) \end{pmatrix} + D_3 \begin{pmatrix} y_r(k+1) \\ y_r(k+2) \\ \dots \\ y_r(k+\lambda) \end{pmatrix}$$

Per tal de simplificar les operacions a realitzar es proposa la descomposició de les matrius D_1 , D_2 i D_3 , agrupant els seus termes en submatrius de dimensió 2×2 , així es tindrà:

$$D_1 = [D_{11} \ D_{12} \ D_{13} \ D_{14} \ D_{15} \ D_{16} \ D_{17}]$$

$$D_2 = [D_{21} \ D_{22} \ D_{23} \ D_{24} \ D_{25} \ D_{26}]$$

$$D_3 = [D_{31} \ D_{32} \ \dots \ D_{3\lambda}]$$

on per exemple:

$$D_{11} = \begin{bmatrix} d_1(1,1) & d_1(1,2) \\ d_1(2,1) & d_1(2,2) \end{bmatrix}, D_{16} = \begin{bmatrix} d_1(1,11) & d_1(1,12) \\ d_1(2,11) & d_1(2,12) \end{bmatrix}, D_{22} = \begin{bmatrix} d_2(1,3) & d_1(1,4) \\ d_2(2,3) & d_1(2,4) \end{bmatrix}$$

Ara es pot escriure més fàcilment la transformada Z del controlador MIMO.



$$\begin{aligned} [Id - D_{21}z^{-1} - D_{22}z^{-2} - \dots - D_{26}z^{-6}] U^*(z) = & [D_{11} + D_{12}z^{-1} + \dots + D_{17}z^{-6}] Y(z) + \\ & + [D_{31}z + D_{32}z^2 + \dots + D_{3\lambda} z^\lambda] \end{aligned}$$

Reordenant l'equació anterior s'obté la funció de transferència del controlador MIMO que permet calcular la sortida del controlador, u^* , en funció de les trajectòries de referència, y_r , i de la sortida del sistema, y . Llavors la funció de transferència del controlador té dos termes que són separats en dues funcions de transferència.

$$U^*(z) = \frac{D_{11} + D_{12}z^{-1} + \dots + D_{17}z^{-6}}{Id - D_{21}z^{-1} - D_{22}z^{-2} - \dots - D_{26}z^{-6}} Y(z) + \frac{D_{31}z + D_{32}z^2 + \dots + D_{3\lambda} z^\lambda}{Id - D_{21}z^{-1} - D_{22}z^{-2} - \dots - D_{26}z^{-6}} Y_r(z)$$

$$U^*(z) = G_{c1}(z)Y(z) + G_{c2}(z)Y_r(z)$$

Per obtenir la funció de transferència del sistema cal recordar l'expressió del model de la planta amb integrador, equació (Eq. 7.21). L'esquema de blocs del sistema queda:

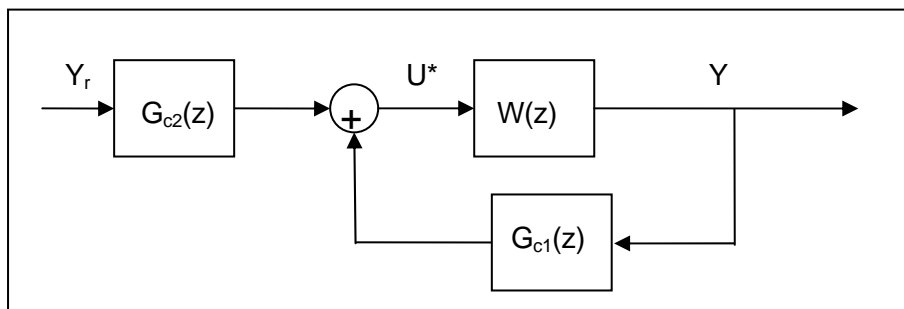


Fig. 7.10 Esquema de blocs del sistema MIMO

Ara doncs ja es pot escriure la funció de transferència del sistema complet que queda:

$$W_{sis}(z) \frac{Y(z)}{Y_r(z)} = \frac{G_{c2}(z)W_{int}(z)}{1 - W_{int}(z)G_{c1}(z)}$$

Per calcular els coeficients de l'acció de control així com els pols i els zeros de la funció de transferència del sistema s'ha dissenyat un guió de *matlab* que realitza els càlculs. Aquest guió es troba en l'Annex D, punt D.1.2.



7.3.4 Model de simulació utilitzant *simulink*

Al construir un model de simulació utilitzant *simulink* s'han d'organitzar les operacions necessàries per portar a terme el control predictiu. Llavors el model de simulació consta de tres parts. La primera part està destinada a calcular la trajectòria de referència a partir de la consigna de posició del sistema, així com els avançaments corresponents a l'horitzó de previsió, utilitzant (Eq. 7.5) i (Eq. 7.14). La segona part del model realitza les operacions del controlador predictiu utilitzant (Eq. 7.27). Finalment la tercera part del model de simulació està formada pel model de la planta amb la part integral, d'on s'extreu la informació sobre les accions de control i les sortides passades, necessàries per dur a terme els càlculs del controlador predictiu. Per tal de poder simular fàcilment el model de la planta amb integrador s'ha decidit utilitzar la representació d'aquest amb Espai d'Estats. La següent figura mostra l'esquema amb *simulink* del model de simulació. Les simulacions es troben en el punt C.3.3.

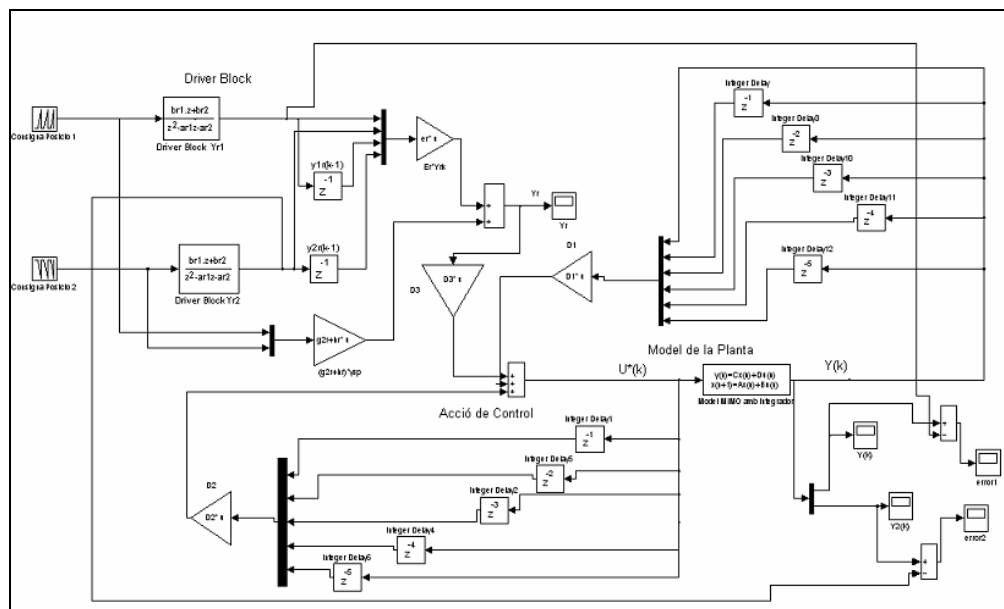


Fig. 7.11 Model de simulació MIMO

7.3.5 Disseny d'experiments amb els controladors

Per il·lustrar el funcionament dels controladors dissenyats es proposen els següents experiments. Aquests experiments consisteixen en fixar el sistema en un punt d'equilibri per realitzar les trajectòries anteriorment esmentades. El punt d'equilibri seleccionat correspon a



les accions de control $u_1=2$ V i $u_2=0$ V, i a les corresponents posicions dels discs $y_1=1,21$ cm i $y_2=5,15$ cm.

Experiment 1. Tren de graons

L'experiment consisteix en fer que el sistema segueixi un tren de graons periòdic amb un període de quatre segons i una amplitud d'un cm, fixant el punt d'equilibri a 2,5 cm. La següent figura mostra la consigna del sistema. Es necessita un període d'uns vuit segons per tal que el sistema arribi correctament a l'estacionari en cada un dels graons.

Experiment 2. Tren de rampes

L'experiment consisteix en fer que el sistema segueixi un tren de rampes periòdic amb un període de 2 segons i una amplitud d'un cm, i un temps de repòs entre les rampes de dos segons, fixant el punt d'equilibri a 2 cm. El temps de repòs entre les rampes serveix perquè el sistema tingui temps de començar la següent rampa.

Experiment 3. Sinus

L'experiment consisteix en fer que el sistema segueixi una sinusoide, i cal que aquesta sigui prou lenta perquè les trajectòries de referència que es defineixen pel controlador predictiu, punt 7.1.3, permetin que la sinus no canviï molt la seva forma. El sinus és de pulsació $\omega=1$ rad/s.

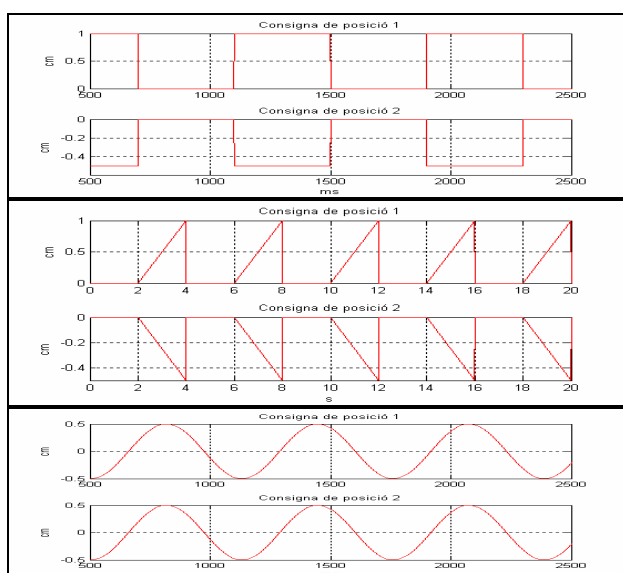


Fig. 7.12 Tren de graons (a dalt), Tren de rampes (al mig), Sinus (a baix)



7.3.6 Resultats experimentals

En aquest punt és vol mostrar el funcionament dels controladors MIMO dissenyats, i per això es mostraran els resultats experimentals obtinguts per el controlador $Q=1$ i $R=110$, corresponents a l'experiment de tren de graons. Els resultats complets es troben a C.3.4.

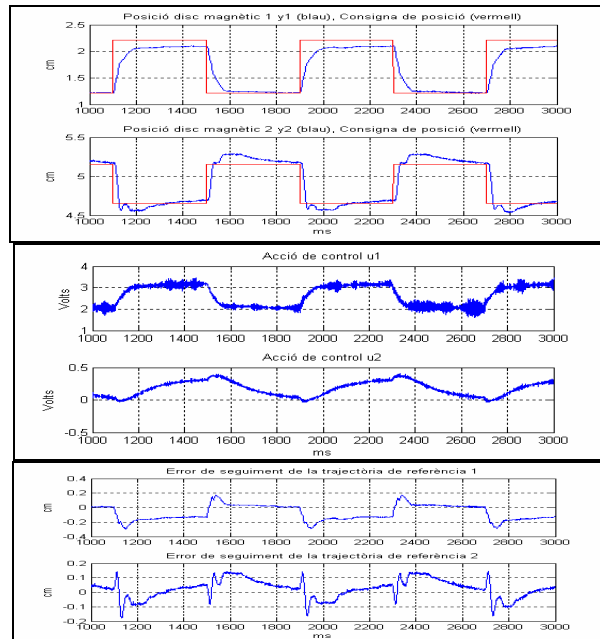


Fig. 7.13 Sortida del sistema i consigna(a dalt), accions de control (al mig), errors de seguiment de les trajectòries de referència (a baix)

En primer lloc cal veure que existeix error estacionari. En la figura 7.11 es veu com la posició del disc 1 no aconsegueix arribar al valor de consigna i en la figura 7.13 es veu que té un error de 0,2 cm per el valor alt del graó. Aquest error es degut a que per tal d'estabilitzar el sistema real ha estat necessari per una banda penalitzar molt més la variació de l'acció de control, cosa que provoca que el sistema sigui més lent, i per altra banda l'horitzó de previsió es només de 15 instants de mostratge, i aquest hauria de ser molt major per poder fer un control predictiu més efectiu, i que la trajectòria de referència es segueixi millor. Per que fa la posició del disc 2 es pot observar en la figura 7.11 com per tal d'arribar al valor estacionari es necessari que sobrepassi el valor de la consigna. Aquest fet es degut a la interacció dels dos imants, ja que quan el disc 1 puja fins al valor alt del graó, arrossega el disc 2, i posteriorment la penalització de l'error que fa la funció de cost del control predictiu, col·loca el disc 2 en la posició marcada per la consigna. Pel que fa a les accions de control, figura 7.12, s'observa que u_1 és més oscil·lant que u_2 . Aquest fet es degut a que la bobina 1, que està situada a baix, s'encarrega d'aguantar els dos imants, i l'acció de control oscil·la per tal de poder mantenir el sistema estable.



8 Implementació de Controladors

8.1 Introducció

Un dels objectius d'aquest projecte és la creació d'una plataforma que permeti dissenyar el control amb computador del sistema. Aquesta plataforma es construeix mitjançant la instal·lació del sistema operatiu *Linux*, i també del sistema operatiu de temps real *RTLinux*.

La implementació del controlador s'ha realitzat mitjançant un mòdul de *RTLinux*. La captació de dades en canvi s'ha realitzat mitjançant el *Linux*. Per tal de captar dades s'han realitzat dos programes diferents. L'un consisteix en dissenyar un programa que llegeix dades que provenen de *RTLinux* i les emmagatzema en fitxers, l'altre consisteix en una aplicació gràfica que representa les variables de posició dels discs magnètics per pantalla. La informació d'aquest punt ha estat obtinguda de [11].

8.2 Estructura dels programes en *RTLinux*

El sistema operatiu *RTLinux* es construeix modificant el comportament del nucli de *Linux*. Es pot dir que *RTLinux* és un petit nucli, implementant un planificador de temps real, on *Linux* s'executa com qualsevol altra tasca, obtenint les màximes prioritats pels processos de temps real. Això fa que aquest sistema operatiu doni bones prestacions de temps real.

El nucli de *Linux*, que és la part del sistema operatiu que s'encarrega de controlar el *hardware*, funciona a partir del concepte de mòduls. Un mòdul és un programa que s'encarrega d'un dispositiu determinat, és de fet un *driver*. Llavors quan es vol crear una tasca de temps real que corri dins el nucli de *RTLinux* s'ha de crear aquesta com a un mòdul.

Un altre punt important a l'implementa els controladors és que *RTLinux* no pot en principi escriure sobre fitxers per tal de fer el bolcat de dades. Llavors existeix un mecanisme basat en *buffers*, que permet la comunicació entre diferents mòduls i també la lectura des de *Linux*. Es tracta de crear uns fitxers on s'hi implementa el protocol de cua FIFO (*first in, first out*). Aquestes es coneixen com a FIFO's i utilitzen els fitxers de dispositius per anar escrivint dades, que després es poden llegir des de diferents programes. Cal esmentar que en *Linux* els dispositius es veuen com un fitxer en el qual es pot llegir la informació del dispositiu.



Tornant als mòduls, els controladors s'implementen com a tasques de temps real, seguint l'estructura per crear un mòdul. Aquests programes s'han de compilar com a mòduls i posteriorment s'han de inserir dins el nucli de temps real. Les tasques que implementen els controladors són executius cíclics. Estan basades en l'equació del controlador i la tasca s'executa una vegada cada període de mostratge.

8.3 Estructura d'una tasca de *RTLinux*

A continuació es mostra quina estructura ha de tenir un mòdul de RTLinux, explicant per a què serveix cada part.

```
1.  pthread_t tasca_periodica;
2.  void * codi_tasca(void)
3.  {
4.      pthread_make_periodic_np(pthread_self(), gethrtime(), PERIODE);
5.
6.      while (no_final) {
7.          feina_de_la_tasca();
8.          pthread_wait_np ();
9.      }
10. return 0;
11. }
12.
13. int init_module(void)
14. {
15. return pthread_create(&tasca_periodica, NULL, codi_tasca, NULL);
16. }
17.
18. void cleanup_module(void)
19. {
20. pthread_delete_np(tasca_periodica);
21. }
```

Aquí es presenta l'esquema bàsic d'una tasca periòdica. Aquest element s'implementa mitjançant les línies 6-9 (de la 6 fins a la 9) i es basa en la idea de que mentre no s'arriba al final, primer realitza les feines de la tasca, i després s'espera un retard fins que comença el nou període de mostratge, on es torna a repetir el mateix procediment.

Falten per explicar les dues funcions que indiquen el moment de posar en marxa l'execució de la tasca i el moment de parar-la. La funció que apareix a la línia 8 permet indicar la part del programa on s'ha de paralitzar l'execució, mentre que la que apareix en la línia 4 indica els instants fins que s'ha de paralitzar l'execució.

Per crear una tasca en temps real cal inicialment definir un objecte de tipus tasca periòdica, *pthread_t*, línia 1. Per crear un mòdul ens cal una rutina de creació, línies 13-16, i una rutina que destruesqui el mòdul quan es vol treure del nucli línies 18-21.



8.4 Programes de captació de dades

Amb l'objectiu de poder obtenir dades de tot el procés de control de la planta s'utilitzen les FIFO's comentades anteriorment. Aquestes s'anomenen així ja que implementen una cua FIFO, i així quan un programa excedeix a la FIFO per escriure dades les escriu al darrera de la anterior, i quan un programa llegeix dades de la FIFO llegeix i borra la primera de la cua. Les FIFO's són realment dins de Linux un fitxer de dispositiu, i es poden trobar al directori */dev*.

/dev/rtf0 Exemple de FIFO.

El primer programa realitzat per captar dades es pot trobar en l'annex D, punt D.3.1. Aquest simplement obre la FIFO com un fitxer, llegeix dades i les escriu en un nou fitxer, en columna. Aquest programa és molt útil per realitzar els experiments sense carregar el sistema ja que llegeix i escriu dades molt ràpidament.

El segon programa ha estat desenvolupat en Java i la seva funció és dibuixar les posicions dels discs magnètics per pantalla. S'ha elegit el llenguatge *Java* per tenir llibreries gràfiques fàcils d'utilitzar i prou adequades pels gràfics que es volen fer. Aquest software resulta molt útil per veure clarament el funcionament del sistema en el mateix moment en què està en funcionament. Aquest programa es pot trobar en l'annex D, punt D.3.2 així com l'explicació de l'estructura del mateix.

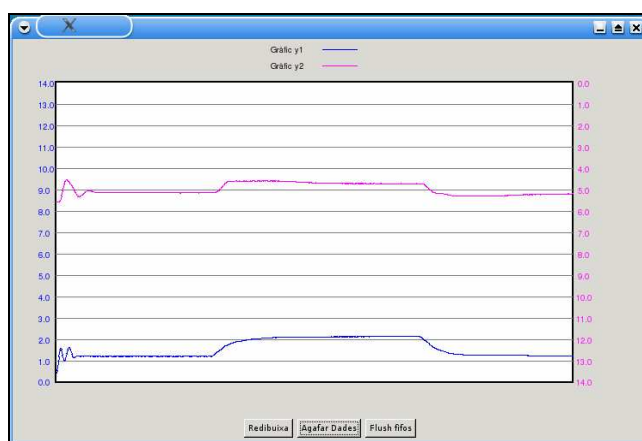


Fig. 8.1 Visualitzador de dades



8.5 Estructura del controlador dissenyat

En aquest punt s'explicarà el funcionament del controlador dissenyat i dels mòduls que el formen. El control en temps real s'ha implementat mitjançant tres tasques de temps real. Aquestes són el controlador, la saturació de l'acció de control, i el *driver* de la targeta conversora AD/DA. Els dos primers s'han dissenyat en aquest projecte mentre que el *driver* està proporcionat per [2]. També s'ha proposat una millora en aquest *driver* que s'explica en l'annex D, punt D.5.

Pel que fa a la saturació en el controlador MIMO, aquesta no s'ha implementat com una tasca sino que s'ha afegit dins el mateix controlador per tal de guanyar rapidesa d'execució.

Aquests tres mòduls s'han d'executar utilitzant un *Makefile*. Aquest s'encarrega de compilar els mòduls en el cas de què s'hagin modificat, i d'inserir els mòduls al nucli de *RTLinux* per ordre. Quan es vol finalitzar l'execució de la tasca el *Makefile* s'encarrega de treure els mòduls del nucli en ordre invers de com s'havien inserit.

La següent figura mostra l'estructura del controlador SISO.

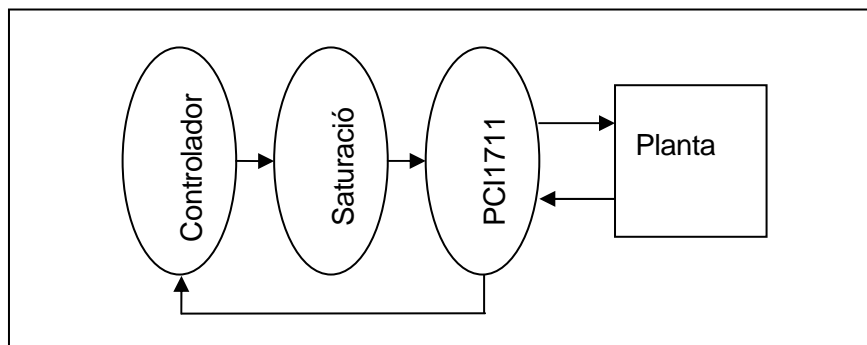


Fig. 8.2 Estructura dels controladors implementats

En aquesta figura es veuen els mòduls que formen el controlador implementat. El mòdul *Controlador* obté informació del mòdul *PCI1711*, i envia el resultat del controlador predictiu al mòdul *Saturació*, que realitza la saturació de l'acció de control, i envia les accions de control al mòdul *PCI1711*. El mòdul *PCI1711* s'encarrega de comunicar-se amb la planta i amb els altres dos mòduls.

Per a la implementació del controlador MIMO s'utilitza la mateixa estructura anterior, però sense l'existència del mòdul *Saturació*. De fet aquest es pot dir que aquest mòdul existeix dins el mateix mòdul de *Controlador*.



8.6 Saturació de l'acció de control

Saturació SISO

Amb la informació obtinguda de [3] es dissenya l'acció de control per tal que les bobines no sofreixin un escalfament no adequat. Les condicions que ha de complir l'acció de control són:

- La tensió de control contínua no pot ser major en mòdul de 4 V.
- La tensió de pic no pot ser superior en mòdul a 10 V i no es pot sobrepassar durant més de 0.5 s en un període de 1 minut.
- Es tenen quatre fusibles de 3 A que correspon a 7,5 V de l'acció de control

Amb les condicions anteriors s'ha dissenyat el Graf d'Estats de la saturació de l'acció de control. La idea d'aquesta saturació és deixar que l'acció de control pugui prendre valors alts durant breus períodes de temps, però si aquestes accions de control es mantenen, per tal d'assegurar que no es danyi la planta es porta al sistema a un estat de repòs durant un temps determinat.

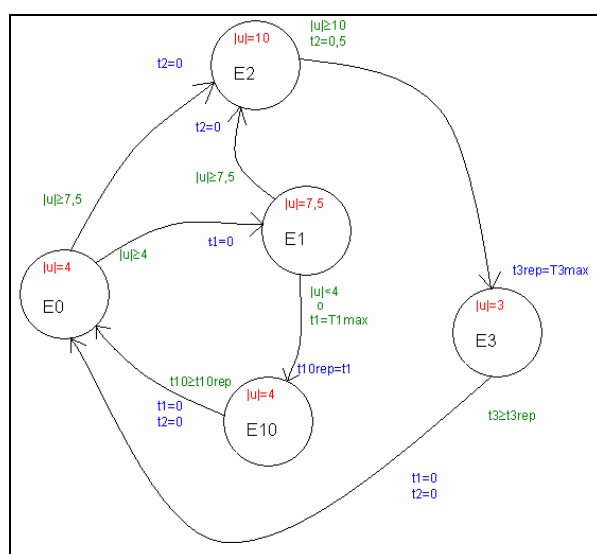


Fig. 8.3 Graf d'Estats de la saturació de l'acció de control

Llegenda del graf:

Estat, Inicialització de l'Estat, Saturació de l'Estat, Canvi d'Estat.



Variables

t_x : comptador del temps en un estat x .

t_{xrep} : temps de permanència en un determinat estat x .

T_{xmax} : temps màxim de permanència en un estat x .

$T_{0max}=\text{infinit}$, $T_{1max}=20$ s, $T_{2max}=0,5$ s, $T_{3max}=30$ s.

u : acció de control sobre la bobina (volts)

El funcionament del graf és el següent. Es parteix de l'estat inicial de sistema $E0$, si se supera la tensió de saturació de l'estat (vermell) es canvia d'estat i es posa a contar el comptador de temps de l'estat $E1$ o $E2$, variables temporals $t1$ i $t2$. En aquests estats s'hi pot estar un màxim de temps, T_{xmax} , que si se supera cal fer reposar el sistema, les condicions de sortida dels estats van en verd. Si el sistema entra en l'estat $E1$ per tornar a $E0$ cal que estigui a $E10$ un temps determinat, t_{10rep} , que ve determinat pel mateix temps que ha estat a $E1$. Si el sistema entra a $E2$, que és un estat perillós, sortirà d'ell ràpidament i estarà sempre el temps T_{3max} a $E3$. La tasca en temps real que implementa la saturació s'explica en l'annex D, apartat D.2.1.

Saturació MIMO

L'estudi del sistema MIMO ha resultat ser mes difícil que el sistema SISO, i això provoca la necessitat de simplificar la saturació de l'acció de control. La saturació que es planteja en aquest cas consisteix en acotar el valor màxim del mòdul l'acció de control. Com que la planta disposa de fusibles que permeten un corrent de fins a 3 A, que corresponen a 7,5 V, es proposa acotar el valor màxim del mòdul de les accions de control a 5V, per tal de no danyar els fusibles. Això significa que el sistema pot entrar a l'Estat 2 plantejat en el punt anterior, que té un temps màxim de permanència de 20s. Per això es recomana que els experiments realitzats amb el controlador MIMO no siguin superiors a 30 o 40 segons, sabent inicialment que les consignes dels experiments són variables i que normalment no prenen valors majors a 4V. La següent figura mostra la característica d'aquesta saturació.



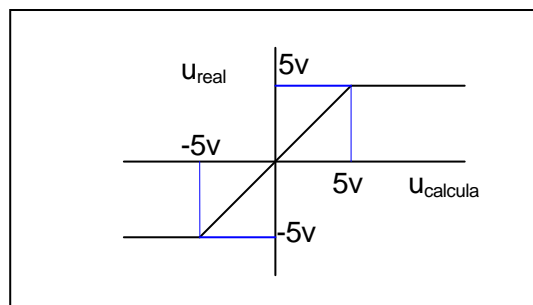


Fig. 8.4 Saturació de l'acció de control MIMO

En aquesta figura la sortida de la saturació s'ha anomenat u_{real} i l'entrada $u_{calculada}$, ja que és l'acció de control que es calcula segons el Controlador predictiu dissenyat.

8.7 Mòdul Controlador.

El mòdul controlador és el que implementa els càlculs del Controlador Predictiu dissenyat en el punt 7. Per tal d'implementar els controladors dissenyats s'han dissenyat dues rutines molt semblants. Una implementa el controlador SISO i l'altre el MIMO. Els codis d'ambdós controladors es troben en l'annex D punt D.2.1 (SISO) i D.2.2 (MIMO). Com que en el procés de disseny s'ha utilitzat la mateixa formulació per els dos casos ara s'explicarà esquemàticament el codi del controlador SISO, explicant les variables que hi intervenen, i els passos seguits per tal de calcular l'acció de control.

Variabls utilitzades:

u_{10} , y_{10} : variables que imposen el punt d'equilibri

$u_{krel}(k)$, $y_{krel}(k)$: acció de control i consignes relatives en l'instant k , u_{krel} és la consigna abans de l'integrador.

$u_{real}(k)$: acció de control després de l'integrador

$y_{ref}(k)$: sortida de la trajectòria de referència

YR: vector de valors futurs de la trajectòria de referència, te dimensió λ (horitzó de previsió)

$D1$, $D2$, $D3$: paràmetres del controlador predictiu.



L'algorisme té les següents parts:

1- Inicialització de les variables, totes prenen valor igual a zero al principi

2- Lectura dels sensor i càlcul de la y_{krel} . Inici de l'executiu cíclic.

$$y_{krel}(k) = \text{lectura_sensor} - y_{10}$$

3- Construcció de la trajectòria de referència $y_{krel}(k)$, a partir de la consigna de posició, i posteriorment càlcul dels valors futurs de la trajectòria de referència sobre el vector YR .

4- Càlcul de l'acció de control integral mitjançant l'equació $\hat{U} = D_1 Y_k + D_2 U_k^* + D_3 Y_r$, que aquí s'ha d'escriure com:

$$u_{krel}(k) = D_1 * y_{krel} + D_2 * u_{krel}(k-1) + D_3 * YR$$

5- Desfer l'acció integral.

$$u_{real}(k) = u_{krel}(k) - u_{real}(k-1)$$

6- Enviar l'acció de control, $u_{real}(k)$, a la saturació.

7- Finalment actualitzar totes les variables i vectors per tal que en el següent instant de mostratge es pugui realitzar el càlcul de l'acció de control adequadament.

En cada període de mostratge es repeteixen les operacions de 2 fins a 6. En l'annex D, punt D.2.1 es repeteix aquest esquema referenciant les línies de codi que implementen cada part.



9 Estudi d'impacte ambiental

L'estudi d'impacte ambiental de la planta es separa en dues parts. En primer lloc és necessari l'estudi de la intensitat de camp magnètic que provoca la planta al seu entorn més pròxim. Seguidament es realitzarà un estudi del consum energètic del muntatge experimental que consta de un PC, la planta, i un oscil·loscopi.

9.1 Estudi del camp magnètic

Els límits de referència per a camps magnètics i radiacions radioelèctriques es poden trobar en el Reial Decret 1066/2001. En l'annex 2 d'aquest Reial Decret es donen els valors màxims de referència per a camps magnètics de 0-1Hz. Aquesta informació s'ha reproduït en l'annex E. Les dades de referència es poden consultar en 'cuadro 2'. En aquest annex explica que els camps magnètics de molt baixa freqüència tenen efectes negatius sobre el sistema nerviós central, i es fixa el valor màxim de referència del camp magnètic a 40 mT.

Per tal de calcular al camp magnètic que crea una bobina s'utilitzarà la següent equació obtinguda de la llei de *Biot-Savart* i que dona el valor del camp magnètic que crea una bobina en un punt del seu eix, la següent expressió s'ha obtingut de [10]. S'utilitzarà aquesta simplificació ja que en l'eix el camp té el valor màxim per una determinada distància. Així per acotar el valor màxim que pot prendre el camp creat per una de les bobines s'utilitzarà la intensitat màxima que pot córrer per elles, que és de 4 A.

$$B_z = \frac{\mu_0}{2} NI \frac{z^2}{[z^2 + r^2]^{3/2}}$$

$$I = 4A$$

$$r = 0,04m$$

$$N = 600$$

En aquesta expressió el valor del camp B disminueix en augmentar la distància z i per tant dos valors de camp calculats per a 0,5m i 1m ens donaran prou informació per poder definir una distància de seguretat.



<i>B(mT)</i>	<i>z(m)</i>
2,8	0,5
0,4	1

Taula 9.1 Valors camp magnètic

En aquesta taula es pot observar que el valor de referència no es superat per cap de les distàncies. Degut als efectes negatius que poden tenir sobre les persones els camps magnètics de baixa freqüència, es proposa com a distància de seguretat 1 m, quan la planta està en funcionament. Així s'evita qualsevol problema posterior.

9.2 Consum elèctric del muntatge experimental

En la següent taula es mostren els elements que formen el muntatge experimental i la seva potència.

	<i>Potència (KW)</i>
<i>Pc</i>	0,3
<i>Planta</i>	1,0
<i>Oscil·loscopi</i>	0,025
	<i>Total = 1,325</i>

Taula 9.2 Potència dels elements del muntatge experimental

Això significa que el consum horari és de 1,325 KWh.



10 Pressupost i anàlisi de les diferents opcions

El pressupost del projecte es basa en dos tipus de despeses. Les despeses de material, degudes a la compra de tot el material necessari per tal de fer el muntatge experimental del presentat en el punt 6, i les despeses de personal, que són el resultat de les hores necessàries per tal de realitzar aquest projecte. Les hores dedicades per tal de realitzar el projecte es calculen a partir del nombre de crèdits. El nombre d'hores es calculen com $2,5 \times \text{Nombre de crèdits} \times 10$, i d'aquí en resulten 600 hores. Es suposa el sou d'un enginyer a 10 euros/hora.

El pressupost es:

<i>Despeses de Material</i>	
<i>Ordenador Personal (PC)</i>	<i>1.000€</i>
<i>'Model 730 Magnetic Levitation'</i>	<i>13.785€</i>
<i>Oscil·loscopi</i>	<i>1.200€</i>
<i>Tarjeta PCI1711</i>	<i>500€</i>
<i>Despeses de personal</i>	
<i>Sou 1 enginer</i>	<i>6.000€</i>
<i>Total</i>	<i>22.485€</i>

Taula 10.1 Pressupost del projecte

Una vegada presentat el pressupost cal comparar al resultat amb el que s'obtindria d'haver realitzat la implementació amb un altre sistema operatiu. En primer lloc el fet d'utilitzar *Linux* i *RTLinux* una despesa zero amb aquest tema. L'altre opció hauria estat utilitzar *Windows* i la *toolbox* de temps real de *matlab* per tal d'implementar el control. En aquesta opció s'haurien d'haver invertit una altre despesa corresponent a la suma de les llicències d'ambdós paquets de software.



Conclusions

El projecte ha complert els seu objectiu principal que era el disseny d'algorismes de control de temps real. Per començar l'estudi s'ha realitzat el muntatge experimental i a posteriorment el model teòric del sistema. El muntatge del sistema s'ha realitzat amb la intenció que aquests pugui ser estudiat utilitzant la teoria de control, per tal de poder tractar el sistema com a de temps discret. Aquest punt és important ja que la utilització de *RTLinux* juntament amb un *pentium 4* i la targeta conversora AD/DA de la que es disposa, permet que el sistema, s'apropi molt al concepte ideal de sistema de temps discret. Això provoca que tota la teoria aplicada en l'estudi del modelat del sistema tingui una base sòlida, i es pugui afirmar que els models obtinguts en el procés d'identificació de models són un bon reflex del comportament del sistema. En el procés d'identificació també hi juga un paper molt important l'elecció adequada del senyal d'excitació. Les propietats dels *PRBS* permeten identificar models al voltant d'un punt d'equilibri, i aquests models han permès el disseny de controladors que estabilitzin el sistema real, que és no lineal. Quan es treballa amb sistemes no lineals poden aparèixer molts comportaments que no s'expliquen amb els models lineals que s'han construït en aquest projecte.

Una vegada analitzats els resultats experimentals dels controladors dissenyats es pot afirmar que el control predictiu és molt adient per realitzar el control del sistema. En el procés d'ajust dels controladors a la realitat de la planta s'ha comprovat la dificultat que això suposa. No ha estat fàcil ajustar un controlador que aconsegueixi estabilitzar el sistema, sobretot en el cas MIMO. Les conclusions que es poden obtenir del controladors dissenyats, és que la ponderació dels pesos de la funció de cost afecte notablement en la resposta temporal del sistema. Per qüestions d'estabilitat s'ha penalitzat més la variació de l'acció de control que l'error de seguiment de les trajectòries, ja que en cas contrari, l'acció de control real calculada pel controlador tenia molta tendència a disparar-se tot i que en simulació presentes un comportament estable. Això ha provocat que els experiments mostrin un comportament lent del sistema, que en alguns casos no aconsegueix seguir perfectament les trajectòries de referència.

Les recomanacions que es fan després d'haver realitzat el projecte són referents al modelat del sistema, seria bo fer l'estudi no lineal del sistema. La realització d'aquest estudi suposaria la possibilitat de poder realitzar una gran varietat d'estudis teòrics que després es podrien implementar sobre la planta.





Bibliografia

10.1 Referències bibliogràfiques

- [1] PARKS, T. R., *Manual for Model 730 Magnetic Levitation System*, California: Educational Control Products, 1999.
- [2] JOFRE, D., COSTA, R., *Llibreria d'accés a la Targeta PCI-1711, per RTLinux 3.1*, Barcelona: ETSEIB, 2002.
- [3] PARKS, T. R., *Model 730 "Plant only" Documentation*, California: Educational Control Products, 2001.
- [4] FERNÁNDEZ, G., FERNÁNDEZ, J., *Electricidad, teoría de circuitos y magnetismo*, Barcelona: Edicions UPC, 1993, p. 121-160
- [5] BENITO, E., *Problemas de campos electromagnéticos*, Madrid: AC, 1972, p. 349-450.
- [6] GRIÑÓ, R., *Contribución a la Identificación de Sistemas Dinámicos mediante métodos conexionistas*, Barcelona: UPC, 1997, Annex C.
- [7] LJUNG, L., *System Identification Toolbox User's Guide*, MathWorks, 2005.
- [8] LJUNG, L., *Issues in System Identification*, IEEE Control Systems, 1991.
- [9] MARTÍN, J. M., *Adaptative Predictive Control: From the concepts to plant optimization*, Barcelona, Prentice Hall, 1996.
- [10] LORRAIN, P., CORSON, D. R., *Campos y ondas electromagnéticas*, Madrid: Selecciones Científicas, 1972, p. 318
- [11] RIPOLL, I., *Tutorial de Real Time Linux*, Universidad Politécnica de Valencia, València: 2001.

[<ftp://jano.unicauca.edu.co/cursos/SistTReal/docs/rtlinux-tutorial.pdf>, 10 juny 2005]
- [12] BUCHHOLZ, J., GRÜNHAGEN, V., *Inversion Impossible?*, Bremen: 2004.

[http://buchholz.hs-bremen.de/inversion/inversion_impossible.pdf, 20 de desembre 2005]



