Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i Aeroespacial de Castelldefels
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TREBALL DE FI DE CARRERA

TÍTOL DEL TFC: Gas Turbine Design & Analysis Tool: Ducting Components

TITULACIÓ: Enginyeria Tècnica Aeronàutica, especialitat Aeronavegació

AUTOR: Ferran Vilella Moreno

DIRECTOR: Fernando Pablo Mellibovsky Elstein

DATA: 16 de juliol de 2012

Títol: Gas Turbine Design & Analysis Tool: Ducting Components

Autor: Ferran Vilella Moreno

Director: Fernando Pablo Mellibovsky Elstein

Data: 16 de juliol de 2012

Resum

Aquest projecte tracta de la modelització dels diferents components dels motors de turbines de gas per la posterior programació i simulació numèrica. Alhora, aquest forma part d'un projecte més gran, l'objectiu del qual és el disseny i la implementació d'un simulador numèric de motors de turbina i de totes les seves aplicacions.

Durant el projecte que es presenta es modelitzaran, es programaran i es testejaran especialment els components del tipus conducte, com serien els difusors, les toveres, les cambres de mesclat i els conductes d'unió entre components. A més a més, també es modelitzaran altres tipus de components del caire més mecànic, com les caixes de canvis reductores, els generadors, els eixos de transmissió, entre d'altres.

Per a realitzar aquesta tasca primer es presentaran les equacions de cada component, dividint-les en diferents dificultats o graus de modelització. Posteriorment es programaran de manera modular cadascun dels components i es realitzaran tests per analitzar si els resultats obtinguts són correctes comparant-los amb altres fonts fiables.

L'objectiu final és la implementació i simulació de diferents tipus de motors de turbina, que esperem que siguin els primers motors dels molts que arribi a tenir el software de simulació numèrica de motors de turbines de gas.

Title: Gas Turbine Design & Analysis Tool: Ducting Components

Author: Ferran Vilella Moreno

Director: Fernando Pablo Mellibovsky Elstein

Date: July, 16th 2012

Overview

This project discusses the modelling of the different components of gas turbine engine for the subsequent programming and numerical simulation. Also, this is part of a larger project, whose goal is the design and implementation of a numerical simulator of turbine engines and all of its applications.

During this project will be modelled, programmed and tested especially the ducting components, as diffusers, nozzles, mixing chambers and ducts linking components. Furthermore, other types of components will be modelled too, those which are mechanical components, like gearboxes, generators, transmission shafts, and more.

In order to do this work, firstly the different components equations will be presented, dividing them in different difficulties or modelling degrees. Later, every component will be programmed using modular programming and will be tested to check if the obtained results are correct by comparing it with other reliable sources.

The final objective is the implementation and simulation of different types of gas turbine engines, which we hope to be the first of the many engines that the gas turbine engine numerical simulator will have.

Agraeixo a totes aquelles persones que han fet possible la realització d'aquest treball, en especial al meu tutor Fernando pel seu temps i dedicació. També vull mencionar als meus companys Jose i David, per les seves modelitzacions de motors de turbina i, finalment, a la meva família.

ÍNDEX

INTRODUCCIÓ 1

CAPÍTOL 1. TURBINES DE GAS 2

1.1. Introducció a les turbines de gas 2

1.2. Aplicacions 4

1.3. Turbines de gas en l'aeronàutica 5
1.3.1. Turboreactors 5
1.3.2. Turbohèlix 7
1.3.3. Turboeix 8
1.3.4. Estatoreactor i Pulsoreactor 8

CAPÍTOL 2. ANÀLISI DEL CICLE BRAYTON SIMPLE 10

2.1. Suposicions inicials 10

2.2. Anàlisi del cicle termodinàmic ideal 10

2.3. Cicle adaptat a l'aeropropulsió 13

CAPÍTOL 3. MODELITZACIÓ DELS COMPONENTS 15

3.1. Motiu de la modelització 15

3.2. Propietats d'estancament 16

3.3. Mòdul Difusor 17
3.3.1. Difusor subsònic grau de modelització 0 17
3.3.2. Difusor subsònic grau de modelització 1 18
3.3.3. Difusor supersònic grau de modelització 2 19

3.4. Mòdul conducte 21
3.4.1. Conducte grau de modelització 0 21
3.4.2. Conducte grau de modelització 1 21
3.4.3. Conducte grau de modelització 2 22

3.5. Mòdul cambra de mesclat 23
3.5.1. Cambra de mesclat grau de modelització 0 23
3.5.2. Cambra de mesclat grau de modelització 1 24
3.5.3. Cambra de mesclat grau de modelització 2 25

3.6. Mòdul tovera 26
3.6.1. Tovera convergent grau de modelització 0 26
3.6.2. Tovera convergent grau de modelització 1 27
3.6.3. Tovera convergent-divergent grau de modelització 2 28

3.7. Mòdul inversor d'empenta 31
3.7.1. Inversor d'empenta grau de modelització 0 31

3.8. Mòdul eix de transmissió 32
3.8.1. Eix de transmissió grau de modelització 0 32
3.8.2. Eix de transmissió grau de modelització 1 33
3.8.3. Eix de transmissió grau de modelització 2 33

3.9. Mòdul caixa de canvis 34
3.9.1. Caixa de canvis grau de modelització 0 34
3.9.2. Caixa de canvis grau de modelització 1 34
3.9.3. Caixa de canvis grau de modelització 2 35

3.10. Mòdul generador elèctric 35
3.10.1. Generador elèctric grau de modelització 0 35
3.10.2. Generador elèctric grau de modelització 1 36
3.10.3. Generador elèctric grau de modelització 2 36

3.11. Sistema FADEC 37

CAPÍTOL 4. PROGRAMACIÓ I TEST 38

4.1. Programació dels components 38

4.2. Mètode de resolució Newton-Raphson 38

4.3. Test dels components 39
4.3.1. Test del mòdul difusor 39
4.3.2. Test del mòdul conducte 42
4.3.3. Test del mòdul cambra de mesclat 43
4.3.4. Test del mòdul tovera 44

CAPÍTOL 5. MOTORS REALITZATS 48

5.1. Turboreactor grau de modelització 0 48

5.2. Estatoreactor grau de modelització 2 49

CONCLUSIONS 51

REFERÈNCIES 52

ANNEXOS 54

ANNEX A 55

ANNEX B 59
B1. Fitxes mòdul difusor 59
B2. Fitxes mòdul conducte 66
B3. Fitxes mòdul cambra de mesclat 72
B4. Fitxes mòdul tovera 78
B5. Fitxa mòdul inversor d'empenta 85
B6. Fitxes mòdul eix de transmissió 87
B7. Fitxes mòdul caixa de canvis 91
B8. Fitxes mòdul generador elèctric 94

INTRODUCCIÓ

L'objectiu d'aquest treball és crear un simulador numèric de turbina de gas i de totes les seves aplicacions. Per tal que el codi de simulació resulti prou versàtil per poder ser adaptat a qualsevol d'aquestes aplicacions, fem ús de la programació modular, i és per aquest motiu que modelitzem tots els possibles components d'una turbina de gas de forma individual.

Al primer capítol es fa una petita introducció a les turbines de gas, és a dir, què són, per quins components solen estar formats i quines aplicacions tenim avui en dia que facin servir aquests tipus de motors, tant en l'àmbit industrial com en l'àmbit aeronàutic, donant-li una mica més d'importància a aquest últim.

Al segon capítol s'expliquen les bases termodinàmiques del cicle dels motors de turbina, el cicle Brayton. Aquí trobem un anàlisi termodinàmic del cicle ideal, explicant les suposicions per a tenir la idealitat, donant les fórmules per les que es regeix cada component i analitzant les eficiències d'aquests cicles, tant pel cicle bàsic com per l'adaptat a l'aeropropulsió.

Durant el tercer capítol es farà una modelització amb diferents graus de dificultat dels components del motor, sobretot sobre conductes i algun component mecànic, per tal de deixar clares les equacions de cada component per la posterior programació i test.

Durant el quart capítol es parlarà sobre el mètode de programació dels components, el mètode per resoldre les equacions i els test realitzats a cada component, un cop programat, per a comprovar el seu correcte funcionament abans de muntar els motors de turbina.

Finalment, al cinquè capítol s'explicarà els tipus de motors realitzats i els diferents resultats que obtenim al fer la simulació de cadascun d'ells, comparant-los amb el simulador numèric de turbines de gas *GasTurb11*.

CAPÍTOL 1. TURBINES DE GAS

1.1. Introducció a les turbines de gas

De les moltes maneres de produir energia mecànica, la turbina de gas és en molts aspectes el mitjà més satisfactori. L'absència de tenir elements com ara pistons i altres elements de moviment alternatiu fa que les pèrdues degudes al fregament siguin menors, i per tant, es necessiti menys consum de lubricants. Això converteix a les turbines de gas en elements relativament senzills i d'alta fiabilitat.

Les turbines de gas, per obtenir treball s'aprofiten de l'expansió d'un fluid que es produeix a la turbina. Per tal de produir una expansió, és necessari proporcionar una relació (*ratio)* de pressions, és a dir, que el primer pas d'una turbina de gas és la compressió del fluid amb el que es treballa. Seguidament, s'afegeix energia al fluid de treball per mitjà de l'augment de la seva temperatura. En el cas de treballar amb l'aire com a fluid, una bona solució és produir la combustió de fuel en l'aire prèviament comprimit. Llavors, l'expansió del fluid calent fa que la turbina produeixi més energia i sigui capaç de conduir el compressor i donar energia de sortida.

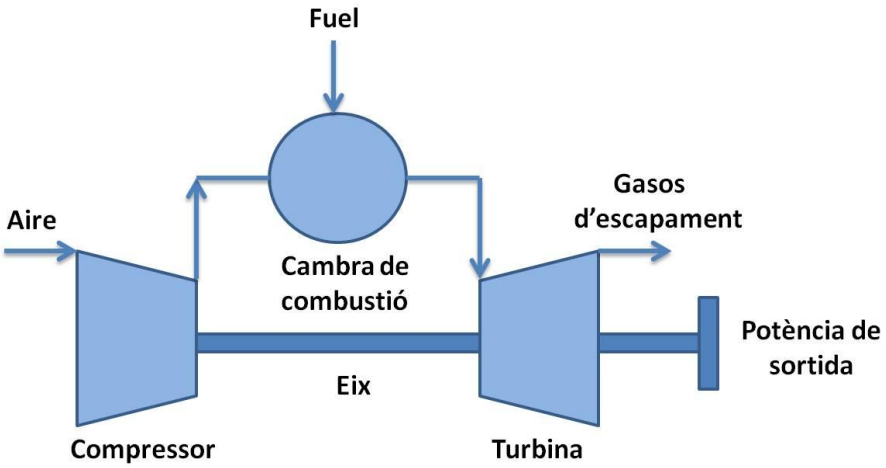


Fig. 1.1. Esquema del cicle de Brayton simple

Aquests 3 processos de compressió, combustió i expansió representen el cicle termodinàmic que es produeix en les turbines de gas, l'anomenat *cicle Brayton*, i del que es parlarà en el *capítol 2* d'aquest treball. Per tant, com a conclusió podem dir que els 3 principals elements que formen una turbina de gas simple són el compressor, la cambra de combustió i la turbina, connectats de la manera que observem en la *figura 1.1*.

Un aspecte clau de les turbines de gas, és que els processos de compressió, combustió i expansió no es produeixen en un sol component com seria el cas dels motors de pistons, sinó que cada procés es produeix en un component diferent. Això presenta avantatges respecte els motors de pistons, ja que d'aquesta manera cadascun pot ser dissenyat, testejat i desenvolupat de manera individual. A més a més, la disposició d'aquests per a formar una turbina de gas pot ser de moltes maneres diferents, no es limita a la configuració que observem a la *figura 1.1*, i també se li poden afegir més components a part del compressor, cambra de combustió i turbina.

Cal comentar, també, que a part de poder afegir més o menys components i elegir la configuració d'aquests que més convé per a cada aplicació, podem tenir dos tipus de cicles de turbines de gas, el cicle obert, que és el que s'ha estat comentant fins ara, i el cicle tancat, que ara es comentarà.

En la majoria dels sistemes de turbines de gas de cicle obert, l'aire de l'atmosfera entra al compressor per un conducte, és comprimit i se li afegeix energia per mitjà de la combustió de fuel. Posteriorment s'expandeix en la turbina i s'obté l'energia mecànica, enviant els gasos d'escapament a l'atmosfera. En el cas del cicle tancat, en canvi, el fluid amb el qual es treballa circula per una sèrie de conductes tancats a través de la turbina de gas una i altra vegada. D'aquesta manera, la combustió no pot ser produïda amb el mateix fluid que circula pel circuit tancat, sinó que es necessita un component del tipus escalfador on el fuel és cremat amb aire d'un altre circuit independent. A més a més, un cop el fluid ha passat per la turbina i aquesta ha obtingut l'energia mecànica, normalment passa per un component del tipus condensador per a disminuir la temperatura i ajudar al procés de compressió.

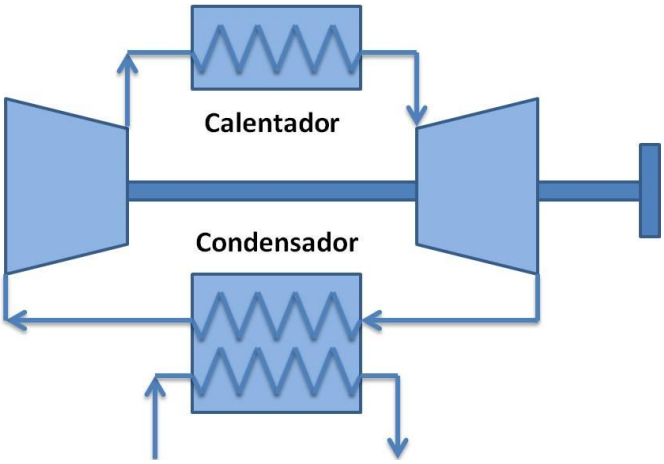


Fig. 1.2 Esquema d'un cicle tancat

Aquest tipus de cicles tancats són els típics de les centrals elèctriques que treballen amb vapor d'aigua, i a la *figura 1.2* podem veure un exemple d'esquema d'aquest cicle. [1]

1.2. Aplicacions

En aquest apartat i el següent (1.3) es comentaran les aplicacions de les turbines de gas. L'objectiu final del treball és, precisament, intentar programar un simulador modular que sigui capaç d'emular tots aquests tipus d'aplicacions de les que parlarem. Abans de comentar les aplicacions de les turbines de gas, és important destacar primer les tres diferències bàsiques entre les aplicacions industrials i terrestres i les aplicacions aeronàutiques.

En primer lloc, en algunes aplicacions industrials, com el cas d'una central elèctrica, el temps durant el que la turbina de gas pot estar en funcionament sense fer manteniment important és d'aproximadament 100000 hores, una cosa impensable en les aplicacions de les aeronaus. En segon lloc, tot el tema de les dimensions i el pes està molt limitat en l'aeronàutica, ja que sempre es busca fer les coses més petites i lleugeres. En les aplicacions industrials, en canvi, aquest no acostuma a ser un factor crític. Finalment, en el cas dels motors de turbina d'aeronaus, la pràctica habitual és aprofitar l'energia cinètica dels gasos de sortida de la turbina, una cosa que en aplicacions industrials com centrals elèctriques no acostuma a passar, i s'intenta reduir al màxim. [1]

Per tant, vistes aquestes diferències generals entre les aplicacions, s'ha decidit explicar en aquest apartat les aplicacions industrials i terrestres i fer un apartat a part per les aplicacions aeronàutiques.

De les aplicacions industrials de les turbines de gas, podem destacar-ne tres principalment: aplicacions per a la generació d'energia elèctrica, aplicacions en el sector del gas i petroli i aplicacions en el sector de propulsió naval. Després també tenim altres aplicacions , tot i que no són gaire conegudes, com podrien ser les del sector de l'automobilisme o fins i tot aplicacions de turbines de gas en trens, autobusos, motos, entre d'altres. [2]

En quant a subministrament d'energia elèctrica es refereix, podem trobar molt fàcilment les turbines de gas en la nostra societat. No tant sols com a part d'una central elèctrica, sinó també en altres tipus de plantes. Avui en dia, molts complexos com plantes químiques i farmacèutiques, d'alimentació i begudes, d'automoció, mineria i indústria pesada, indústries de la cel·lulosa, paper i tèxtil, hospitals, universitats i entre molts d'altres edificis fan servir plantes generadores de cicle simple, combinat i cogeneració ,on trobem turbines de gas, per a subministrar-se l'energia elèctrica necessària. [3]

L'últim grup de les grans aplicacions no aeronàutiques és la propulsió naval. Des dels anys '40 els motors de turbina han estat presents en la propulsió de bucs de guerra, vaixells petrolers o vaixells contenidors per la seva gran relació potència/pes. Als anys '70, molts dels vaixells van canviar els seus motors de turbina per motors diesel, degut a la gran pujada del petroli. Tot i així, degut als grans avenços en les turbines de gas, aquestes són avui en dia les unitats de potència dels bucs de les flotes principals de les diverses marines de guerra. [1]

A part dels 3 grans grups d'aplicacions de les turbines de gas comentades, trobem, en molta menor quantitat, altres aplicades generalment al transport

terrestre. Actualment tenim tancs de l'exèrcit, trens, busos, cotxes i fins i tot motos que utilitzen motors de turbina. A excepció d'alguns tancs dels exèrcits russos i americans i dels trens, dels quals sobre els anys '50 ja es van començar a construir models, cotxes normals i de carreres i motocicletes amb turbines de gas com a unitat de potència, no han tingut gaire ressò en la nostra societat i no han passat de la construcció d'alguns prototips. En quant als busos, amb la nova tecnologia de les microturbines, s'han construït una gran varietat de busos híbrids, que funcionaven amb turbines de gas natural per a generar l'electricitat necessària per al bus. Aquests han circulat per ciutats com Barcelona, Madrid, Brescia, etc, destacant per a ser un sistema ecològic. [2,3]

1.3. Turbines de gas en l'aeronàutica

Sense cap mena de dubte, el major impacte de les turbines de gas ha estat en el món de la propulsió aeronàutica. Des que al 1937, Frank Whittle inventés el primer motor *jet*, aquests van suplantar ràpidament als motors de pistons de tots els avions, menys els d'aviació lleugera. Com veurem a continuació, existeixen diferents tipus de motors en l'àmbit aeronàutic. [1]

1.3.1. Turboreactors

Els motors turboreactors (de l'anglès, *turbojet*) són els més utilitzats en el món aeronàutic per tots els avions. Cal destacar, però, que no tots els avions faran servir el mateix tipus de motor turboreactor, ja que depèn de la utilitat de l'avió i de la velocitat de creuer a la que estigui dissenyat.

El motor turboreactor més simple des del punt de vista mecànic, és el que podem veure a la *figura 1.3.* Com podem observar, consta de 5 components bàsics: compressor, cambra de combustió i turbina, que són els mateixos components que hem vist anteriorment en el *cicle de Brayton* simple en la *figura 1.1*, però a més a més, tenim el difusor i la tovera.

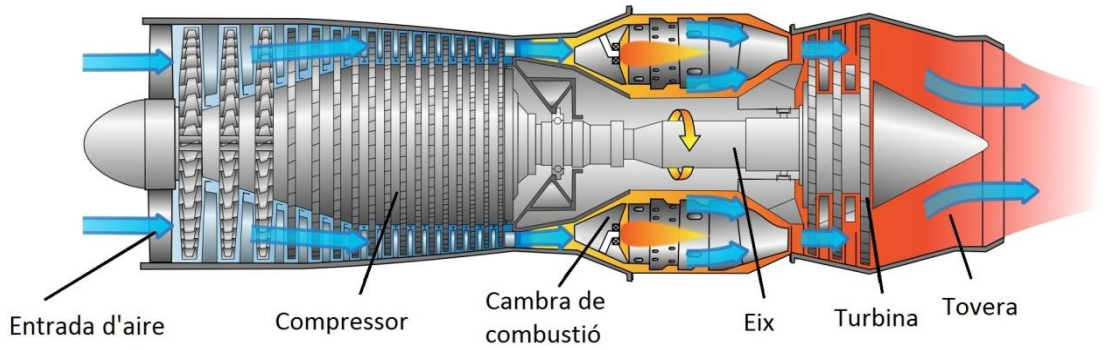


Fig. 1.3 Motor turboreactor simple [19]

En el cas de l'aviació, cal tenir en compte que l'aeronau s'està movent a una certa velocitat, i per tant, l'aire que entra al compressor també tindrà una certa velocitat. Com els compressors, cambres de combustió i turbines no poden funcionar per a tots els rangs de velocitats, la missió del difusor és canalitzar el flux d'aire cap a l'interior del motor lliure de distorsions i transformant la major part de l'energia cinètica de l'aire en pressió. És a dir, el difusor comprimeix l'aire, reduint la seva velocitat per tal que el compressor pugui fer la seva funció correctament. [5]

En el cas dels turboreactors, la funció principal de les turbines no és la generació de potència, sinó proporcionar la potència necessària per a conduir al compressor i algun sistema secundari més. Per tant, en aquests casos s'aprofita l'energia cinètica dels gasos de sortida de la turbina per a proporcionar l'empenta (en anglès, *thrust*) necessària per a fer volar l'aeronau. L'aprofitament d'aquesta energia dels gasos d'escapament es produeix mitjançant el component anomenat tovera d'escapament, provocant l'expansió dels gasos normalment fins a la pressió ambient en el cas ideal. [1]

Els motors turboreactors tenen dos problemes, són una font de soroll molt important i no són eficients a velocitats subsòniques, no sortint rentable per les aeronaus comercials. Per això, es van crear els motors turboreactors de *doble flux*, més comunament anomenats motors *Bypass* o *Turbofan.* [6]

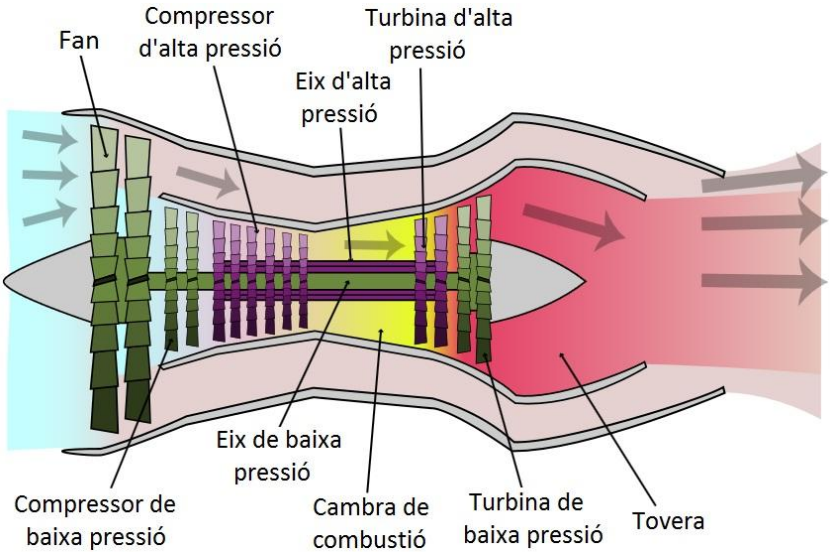


Fig. 1.4 Motor Bypass [20]

En el cas d'aquests motors, el que es fa és posar després del difusor un ventilador (de l'anglès *fan)* o un compressor de baixa elevació de pressió i després, dividir el flux d'aire en dos, obtenint un *flux primari* i un *flux secundari*. El flux primari és el que es sotmet als processos de compressió, combustió i escapament. El flux secundari, en canvi, no pateix cap procés termodinàmic, i és conduit fins el conducte de sortida del motor, aconseguint un augment de l'empenta. Aquest flux, constitueix la major massa d'aire moguda pel motor, per

tant, la major part de l'empenta per a propulsar l'aeronau. La relació de masses entre el flux primari i el flux secundari és el que s'anomena *índex de derivació*. Si aquest *índex de derivació* és inferior a 4 unitats, el motor s'anomena *Bypass*, i si és igual o superior a les 4 unitats s'anomena *Turbofan*. [5]

Els turboreactors de doble flux tenen l'avantatge de necessitar menys energia per a la seva propulsió, que es tradueix en un menor consum de combustible, per això són utilitzats per la majoria dels avions comercials i privats.

1.3.2. Turbohèlix

El motor Turbohèlix (de l'anglès, *Turboprop*), és un sistema propulsiu format per un turboreactor bàsic i una hèlix arrossegada per una o varies turbines. La major part de l'energia del flux de gas és utilitzada per a portar tant la hèlix com el compressor i la resta és utilitzada per l'expansió a la tovera de sortida.

Aquests motors, que són com un Turbofan sense carena, també tenen dos fluxos d'aire, un que el produeix l'hèlix per tracció, i l'altre que entra dins el motor per a fer moure la turbina i proporcionar una certa empenta. Cal destacar que el 90% de l'empenta la proporciona l'hèlix, i només un 10% la tovera.

De motors Turbohèlix hi ha dos tipus bàsics: d'*eix simple* (de l'anglès, *single shaft*) i de *turbina lliure* (de l'anglès, *free turbine*). La principal diferència entre aquests dos tipus de motors és la manera de transmetre la potència a l'hèlix.

En els motors Turbohèlix d'eix simple, l'hèlix és moguda pel mateix eix que mou el compressor. Com les velocitats de rotació de la turbina i de l'hèlix són diferents, és necessària una caixa de canvis reductora per a fer girar aquesta a la velocitat corresponent. L'inconvenient de les turbines d'eix simple és que, en el cas que alguna de les aspes de l'hèlix xoqués contra un obstacle, la turbina i el compressor podrien resultar greument afectades. [6]

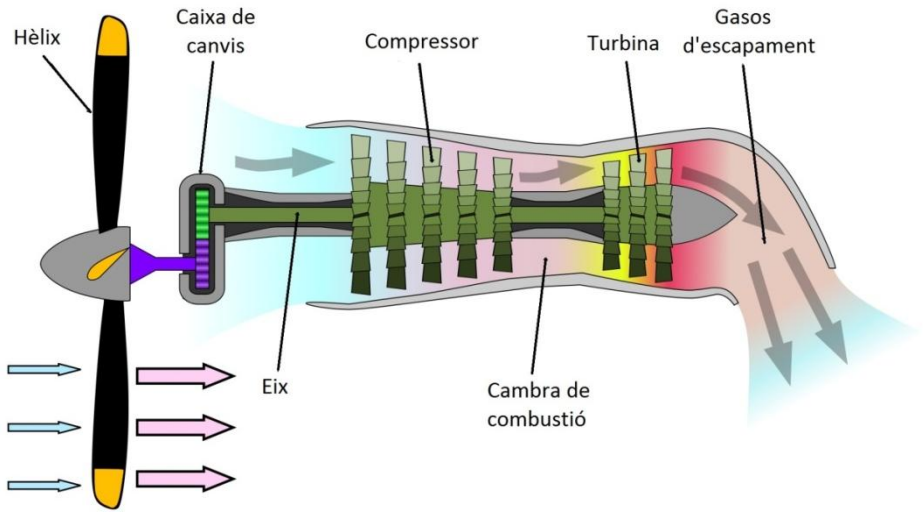


Fig. 1.5 Motor Turbohèlix d'eix simple [21]

Ens els motors de turbina lliure, en canvi, l'hèlix és moguda per una turbina pròpia, és a dir, que hi ha dues turbines. La diferència d'aquests amb els motors d'eix simple, és que en cas d'accident, si les hèlixs sortissin malparades, tan sols la turbina lliure quedaria afectada, deixant intactes el compressor i l'altre turbina.

Els motors Turbohèlix són utilitzats majoritàriament per avions de baixa velocitat de creuer, com avions de càrrega, degut al seu baix consum de combustible i la seva facilitat per a realitzat el manteniment, ja que les parts mòbils són inferiors a les d'un motor de pistons de mateixa potència.

1.3.3. Turboeix

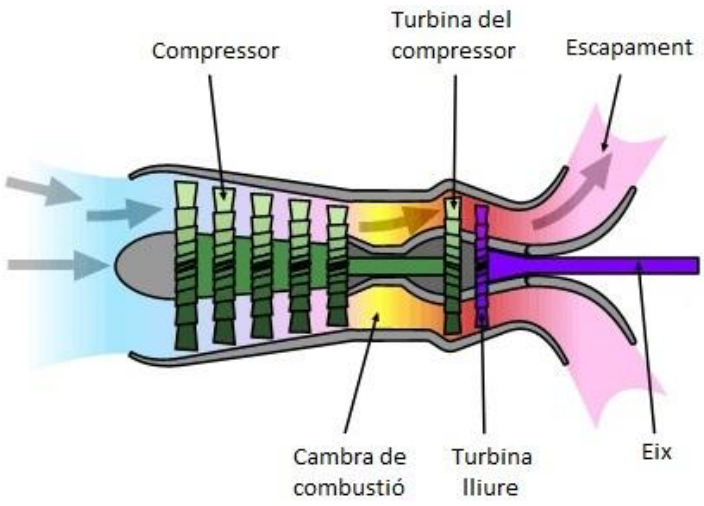


Fig. 1.6 Motor Turboeix [22]

Els motors Turboeix (de l'anglès*, Turboshaft*) són pràcticament igual als motors Turbohèlix, amb la diferència que, la potència transmesa a l'eix es pot fer servir per diferents aplicacions, com seria el cas dels helicòpters. Aquests motors consten d'una entrada d'aire, un compressor amb una turbina associada, i una turbina lliure que transmet la potència a l'eix.

Els Turboeix són molt utilitzats en aplicacions que requereixen un gran subministrament de potència, gran fiabilitat, petites dimensions i poc pes. Com s'ha dit, s'utilitzen en gairebé tots els helicòpters, i també per les *Unitats de Potència Auxiliar* (*APU)* que trobem en els avions. [5,7]

1.3.4. Estatoreactor i Pulsoreactor

El motor Estatoreactor (en anglès, *Ramjet*), és el motor a reacció més senzill tecnològicament. Aquests, solen treballar a velocitats supersòniques i no tenen compressors ni turbines. Tot i així, es segueixen produint els processos de

compressió, combustió i expansió, ja que, el difusor fa el paper de compressor i la tovera produeix l'expansió dels gasos.

Cal destacar que els Estatoreactors necessiten treballar a velocitats molt elevades per poder ser eficients i que el difusor pugui comprimir l'aire el suficient mitjançant ones de xoc obliqües. La major eficiència de la gran majoria d'aquests motors es produeix a velocitats que ronden el Mach 3.

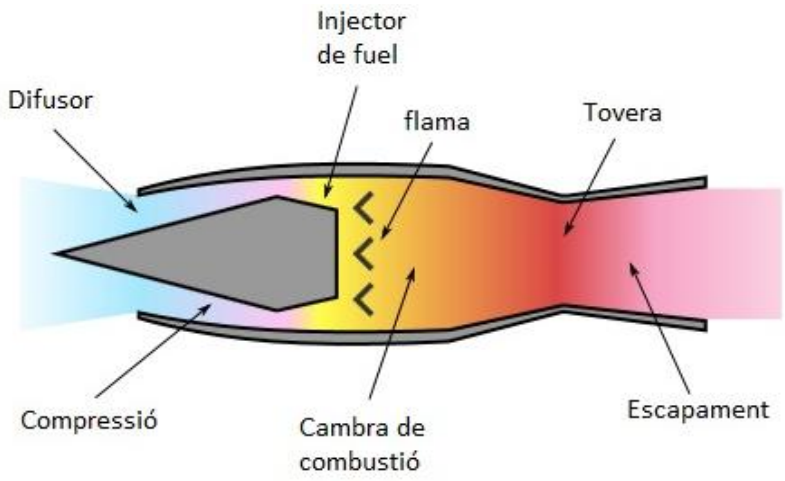


Fig. 1.7 Motor Estatoreactor [23]

Aquests motors es solen utilitzar tan sols com a propulsió addicional; un cop s'ha arribat a la velocitat d'operació corresponent, mitjançant un sistema propulsiu diferent, es posa en marxa i proporciona un extra d'empenta.

Si una aeronau volgués operar tan sols amb motors Estatoreactors no podria, ja que a velocitat zero no produeix empenta, i per tant seria impossible començar a moure's. Per aquesta raó i pel fet que tingui un gran consum de combustible, aquests motors tan sols són utilitzats en l'àmbit militar, en aplicacions com míssils o avions de combat.

Els motors Pulsoreactors (en anglès, *Pulsejet*) són similars als anteriors, amb la diferència que, aquests, compten amb unes vàlvules d'admissió que s'obren i es tanquen per subministrar el flux d'aire necessari i fer que la combustió sigui intermitent. Això provoca que no hi hagi una fase de compressió, i per tant fa que no segueixin el cicle Brayton, sinó un altre que es diu *Lenoir*.

Una altra diferència amb els anteriors, és que, aquests, si es poden encendre a velocitat zero i produir empenta per a moure's, cosa que amb els Estatoreactors no es podia. Aquests motors però, avui en dia són tan sols utilitzats en vehicles *low-cost* i normalment sense pilots, com podrien ser míssils o fins i tot alguns avions d'aeromodelisme, degut a la seva poca eficiència, vibracions i gran soroll produït. [8]

CAPÍTOL 2. ANÀLISI DEL CICLE BRAYTON SIMPLE

Degut a que el cicle Brayton és el punt de partida alhora de fer la simulació aero-termodinàmica dels components necessaris per a acoblar una turbina de gas, en aquest capítol s'exposarà l'anàlisi termodinàmic d'aquest.

2.1. Suposicions inicials

Per a analitzar el cicle termodinàmic de Brayton de forma senzilla, es treballarà amb el *cicle ideal*. Per a fer-ho, considerarem les següents suposicions:

1) Els processos de compressió i expansió son reversibles i adiabàtics, és a dir, són processos isentròpics.
2) La variació d'energia cinètica del fluid de treball entre l'entrada i la sortida de cada component és negligible.
3) No tenim pèrdues de pressió en els components.
4) El fluid amb el que es treballa conserva la mateixa composició durant tot el cicle i és un *gas ideal* amb *calors específics* constants.
5) El flux de massa és constant durant tot el cicle.

Les suposicions *4* i *5* impliquen que la cambra de combustió sigui considerada com una font de calor a pressió constant. [1,9]

2.2. Anàlisi del cicle termodinàmic ideal

Com sabem que l'energia es pot transferir per mitjà del calor, del treball i de la massa, el balanç d'energia per un sistema general de flux estacionari es pot escriure de manera explícita com:

$$Q_e + W_e + \sum_e m\left(h + \frac{v^2}{2} + gz\right) = Q_s + W_s + \sum_s m\left(h + \frac{v^2}{2} + gz\right) \qquad \textbf{(2.1)}$$

On Q és la calor transferida, W el treball transferit, m la massa del fluid de treball, h l'entalpia, v la velocitat de moviment del fluid, g l'acceleració de la gravetat, z l'alçada i on els subíndexs e i s corresponen a les paraules *entrada* i *sortida*, respectivament. [9]

Com s'ha comentat, el cicle de Brayton simple que estem analitzant consta de 3 processos bàsics: la compressió, la combustió i l'expansió del fluid de treball. Ara aplicarem l'equació del balanç d'energies a cadascun dels 3 components per poder calcular l'eficiència del cicle ideal. Ho farem segons l'odre dels processos que veiem en la figura 2.1. [1]

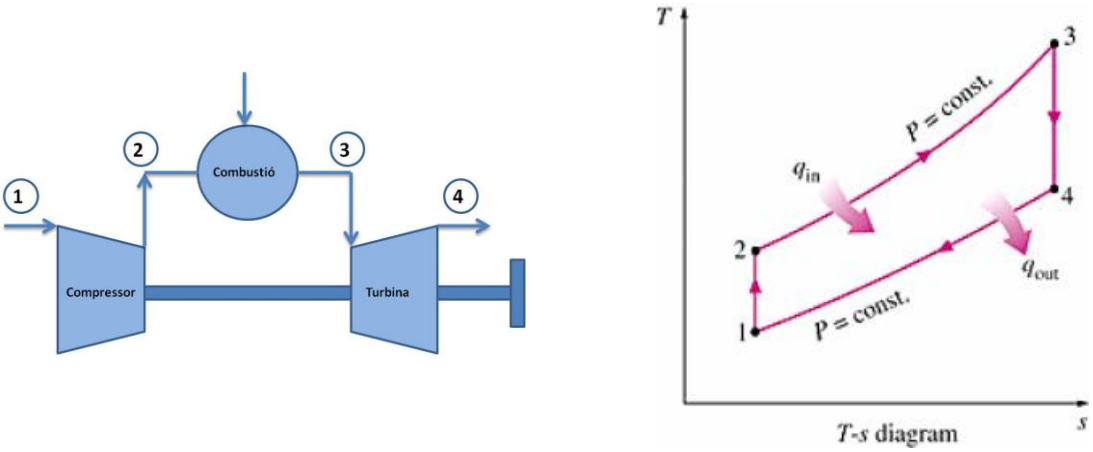


Fig. 2.1 Esquema del cicle de Brayton simple amb el gràfic T-s [9]

Aplicant a l'equació 2.1 les suposicions de l'apartat 2.1, obtenim aquestes tres equacions, les del compressor, cambra de combustió i turbina, respectivament:

$$w_{12} = -C_p(T_2 - T_1) \quad \textbf{(2.2)}$$

$$q_{23} = C_p(T_3 - T_2) \quad \textbf{(2.3)}$$

$$w_{34} = C_p(T_3 - T_4) \quad \textbf{(2.4)}$$

On w és el treball per unitat de massa, C_p el calor específic i T la temperatura en cada fase del cicle termodinàmic que podem veure al gràfic. Per a calcular l'eficiència, considerarem el càlcul de la següent manera:

$$eficiència = \frac{Treball\ de\ sortida\ net}{Calor\ afegida} = \frac{Treball\ Turbina - Treball\ Compressor}{Energia\ \ intercanviador\ de\ calor} \quad \textbf{(2.5)}$$

I substituint-hi les equacions 2.2, 2.3 i 2.4 i simplificant, tenim que:

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad \textbf{(2.6)}$$

Com podem veure, l'eficiència del cicle depèn de les temperatures del fluid en cada component. Una altra manera d'expressar-la és utilitzant la relació isentròpica entre la temperatura i pressió. Aplicant-la obtenim:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_3}{T_4} \quad \rightarrow \quad \eta = 1 - r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \textbf{(2.7)}$$

On γ és el coeficient adiabàtic del gas i $r = P_2/P_1$. Com veiem, l'eficiència del cicle ens depèn del tipus de fluid de treball i de l'augment de pressió que el compressor li doni a aquest fluid.

Un altre paràmetre interessant del cicle és el treball net de sortida *W* que obtenim al realitzar-lo. Aquest és:

$$W = C_p(T_3 - T_4) - C_p(T_2 - T_1) \qquad \textbf{(2. 8)}$$

Operant sobre aquesta fórmula i fent servir la relació isentròpica de l'equació 2.7 obtenim el treball específic de sortida de forma adimensional:

$$\frac{W}{C_p T_1} = t\left(1 - \frac{1}{r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) - \left(r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) \qquad \textbf{(2.9)}$$

On t és la relació de temperatures entre la de la sortida de la cambra de combustió T_3 i la d'entrada del compressor T_1.

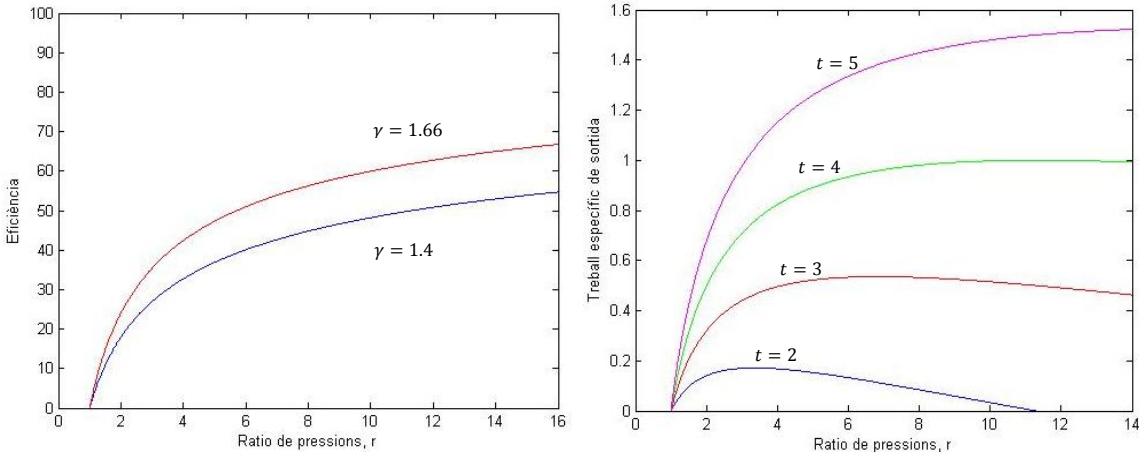


Fig. 2.2 Gràfic de l'eficiència i el treball específic de sortida en funció d'*r* i *t*

En la figura de 2.2 podem veure, a l'esquerra, un gràfic de l'eficiència en funció d'*r* per l'aire (en blau) i l'argó (en vermell). A la dreta tenim el gràfic del treball específic de sortida segons *r* i per una sèrie de *t* concretes. Podem veure que a mesura que s'augmenta la *t,* el treball que obtenim és major. A més a més, podem veure que el treball és zero quan la relació de pressions entre l'entrada i la sortida és 1. [1]

2.3. Cicle adaptat a l'aeropropulsió

Els cicles de les turbines de gas aeronàutiques es diferencien pel fet que el treball net de sortida el trobem en forma d'empenta. En aquests casos ens influeixen dos paràmetres addicionals, la velocitat i l'altitud de vol. Per això, hi ha dos components més: el difusor i la tovera. En la figura 2.3 podem veure com es l'esquema del cicle amb el gràfic *T-s.*[1]

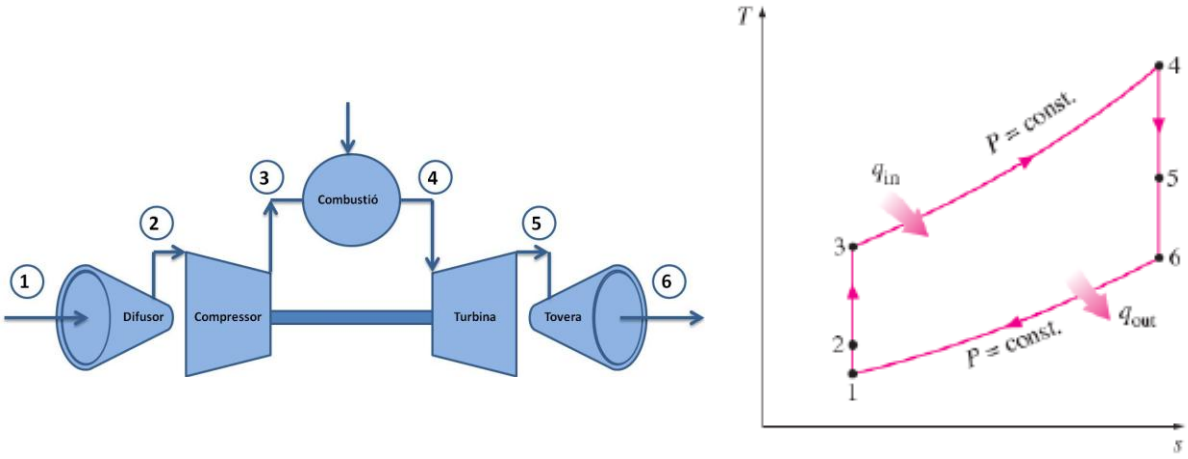


Fig. 2.3 Esquema del cicle adaptat a l'aeropropulsió amb el gràfic T-s [9]

Ara es trobaran les equacions de cada component, primer el difusor i després la tovera. Agafant l'equació 2.1 i aplicant les suposicions 1 i 4 i sabent que no es genera ni consumeix treball en el difusor ni en la tovera tenim que:

$$T_2 = T_1 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2C_p} \quad \textbf{(2.10)}$$

$$v_6^2 = v_5^2 - 2C_p(T_6 - T_5) \quad \textbf{(2.11)}$$

On v és la velocitat del gas. Com veiem, en el difusor la temperatura de sortida depèn de la d'entrada i les velocitats, i la velocitat de sortida de la tovera depèn de la d'entrada i les temperatures.

Per parlar d'eficiències, primer ens fixarem en la figura 2.4 de la següent pàgina. Quan els gasos no s'expandeixen completament a la pressió ambient p_a, aquesta és menor que la pressió de sortida p_j i aquesta diferència de pressions produeix una força addicional a l'empenta. L'equació seria:

$$F = m(v_j - v_a) + A_j(p_j - p_a) \quad \textbf{(2.12)}$$

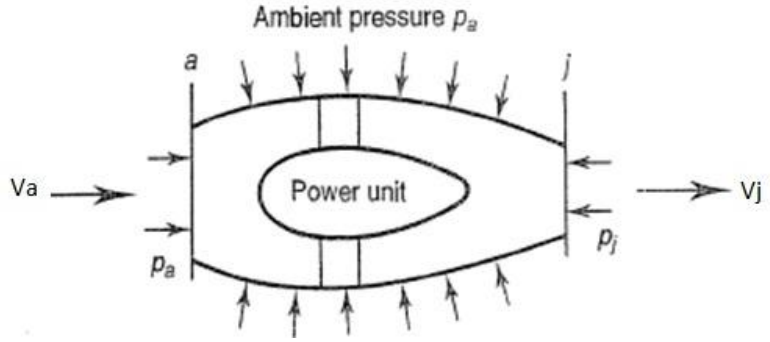


Fig. 2.4 Esquema de sistema propulsiu aeronàutic [1]

Per a definir la primera eficiència, *l'eficiència propulsiva*, considerarem el cas ideal i obviarem el segon terme. Definint l'eficiència propulsiva com la relació entre l'energia propulsiva útil i aquesta més la no útil (energia cinètica), tenim:

$$\eta_p = \frac{m v_a (v_j - v_a)}{m\left[v_a(v_j - v_a) + \frac{(v_j - v_a)^2}{2}\right]} = \frac{2}{1 + v_j/v_a} \qquad \textbf{(2.13)}$$

Amb l'equació 2.13 i la 2.12 en el cas ideal, veiem que: l'empenta és màxima quan la $v_a = 0$ (avió parat), però l'eficiència propulsiva és zero; i l'eficiència propulsiva és màxima quan la velocitat dels gasos d'entrada i sortida és la mateixa, però l'empenta és zero. Per ser eficients, ha d'haver un compromís.

L'eficiència propulsiva és la mesura de l'eficàcia amb la que el sistema propulsiu està sent utilitzat per propulsar l'aeronau, però hi ha una altra que té en compte la conversió d'energia, l'*eficiència energètica.* Aquesta relaciona l'energia afegida al sistema per mitjà del fuel ($m_f Q$, on m_f és la massa de combustible) amb l'energia aprofitada per a produir energia cinètica per la propulsió [1]. L'equació de la que es parla és:

$$\eta_e = \frac{m\left(v_j^2 - v_a^2\right)/2}{m_f Q} \qquad \textbf{(2.14)}$$

I ara, combinant l'eficiència propulsiva i l'energètica, obtenim l'eficiència total del sistema. També, moltes vegades l'eficiència total es defineix fent servir un paràmetre anomenat *specific fuel consumption (SFC),* que és la quantitat de fuel consumida per produir una unitat d'empenta. En l'equació 2.15 podem veure les dues formes d'expressar l'eficiència total:

$$\eta_t = \eta_p \eta_e = \frac{v_a}{SFC}\frac{1}{Q} \qquad \textbf{(2.15)}$$

CAPÍTOL 3. MODELITZACIÓ DELS COMPONENTS

3.1. Motiu de la modelització

La idea d'aquest capítol és modelitzar els components dels motors de turbina per, posteriorment, disposar de diferents mòduls que tinguin la possibilitat d'acoblar-se i constituir un tipus de motor de turbina concret per a la seva simulació i anàlisi.

Per a modelitzar cada component, es farà de manera que aquest sigui com una "caixa negra", a la qual li entren una sèrie de paràmetres i en surten uns altres. Per a fer aquesta conversió dels paràmetres es necessitarà trobar totes les equacions que descriuen els fenòmens que es produeixen a cada component i plasmar-les en cada mòdul de manera lògica i ordenada, per tal de tenir el nombre d'equacions i incògnites correctes.

Com és sabut, les equacions que descriuen cada component, en moltes ocasions, poden ser molt complexes de trobar i de resoldre, per això, quan parlem de modelitzar, ens referim també a expressar de manera més senzilla i simplificada les equacions dels fenòmens. En aquest treball hi trobem diferents graus de dificultat o *graus de modelització*, començant pel cas més senzill, el cas ideal que no té pèrdues i segueix el cicle de Brayton ideal analitzat al capítol 2, i acabant per casos més complexes.

Al finalitzar aquest capítol, hauríem de tenir la suficient informació com per a poder programar de manera modular un motor de turbina, que és el que es veurà en el següent capítol.

En el cas d'aquest treball, els components que es modelitzaran seran principalment els conductes que trobem en els motors de turbina: difusors, conductes d'unió entre components, toveres i cambres on es barregen els diferents fluids que hi pugui haver. A més a més, també es modelitzaran altres components del tipus mecànic, com els eixos que uneixen turbina i compressor, la caixa de canvis reductora, un generador elèctric i es donaran les bases per a una futura implementació d'un sistema *FADEC,* que més endavant s'explicarà. Cal destacar, però, que es donarà més importància als components del tipus conducte, ja que, aquest treball va més enfocat a temes aeronàutics.

Com ara veurem, no totes les equacions tenen la mateixa importància, per això, en la modelització de cada component trobem unes equacions principals, aquelles que són imprescindibles, i unes equacions secundàries, que s'han posat com a equacions addicionals, per si tinguéssim interès en calcular altres paràmetres que no són estrictament necessaris.

Totes aquestes equacions, juntament amb els esquemes i una breu explicació de cada component ho podem trobar l'Annex B del treball, on tenim totes les fitxes de cada mòdul realitzat.

3.2. Propietats d'estancament

En aquest apartat s'explicaran les propietats d'estancament del fluid, que es faran servir alhora de modelitzar components no ideals.

Les propietats d'estancament, o propietats *totals*, són una forma de tenir en compte l'energia cinètica del fluid en propietats com la temperatura, pressió i densitat. Per exemple, la temperatura d'estancament seria la que tindria un fluid que es mou a una velocitat v i amb una temperatura T, quan aquest és portat al repòs de manera adiabàtica i sense transferència de treball. [1]

Les equacions d'aquestes propietats es solen donar amb una relació entre la seva propietat d'estancament i la propietat *estàtica*, és a dir, la que tindria sense velocitat. A l'equació 3.1 podem veure l'equació de la temperatura total. Per a deduir les expressions de la pressió i densitat, tan sols cal aplicar la relació isentròpica dels gasos, com veiem en les equacions 3.2 i 3.3:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{v^2}{2C_pT} \tag{3.1}$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{3.2}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \tag{3.3}$$

La gran majoria de les vegades, però, aquestes relacions es solen donar en funció del nombre de *Mach*. Cal recordar, que el nombre de Mach és una propietat adimensional que relaciona la velocitat del fluid amb la velocitat del so en el medi en el que està immers:

$$M = \frac{v}{a} = \frac{v}{\sqrt{\gamma RT}} \tag{3.4}$$

On *R* és la constant del gas en qüestió. Finalment, si apliquem la relació dels gasos ideals i l'equació 3.4 sobre les equacions 3.1 a 3.3, les podrem expressar en funció del nombre de Mach com podem veure a continuació:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2}\frac{v^2}{\gamma RT} = 1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2 \tag{3.5}$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{3.6}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \tag{3.7}$$

3.3. Mòdul Difusor

3.3.1. Difusor subsònic grau de modelització 0

Abans de tot, cal definir el criteri amb el qual es farà la modelització. Les suposicions que assumim per modelitzar el difusor de grau 0 són les següents:

1) 0-Dimensional: el difusor serà com una caixa negra, on tan sols es tindran en compte les variables a l'entrada i a la sortida del mòdul.
2) Treballarà amb gasos ideals i processos isentròpics.
3) La velocitat de sortida del difusor es suposa zero.
4) El calor específic es manté constant.
5) Es modelitzarà el component en condició estacionària.

Un cop hem deixat clar les suposicions que farem servir, hem de saber quines seran les entrades i sortides del nostre mòdul, com veiem en la figura 3.1:

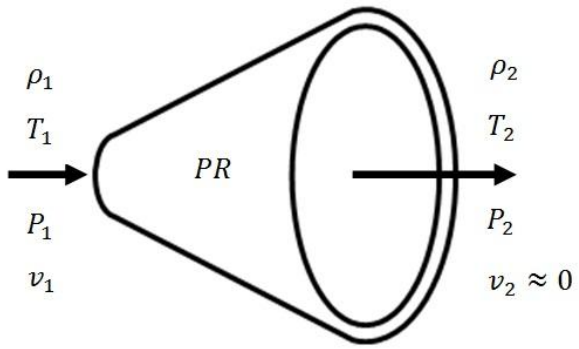


Fig. 3.1 Esquema del mòdul difusor subsònic de grau 0

On ρ és la densitat, T la temperatura, P la pressió estàtica, v la velocitat del fluid i PR la relació de pressions. Les dues equacions principals que trobem en aquest mòdul són l'equació 2.10 vista en el capítol 2, que ens relaciona les temperatures, i l'equació 3.9, que no és més que la relació isentròpica:

$$P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \textbf{(3.8)}$$

En quant a les secundàries, tindríem les que ens donen la densitat del fluid i la relació de pressions. Per calcular la densitat de sortida, usem la relació isentròpica dels gasos, com veiem en l'equació 3.9, i pel cas de la relació de pressions, és el quocient entre la pressió de sortida i la d'entrada (3.10).

$$\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \textbf{(3.9)}$$

$$PR = \frac{P_2}{P_1} \quad \textbf{(3.10)}$$

3.3.2. Difusor subsònic grau de modelització 1

El criteri amb el qual es realitzarà la modelització de grau 1 és similar al de grau 0, però amb uns quants canvis. Els canvis són els següents:

1) La velocitat de sortida del difusor ja no se suposa zero.
2) Ja no es treballa amb velocitats, sinó amb nombres de Mach per major comoditat.
3) Ja no es treballa amb temperatures, pressions i densitats estàtiques, sinó amb les d'estancament o totals.
4) Es tenen en compte les àrees d'entrada i de sortida del difusor.
5) El procés de difusió ja no és ideal, apareix el rendiment del difusor.
6) S'introdueixen nous paràmetres a calcular.

Un cop comentats els canvis, el nou esquema del difusor serà el següent:

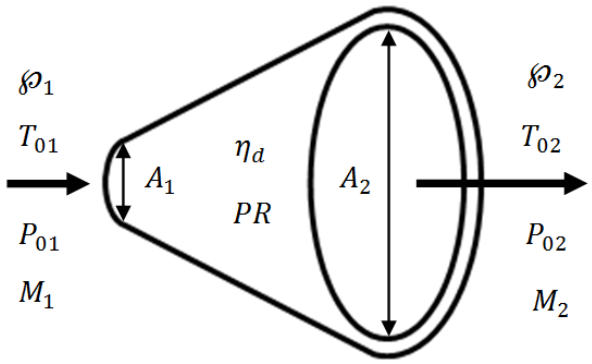


Fig. 3.2 Esquema del mòdul difusor subsònic de grau 1

On A és l'àrea i $\wp$ és el que s'anomena *massflow reduït*. El massflow reduït és un paràmetre molt útil àmpliament utilitzat en el món de la turbomaquinària i que relaciona amb una sola variable les propietats de flux de massa ($\dot{m}$), pressió total, temperatura total i l'àrea del conducte, en un punt en concret:

$$\wp = \frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{P_0 A} \quad \textbf{(3.11)}$$

A més a més, es pot demostrar que tan sols depèn del Mach i del propi fluid. Operant sobre l'equació 3.11 desenvolupant les expressions de les propietats d'estancament (equacions 3.5 i 3.6), i utilitzant l'equació de continuïtat per a $\dot{m}$, trobem l'expressió 3.12, que és la que acabem de comentar:

$$\wp_{1,2} = M_{1,2}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{1,2}^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} \quad \textbf{(3.12)}$$

Al no considerar un difusor ideal introduïm el concepte d'eficiència. En el cas dels conductes, aquesta depèn de la velocitat del fluid, i per això, la definim com una relació entre pressions *dinàmiques*, que depenen de la velocitat. A més velocitat, hi haurà més pèrdues i la pressió total a la sortida serà menor:

$$\eta_d = \frac{P_{02}-P_1}{P_{01}-P_1} \quad \textbf{(3.13)}$$

Degut a l'assumpció de que el sistema és adiabàtic, tenim que la temperatura total del difusor es conserva (equació 3.14), igual que el flux de massa, que és el mateix a l'entrada i a la sortida del component (equació 3.15).

$$T_{02} = T_{01} \quad \textbf{(3.14)}$$

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_1 \quad \textbf{(3.15)}$$

Les equacions 3.11 a 3.15 formarien les equacions principals. En quant a les secundàries, tindríem les relacions de les propietats totals (3.4, 3.5 i 3.6) i l'equació 3.10 aplicada a les pressions totals en comptes de les estàtiques.

3.3.3. Difusor supersònic grau de modelització 2

Per a realitzar el difusor supersònic s'ha dissenyat una presa de compressió mixta, com podem veure a la figura 3.3. Aquesta, consta d'un nucli central que sobresurt fora del difusor produint ones de xoc obliqües que fan disminuir el nombre de Mach a l'exterior. Un cop a l'interior, es produeix una ona de xoc normal i tenim a l'entrada del difusor un nombre de Mach subsònic adequat per a realitzar la difusió.

En el nostre cas s'ha modelitzat un difusor supersònic en el que es produeix una ona de xoc obliqua, una ona de xoc normal i la posterior difusió subsònica no ideal del apartat 3.3.2.

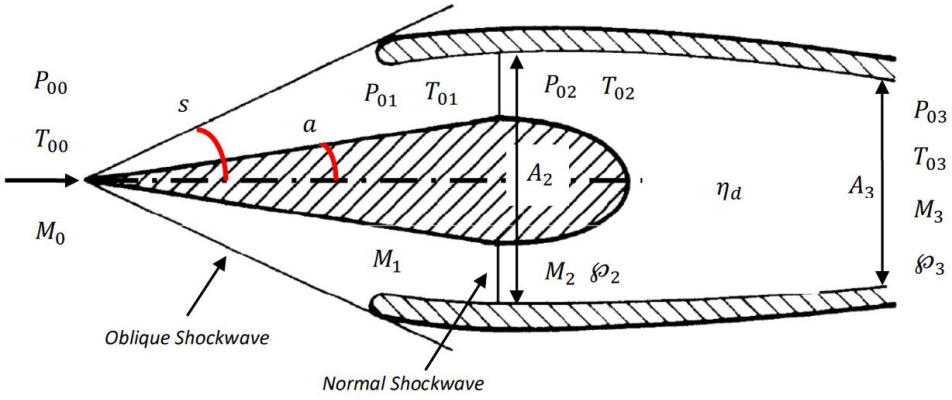


Fig. 3.3 Esquema del mòdul difusor supersònic de grau 2

En el cas que l'aeronau voli a velocitat supersònica, les equacions amb les que modelitzarem l'ona de xoc obliqua són de la 3.16 a 3.18. Primer trobem l'angle de l'ona de xoc obliqua, s, mitjançant l'angle del nucli central, a, i el Mach M_0 (3.16). I posteriorment calculem el nou nombre de Mach M_1i la nova pressió total P_{01} mitjançant les equacions 3.17 i 3.18. [10]

$$\cot(a) = \tan(s)\left[\frac{(\gamma+1)M_0^2}{2\left(M_0^2\sin^2(s)-1\right)} - 1\right] \quad \textbf{(3.16)}$$

$$M_1^2\sin(s-a) = \frac{(\gamma-1)M_0^2\sin^2(s)+2}{2\gamma M_0^2\sin(s)-(\gamma-1)} \quad \textbf{(3.17)}$$

$$\frac{P_{01}}{P_{00}} = \left[\frac{(\gamma+1)M_0^2\sin^2(s)}{(\gamma-1)M_0^2\sin^2(s)+2}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left[\frac{\gamma+1}{2\gamma M_0^2\sin^2(s)-(\gamma-1)}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \textbf{(3.18)}$$

Després, tenim l'ona de xoc normal, la qual modelitzarem amb les equacions 3.19 i 3.20. Mitjançant el M_1 podem trobar el nombre de Mach després del xoc M_2 amb l'equació 3.19 i posteriorment la pressió total P_{02} amb la 3.20. [10]

$$M_2^2 = \frac{(\gamma-1)M_1^2+2}{2\gamma M_1^2-(\gamma-1)} \quad \textbf{(3.19)}$$

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[\frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2+2}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left[\frac{\gamma+1}{2\gamma M_1^2-(\gamma-1)}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \textbf{(3.20)}$$

Posteriorment tindríem la difusió subsònica no ideal, la qual està explicada a l'apartat 3.3.2. En el cas que l'aeronau no volés a règim supersònic, l'angle de l'ona de xoc seria zero i els nombres de Mach i les pressions es conservarien.

3.4. Mòdul conducte

3.4.1. Conducte grau de modelització 0

El mòdul conducte és utilitzat per a unir els diferents components del motor de turbina. Per a modelitzar-lo es tindran en compte les següents suposicions:

1) 0-Dimensional.
2) És un conducte ideal: tot el que entra surt igual, sense pèrdues.
3) És un conducte adiabàtic, no hi ha transferència de calor.
4) Es modelitzarà el component en condició estacionària.

I l'esquema del nostre mòdul serà el següent:

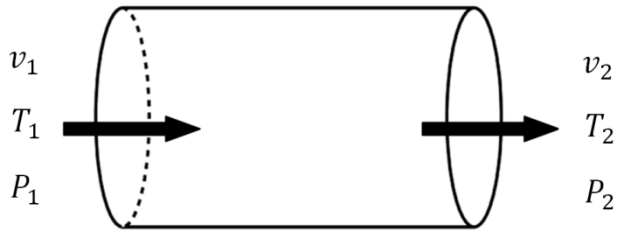


Fig. 3.4 Esquema del mòdul conducte de grau 0

Com s'ha comentat, en aquest grau de modelització, al conducte tot el que li entra li surt amb les mateixes propietats. Per tant les equacions que tindrem seran les següents:

$$v_2 = v_1 \quad \textbf{(3.21)}$$

$$T_2 = T_1 \quad \textbf{(3.22)}$$

$$P_2 = P_1 \quad \textbf{(3.23)}$$

En quant a equacions secundàries tindrem la 3.4, en el cas que volguéssim tenir el nombre de Mach, a partir de la velocitat i la temperatura.

3.4.2. Conducte grau de modelització 1

Els canvis respecte el conducte de grau 0 són els següents:

1) Ja no es treballa amb velocitats, sinó amb nombres de Mach.
2) Ja no es treballa amb les propietats estàtiques, sinó amb les totals.
3) Es tenen en compte les àrees d'entrada i de sortida del conducte.

4) Tot el que entra ja no és igual al que surt, apareix un rendiment.
5) S'introdueixen nous paràmetres a calcular.

L'esquema del nostre conducte de grau de modelització 1 serà el següent:

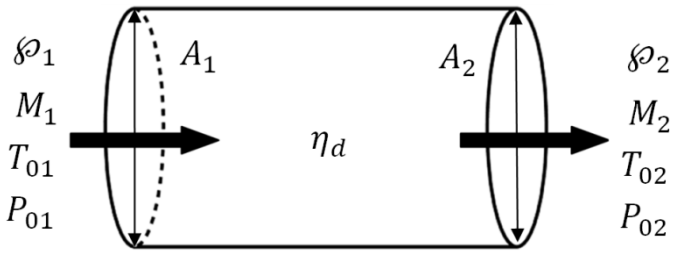


Fig. 3.5 Esquema del mòdul conducte de grau 1

Com podem veure, les variables són les mateixes que tenim en el difusor de grau 1. Per tant les equacions principals i secundàries són les que trobem a l'apartat 3.3.2.

3.4.3. Conducte grau de modelització 2

Els canvis respecte el conducte de grau 1 són els següents:

1) Es considera que el conducte té una certa longitud L i diàmetre D.
2) Es té en compte la viscositat del fluid μ i la rugositat del conducte ε.
3) L'eficiència ja no és constant, ve definida per la velocitat del fluid.

El principal canvi respecte el grau 1 és la manera de definir l'eficiència. En aquest cas tindrem unes pèrdues de pressió total (3.24) que venen definides segons la velocitat del fluid i el tipus de conducte que tinguem (3.25). El tipus de conducte i de flux (laminar o turbulent) ens determinaran el terme anomenat factor de fricció f (3.26). Per a saber si el flux és laminar o turbulent, es calcularà el nombre de Reynolds Re, mitjançant l'equació 3.27. [11]

$$P_{02} = P_{01} - \Delta P \tag{3.24}$$

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2} \tag{3.25}$$

$$\begin{cases} f = \frac{64}{Re}, & si\ Re < 2000 \\ \frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right), & si\ Re > 2000 \end{cases} \tag{3.26}$$

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \tag{3.27}$$

Com veiem en l'equació 3.27, el Reynolds ens depèn de la viscositat del fluid. Aquesta, es pot calcular mitjançant la relació de *Sutherland* (3.28), on T_0 i μ_0 són la temperatura i viscositat de referència, respectivament, i C la constant de *Sutherland* pel gas en qüestió. [11]

$$\mu = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \textbf{(3.28)}$$

La resta d'equacions principals i secundàries són les mateixes que les del conducte de grau 1, comentades a l'apartat anterior.

3.5. Mòdul cambra de mesclat

3.5.1. Cambra de mesclat grau de modelització 0

La cambra de mesclat és un component que s'encarrega de mesclar dos fluids diferents, amb diferent temperatura, diferents masses, entre d'altres. Per a modelitzar la cambra de mesclat de grau 0 es faran les següents suposicions:

1) 0-Dimensional.
2) Les diferències d'energies potencial i cinètica seran considerades zero.
3) Component ideal: és adiabàtic i els calors específics seran els mateixos.
4) No hi ha interacció de treball.
5) Es modelitzarà el component en condició estacionària.

L'esquema de la nostra cambra de mesclat de grau de modelització 1 serà:

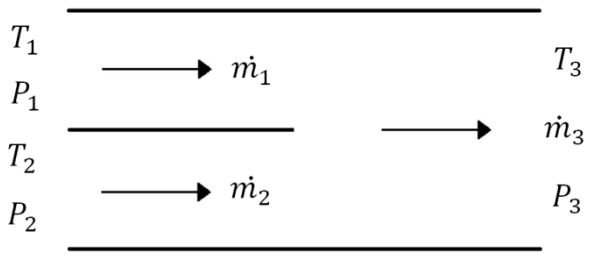


Fig. 3.6 Esquema del mòdul cambra de mesclat de grau 0

Com veiem en l'esquema, ens entraran dos fluxos de massa i ens surt tan sols un, per tant, la primera equació seria la següent:

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \quad \textbf{(3.29)}$$

Per trobar la temperatura a la sortida donades les dues temperatures d'entrada, si agafem l'equació 2.1 i tenim en compte les suposicions inicials tenim:

$$T_1\dot{m}_1 + T_2\dot{m}_2 = T_3\dot{m}_3 \quad \textbf{(3.30)}$$

Finalment, com considerem la condició estacionària, la mescla té lloc a pressió constant. Per tant l'equació que tindríem es:

$$P_1 = P_2 = P_3 \quad \textbf{(3.31)}$$

3.5.2. Cambra de mesclat grau de modelització 1

Els canvis respecte la cambra de mesclat de grau 0 són els següents:

1) Es tenen en compte les velocitats (o Mach) dels fluids d'entrada i sortida.
2) Els calors específics dels gasos poden variar segons la temperatura.
3) Es tenen en compte les àrees d'entrada i de sortida de la cambra.
4) Es treballa amb propietats totals i estàtiques.

L'esquema resultant del component de grau de modelització 1 és el següent:

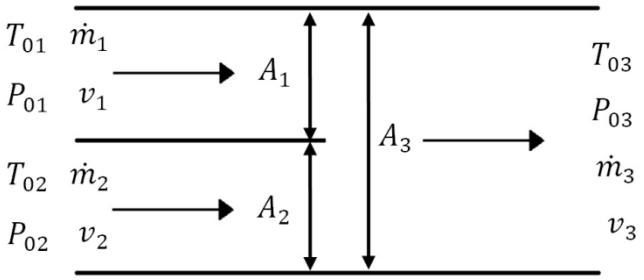


Fig. 3.7 Esquema del mòdul cambra de mesclat de grau 1

Al ser una cambra de mesclat, l'equació 3.29 segueix sent vàlida. A més a més, també es farà servir l'equació 3.30, però sense suposar els calors específics iguals i tenint en compte les temperatures totals (3.32):

$$C_{p1}T_{01}\dot{m}_1 + C_{p2}T_{02}\dot{m}_2 = C_{p3}T_{03}\dot{m}_3 \quad \textbf{(3.32)}$$

En aquest cas, al tenir en compte les velocitats dels fluids alhora de fer la mescla, cal utilitzar l'equació del moment i adaptar-la al nostre cas (3.33).

$$(\dot{m}_1 v_1 + P_1 A_1) + (\dot{m}_2 v_2 + P_2 A_2) = \dot{m}_3 v_3 + P_3 A_3 \quad \textbf{(3.33)}$$

Per acabar les equacions principals, suposem que la nostra cambra de mesclat és com la que s'observa a la figura 3.7, i, per tant, la relació d'àrees és la que observem a l'equació 3.34. A més a més, suposem no té lloc cap remolí i per tant les pressions estàtiques de les seccions 1 i 2 són les mateixes (3.35):

$$A_3 = A_1 + A_2 \quad \textbf{(3.34)}$$

$$P_2 = P_1 \quad \textbf{(3.35)}$$

En quant a les equacions secundàries, tenim les equacions 3.4, 3.5, 3.6 i les que relacionen els calors específics, constants y coeficients dels gasos [1]:

$$C_{p3} = \frac{\dot{m}_1 C_{p1} + \dot{m}_2 C_{p2}}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \quad \textbf{(3.36)}$$

$$R_3 = \frac{\dot{m}_1 R_1 + \dot{m}_2 R_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \quad \textbf{(3.37)}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} = \frac{R_3}{C_{p3}} \quad \textbf{(3.38)}$$

3.5.3. Cambra de mesclat grau de modelització 2

La diferència amb el grau de modelització 1 és l'aparició de pèrdues de pressió total a la sortida. Com s'explica a la referència [12], podem considerar dos tipus de pèrdues: $(\Delta P)_a$, que són les degudes a la diferència de velocitats i flux de massa considerant els calors específics constants (3.40); i $(\Delta P)_b$, que són les degudes a la variació dels calors específics (3.41). Totes dues en dependència del que s'anomena *dynamic head,* q, del fluid abans de mesclar-se (3.39). La pressió total de sortida seria la ideal menys les pèrdues comentades (3.42):

$$q = \frac{1}{2} \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{m_1/\rho_1 + m_2/\rho_2} \quad \textbf{(3.39)}$$

$$\frac{(\Delta P)_a}{q} = \frac{m_1 m_2 (v_2 - v_1)^2}{(m_1 + m_2)(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)} \quad \textbf{(3.40)}$$

$$\frac{(\Delta P)_b}{q - (\Delta P)_a} = \frac{T_{03} - T_{03}'}{T_{03}} \quad \textbf{(3.41)}$$

$$(P_{03})_r = P_{03} - (\Delta P)_a - (\Delta P)_b \quad \textbf{(3.42)}$$

On $T_{03}{}'$ és la temperatura total ideal que tindríem si no variéssim el calor específic (equació 3.30) i $(P_{03})_r$ és la pressió total real que tenim a la sortida tenint en compte les pèrdues. La resta d'equacions d'aquest mòdul són les de la cambra de mesclat de grau 1 que trobem en l'apartat 3.5.2.

3.6. Mòdul tovera

3.6.1. Tovera convergent grau de modelització 0

La tovera d'escapament és el component que provoca l'expansió dels gasos i la seva acceleració. Les suposicions que assumim pel grau 0 són les següents:

1) 0-Dimensional.
2) Treballarà amb gasos ideals i processos isentròpics
3) La velocitat d'entrada de la tovera es suposa zero.
4) El calor específic es manté constant entre l'entrada i la sortida
5) Es modelitzarà el component en condició estacionària.

L'esquema del mòdul tovera de grau 0 el podem observar a la figura 3.8.

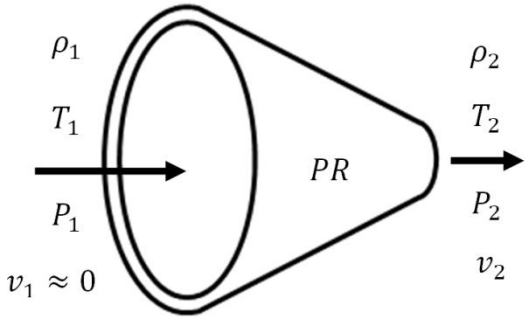


Fig. 3.8 Esquema del mòdul tovera convergent de grau 0

Per a calcular la velocitat de sortida dels gasos, usarem l'equació de la tovera 2.11 trobada en el capítol 2. Com ens depèn de la temperatura de sortida, aquesta la calcularem mitjançant la relació isentròpica aplicada a la temperatura (3.43). Per saber la pressió de sortida dels gasos P_2 hem de tenir en compte la relació de pressions PR entre l'entrada P_1 i la pressió ambiental P_a (equació 3.44). Si aquesta supera una relació de pressions crítica CPR (equació 3.45), la pressió de sortida serà aquella que ens faci tenir Mach 1 a la sortida. En cas contrari, la pressió de sortida serà l'ambiental i la tovera estarà adaptada (3.46).

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \textbf{(3.43)}$$

$$PR = \frac{P1}{Pa} \quad \textbf{(3.44)}$$

$$CPR = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \textbf{(3.45)}$$

$$\begin{cases} P_2 = P_1 CPR^{-1}, & si\ PR > CPR \\ P_2 = P_a, & si\ PR < CPR \end{cases} \quad \textbf{(3.46)}$$

Finalment, en quant a equacions secundàries, tindrem la relació isentròpica aplicada a la densitat (3.9), la relació de pressions entre l'entrada i sortida (3.10) i l'equació de continuïtat si suposéssim una àrea de sortida:

$$\dot{m} = \rho_2 A_2 v_2 \quad \textbf{(3.47)}$$

3.6.2. Tovera convergent grau de modelització 1

Els canvis respecte a la tovera convergent de grau 0 són els següents:

1) La velocitat d'entrada de la tovera ja no se suposa zero.
2) Ja no es treballa amb velocitats, sinó amb nombres de Mach.
3) Ja no es treballa propietats estàtiques, sinó amb les totals.
4) Es tenen en compte les àrees d'entrada i de sortida de la tovera.
5) El procés d'expansió ja no és ideal, apareix el rendiment de la tovera.
6) S'introdueixen nous paràmetres a calcular.

L'esquema de la tovera de grau 1 el trobem a continuació:

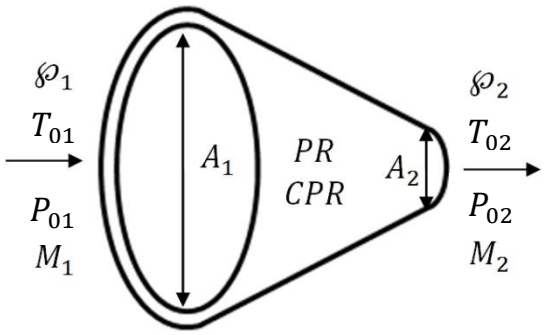


Fig. 3.9 Esquema del mòdul tovera convergent de grau 1

Entre les equacions principals tenim les 3.11, 3.12, 3.14 i 3.15 que trobem en l'apartat 3.3.2. A més a més, tenim l'equació de l'eficiència de la tovera, que en ens dependrà de la pressió estàtica a la sortida (3.48), que serà l'ambiental o no depenent de la relació de pressions (3.51) , igual que passava en l'apartat

3.6.1. Per tant, aquí també definirem una relació de pressions (3.49) i una relació de pressions crítica (3.50), que ens dependrà de l'eficiència.

$$\eta_n = \frac{P_{02}-P_2}{P_{01}-P_2} \tag{3.48}$$

$$PR = \frac{P_{01}}{P_2} \tag{3.49}$$

$$CPR = 1 + \frac{\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}-1}{\eta} \tag{3.50}$$

$$\begin{cases} P_2 = P_{01}CPR^{-1}, & si\ PR > CPR \\ P_2 = P_a, & si\ PR < CPR \end{cases} \tag{3.51}$$

En quant a les secundàries, tindríem les relacions del nombre de Mach i de les propietats totals (3.4, 3.5 i 3.6).

3.6.3. Tovera convergent-divergent grau de modelització 2

Les suposicions per a realitzar la tovera convergent-divergent de grau 2 són:

1) Quasi 0-Dimensional: no tan sols es tindran en compte les propietats a l'entrada i a la sortida del component, sinó també les propietats al coll d'aquesta i abans i després de la possible ona de xoc.
2) Treballarà amb gasos ideals i processos isentròpics
3) El calor específic es manté constant.
4) Es modelitzarà el component en condició estacionària.

L'esquema del mòdul tovera convergent-divergent de grau 2 és el següent:

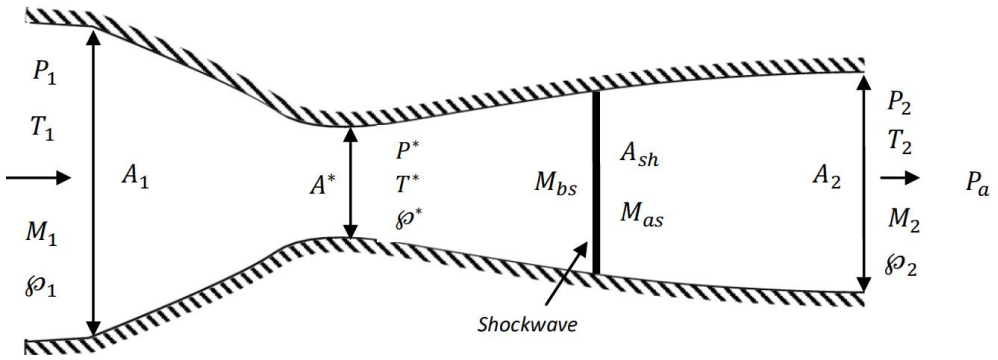


Fig. 3.10 Esquema del mòdul tovera convergent-divergent de grau 2

On el superíndex "*" indica les propietats al coll de la tovera, M_{bs} i M_{as} són el nombre de Mach abans i després de l'ona de xoc, respectivament, A_{sh} és l'àrea de la tovera on es produeix el xoc i P_a és la pressió ambient.

En una tovera convergent-divergent es poden donar diferents casos, segons la relació entre les pressions d'entrada i ambient, com s'observa en la figura 3.11 i que ara s'explicaran:

a) La velocitat a l'entrada, coll i sortida de la tovera és subsònica.
b) La velocitat a l'entrada i sortida, és subsònica, tot i que al coll trobem velocitat supersònica.
c) La velocitat a l'entrada és subsònica, al coll sònica i a la part divergent, en una zona és supersònica però es produeix un xoc i passa a ser subsònica.
d) El mateix cas que el c), però el xoc es produeix just a la sortida.
e) La velocitat a l'entrada, coll i sortida és supersònica, però apareixen ones de xoc obliqües al final degut a que la pressió de sortida és menor a l'ambiental.
f) Mateix cas que el e), però sense ones de xoc obliqües ja que la tovera està en condicions de disseny.
g) Mateix cas que el e), però les ones es produeixen perquè la pressió de sortida és major a l'ambiental.

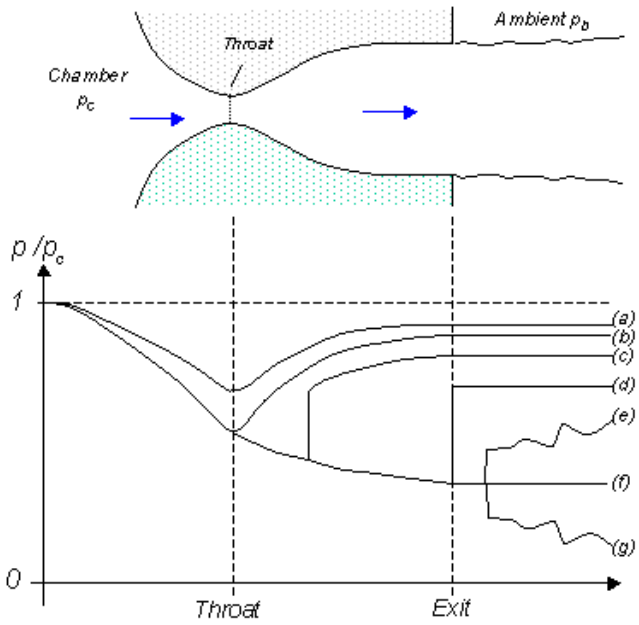


Fig. 3.11 Casos de la tovera convergent-divergent [18]

Alhora de modelitzar els diferents casos, s'han ajuntat els casos a i b i els c i d, fent així un total de 5 casos. Per a diferenciar cada cas, comparem la relació de

pressions entre l'ambiental i la d'entrada (3.53) amb diferents relacions de pressions crítiques (3.54 a 3.56). Aquestes, alhora, es calculen utilitzant els dos nombres de Mach crítics (una solució subsònica i una altra supersònica) que s'obtenen de la relació d'àrees entre el coll i la sortida de la tovera (3.52):

$$\frac{A_2}{A^*} = \frac{1}{M_{C1,C2}}\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}{M_{C1,C2}}^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad \textbf{(3.52)}$$

$$PR = \frac{P_a}{P_{01}} \quad \textbf{(3.53)}$$

$$CPR1 = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{C1}^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \quad \textbf{(3.54)}$$

$$CPR2 = \frac{2\gamma M_{C2}^2-(\gamma-1)}{\gamma+1}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{C2}^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \quad \textbf{(3.55)}$$

$$CPR3 = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{C2}^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \quad \textbf{(3.56)}$$

Com s'ha dit, comparant les relacions de pressió, s'han modelat 5 casos:

1) Quan PR≥CPR1. Es tracta dels casos a) i b) explicats anteriorment.
2) Quan CPR1>PR≥CPR2. Es tracta dels casos c) i d).
3) Quan CPR2>PR>CPR3. Es tracta del cas e).
4) Quan PR=CPR3. Es tracta del cas f).
5) Quan PR<CPR3. Es tracta del cas g).

Les equacions que es faran servir per modelitzar la tovera seran les 3.11, 3.12, 3.14, 3.15 de l'apartat 3.3.2 i, a més a més, les equacions relacionades amb l'ona de xoc normal que trobem en el cas 2. Les equacions són les següents:

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[\frac{(\gamma+1)M_{bs}^2}{(\gamma-1)M_{bs}^2+2}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left[\frac{\gamma+1}{2\gamma M_{bs}-(\gamma-1)}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \textbf{(3.57)}$$

$$M_{as}^2 = \frac{(\gamma-1)M_{bs}^2+2}{2\gamma M_{bs}^2-(\gamma-1)} \quad \textbf{(3.58)}$$

$$f = \begin{cases} \frac{M_{bs}}{M_{as}}\left[\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{bs}^2}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma+1)}} - \frac{\left(\frac{A^*}{A_2}\right)}{\left(\frac{A^*}{A_2}\right)_{is}}, & pel\ cas\ 2 \\ \frac{M_{bs}}{M_{as}}\left[\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{bs}^2}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma+1)}} - 1, & altrament \end{cases} \quad \textbf{(3.59)}$$

$$\begin{cases} \frac{P_{02}}{P_2} - \frac{P_{02}}{Pa} = 0, & pels\ casos\ 1\ i\ 2 \\ \frac{P_{02}}{P_2} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{c2}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, & altrament \end{cases} \quad \textbf{(3.60)}$$

Les equacions 3.57 i 3.58 són les característiques de l'ona de xoc normal, que, donades la pressió total P_{01} i el Mach abans del xoc M_{bs} ens permeten calcular la pressió total P_{02} i el Mach després del xoc M_{as}, respectivament [10]. En quant a la 3.59, és una funció deduïda de la relació d'àrees i que serveix per a donar una relació de Mach segons el cas, on (A^*/A_2) és la relació d'àrees real i $(A^*/A_2)_{is}$ la isentròpica (per a veure la deducció anar a l'Annex A). És a dir, si estem en el cas 2, tindrem una ona de xoc, i la funció ens servirà per a trobar els nombres de Mach abans i després del xoc. Si estem en qualsevol altre cas, en canvi, no hi haurà xoc, per tant els nombres de Mach abans i després del xoc no existiran. Per això, aquesta funció ens donarà el valor simbòlic de Mach 1 per indicar que no hi ha xoc i fer que al substituir M_{bs} a l'equació 3.57 se'ns conservin les pressions totals, que és el que passa en aquests casos. Finalment, l'equació 3.60 ens serveix per decidir quina pressió estàtica P_2 tenim en cada cas. Si estem en els casos 1 i 2, la tovera estarà adaptada i serà igual a la pressió ambiental. Si estem en qualsevol altre cas, en canvi, la pressió de sortida ens dependrà de la pressió total i el nombre de Mach crític de la sortida.

Per acabar, les equacions secundàries seran la 3.4, 3.5 i 3.6.

3.7. Mòdul inversor d'empenta

3.7.1. Inversor d'empenta grau de modelització 0

L'inversor d'empenta (*Thrust reverser* en anglès) és un component utilitzat en molts avions per tal d'invertir la direcció dels gasos i ajudar a frenar aquests. Les suposicions per a modelitzar-lo seran les següents:

1) 0-Dimensional.
2) La velocitat dels gasos de sortida es manté constant durant la inversió.
3) El flux dels gasos es considera uniforme i el factor de correcció del moment de flux (β) serà igual a 1.
4) Es modelitzarà el component en condició estacionària.

L'esquema del component el trobem a la figura 3.12. En quant a les equacions del mòdul, trobem la principal utilitzant l'equació del moment lineal per a un volum de control [11]. Tenint en compte la suposició 3 i que la velocitat dels gasos a la sortida del component tenen un cert angle, l'equació principal que ens queda és la 3.61. D'equacions secundàries tenim la 3.47.

$$\sum \vec{F} = \sum_{out} \beta \dot{m} \vec{v} - \sum_{in} \beta \dot{m} \vec{v} \ \rightarrow \ T_R = (1 + cos\,\theta)\dot{m}v \quad \textbf{(3.61)}$$

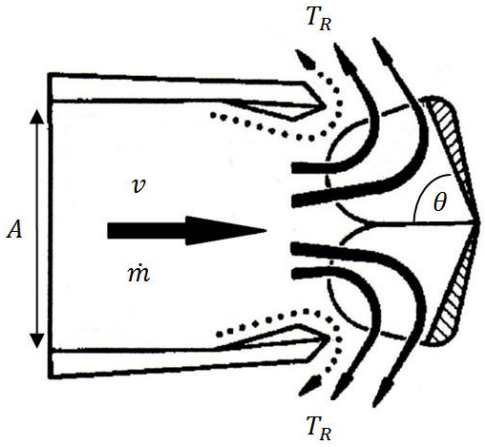


Fig. 3.12 Esquema del mòdul inversor d'empenta de grau 0

3.8. Mòdul eix de transmissió

3.8.1. Eix de transmissió grau de modelització 0

L'eix de transmissió és el component que transmet la potència mecànica entre els diferents components, en el nostre cas, entre la turbina i el compressor. Les suposicions alhora de modelitzar aquest component són:

1) 0-Dimensional.
2) No hi ha pèrdues. La potència d'entrada és igual a la de la sortida.
3) Es modelitzarà el component en condició estacionària.

L'esquema del nostre component és el següent:

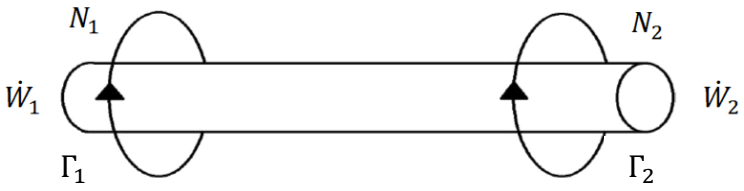


Fig. 3.13 Esquema del mòdul eix de transmissió de grau 0

Les 3 equacions principals d'aquest component són la 3.62, 3.63 i 3.64, on $\dot{W}$, N i Γ són la potència, revolucions per minut i el parell. L'equació secundària que utilitzarem (3.65) ens relacionarà aquestes 3 variables.

$$\dot{W}_2 = -\dot{W}_1 \qquad \textbf{(3.62)}$$

$$N_2 = N_1 \quad \textbf{(3.63)}$$

$$\Gamma_2 = \Gamma_1 \quad \textbf{(3.64)}$$

$$\dot{W}_{1,2} = \frac{2\pi N_{1,2}\Gamma_{1,2}}{60} \quad \textbf{(3.65)}$$

3.8.2. Eix de transmissió grau de modelització 1

El canvi respecte l'eix de grau de modelització 0 és el fet d'aparèixer una eficiència. Per tant, ara les equacions 3.62 fins a 3.63 dependran de l'eficiència de transmissió (η_T), tot i que l'equació secundària segueix sent la 3.65.

$$\dot{W}_2 = -\eta_T \dot{W}_1 \quad \textbf{(3.66)}$$

$$N_2 = \sqrt{\eta_T} N_1 \quad \textbf{(3.67)}$$

$$\Gamma_2 = \sqrt{\eta_T}\Gamma_1 \quad \textbf{(3.68)}$$

3.8.3. Eix de transmissió grau de modelització 2

La diferència respecte el grau de modelització 1 és que, l'eficiència la definim en funció dels tipus de coixinets que porti l'eix de transmissió, l'oli lubricant, etc.

Segons la referència [13], hi ha equacions experimentals que relacionen les pèrdues de potència (en kW) amb els coixinets de l'eix de transmissió. Aquestes equacions són, entre d'altres, la 3.69 per coixinets de bola i la 3.70 per coixinets de corró, que són els més utilitzats. A més a més, també proporciona una equació que relaciona les pèrdues de potència amb la resistència aerodinàmica de les turbines i compressors (3.71). Així doncs, l'eficiència es podria trobar sumant totes les pèrdues calculades (3.72).

$$BBPL = (4.87 \cdot 10^{-15} \cdot {D_s}^{3.95} \cdot N^{1.75} \cdot \mu_{oil}^{0.4} + 3.19 \cdot 10^{-10} \cdot N \cdot D_s \cdot Q_{oil}) \quad \textbf{(3.69)}$$

$$RBPL = (2.07 \cdot 10^{-15} \cdot {D_s}^{3.95} \cdot N^{1.75} \cdot \mu_{oil}^{0.4} + 1.56 \cdot 10^{-10} \cdot N \cdot D_s \cdot Q_{oil}) \quad \textbf{(3.70)}$$

$$DWPF = 3.75 \cdot 10^{-3} \cdot \rho \cdot {D_d}^2 \cdot v_{rim}^3 \quad \textbf{(3.71)}$$

$$\eta_T = \frac{\dot{W}_1 - \sum(BBPL + DWPF)}{\dot{W}_1} \quad \textbf{(3.72)}$$

On D_s és el diàmetre de l'eix, N les rpm, μ_{oil} la viscositat de l'oli lubricant, Q_{oil} és el flux d'oli lubricant, ρ la densitat de l'aire, D_d el diàmetre del disc de turbina

o compressor i v_{rim} és la velocitat del disc. Les equacions restants són les mateixes que en el grau 1, a l'apartat 3.8.2.

3.9. Mòdul caixa de canvis

3.9.1. Caixa de canvis grau de modelització 0

El component caixa de canvis redueix les rpm d'entrada per tal d'adaptar-les a altres components, com podria ser una hèlix. Les suposicions fetes són:

1) 0-Dimensional.
2) No hi ha pèrdues. La potència d'entrada és igual a la de la sortida.
3) Es modelitzarà el component en condició estacionària.

L'esquema del component caixa de canvis grau 0 l'observem a la figura 3.14.

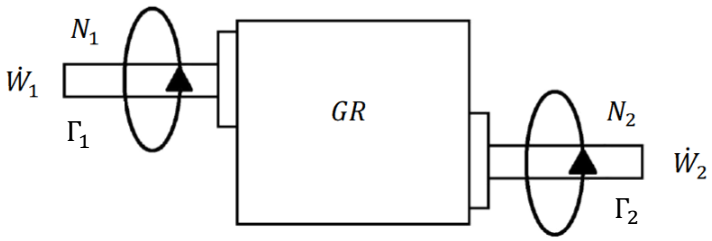


Fig. 3.14 Esquema del mòdul caixa de canvis de grau 0

Les equacions principals seran la 3.62 i les 3.63 i 3.64 relacionades pel factor *GR* (3.73 i 3.74), que és el factor de la caixa de canvis (en anglès, *gear ratio)*. L'equació secundària serà la 3.65, que relaciona els paràmetres $\dot{W}$, N i Γ.

$$N_2 = \frac{N_1}{GR} \quad \textbf{(3.73)}$$

$$\Gamma_2 = GR\ \Gamma_1 \quad \textbf{(3.74)}$$

3.9.2. Caixa de canvis grau de modelització 1

La diferència respecte el grau de modelització 0 és l'aparició de l'eficiència de la caixa de canvis η_{GB}. D'aquesta manera les equacions principals serien de la 3.75 a la 3.77. D'equacions secundàries, com en el grau 0, tenim la 3.65.

$$\dot{W}_2 = \eta_{GB}\dot{W}_1 \quad \textbf{(3.75)}$$

$$N_2 = \frac{N_1}{GR}\sqrt{\eta_{GB}} \quad \textbf{(3.76)}$$

$$\Gamma_2 = GR\ \Gamma_1\sqrt{\eta_{GB}} \quad \textbf{(3.77)}$$

3.9.3. Caixa de canvis grau de modelització 2

El canvi respecte el grau de modelització 1 és que definim l'eficiència pel cas que no és el de disseny, és a dir, per quan la potència rebuda és major o menor que el cas de disseny.

Segons la referència [13], per a calcular les pèrdues, utilitza les del cas de disseny de la caixa de canvis (3.78) i li suma un factor ponderat amb un 40% que relaciona les pèrdues de disseny amb les de fora de disseny (3.79). D'aquesta manera, podem trobar l'eficiència de la caixa de canvis (3.80).

$$\Delta\dot{W}_{des} = \dot{W}_{1_{des}} - \dot{W}_{2_{des}} \quad \textbf{(3.78)}$$

$$\Delta\dot{W} = \Delta\dot{W}_{des}\left(0.6 + 0.4\frac{\dot{W}_1}{\dot{W}_{1_{des}}}\right) \quad \textbf{(3.79)}$$

$$\eta_{GB} = \frac{\dot{W}_1 - \Delta\dot{W}}{\dot{W}_1} \quad \textbf{(3.80)}$$

3.10. Mòdul generador elèctric

3.10.1. Generador elèctric grau de modelització 0

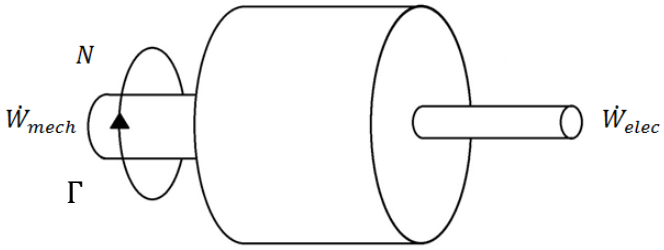


Fig. 3.15 Esquema del mòdul generador elèctric de grau 0

El generador elèctric és un component que transformarà part de la potència mecànica produïda per la turbina en potència elèctrica. Les suposicions són:

1) 0-Dimensional.

2) No hi ha pèrdues. La potència elèctrica és igual a la mecànica.
3) Es modelitzarà el component en condició estacionària.

L'equació principal d'aquest mòdul és la 3.81, on $\dot{W}_{elec}$ és la potència elèctrica i $\dot{W}_{mech}$ la potència mecànica, i l'equació secundària serà la 3.65:

$$\dot{W}_{elec} = \dot{W}_{mech} \tag{3.81}$$

3.10.2. Generador elèctric grau de modelització 1

La diferència respecte el grau 0 és l'aparició de l'eficiència del generador η_G. Per tant, l'equació principal seria la 3.82 i la secundària segueix sent la 3.65:

$$\dot{W}_{elec} = \eta_G \dot{W}_{mech} \tag{3.82}$$

3.10.3. Generador elèctric grau de modelització 2

El canvi respecte el grau de modelització 1 és l'aparició de magnituds com la freqüència, el voltatge, la intensitat i la impedància.

En comptes de la conversió directa de potència mecànica en elèctrica, com en els dos graus de modelització anteriors, en aquest grau s'intenta modelitzar d'una forma senzilla la producció d'energia elèctrica a partir de les rpm d'un eix de transmissió. Segons la referència [13], la freqüència de la tensió produïda pel generador vindrà donada per l'equació 3.83, on n_{pp} és el nombre de parells de pols i N les rpm. La tensió de pic la trobarem amb l'equació 3.84, on B és la densitat de flux magnètic, A l'àrea del generador i n_{ct} el nombre de voltes de la bobina. Finalment, amb les equacions 3.85, 3.86 i 3.87, mitjançant la llei d'Ohm, trobem la potència elèctrica generada, on I és el corrent, Z_{eq} és la impedància equivalent que veu el generador i Z_R, Z_C i Z_L les impedàncies resistives, capacitives i inductives, respectivament.

$$f = \frac{n_{pp}N}{60} \tag{3.83}$$

$$V = BAn_{ct} \tag{3.84}$$

$$I = \frac{V}{Z_{eq}} \tag{3.85}$$

$$Z_{eq} = \sqrt{\sum {Z_R}^2 + \sum {Z_C}^2 + \sum {Z_L}^2} \tag{3.86}$$

$$\dot{W}_{elec} = VI \tag{3.87}$$

3.11. Sistema FADEC

Una de les futures implementacions que tindríem en ment realitzar és la programació d'un sistema FADEC utilitzant tots els components programats, tant per mi com per altres companys.

El sistema FADEC (de l'anglès *Full Authority Digital Engine Control*) és un sistema de control dels paràmetres del motor per a turbines de gas. La seva funció principal és la de controlar la bomba de combustible, proporcionant al motor la quantitat de fuel necessària per al seu funcionament, sempre tenint en compte la temperatura dels gasos d'escapament, la posició dels comandaments del gas i les relacions de pressions en el motor.

Alhora de programar un sistema FADEC, hauríem de tenir en compte que les mesures que aquest sistema ha de fer per tal de dur a terme la seva funció són les següents:

1) Pressió de la cambra de combustió.
2) Temperatura d'escapament dels gasos.
3) Voltatge i bateria de la bomba.
4) Revolucions per minut dels eixos de transmissió.

Com a la realitat, a part de mesurar, el sistema FADEC es pot programar per tal que realitzi les seves funcions de la manera que nosaltres volem. Els paràmetres que d'aquesta manera serien programables per part de l'usuari serien:

1) Pressió màxima permesa de funcionament del sistema.
2) Pressió del motor al ralentí.
3) Pressió mínima del motor, també anomenada *de parada.*
4) Temperatura màxima de funcionament del sistema.
5) Temperatura d'engegada mínima.
6) Posició del comandament de gasos a potència màxima
7) Posició del comandament de gasos al ralentí.
8) Posició del comandament de gasos de parada.
9) Velocitat d'acceleració i de desacceleració
10) Pendent d'engegada de motor.

La programació d'un sistema FADEC seria molt útil per tal de simular l'engegada d'un motor des de zero, des de la parada fins el règim estacionari, passant pel règim transitori. Com ja hem dit, aquest sistema no es tractarà més en aquest treball, ja que, és tan sols una implementació futura que seria interessant de tenir en compte més endavant.

CAPÍTOL 4. PROGRAMACIÓ I TEST

4.1. Programació dels components

Per a la programació dels components s'ha utilitzat la programació orientada a objectes i el llenguatge d'alt nivell C++. Les raons d'escollir aquest llenguatge és bàsicament perquè és l'après a la universitat i el que és més familiar. La programació orientada a objectes s'ha escollit degut a la infinitat de components que es programaran i per a poder-los "acoblar" tots en un nombre indefinit de motors diferents. D'aquesta manera, per a cada component tan sols es tindrà un fitxer de capçalera (.h) on es trobaran definides totes les equacions explicades en el capítol 3 i un fitxer principal (.cpp) on aquestes equacions estaran implementades en codi C++. Això facilitarà la posterior creació dels motors, on es podran ensamblar junts tants components com es desitgi.

4.2. Mètode de resolució Newton-Raphson

Com que la intenció final és el muntatge d'un simulador de motor de turbina, les equacions de cada component no poden ser programades per a ser resoltes per tan sols una incògnita predefinida, s'han de programar i resoldre de forma genèrica. Per això s'utilitzarà el mètode Newton-Raphson.

Aquest, és un mètode iteratiu que busca les arrels de les funcions. Per a fer-ho es comença donant una suposició inicial del valor de la incògnita i el mètode linealitza la funció mitjançant la recta tangent en aquell valor inicial. L'abscissa a l'origen d'aquesta recta serà una millor aproximació de l'arrel que el valor anterior. Aquest mètode s'anirà repetint fins a arribar a la precisió desitjada.

Per a utilitzar aquest mètode, definirem les nostres equacions segons l'equació 4.1. Seguidament, suposarem uns valors inicials per a les nostres incògnites emmagatzemades al vector X (4.2). Posteriorment avaluarem el Jacobià de les nostres funcions i incògnites (4.3) i calcularem la nova aproximació de les nostres incògnites (4.4). [14]

$$f(\mathrm{X}) = \begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_n) = f_1(\mathrm{X}) \\ \dots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) = f_n(\mathrm{X}) \end{cases} \quad \textbf{(4.1)}$$

$$\mathrm{X} = [x_1, \dots, x_n]^T \quad \textbf{(4.2)}$$

$$J_f(\mathrm{X}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \textbf{(4.3)}$$

$$\mathrm{X}' = \mathrm{X} - J_f^{-1}(\mathrm{X}) f(\mathrm{X}) \quad \textbf{(4.4)}$$

4.3. Test dels components

En aquest apartat s'explicaran i es mostraran els resultats dels diferents tests realitzats per a cada component. Els tests podran ser de diferents tipus, des de comparar un senzill càlcul d'un component amb una referència bibliogràfica, fins a realitzar un gràfic de la variació d'una variable en funció d'una altre per comprovar que els resultats tenen sentit. Cal destacar que, per falta de temps, no s'han arribat a programar tots els mòduls amb tots els graus de modelització, i per tant, no es veuran els tests de tots els components modelitzats al capítol 3.

4.3.1. Test del mòdul difusor

4.3.1.1. Difusor subsònic grau de modelització 0

Per a realitzar el test del difusor de grau 0 ens hem basat en un exercici sobre un turbojet trobat en la referència [9]. L'exercici és el 9-145, es troba a la pàgina 553 del llibre i la resolució d'aquest la trobem al solucionari del llibre a la pàgina 9-106.

L'exercici dóna les dades següents: T_{in}=241 K, P_{in}=32 kPa, v_{in}=320 m/s, C_p=1.05 kJ/KgK i γ=1.4. Com podem veure a l'esquerra de la figura 4.1, les solucions que el solucionari proporciona són: T_{out}=291.9 K, P_{out}=62.6 kPa. Al introduir les mateixes dades al mòdul difusor subsònic de grau 0 programat, els resultats que ens donen són els mateixos però amb més resolució, com podem veure a la part dreta de la figura 4.1, que es una captura de pantalla del programa. Podem observar, també, que amb els *initial guess* de T_{out}=250 K i P_{out}=120 kPa els paràmetres han convergit a la solució correcta en 3 iteracions.

Per acabar, podem dir que el mòdul funciona correctament i està preparat per a ser acoblat a un motor.

$$T_2 = T_1 + \frac{V_1^2}{2c_p} = 241\,\text{K} + \frac{(320\ \text{m/s})^2}{(2)(1.005\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K})}\left(\frac{1\ \text{kJ/kg}}{1000\ \text{m}^2/\text{s}^2}\right) = 291.9\ \text{K}$$

$$P_2 = P_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{k/(k-1)} = (32\ \text{kPa})\left(\frac{291.9\ \text{K}}{241\ \text{K}}\right)^{1.4/0.4} = 62.6\ \text{kPa}$$

```
The known data is
 Tin: 241.000000
 Pin: 32000.000000
 Vin: 320.000000
 Cp: 1005.000000
 gamma: 1.400000

The final solution is
 Tout: 291.945274
 Pout: 62610.244527
 PR: 1.956570

Number of iterations 3
```

Fig. 4.1 Solucions de l'exercici del difusor subsònic de grau 0

4.3.1.2. Difusor subsònic grau de modelització 1

Degut a que no hi ha cap exercici resolt sobre el difusor subsònic de grau 1, utilitzant les equacions amb les quals ha estat modelitzat al capítol 3, es realitzarà un gràfic comparatiu de la pressió total de sortida, P_{02}, en funció del nombre de Mach a l'entrada, entre el mòdul programat i el programa de simulació de motors *GasTurb11*. Per a realitzar els càlculs s'ha suposat una temperatura ambient de 241 K, una pressió ambient de 32 kPa, una eficiència del 97% i unes àrees A_1 i A_2 de 0.12 i 0.2 m^2, respectivament. Com podem veure a la figura 4.2, les pressions són gairebé idèntiques, tenint un petit error al principi però arribant a coincidir per nombres de Mach més elevats.

Un cop comprovat el bon funcionament del mòdul, s'ha realitzat un gràfic, que es pot observar a la figura 4.3, on es veu la variació de la pressió total a la sortida en funció del Mach d'entrada i de l'eficiència del difusor. Com es pot observar, segons el rendiment, tenim més o menys pèrdues de pressió total, sent més elevades quan més alt és el Mach.

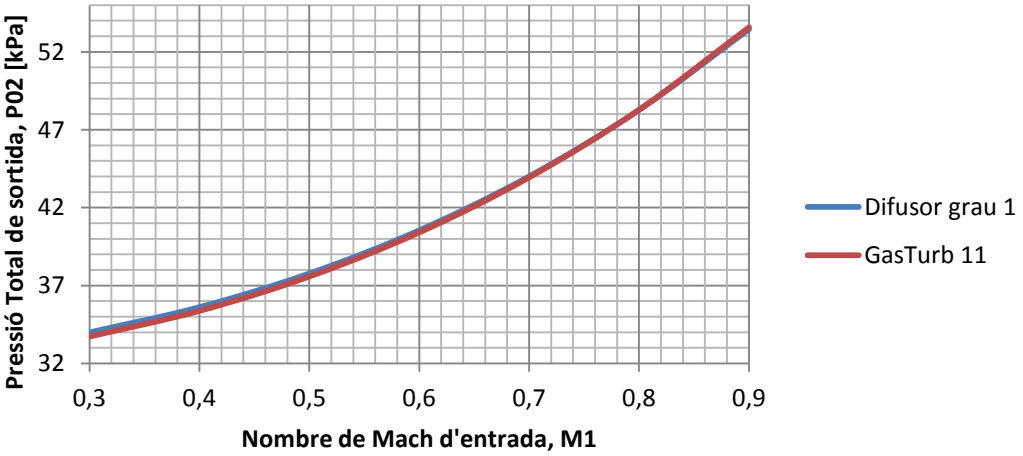


Fig. 4.2 Pressió total a la sortida en funció del Mach d'entrada

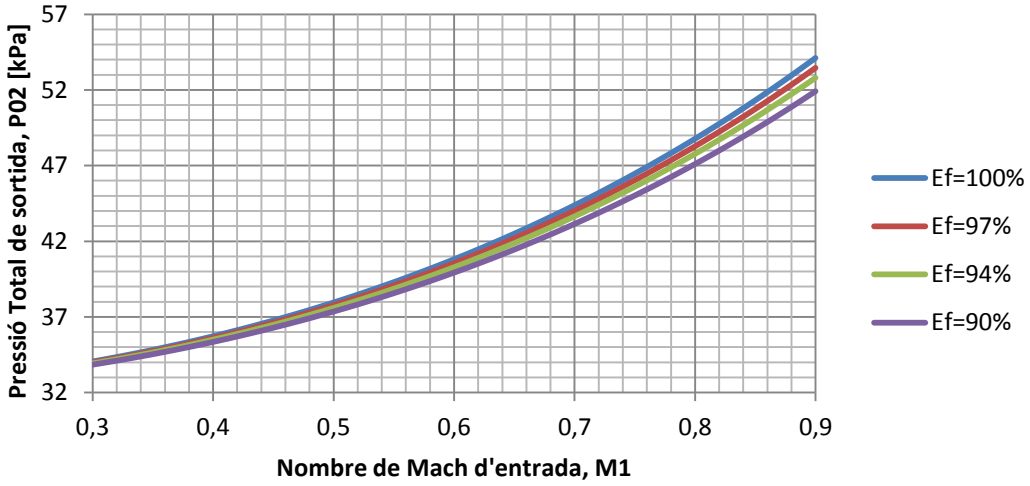


Fig. 4.3 Variació de la pressió total a la sortida en funció del Mach i l'eficiència

4.3.1.3. Difusor supersònic grau de modelització 2

Com s'ha explicat en l'apartat 3.3.3., el difusor supersònic de grau 2 està modelitzat per un difusor subsònic de grau 1 on se li produeix a l'exterior una ona de xoc obliqua i una ona de xoc normal. En aquest test, comprovarem els resultats de realitzar l'ona de xoc obliqua i posteriorment un anàlisi del difusor complert. L'ona de xoc normal, s'analitzarà posteriorment quant parlem de la tovera convergent divergent de grau 2, en l'apartat 4.3.4.3.

Basant-nos en l'esquema del difusor supersònic de la figura 3.3, seleccionarem un angle del nucli central, *a*, de 5º, unes àrees A_1 i A_2 de 0.06 i 0.12 m^2, respectivament, una eficiència del 95% i condicions estàndard al nivell del mar de pressió i temperatura (101kPa i 288K). Per mostrar els resultats de l'ona de xoc obliqua, representarem els gràfics de l'angle de l'ona de xoc *s* (figura 4.4), i del Mach després del xoc M_1 (figura 4.5), en funció del Mach d'entrada i ho compararem amb els resultats del simulador d'ones de xoc obliqües de la NASA que podrem trobar a la referència [15].

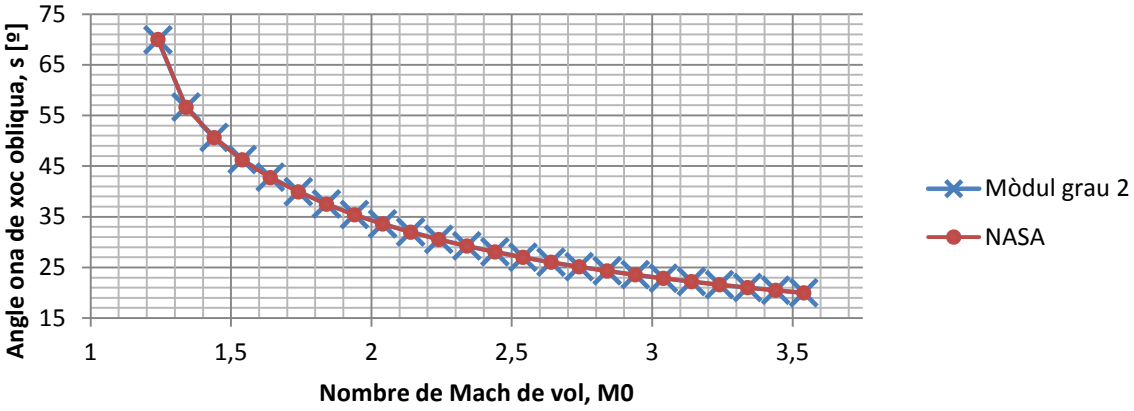


Fig. 4.4 Angle de l'ona de xoc en funció del Mach de vol

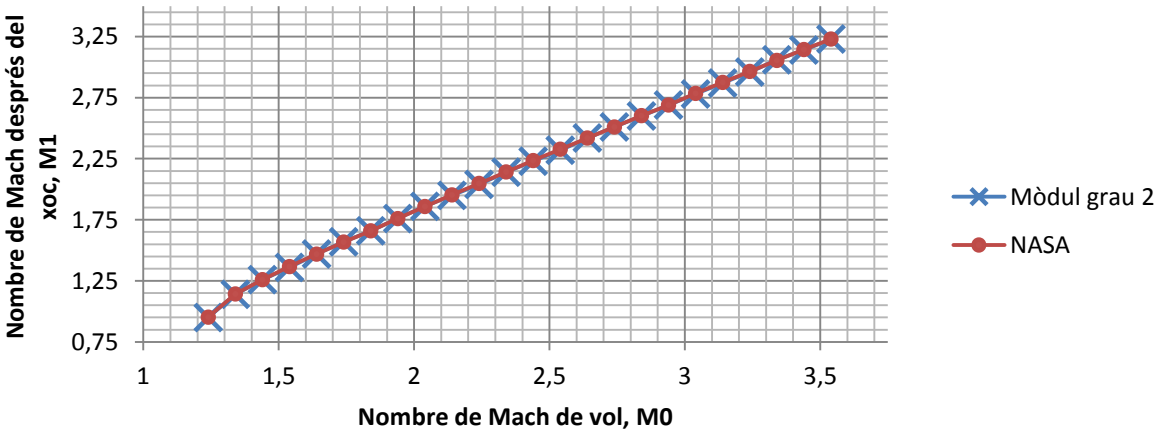


Fig. 4.5 Mach després del xoc en funció del Mach de vol

Com es pot observar, els símbols dels resultats del mòdul de grau 2 i els del simulador de referència coincideixen. Els càlculs realitzats pel mòdul programat

són gairebé els mateixos, a excepció del segon decimal, als del simulador de la NASA, per tant, acabem de comprovar que els resultats són prou bons. Com es pot veure, l'ona de xoc obliqua, per a un angle del nucli central de 5º, no es forma a Mach 1, sinó una mica més tard, a Mach 1,24.

En quant a la figura 4.5, veiem que, un cop més, els resultats són idèntics als del simulador. A més a més, al realitzar el test i analitzar els resultats, s'ha pogut comprovar que el nombre de Mach després de l'ona de xoc obliqua augmenta linealment a mesura que augmentem el Mach de vol, un resultat que ens ha sorprès bastant després d'haver utilitzat l'equació 3.17.

4.3.2. Test del mòdul conducte

Degut a que el test del conducte de grau 0 és una trivialitat i no és gaire interessant (ja que tot el que li entra li surt igual) i el conducte de grau 2 no s'ha pogut arribar a programar, es farà tan sols el test del conducte de grau 1.

Per a fer-lo, començarem fixant l'eficiència del conducte, la temperatura total a l'entrada i la pressió estàtica a la sortida. Seguidament s'anirà variant la pressió total a l'entrada per a veure com varia el nombre de Mach a la sortida del conducte. El test s'ha realitzat amb una temperatura total a l'entrada de 400 K, una pressió total a l'entrada que varia de 100 a 150 kPa, una pressió estàtica a la sortida de 100 kPa i amb unes àrees d'entrada i sortida de 0,1 m^2.

Com s'observa a la figura 4.6, el Mach a la sortida augmenta a mesura que la pressió total a l'entrada augmenta. Es pot observar que el Mach augmenta molt ràpidament al principi, pujant 0,4 unitats en tan sols una diferència de 10 kPa entre l'entrada i la sortida. Un aspecte a destacar és que, a diferència que amb el difusor de grau 2, en aquest cas les solucions han convergit perfectament sense haver de modificar els *initial guess*. Això corrobora que la complexitat de les equacions influeix directament en la convergència.

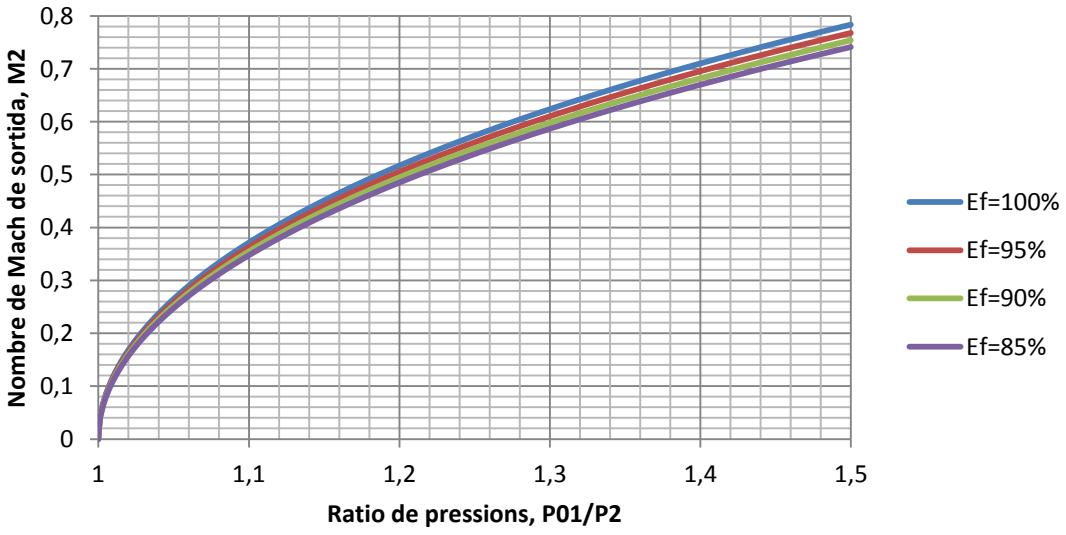


Fig. 4.6 Variació del nombre de Mach a la sortida del conducte de grau 1

4.3.3. Test del mòdul cambra de mesclat

4.3.3.1. Cambra de mesclat grau de modelització 0

Per a realitzar el test de la cambra de mesclat de grau 0, es realitzarà un senzill càlcul a mà degut a que les equacions són senzilles i després es comparará amb el resultat obtingut del mòdul.

Tenint en ment l'esquema i les equacions del capítol 3 apartat 3.5.1., suposarem que els fluxos de massa 1 i 2 són 10 i 15 kg/s, respectivament, que les seves temperatures 1 i 2 són 400 i 300 K, respectivament, i les pressions d'entrada són 100 kPa. Començarem utilitzant l'equació 3.29 per a calcular el flux de massa a la sortida de la cambra (4.5). Un cop el tenim, utilitzem l'equació 3.30 per calcular la temperatura de la mescla (4.6). I finalment, sabent que és un procés a pressió constant, amb l'equació 3.31, trobem la pressió de la mescla (4.7).

$$\dot{m}_3 = 10 + 15 = 25\ kg/s \quad \textbf{(4.5)}$$

$$T_3 = \frac{400 \cdot 10 + 300 \cdot 15}{25} = 340\ \mathrm{K} \quad \textbf{(4.6)}$$

$$P_3 = 100\ kPa \quad \textbf{(4.7)}$$

Com veiem a la figura 4.7, els resultats del mòdul coincideixen amb els dels càlculs realitzats, corroborant el bon funcionament d'aquest. A més a més, degut a la senzillesa de les fórmules, la solució correcta ha convergit en tan sols una iteració, sent les prediccions inicials 122 per a la temperatura i 12 per el flux de massa.

```
The known data is:

P1: 100.000000
T1: 400.000000
m1: 10.000000
P2: 100.000000
T2: 300.000000
m2: 15.000000

The final solution is:

P3: 100.000000
T3: 340.000000
m3: 25.000000

The number of iterations is: 1
```

Fig. 4.7 Solucions de l'exercici de la cambra de mesclat grau 0

4.3.4. Test del mòdul tovera

4.3.4.1. Tovera convergent grau de modelització 0

Per a realitzar el test de la tovera convergent de grau 0, es realitzarà un senzill càlcul a mà degut a que les equacions són senzilles i després es comparará amb el resultat obtingut del mòdul.

Tenint en ment l'esquema i les equacions del capítol 3 apartat 3.6.1., suposarem que la pressió ambiental és de 20 kPa, la pressió d'entrada a la tovera és de 35 kPa i la temperatura d'entrada és de 600 K. Calculant el *PR* i el *CPR* amb les equacions 3.44 i 3.45, podrem comprovar que la relació de pressions és menor que la crítica i per tant, no trobem cap xoc a la tovera i la pressió de sortida és l'ambiental (4.8 i 4.9). Després, mitjançant l'equació 3.43 podrem calcular la temperatura de sortida dels gasos (4.10) i finalment amb l'equació 2.11 tindrem la velocitat dels gasos d'escapament (4.11), que veiem que efectivament és menor que la velocitat del so en el medi (4.12). Com podem comprovar a la figura 4.8, les solucions obtingudes són les mateixes que les que hem trobat a mà i, un altre cop, la poca complicació de les equacions ha fet que la solució hagi pogut convergir en tan sols 4 iteracions.

$$PR = \frac{35}{20} = 1.75 \quad \textbf{(4.8)}$$

$$CPR = \left(\frac{1{,}4+1}{2}\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 1.89 \quad \textbf{(4.9)}$$

$$T_2 = 600 \cdot \left(\frac{20}{35}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 511.34\ K \quad \textbf{(4.10)}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 1005 \cdot (600 - 511.34)} = 422.14\ m/s \quad \textbf{(4.11)}$$

$$v_{so} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 511.34} = 457.27\ m/s \quad \textbf{(4.12)}$$

```
The input values are:

Pin: 35000.000000
Tin: 600.000000
Pa: 20000.000000
k: 1.400000
R: 287.000000


The final solution is:

Tout: 511.342403
Pout: 20000.000000
Vout: 422.139515


Number of Iterations 4
```

Fig. 4.8 Solucions de l'exercici de la tovera convergent de grau 0

4.3.4.2. Tovera convergent grau de modelització 1

Els tests que es realitzaran per aquest mòdul es presentaran gràficament, per a que s'apreciïn millor els resultats. S'han realitzat 2 tests, per a veure la variació de la pressió d'escapament dels gasos P_2 i la variació del Mach de sortida M_2, tots dos en funció del *ratio* de pressions P_{01}/P_a. Els coneixements ens diuen que, la pressió de sortida serà constant a pressió ambient fins arribar al punt crític on començarà a pujar; i el Mach a la inversa, anirà augmentant fins arribar al punt crític i al produir-se el xoc es mantindrà constant a 1.

Les dades que s'han usat per a la simulació han estat les següents: pressió ambient 20 kPa, temperatura total a l'entrada 500 K, àrees A_1 i A_2, 0.16 i 0.08 m^2, respectivament, pressió total a l'entrada variable de 20 kPa fins 60 kPa i eficiència variable de 1 a 0.9.

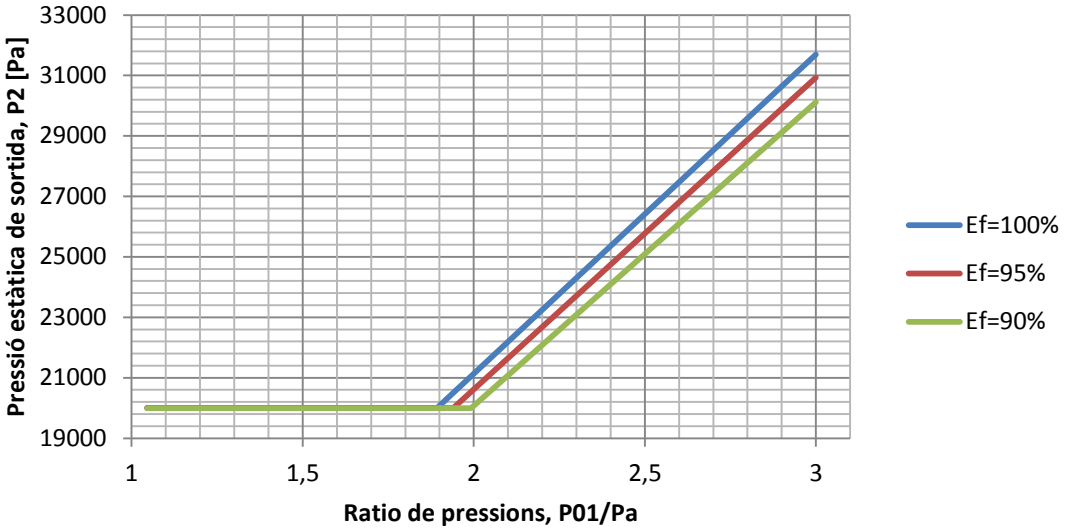


Fig. 4.9 Pressió estàtica de sortida en funció del ratio de pressions

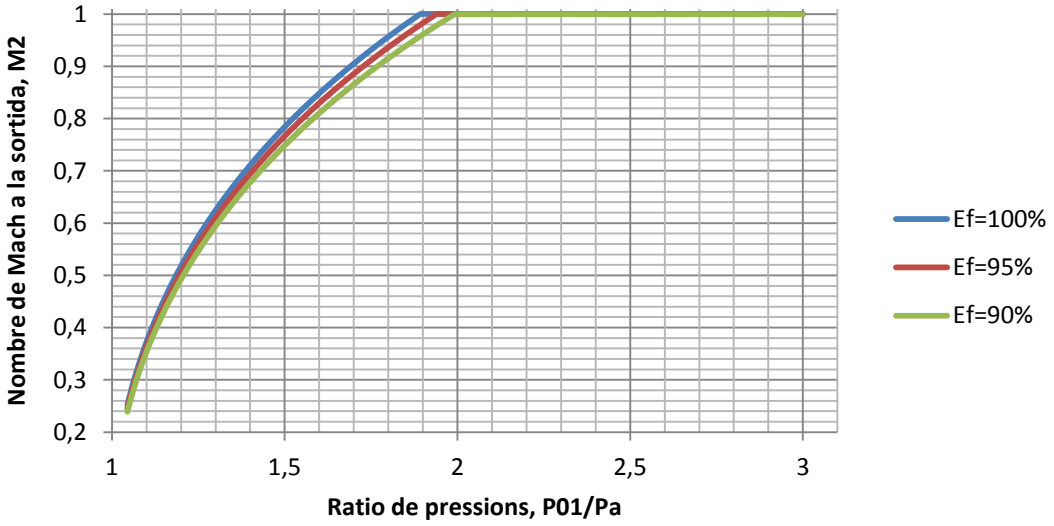


Fig. 4.10 Nombre de Mach a la sortida en funció del ratio de pressions

Com podem observar a les figures 4.9 i 4.10, passa exactament el que s'ha comentat al principi de l'apartat, la pressió estàtica dels gasos d'escapament es manté constant a 20 kPa fins arribar a la relació de pressions crítica, que és 1.9 aproximadament, i comença a pujar. El Mach, com també s'ha dit, va augmentant fins arribar al punt crític, on es manté constant.

Cal comentar que per a realitzar aquest test s'ha hagut d'anar modificant els *initial guess*, ja que, el valor de les pressions ha variat molt, de 20 a 60 kPa.

4.3.4.3. Tovera convergent-divergent grau de modelització 2

Els tests que es realitzaran per aquest mòdul estaran orientats principalment a la simulació de l'ona de xoc normal, que es produeix a la part divergent de la tovera. Per tant, es mostraran 3 gràfics simulant la variació de la pressió estàtica de sortida dels gasos, del Mach de sortida dels gasos i dels nombres de Mach abans i després de l'ona de xoc. Tot en funció de la relació de pressions entre la pressió ambiental i la pressió total a l'entrada. Els resultats obtinguts s'han comprovat i es poden comprovar amb diferents simuladors de xocs normals [16] i de toveres convergent-divergents [17] que trobem per a planes web com la de la NASA, i veiem que els resultats són molt satisfactoris.

Tenint en ment l'esquema que podem trobar a l'apartat 3.6.3., les condicions de la simulació han estat: A_1, A_t i A_2 són 0.15, 0.05 i 0.2 m^2, respectivament, P_a=30 kPa, T_{01}=2200 K, γ=1.4, R=287 i la P_{01} variable de 30 kPa fins a 1.5 MPa. Com podem observar a la figura 4.11, la pressió estàtica de sortida es manté constant a la pressió ambiental (tovera adaptada) fins a arribar CPR2, que com veiem, en aquest cas és 0.29. A partir d'allà, el xoc que s'havia format dintre la part divergent surt a fora, fent que la velocitat dels gasos sigui supersònica (com veurem a la figura 4.12) i provocant que la pressió decreixi molt al marxar el xoc i vagi augmentant progressivament.

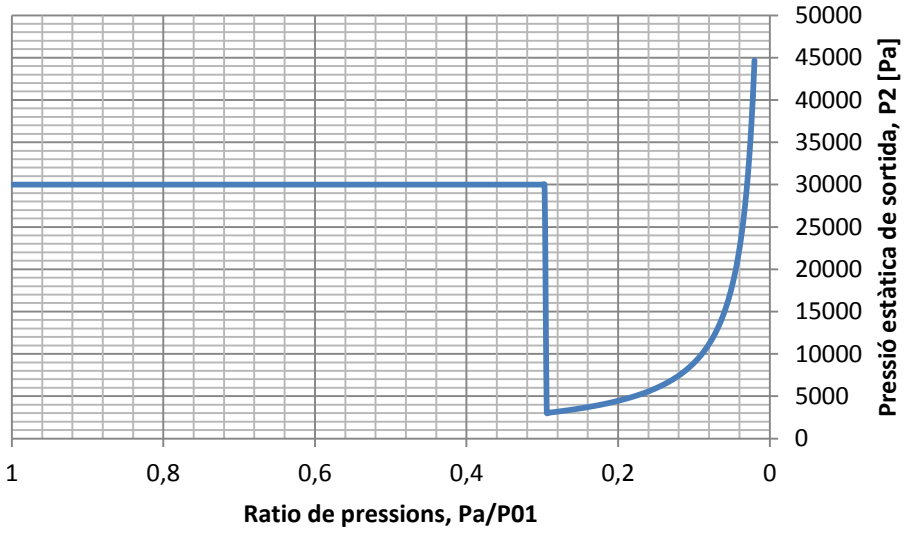


Fig. 4.11 Pressió estàtica de sortida en funció del ratio de pressions

Si ens fixem amb la figura 4.12, veiem que el Mach va augmentant progressivament fins a un valor de 0.5 a mesura que augmentem la pressió total d'entrada, fins que arriba al mateix CPR2 abans comentat, on, com hem dit, el Mach pateix un salt fins a ser supersònic al valor del M_{C2}.

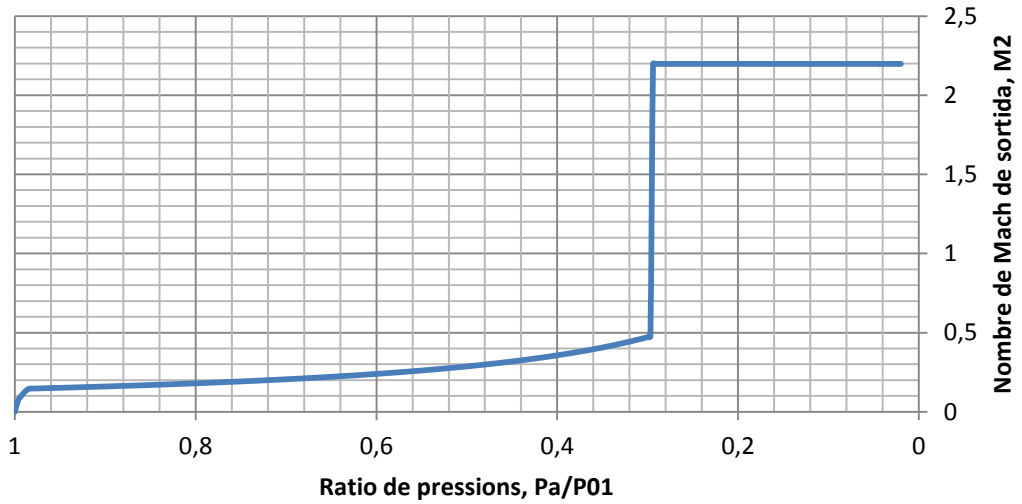


Fig. 4.12 Mach de sortida en funció del ratio de pressions

Finalment, en la última figura, la 4.13, veiem representats el Mach abans de l'ona de xoc (M_{bs}) i el Mach després de l'ona de xoc (M_{as}), en funció del ratio de pressions. Com podem observar, a partir de certa relació de pressions, que és la CPR1, apareix l'ona de xoc a la part divergent i trobem que els dos Mach apareixen. A partir d'allà, l'ona de xoc es va desplaçant per la part divergent i el M_{bs} va augmentant i M_{as} disminuint, fins arribar al CPR2, on aquests tornen a desaparèixer, ja que l'ona de xoc ha sortit de la tovera.

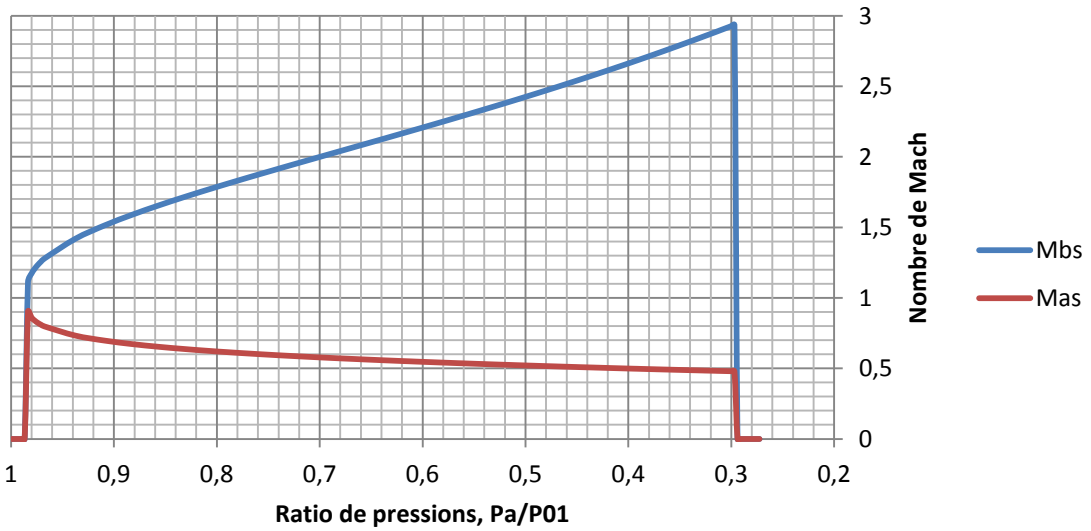


Fig. 4.13 M_{bs} i M_{as} en funció del ratio de pressions

CAPÍTOL 5. MOTORS REALITZATS

Degut al problema de limitació de temps no s'ha pogut realitzar tots els motors que s'havien pensat en un principi, arribant-ne a ensamblar dos: el turboreactor de grau de modelització 0 i l'estatoreactor de grau de modelització 2.

5.1. Turboreactor grau de modelització 0

Per a realitzar el turboreactor de grau 0 s'han hagut d'acoblar 7 mòduls de grau de modelització 0: el difusor subsònic, el compressor, la cambra de combustió, la turbina, l'eix de transmissió, la tovera i el mòdul de l'atmosfera estàndard. Cal destacar que la meva aportació han estat el difusor, l'eix de transmissió i la tovera, i que els altres mòduls han estat realitzats per altres companys.

L'anàlisi que es realitzarà del turboreactor serà un gràfic on podrem veure el *TSFC* en funció de la relació de pressions del compressor. El *TSFC* és un paràmetre dels motors de turbina que ens indica la quantitat de fuel necessària per a produir una unitat d'empenta. En el gràfic es realitzarà una comparativa amb el simulador *GasTurb11*, veient així quin és l'error respecte el programa.

Les condicions amb les que s'ha fet la simulació són: altitud de 2000 m, Mach de vol 0.3, massa de fuel 4.7 kg, massflow 235 kg/s i poder calorífic del fuel 43,1 MJ/kg. El gràfic en qüestió el podem veure a la figura 4.14.

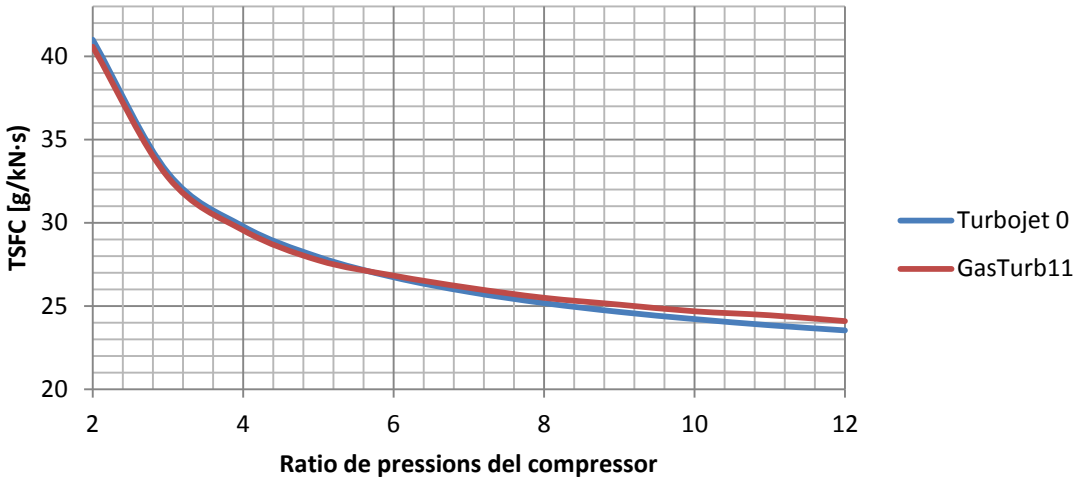


Fig. 4.14 TSFC del turboreactor 0 en funció del ratio de pressions

Com podem veure, els resultats són molt similars per relacions de pressions baixes, però es van separant a mesura que augmentem aquesta relació. Cal destacar que per obtenir aquesta gràfica, s'ha hagut de modificar les opcions del *GasTurb11* per a fer-lo el més ideal possible, com les eficiències, per igualar les condicions de les dues simulacions. A més a més, s'ha hagut

d'ajustar els paràmetres per a que la relació estequiomètrica del *GasTurb11* fos en tot moment la mateixa que la del nostre motor, 0.02.

Com a conclusió del turboreactor de grau 0, podem estar satisfets ja que, a part d'obtenir bons resultats, el fet d'haver-lo fet funcionar ja és tot un èxit, per la complexitat d'acoblar components.

5.2. Estatoreactor grau de modelització 2

Per a realitzar l'estatoreactor de grau 2 s'han utilitzat bàsicament 3 components de grau 2: el difusor supersònic, la postcombustió i la tovera convergent divergent. Cal destacar que el mòdul de postcombustió de grau 2 ha estat modelitzat per un altre company que realitzava els components de transferència de calor i ens hem associat per a poder acoblar aquest motor.

Degut a que l'anàlisi dels paràmetres d'un motor no és senzilla i no es pot representar fàcilment en un o dos gràfics, s'ha decidit simular el motor amb unes condicions determinades i posteriorment comparar-ho amb el simulador de motors de turbines de gas *GasTurb 11.* Per a realitzar la comparació es comentaran les condicions inicials suposades per a realitzar la simulació i després una taula amb els resultats dels dos simuladors.

Primer de tot cal definir l'esquema del motor estatoreactor de grau 2, per saber la nomenclatura i la situació de cada variable que mostrarem a les taules. Aquest esquema és el que podem veure a la figura 5.2.

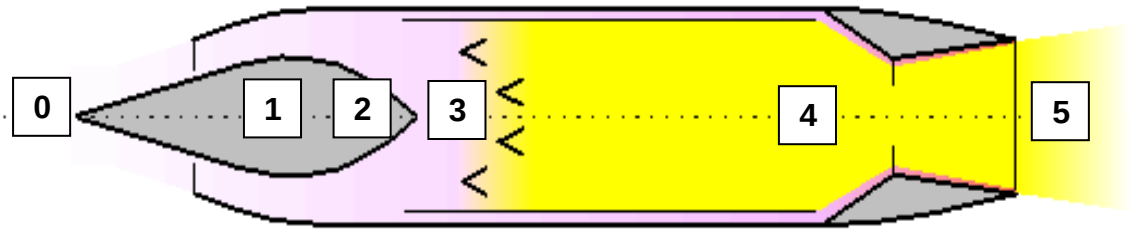


Fig. 4.15 Esquema del motor estatoreactor de grau 2

Les condicions imposades han estat: altitud de 5000 m, Mach de vol M_0=3, eficiència del difusor 0.95, eficiència de combustió 0.95 i una relació d'àrees entre la sortida de la tovera i el coll de 4.

Un cop introduïts els següents paràmetres, els resultats obtinguts són els que podem observar a la taula 1. Com podem veure, els resultats de l'estatoreactor grau 2 són bastant similars als del simulador *GasTurb11*, amb l'excepció de les pressions totals i els massflows. L'error en les pressions totals és degut al fet que en la modelització del difusor supersònic tan sols es produeix una ona de xoc obliqua, en comptes de més d'una com es fa en la realitat. El fet de fer tan sols una és un procés molt ineficient, raó per la qual la pressió total disminueix

molt més que en l'altre. El tema dels massflows, és degut a que el nostre simulador ha estat dissenyat amb unes àrees més petites que les del *GasTurb11*, i això afecta directament als nostres massflows, fent que aquests siguin molt més petits.

Taula 1.

Paràmetre	GasTurb 11	Estatoreactor 2	Error relatiu
P_0	54.02 kPa	54.02 kPa	-
T_0	255.65 K	255.65 K	-
M_0	3	3	-
P_{01}	2011.88 kPa	1973.74 kPa	1.93%
T_{01}	704.39 K	715.82 K	1.59%
M_1	-	2.74	-
m_1	-	-	-
A_1	-	-	-
P_{02}	1610.97 kPa	801.982 kPa	100.87%
T_{02}	704.39 K	715.82 K	1.59%
M_2	0.5	0.491	1.8%
m_2	101.69 kg/s	31.65 kg/s	-
A_2	0.056 m^2	0.035 m^2	-
P_{03}	1562.04 kPa	795.87 kPa	96.27%
T_{03}	704.39 K	715.82 K	1.59%
M_3	0.1	0.107	6.54%
m_3	97.62 kg/s	31.65 kg/s	-
A_3	0.241 m^2	0.142 m^2	-
P_{04}	1442.52 kPa	781.73 kPa	84.52%
T_{04}	2201.89 K	2237.17 K	1.57%
M_4	0.214	0.197	8.63%
m_4	102.73 kg/s	33.4 kg/s	-
A_4	0.242 m^2	0.15 m^2	-
P_{05}	1442.52 kPa	781.73 kPa	84.52%
T_{05}	2160.39 K	2237.17 K	3.43%
M_5	2.729	2.94	7.17%
m_5	106.8 kg/s	33.4 kg/s	-
A_5	0.353 m^2	0.2 m^2	-

Com a conclusió de l'estatoreactor, podem dir que ha estat un èxit ja que per fer-lo funcionar es van necessitar acoblar 3 components de grau 2, formant un total de 46 equacions amb 46 incògnites. Tot i que tenim moltes pèrdues en pressió degut a l'ona de xoc obliqua, els resultats són coherents i comparables amb el simulador *GasTurb11*, assolint així la nostra meta de programar un programa simulador de motors de turbina de qualitat.

CONCLUSIONS

El nostre objectiu inicial consistia en la modelització de diferents components de motors de turbines de gas per a la posterior programació i creació d'un programa que realitzés simulacions numèriques dels diferents tipus de motors que podem trobar avui en dia.

Tot i que les modelitzacions dels components no han arribat al grau de dificultat suficient com per a la seva representació en 1-D real o 2-D, en el cas dels components del tipus conducte la seva modelització ha estat prou complerta, arribant a modelitzar el tema de les ones de xoc, un fet que en primera instància semblava fora del nostre abast i de la qual estem molt orgullosos.

Encara que el temps ha jugat en la nostra contra, ha estat suficient com per a poder crear dos simulacions de motors, un turboreactor de dificultat senzilla i un estatoreactor de la màxima dificultat de modelització, arribant-los a comparar amb el simulador numèric de turbines de gas *GasTurb11* i obtenint resultats similars.

Cal destacar que durant la realització del treball se'ns ha presentat un problema del qual no érem conscients al inici d'aquest, el tema dels *initial guess*. Aquest ha estat un dels majors problemes alhora de realitzar els ensamblats dels motors i de les simulacions, ja que, tot i que el motor o el mòdul estigués ben programat amb les equacions correctes, calia ajustar molt bé aquells valors inicials. Com a ampliacions futures es podria estudiar un mètode alternatiu per a l'obtenció d'*initial guess* més acurats i que alhora facilitin les simulacions i facin el programa més robust.

Per anar concloent, podem dir que s'han assolit la gran majoria dels objectius inicials, ja que hem pogut modelitzar els components i s'han pogut simular motors obtenint resultats molt millors del que havíem pensat en un principi. Dit això, és cert que potser amb una mica més de temps o en un futur proper hagués estat molt satisfactori poder crear algun altre tipus de motor, com per exemple un *Turbofan* o un Turbohèlix. A més a més, per qüestions més visuals, també s'hauria pogut fer una interfície gràfica per a simular els motors, però com ja hem dit, es deixarà com a futures ampliacions.

Finalment i per acabar, cal insistir en que s'han pogut complir la majoria de metes que ens havíem proposat al iniciar el treball i que el fet d'obtenir resultats concloents després de mesos de treball produeix una gran satisfacció personal difícil d'explicar.

REFERÈNCIES

[1] Cohen, H., Rogers, G.F.C., Saravanamuttoo, H.I.H, *Gas Turbine Theory*, Longman Group Limited, England, 1996.

[2] Boyce M. P., *Gas Turbine*, *Engineering Handbook*, fourth edition, Elsevier, Waltham, 2012.

[3] Soares, C., *Gas Turbines: A Handbook of Air, Land, and Sea Applications,* Elsevier, California, 2008.

[4] Charles E. Otis, *Aircraft Gas Turbine Power Plants*, Jeppesen, Colorado, 2010.

[5] Esteban Oñate, A., *Turborreactores: Teoría, sistemas y propulsion de aviones*, Paraninfo, Madrid, 1981.

[6] Cuesta Álvarez, M., *Motores de reacción: Tecnología y operación de vuelo,* Paraninfo, Madrid, 1995.

[7] Sáinz Díez, V., *El motor a reacción y sus sistemas auxiliares*, Paraninfo, Madrid, 2007.

[8] Dugger, Gordon L., *Ramjets*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1969.

[9] Cengel, Y.A., Boles, M., Thermodynamics: An Engineering Approach, McGraw-Hill, New York, 2010.

[10] Ames Research Staff, *Report 1135. Equations, tables and charts for compressible flow,* National Advisory Committee for Aeronautics, Moffett Field, California, 1951.

[11] Cengel, Y.A., Cimbala, J.M., *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications,* McGraw-Hill, New York, 2004.

[12] Stratford B.S., Williams J.G., *A simplified Treatment of Losses for One-Dimensional Mixing Between Hot and Cold Gas Streams at Constant Pressure and Low Velocity*, Ministry of Aviation, Aeronautical Research Council, London 1963.

[13] Walsh P.P., Fletcher P., *Gas Turbine Performance*, Second Edition, Blackwell Science, Oxford, 2004.

[14] Hoffman, J.D., *Numerical Methods for Engineers and Scientists*, Second Edition, Marcel Dekker, Inc., New York, 2001.

[15] http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/airplane/oblique.html

[16] http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/airplane/normal.html

[17] http://www.engapplets.vt.edu/fluids/CDnozzle/index.html

[18] http://www.engapplets.vt.edu/fluids/CDnozzle/cdinfo.html

[19] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Jet_engine.svg

[20] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Turbofan_operation_lbp.svg

[21] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Turboprop_operation-en.svg

[22] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Turboshaft_operation.png

[23] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Ramjet_operation.svg

Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i Aeroespacial de Castelldefels
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ANNEXOS

TÍTOL DEL TFC/PFC: Gas Turbine Design & Analysis Tool: Ducting Components

TITULACIÓ: Enginyeria Tècnica Aeronàutica, especialitat Aeronavegació

AUTOR: Ferran Vilella Moreno

DIRECTOR: Fernando Pablo Mellibovsky Elstein

DATA: 16 de juliol de 2012

ANNEX A

En aquest annex deduirem l'equació 3.59 de la tovera convergent-divergent, que podem trobar al capítol 3 apartat 3.6.3. Abans de començar recordem que l'equació en qüestió és la següent:

$$f = \begin{cases} \frac{M_{bs}}{M_{as}} \left[\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{bs}^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma+1)}} - \frac{\left(\frac{A^*}{A_2}\right)}{\left(\frac{A^*}{A_2}\right)_{is}}, & pel\ cas\ 2 \\ \frac{M_{bs}}{M_{as}} \left[\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{bs}^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma+1)}} - 1\,, & altrament \end{cases} \qquad \textbf{(A.1)}$$

Un cop recordada la fórmula que hem de deduir, cal mostrar l'esquema amb el qual ens basarem alhora de fer la deducció. L'esquema és semblant al que podem trobar al mateix capítol tres, en la figura 3.10, però fixant-nos una mica més en la part divergent de la tovera. L'esquema orientatiu que seguirem el podem veure a la següent figura:

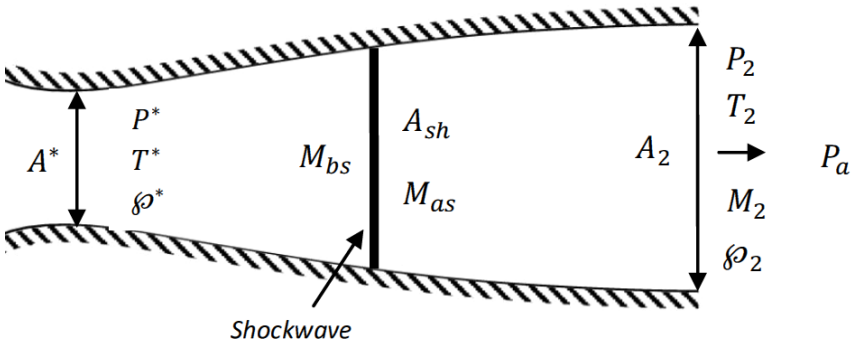


Fig. A.1 Part divergent de la tovera convergent-divergent

On A^* és l'àrea del coll de la tovera, A_{sh} és l'àrea que té la tovera on es produeix l'ona de xoc, A_2 és l'àrea de sortida de la tovera, M_{bs} el nombre de Mach abans de l'ona de xoc, M_{as} el nombre de Mach després de l'ona de xoc i M_2 el nombre de Mach de sortida de la tovera.

La nostra intenció és trobar una equació que ens doni una relació entre els nombres de Mach abans i després d'una ona de xoc sabent la relació d'àrees entre la sortida i el coll de la tovera. Per tant, caldrà buscar i combinar aquelles equacions que depenguin de factors com A_2, A_{sh}, A^*, M_{bs} i M_{as}.

Per començar la deducció, agafarem l'equació que ens dóna el nombre de Mach en un punt sabudes la relació d'àrees entre el coll i el punt en qüestió.

Aquesta és l'equació 3.52 del capítol 3, però aquí la reescriurem amb les variables que ens interessen, que són l'àrea del xoc i el Mach abans del xoc:

$$\frac{A_{sh}}{A^*} = \frac{1}{M_{bs}}\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}{M_{bs}}^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad \textbf{(A.2)}$$

Aquesta equació la utilitzarem més endavant en la nostra deducció, combinant-la amb una altra equació. Ara anem a buscar l'altra equació que utilitzarem.

Per a trobar la nova equació amb la que combinarem la A.2, utilitzarem l'equació del massflow reduït (3.11) vista en el capítol 3. Adaptant aquesta equació per a les condicions de just després de l'ona de xoc i per a les condicions de sortida de la tovera, trobem les equacions A.3 i A.4:

$$\wp_{as} = \frac{\dot{m}_{as}\sqrt{T_{0as}}}{P_{0as}\,A_{sh}} \quad \textbf{(A.3)}$$

$$\wp_2 = \frac{\dot{m}_2\sqrt{T_{02}}}{P_{02}A_2} \quad \textbf{(A.4)}$$

Com veiem, les equacions A.3 i A.4, ens depenen dels factors A_{sh} i A_2 (cal destacar que, estrictament parlant, l'equació A.3 hauria d'estar en dependència de l'àrea de després del xoc A_{as}, però hem considerat que aquesta àrea es la mateixa que l'àrea on es produeix el xoc A_{sh}) , que són les variables que ens interessen. A més a més, com sabem que el massflow és conserva, podem igualar les dues equacions i per intentar obtenir la relació entre les dues àrees que hem comentat:

$$\dot{m}_{as} = \dot{m}_2 \rightarrow \frac{\boldsymbol{\wp_{as}} P_{0as}A_{sh}}{\sqrt{T_{0as}}} = \frac{\wp_2 P_{02s}A_2}{\sqrt{T_{02}}} \quad \textbf{(A.5)}$$

Com en aquesta tovera convergent-divergent modelitzada no considerem pèrdues de pressió total que no siguin les estrictament donades per l'aparició de l'ona de xoc normal i considerem que és un sistema adiabàtic en el que no tenim pèrdues de temperatura total, sabem que aquestes dues magnituds és conserven i que, per tant, seran les mateixes per als dos casos. D'aquesta manera, simplificant l'equació A.5, obtenim la relació d'àrees entre el xoc i la sortida:

$$\wp_{as}A_{sh} = \wp_2 A_2 \rightarrow \frac{A_{sh}}{A_2} = \frac{\wp_2}{\boldsymbol{\wp_{as}}} \quad \textbf{(A.6)}$$

Es pot observar a l'equació A.6 que la relació d'àrees està en dependència dels massflows reduïts a la sortida i a l'entrada de la tovera. Com s'ha explicat en l'apartat 3.6.3, el massflow reduït tan sols depèn del nombre de Mach al punt en qüestió i de la naturalesa del propi fluid, com podem veure a l'equació 3.12. Doncs bé, substituint a l'equació A.6 l'equació 3.12 adaptada pels casos de just després de l'ona de xoc i de sortida de la tovera, obtenim la nova equació A.7:

$$\frac{A_{sh}}{A_2} = \frac{M_2\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_2^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}}{M_{as}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}} \qquad \textbf{(A.7)}$$

Considerant que el fluid que tenim no ha canviat i simplificant, l'equació A.7 pren la seva forma final (A.8), llesta per a poder ser combinada amb l'A.2:

$$\frac{A_{sh}}{A_2} = \frac{M_2}{M_{as}}\left[\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_2^2}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \qquad \textbf{(A.8)}$$

Com hem comentat, ara combinarem l'equació A.2 i A.8. Si ens hi fixem, en l'equació A.2 tenim la relació entre l'àrea del xoc i l'àrea al coll, i en l'A.8 tenim la relació entre l'àrea del xoc i l'àrea de la sortida. Si volem aconseguir una equació que ens depengui tan sols de l'àrea al coll i a la sortida, el que farem serà multiplicar l'equació A.8 per la inversa de l'equació A.2. Si ho fem, i simplifiquem una mica l'equació, arribarem a l'expressió A.9:

$$\frac{A^*}{A_2} = \frac{M_{bs}}{M_{as}}\left[\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{bs}^2}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot \frac{\boldsymbol{M_2}}{\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(\mathbf{1}+\frac{\gamma-1}{2}\boldsymbol{M_2^2}\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \qquad \textbf{(A.9)}$$

Si ens hi fixem en l'expressió A.9, podrem veure que el segon terme de l'expressió no és més que la inversa de l'equació A.2 adaptada per a les condicions de sortida de la tovera. Sabent això, podrem substituir-la per la relació d'àrees en qüestió, que no és més que la relació d'àrees isentròpica, és a dir, la relació d'àrees ideal quan no es tingués l'ona de xoc a la tovera. Fent el que acabem de comentar, l'expressió final de l'equació és:

$$\frac{\left(\frac{A^*}{A_2}\right)}{\left(\frac{A^*}{A_2}\right)_{is}} = \frac{M_{bs}}{M_{as}}\left[\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{bs}^2}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma+1)}} \qquad \textbf{(A.10)}$$

I aquesta relació és l'expressió que ens relaciona els nombres de Mach abans i després del xoc sabudes la relació d'àrees entre el coll de la tovera i la sortida de la mateixa.

Ara bé, alhora de programar el mòdul tovera convergent-divergent, també s'ha de tenir en compte els cassos en que no hi ha ona de xoc normal. Per tal de cobrir ambdós cassos amb la mateixa equació, s'ha modificat l'expressió A.10 per a fer que al avaluar-la en cas de no existir xoc, ens donés uns valors de M_{bs} i M_{as} que al substituir-los en l'equació 3.57 i 3.58 del capítol 3 se'ns conservés la pressió total, que és el que passa en el cas ideal. Com sabem que al no existir l'ona de xoc la relació d'àrees real i isentròpica serà la mateixa, podem modificar l'equació A.10 de la següent manera:

$$1 = \frac{M_{bs}}{M_{as}} \left[\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{bs}^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma+1)}} \qquad \textbf{(A.11)}$$

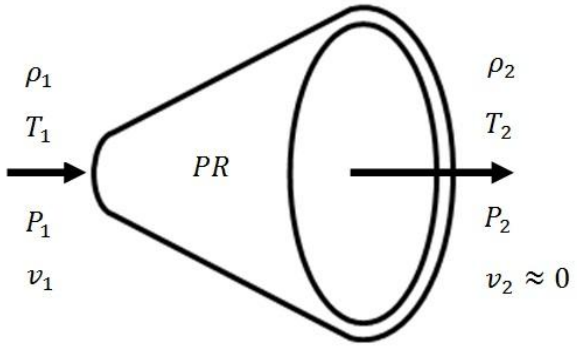
Si ens hi fixem, l'equació A.11 avaluaria a 0 si els nombres de Mach abans i després del xoc fossin 1. Aquest valor d'1 és un valor simbòlic, ja que sabem que no existirà ona de xoc i que per tant no existiran aquests dos nombres de Mach. De totes maneres, al obtenir els valors d'1, al substituir-lo a l'equació 3.58 se'ns compliria la igualtat i al substituir-los a l'equació 3.57 ens donaria que la pressió total es conserva, que és el que volíem. Per tant, l'equació final que farem servir per la modelització i posterior programació de la tovera convergent divergent seria l'A.1, que la trobem definida a trossos segons el cas que sigui, definits en l'apartat 3.6.3 del treball.

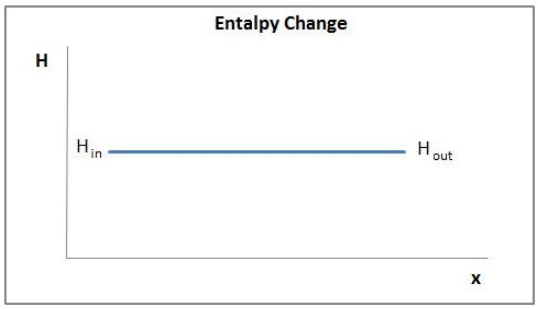
ANNEX B

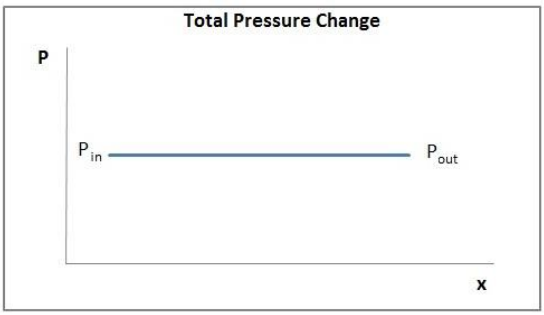
B1. Fitxes mòdul difusor

Component: Diffuser **Modeling degree: 0**

Schematic and graphs







Description and assumptions

The **diffuser** is an intake duct whose mission is to channel the air flow to the compressor**, being capable of: provide** the required flow through the engine, deliver it with stability **and** transform most of kinetic energy into pressure.

Assumptions:

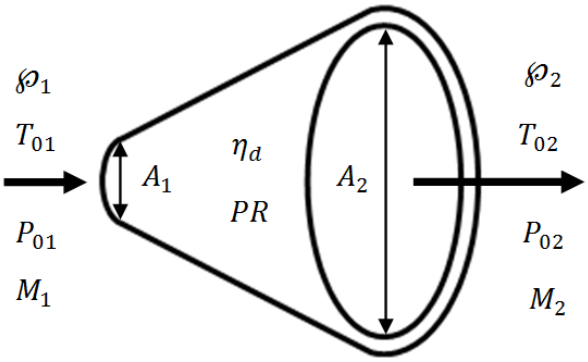
- 0-Dimensional (the diffuser will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Ideal gas isentropic compression.
- The gases velocity in the diffuser outlet (v_{out}) will be assumed 0.
- Cp remains constant between the diffuser inlet and outlet.
- Stationary condition.

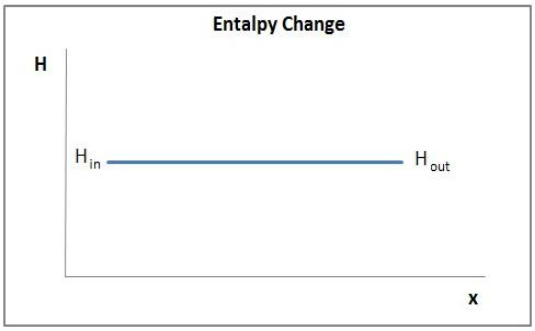
Variables	Formulas
$v_{1,2} \rightarrow Velocity$ $T_{1,2} \rightarrow Temperature$ $P_{1,2} \rightarrow Pressure$ $\rho_{1,2} \rightarrow Density$ $C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$ $\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$ $PR \rightarrow Pressure\ Ratio$	**Main formulas** $T_2 = T_1 + \frac{v_1^2}{2C_p}$ $P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ **Secondary formulas** $\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ $PR = \frac{P_2}{P_1}$

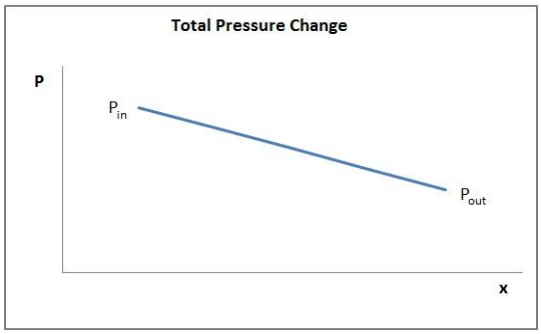
Observations

Component: Diffuser **Modeling degree: 1**

Schematic and graphs







Description and assumptions

The **diffuser** is an intake duct whose mission is to channel the air flow to the compressor**, being capable of: provide** the required flow through the engine, deliver it with stability **and** transform most of kinetic energy into pressure.

Assumptions:

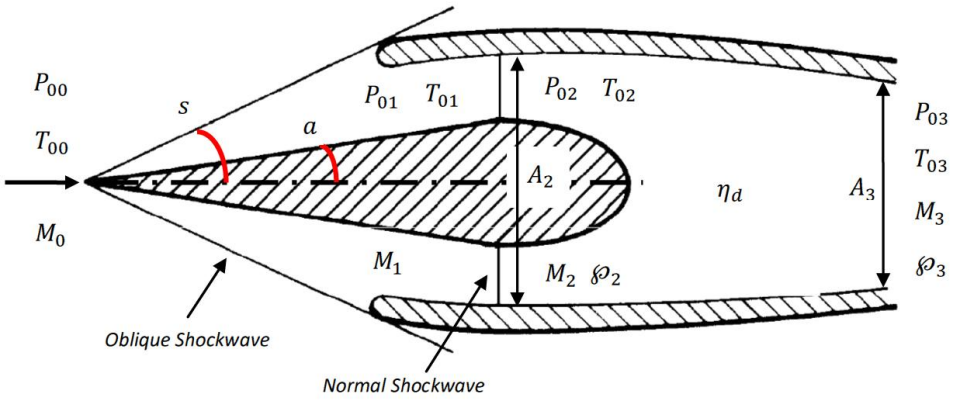
- 0-Dimensional (the diffuser will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Ideal gas isentropic compression.
- Cp remains constant between the diffuser inlet and outlet.
- Stationary condition.

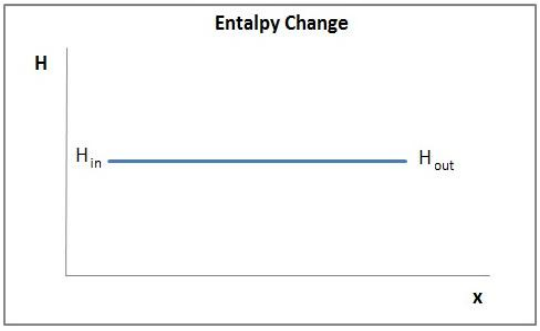
Variables	Formulas
$v_{1,2} \rightarrow Velocity$ $M_{1,2} \rightarrow Mach\ number$ $T_{1,2} \rightarrow Static\ Temperature$ $T_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Temperature$ $P_{1,2} \rightarrow Static\ Pressure$ $P_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Pressure$ $\rho_{1,2} \rightarrow Density$ $\eta_d \rightarrow Diffuser\ Efficiency$ $C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$ $\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$ $R \rightarrow Gas\ constant$ $\dot{m}_{1,2} \rightarrow Mass\ flux$ $\wp_{1,2} \rightarrow Corrected\ mass\ flux$ $a_{1,2} \rightarrow Sound\ speed$ $PR \rightarrow Pressure\ Ratio$ $A_1 \rightarrow Input\ Nozzle\ Area$ $A_2 \rightarrow Output\ Nozzle\ Area$	**Main formulas** $\eta_d = \frac{P_{02} - P_1}{P_{01} - P_1}$ $T_{02} = T_{01}$ $\wp_{1,2} = \frac{\dot{m}_{1,2}\sqrt{T_{01,02}}}{P_{01,02}\, A_{1,2}}$ $\wp_{1,2} = M_{1,2}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1,2}^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$ $\dot{m}_2 = \dot{m}_1$ **Secondary formulas** $T_{01,02} = T_{1,2}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1,2}^2\right)$ $P_{01,02} = P_{1,2}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1,2}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ $M_{1,2} = \frac{v_{1,2}}{a_{1,2}}$ $a_{1,2} = \sqrt{\gamma R T_{1,2}}$ $PR = \frac{P_{01}}{P_{02}}$

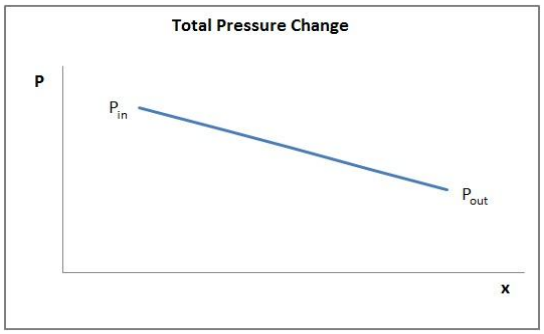
Observations

Component: Supersonic Diffuser Modeling degree: 2

Schematic and graphs







Description and assumptions

The diffuser is an intake duct whose mission is to channel the air flow to the compressor**, being capable of: provide** the required flow through the engine, deliver it with stability **and** transform most of kinetic energy into pressure.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the diffuser will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Ideal gas isentropic compression.
- Cp remains constant between the diffuser inlet and outlet.
- Stationary condition.

Variables	Formulas
$v_{1,2,3} \rightarrow Velocity$ $M_{1,2,3} \rightarrow Mach\ number$ $T_{1,2,3} \rightarrow Static\ Temperature$ $T_{01,02,03} \rightarrow Total\ Temperature$ $P_{1,2,3} \rightarrow Static\ Pressure$ $P_{01,02,03} \rightarrow Stagnation\ Pressure$ $\rho_{1,2,3} \rightarrow Density$ $\eta_d \rightarrow Diffuser\ Efficiency$ $\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$ $R \rightarrow Gas\ constant$ $\dot{m}_{1,2,3} \rightarrow Mass\ flux$ $\wp_{1,2,3} \rightarrow Corrected\ mass\ flux$ $a_{1,2,3} \rightarrow Sound\ speed$ $a \rightarrow Deflection\ angle$ $s \rightarrow Shock\ angle$ $PR \rightarrow Pressure\ Ratio$ $A_2 \rightarrow Input\ Diffuser\ Area$ $A_3 \rightarrow Output\ Diffuser\ Area$	**Main formulas** $\begin{cases} s = 0\ , & if\ M_0 < 1 \\ \cot(a) = \tan(s)\left[\frac{(\gamma+1)M_0^2}{2(M_0^2\sin^2(s)-1)} - 1\right], & else \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{M_1}{M_0} = 1, & if\ M_0 < 1 \\ M_1^2\sin(s-a) = \frac{(\gamma-1)M_0^2\sin^2(s)+2}{2\gamma M_0^2\sin(s)-(\gamma-1)}, & else \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{P_{01}}{P_{00}} = 1, & if\ M_0 < 1 \\ \frac{P_{01}}{P_{00}} = \left[\frac{(\gamma+1)M_0^2\sin^2(s)}{(\gamma-1)M_0^2\sin^2(s)+2}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left[\frac{\gamma+1}{2\gamma M_0^2\sin^2(s)-(\gamma-1)}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}, & else \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{M_2}{M_1} = 1, & if\ M_0 < 1 \\ M_2^2 = \frac{(\gamma-1)M_1^2+2}{2\gamma M_1^2-(\gamma-1)}, & else \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{P_{02}}{P_{01}} = 1, & if\ M_0 < 1 \\ \frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[\frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2+2}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left[\frac{\gamma+1}{2\gamma M_1^2-(\gamma-1)}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}, & else \end{cases}$ $\eta_d = \frac{P_{03}-P_2}{P_{02}-P_2}$ $T_{03} = T_{02}$ $\wp_{2,3} = \frac{\dot{m}_{2,3}\sqrt{T_{02,03}}}{P_{02,03}\,A_{2,3}}$ $\wp_{2,3} = M_{2,3}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{2,3}^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$ $\dot{m}_3 = \dot{m}_2$

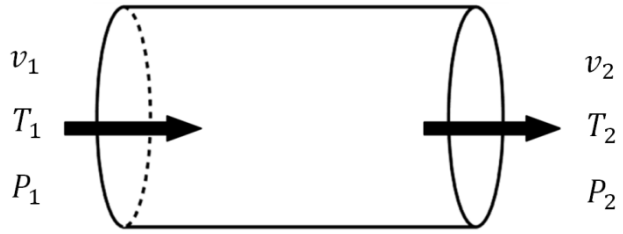
	Secondary formulas
	$$T_{02,03} = T_{2,3}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{2,3}^2\right)$$ $$P_{02,03} = P_{2,3}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{2,3}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$ $$M_{2,3} = \frac{v_{2,3}}{a_{2,3}}$$ $$a_{2,3} = \sqrt{\gamma R T_{2,3}}$$ $$PR = \frac{P_{00}}{P_{03}}$$

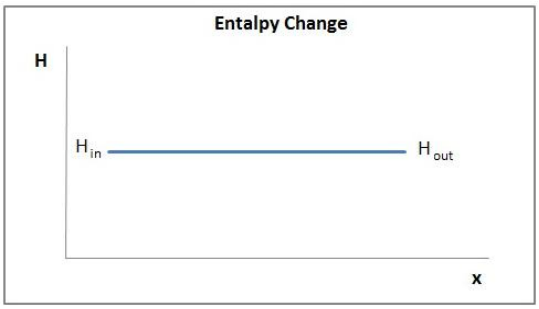
Observations
When the flight regime is subsonic (M_0 <1) this diffuser will actuate like a subsonic one. But when the flight regime is supersonic (M_0 >1), the diffuser actuates like a supersonic one.

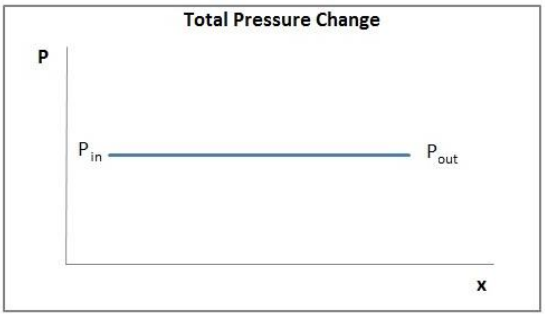
B2. Fitxes mòdul conducte

Component: Duct **Modeling degree: 0**

Schematic and graphs







Description and assumptions

A **duct** is an element used to channel the fluid from one side to other side and usually connect different stages of a gas turbine engine. The ideal case is when the duct has no losses and the fluid has the same properties at the inlet and at the outlet, but in the reality this does not happen.

Assumptions:

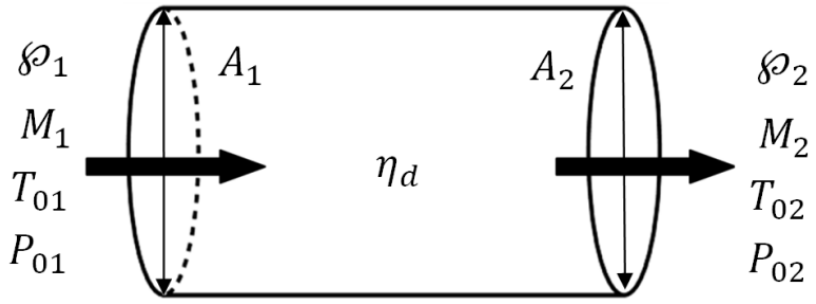
- 0-Dimensional (the duct will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Ideal duct → No losses.
- No heat transfer.
- Stationary condition.

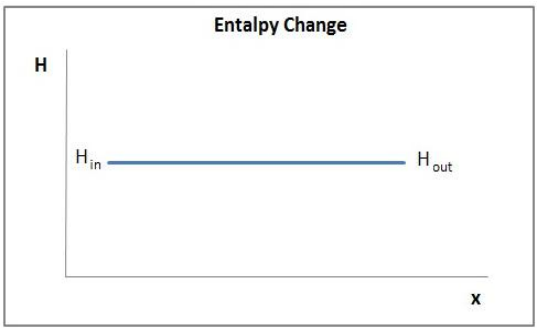
Variables	Formulas
$M_{1,2} \rightarrow Mach\ number$ $T_{1,2} \rightarrow Temperature$ $P_{1,2} \rightarrow Pressure$ $v_{1,2} \rightarrow velocity$ $a \rightarrow Speed\ of\ sound$	**Main formulas** $v_2 = v_1$ $T_2 = T_1$ $P_2 = P_1$ **Secondary formulas** $v = Ma$ $a = \sqrt{\gamma RT}$

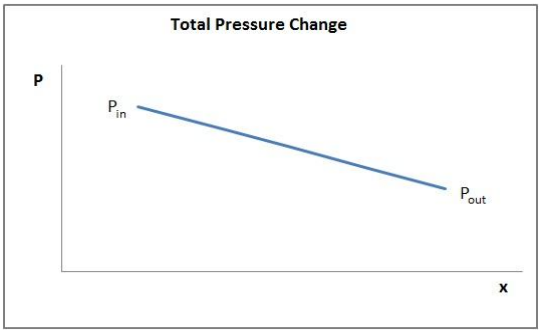
Observations

Component: Duct **Modeling degree: 1**

Schematic and graphs







Description and assumptions

A **duct** is an element used to channel the fluid from one side to other side and usually connect different stages of a gas turbine engine. The ideal case is when the duct has no losses and the fluid has the same properties at the inlet and at the outlet, but in the reality this does not happen.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the duct will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- No heat transfer.
- Stationary condition.

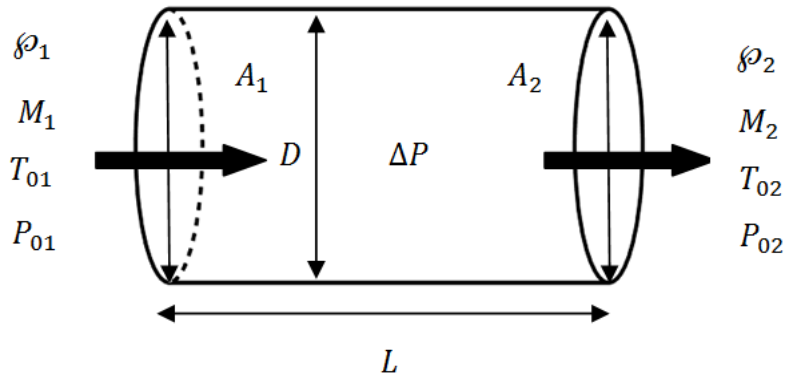
Variables	Formulas
	Main formulas
$v_{1,2} \rightarrow velocity$ $a_{1,2} \rightarrow Sound\ speed$ $v_{1,2} \rightarrow Velocity$	$\eta_d = \frac{P_{02} - P_1}{P_{01} - P_1}$ $T_{02} = T_{01}$

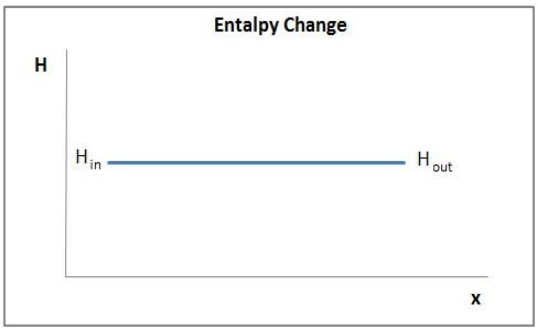
$M_{1,2} \rightarrow Mach\ number$ $T_{1,2} \rightarrow Static\ Temperature$ $T_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Temperature$ $P_{1,2} \rightarrow Static\ Pressure$ $P_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Pressure$ $\rho_{1,2} \rightarrow Density$ $\eta_d \rightarrow Diffuser\ Efficiency$ $C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$ $\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$ $R \rightarrow Gas\ constant$ $\dot{m}_{1,2} \rightarrow Mass\ flux$ $\wp_{1,2} \rightarrow Corrected\ mass\ flux$	$$\wp_{1,2} = \frac{\dot{m}_{1,2}\sqrt{T_{01,02}}}{P_{01,02}\,A_{1,2}}$$ $$\wp_{1,2} = M_{1,2}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{1,2}^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$ $$\dot{m}_2 = \dot{m}_1$$
	Secondary formulas
	$$T_{01,02} = T_{1,2}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{1,2}^2\right)$$ $$P_{01,02} = P_{1,2}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{1,2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$ $$M_{1,2} = \frac{v_{1,2}}{a_{1,2}}$$ $$a_{1,2} = \sqrt{\gamma R T_{1,2}}$$

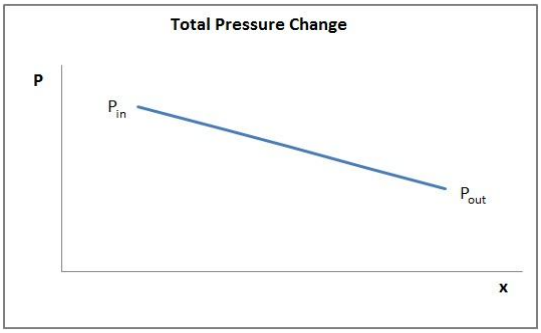
Observations

Component: Duct **Modeling degree: 2**

Schematic and graphs







Description and assumptions

A **duct** is an element used to channel the fluid from one side to other side and usually connect different stages of a gas turbine engine. The ideal case is when the duct has no losses and the fluid has the same properties at the inlet and at the outlet, but in the reality this does not happen.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the duct will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- No heat transfer.
- Stationary condition.

Variables	Formulas
$v_{1,2} \rightarrow Velocity$ $M_{1,2} \rightarrow Mach\ number$ $T_{1,2} \rightarrow Static\ Temperature$	**Main formulas** $P_{02} = P_{01} - \Delta P$ $\Delta P = f\frac{L}{D}\frac{\rho v^2}{2}$

$T_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Temperature$

$P_{1,2} \rightarrow Static\ Pressure$

$P_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Pressure$

$\rho_{1,2} \rightarrow Density$

$C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$

$\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$

$R \rightarrow Gas\ constant$

$\dot{m}_{1,2} \rightarrow Mass\ flux$

$\wp_{1,2} \rightarrow Corrected\ mass\ flux$

$a_{1,2} \rightarrow Sound\ speed$

$\Delta P \rightarrow Pressure\ losses$

$f \rightarrow Friction\ factor$

$Re \rightarrow Reynolds\ number$

$\mu \rightarrow Fluid\ viscosity$

$T_0 \rightarrow Reference\ Temperature$

$\mu_0 \rightarrow Reference\ viscosity$

$C \rightarrow Sutherland's\ constant$

$L \rightarrow Duct\ longitude$

$D \rightarrow Duct\ diameter$

$\varepsilon \rightarrow Duct\ roughness$

$$\begin{cases} f = \dfrac{64}{Re}, & if\ Re < 2000 \\ \dfrac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\dfrac{\varepsilon/D}{3.7} + \dfrac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right), & if\ Re > 2000 \end{cases}$$

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}$$

$$\mu = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$T_{02} = T_{01}$$

$$\wp_{1,2} = \frac{\dot{m}_{1,2}\sqrt{T_{01,02}}}{P_{01,02}\ A_{1,2}}$$

$$\wp_{1,2} = M_{1,2}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_{1,2}^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_1$$

Secondary formulas

$$T_{01,02} = T_{1,2}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_{1,2}^2\right)$$

$$P_{01,02} = P_{1,2}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_{1,2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$M_{1,2} = \frac{v_{1,2}}{a_{1,2}}$$

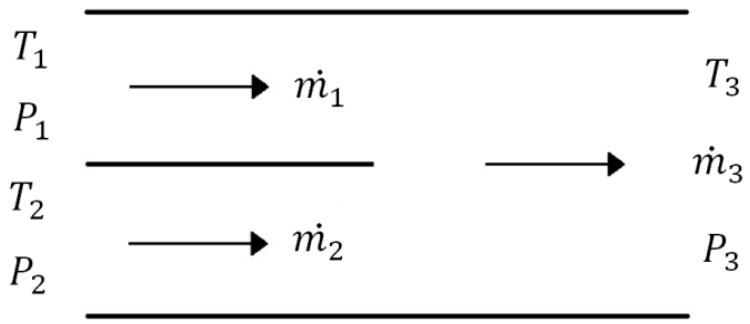
$$a_{1,2} = \sqrt{\gamma R T_{1,2}}$$

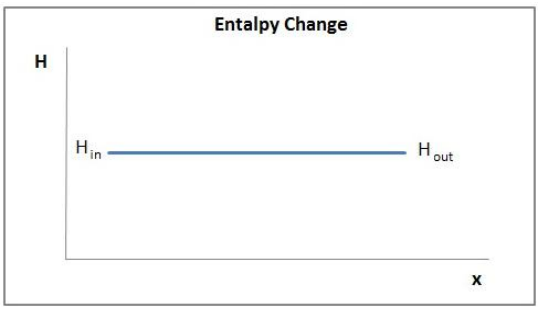
Observations

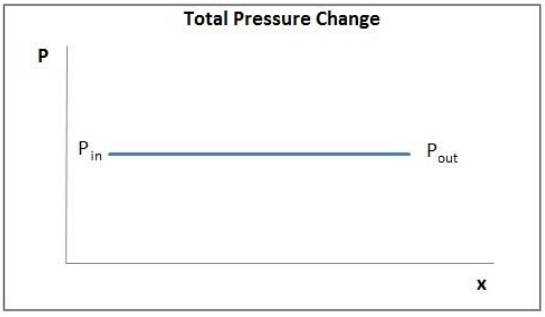
B3. Fitxes mòdul cambra de mesclat

Component: Mixer **Modeling degree: 0**

Schematic and graphs







Description and assumptions

The **mixer** is a chamber whose mission is to mix two or more mass fluxes (in this case only two) in order to obtain one simple mass flux at the exit of it.

Assumptions:

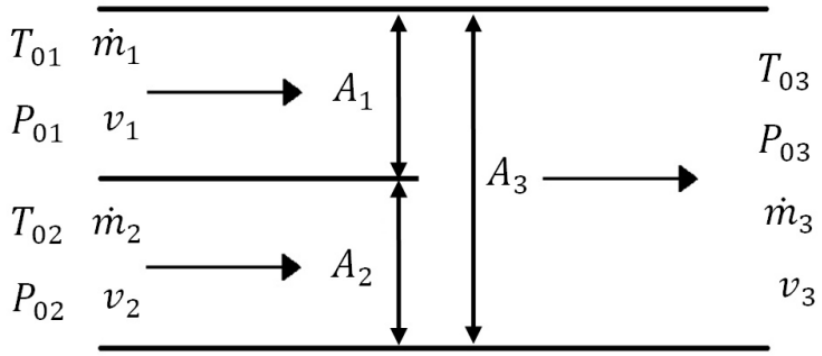
- Potential energy will be assumed 0.
- Flow velocity insignificant.
- All C_p are the same and are constant.
- No Heat losses.
- No work interaction.
- Stationary condition.

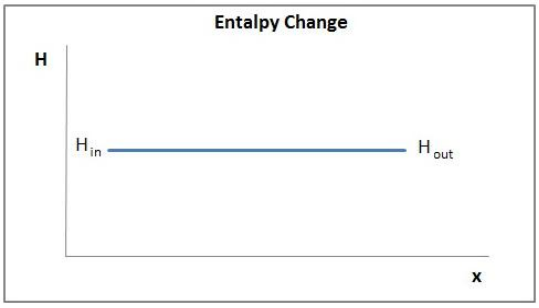
Variables	Formulas
$T_{1,2,3} \rightarrow Temperature$ $P \rightarrow Static\ Pressure$ $\rho_{1,2,out} \rightarrow Density$ $C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$ $\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$ $R \rightarrow Gas\ constant$ $\dot{m}_{1,2,out} \rightarrow Mass\ flux$	**Main formulas** $\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$ $T_3 = \frac{\dot{m}_1 T_1 + \dot{m}_2 T_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$ $P_1 = P_2 = P_3$ **Secondary formulas**

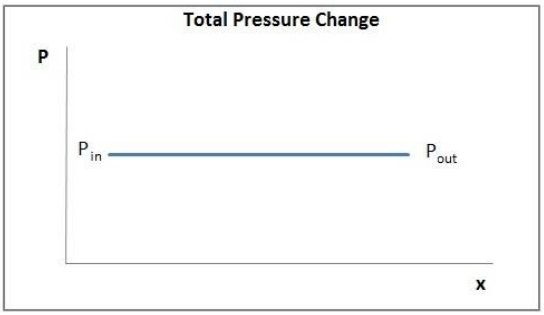
Observations

Component: Mixer **Modeling degree: 1**

Schematic and graphs







Description and assumptions

The **mixer** is a chamber whose mission is to mix two or more mass fluxes (in this case only two) in order to obtain one simple mass flux at the exit of it.

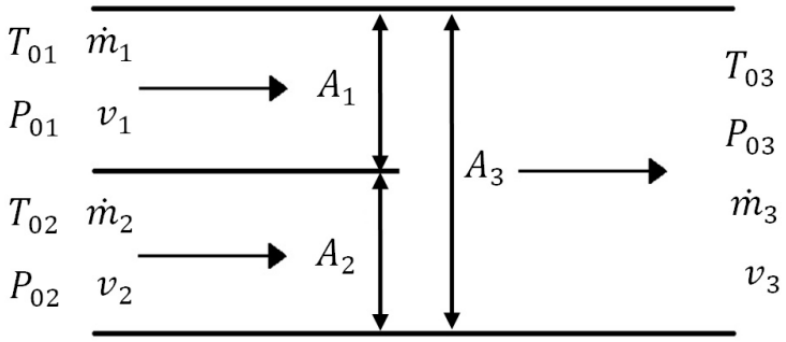
Assumptions:

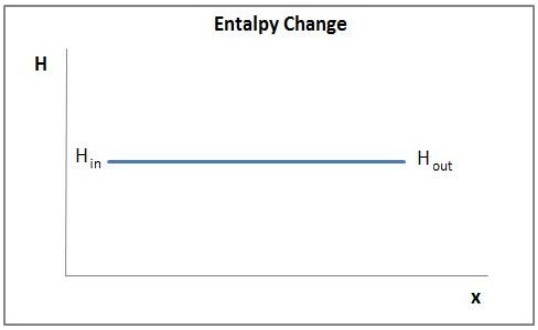
- Potential energy will be assumed 0.
- No Heat losses.
- No work interaction.
- Stationary condition.

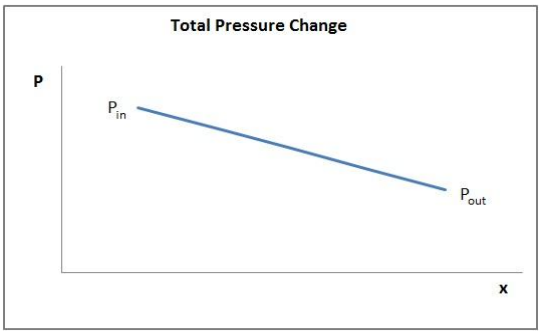
Variables	Formulas
$v_{1,2,3} \rightarrow Velocity$ $M_{1,2,3} \rightarrow Mach\ number$ $T_{1,2,3} \rightarrow Static\ Temperature$ $T_{01,02,03} \rightarrow Stagnation\ Temperature$ $P_{1,2,3} \rightarrow Static\ Pressure$ $P_{01,02,03} \rightarrow Stagnation\ Pressure$ $\rho_{1,2,3} \rightarrow Density$ $C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$ $\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$ $R_{1,2,3} \rightarrow Gas\ constant$ $\dot{m}_{1,2,3} \rightarrow Mass\ flux$ $a_{1,2,3} \rightarrow Sound\ speed$ $A_{1,2} \rightarrow Input\ Mixer\ Areas$ $A_3 \rightarrow Output\ Mixer\ Area$	**Main formulas** $\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$ $\dot{m}_1 C_{p1} T_{01} + \dot{m}_2 C_{p2} T_{02} = \dot{m}_3 C_{p3} T_{03}$ $(\dot{m}_1 v_1 + P_1 A_1) + (\dot{m}_2 v_2 + P_2 A_2) = \dot{m}_3 v_3 + P_3 A_3$ $A_3 = A_1 + A_2$ **Secondary formulas** $m_{1,2,3} = \rho_{1,2,3} v_{1,2,3} A_{1,2,3}$ $T_{01,02,03} = T_{1,2,3}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1,2,3}^2\right)$ $P_{01,02,03} = P_{1,2}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1,2,3}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$ $M_{1,2,3} = \frac{v_{1,2,3}}{a_{1,2,3}}$ $a_{1,2,3} = \sqrt{\gamma R_{1,2,3} T_{1,2,3}}$ $C_{p3} = \frac{\dot{m}_1 C_{p1} + \dot{m}_2 C_{p2}}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$ $R_3 = \frac{\dot{m}_1 R_1 + \dot{m}_2 R_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$ $\frac{\gamma}{\gamma - 1} = \frac{R_3}{C_{p3}}$
Observations	

Component: Mixer **Modeling degree: 2**

Schematic and graphs







Description and assumptions

The **mixer** is a chamber whose mission is to mix two or more mass fluxes (in this case only two) in order to obtain one simple mass flux at the exit of it.

Assumptions:

- Potential energy will be assumed 0.
- No Heat losses.
- No work interaction.
- Stationary condition.

Variables	Formulas
$v_{1,2,3} \rightarrow Velocity$	**Main formulas**
$M_{1,2,3} \rightarrow Mach\ number$	$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$
$T_{1,2,3} \rightarrow Static\ Temperature$	$\dot{m}_1 C_{p1} T_{01} + \dot{m}_2 C_{p2} T_{02} = \dot{m}_3 C_{p3} T_{03}$
$T_{01,02,03} \rightarrow Stagnation\ Temperature$	$(\dot{m}_1 v_1 + P_1 A_1) + (\dot{m}_2 v_2 + P_2 A_2) = \dot{m}_3 v_3 + P_3 A_3$

$P_{1,2,3} \rightarrow Static\ Pressure$

$P_{01,02,03} \rightarrow Stagnation\ Pressure$

$\rho_{1,2,3} \rightarrow Density$

$C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$

$\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$

$R_{1,2,3} \rightarrow Gas\ constant$

$h_{1,2} \rightarrow Entalpy$

$\dot{m}_{1,2,3} \rightarrow Mass\ flux$

$a_{1,2,3} \rightarrow Sound\ speed$

$A_{1,2} \rightarrow Input\ Mixer\ Areas$

$A_3 \rightarrow Output\ Mixer\ Area$

$(\Delta P)_a \rightarrow$ *Total Pressure losses with constant* C_p

$(\Delta P)_b \rightarrow$ *Total Pressure losses due to variation of* C_p

$(P_{03})_r \rightarrow Real\ P_{03} after\ losses$

$T'_{03} \rightarrow T_{03} due\ to\ constant\ C_p$

$$P_2 = P_1$$

$$A_3 = A_1 + A_2$$

$$q = \frac{1}{2}\frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$

$$\frac{(\Delta P)_a}{q} = \frac{m_1 m_2 (v_2 - v_1)^2}{(m_1 + m_2)(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)}$$

$$\frac{(\Delta P)_b}{q - (\Delta P)_a} = \frac{T_{03} - T_{03}'}{T_{03}}$$

$$\dot{m}_1 T_{01} + \dot{m}_2 T_{02} = \dot{m}_3 T_{03}'$$

$$(P_{03})_r = P_{03} - (\Delta P)_a - (\Delta P)_b$$

Secondary formulas

$$m_{1,2,3} = \rho_{1,2,3} v_{1,2,3} A_{1,2,3}$$

$$T_{01,02,03} = T_{1,2,3}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1,2,3}^2\right)$$

$$P_{01,02,03} = P_{1,2}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1,2,3}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M_{1,2,3} = \frac{v_{1,2,3}}{a_{1,2,3}}$$

$$a_{1,2,3} = \sqrt{\gamma R_{1,2,3} T_{1,2,3}}$$

$$C_{p3} = \frac{\dot{m}_1 C_{p1} + \dot{m}_2 C_{p2}}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

$$R_3 = \frac{\dot{m}_1 R_1 + \dot{m}_2 R_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

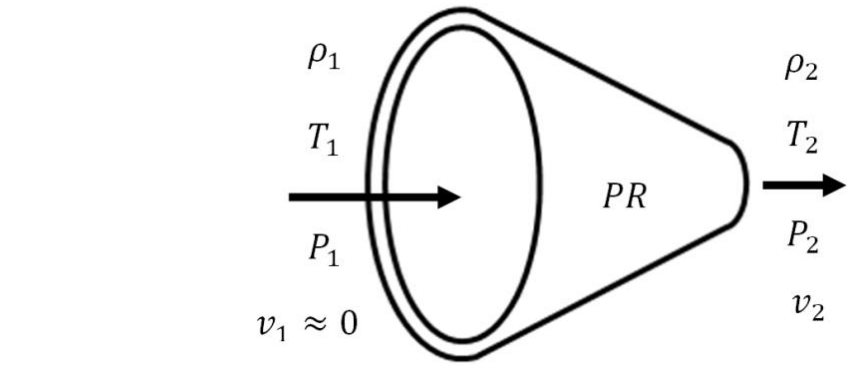
$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} = \frac{R_3}{C_{p3}}$$

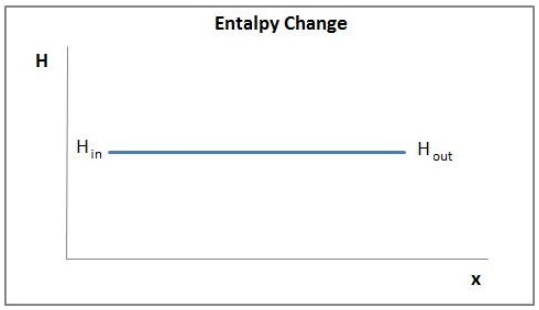
Observations

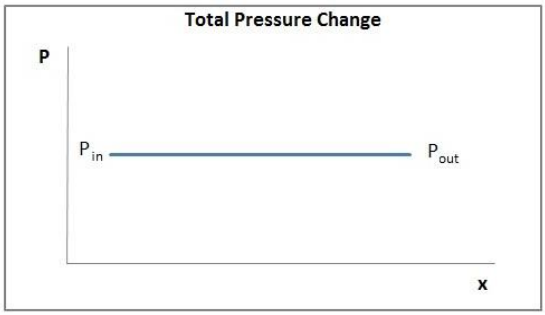
B4. Fitxes mòdul tovera

Component: Nozzle **Modeling degree: 0**

Schematic and graphs







Description and assumptions

The **nozzle** is an outlet conduct where the fluid expands and loses some of the pressure energy to convert it into kinetic energy. The mission of the nozzle is to lead the gases leaving the turbine to the atmosphere with the speed and direction suitable for providing the resultant thrust.

Assumptions:

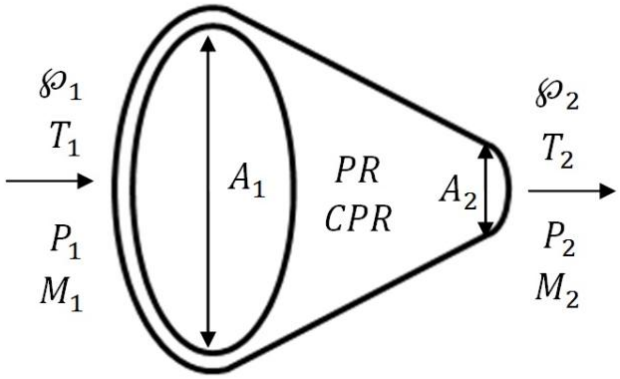
- 0-Dimensional (the nozzle will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Ideal gas isentropic expansion.
- The gases velocity in the nozzle inlet (v_{in}) will be assumed 0.
- Cp remains constant between the nozzle inlet and outlet.
- Stationary condition.

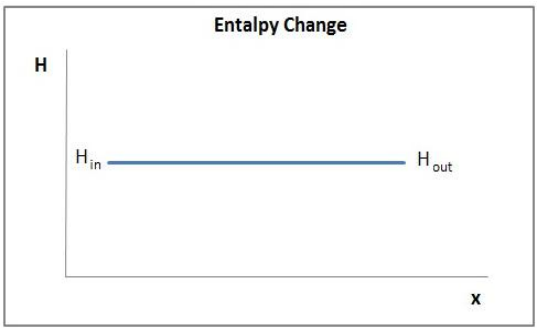
Variables	Formulas
$v_{1,2} \rightarrow Velocity$ $T_{1,2} \rightarrow Temperature$ $P_{1,2} \rightarrow Pressure$ $\rho_{1,2} \rightarrow Density$ $C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$ $\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$ $PR \rightarrow Pressure\ Ratio$ $\dot{m} \rightarrow Mass\ flux$ $A_2 \rightarrow Output\ Nozzle\ Area$	**Main formulas** $\boldsymbol{T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$ $v_2 = \sqrt{2C_p(T_1 - T_2)}$ **Secondary formulas** $\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ $\dot{m} = \rho_2 A_2 v_2$ $PR = \frac{P_2}{P_1}$

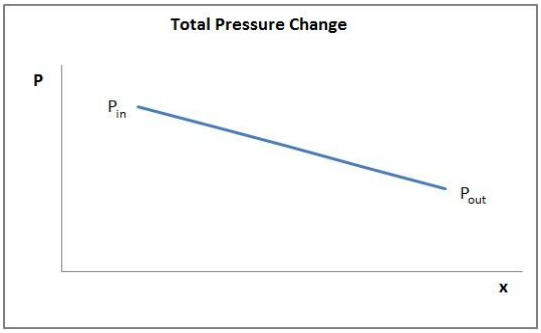
Observations

Component: Nozzle **Modeling degree: 1**

Schematic and graphs







Description and assumptions

The **nozzle** is an outlet conduct where the fluid expands and loses some of the pressure energy to convert it into kinetic energy. The mission of the nozzle is to lead the gases leaving the turbine to the atmosphere with the speed and direction suitable for providing the resultant thrust.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the nozzle will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Ideal gas isentropic expansion.
- Stationary condition.

Variables	Formulas
$v_{1,2} \rightarrow Velocity$ $M_{1,2} \rightarrow Mach\ number$ $T_{1,2} \rightarrow Static\ Temperature$ $T_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Temperature$	**Main formulas** $\eta_n = \frac{P_{02} - P_2}{P_{01} - P_2}$ $PR = \frac{P_{01}}{P_2}$

$P_{1,2} \rightarrow Static\ Pressure$

$P_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Pressure$

$\eta_n \rightarrow Nozzle\ Efficiency$

$C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$

$\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$

$R \rightarrow Gas\ constant$

$\dot{m}_{1,2} \rightarrow Mass\ flux$

$\wp_{1,2} \rightarrow Corrected\ mass\ flux$

$a_{1,2} \rightarrow Sound\ speed$

$PR \rightarrow Pressure\ Ratio$

$CPR \rightarrow Critical\ Pressure\ Ratio$

$A_1 \rightarrow Input\ Nozzle\ Area$

$A_2 \rightarrow Output\ Nozzle\ Area$

$$CPR = \frac{P_{01}}{P_c} = 1 + \frac{\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{\eta}$$

$$T_{02} = T_{01}$$

$$\wp_{1,2} = \frac{\dot{m}_{1,2}\sqrt{T_{01,02}}}{P_{01,02}\, A_{1,2}}$$

$$\wp_{1,2} = M_{1,2}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{1,2}^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_1$$

$$\begin{cases} P_2 = P_{01}CPR^{-1}, & if\ PR > CPR \\ P_2 = P_a, & if\ PR < CPR \end{cases}$$

Secondary formulas

$$T_{01,02} = T_{1,2}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{1,2}^2\right)$$

$$P_{01,02} = P_{1,2}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{1,2}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$M_{1,2} = \frac{v_{1,2}}{a_{1,2}}$$

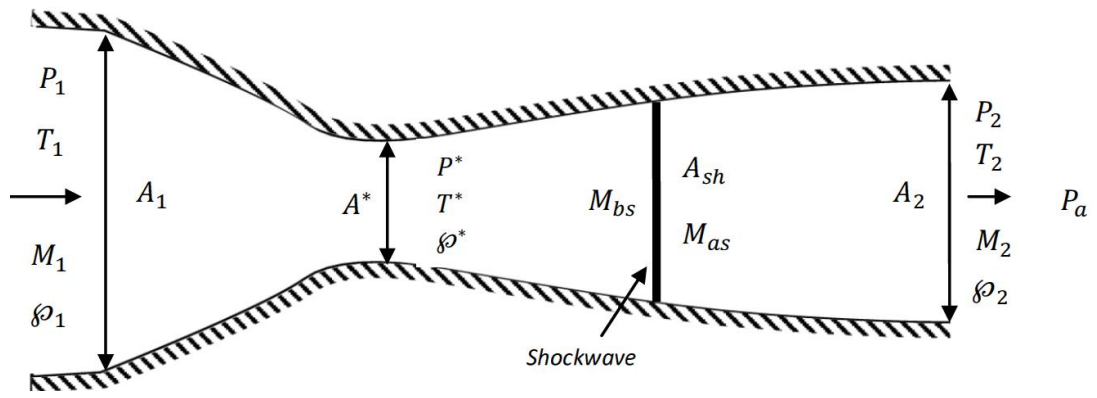
$$a_{1,2} = \sqrt{\gamma R T_{1,2}}$$

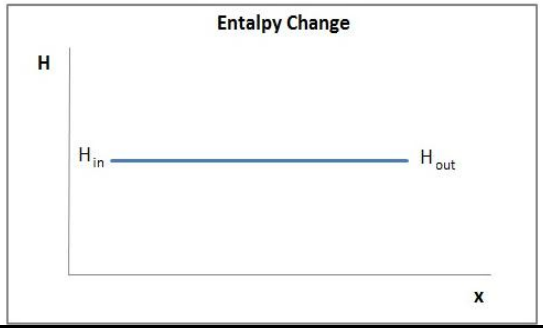
Observations

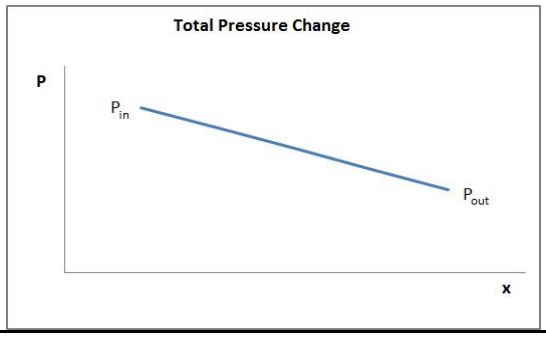
To know if the Nozzle is chocked or is not chocked we have to compare the **nozzle pressure ratio** (PR) and the **critical pressure ratio** (CPR). If we have that $\boldsymbol{PR} > CPR$ then the nozzle **is chocked**. Otherwise, if we have that $\boldsymbol{PR} < CPR$ the nozzle **is not chocked**.

Component: Convergent-Divergent Nozzle Modeling degree: 2

Schematic and graphs







Description and assumptions

The **nozzle** is an outlet conduct where the fluid expands and loses some of the pressure energy to convert it into kinetic energy. The mission of the nozzle is to lead the gases leaving the turbine to the atmosphere with the speed and direction suitable for providing the resultant thrust.

Assumptions:

- Almost 0-Dimensional (the nozzle will be like a black box, but we will compute the shockwaves Mach number a part of the inlet and outlet variable magnitudes).
- Ideal gas isentropic expansion.
- Stationary condition.

Variables	Formulas
$v_{1,2} \rightarrow Velocity$ $M_{1,2} \rightarrow Mach\ number$	**Main formulas** $\frac{A_2}{A^*} = \frac{1}{M_{C1,C2}}\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}{M_{C1,C2}}^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$

$M_{bs} \rightarrow Mach\ \ before\ shock$

$M_{as} \rightarrow Mach\ \ after\ shock$

$T_{1,2} \rightarrow Static\ Temperature$

$T_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Temperature$

$T^* \rightarrow Throat\ Temperature$

$P_{1,2} \rightarrow Static\ Pressure$

$P_{01,02} \rightarrow Stagnation\ Pressure$

$P^* \rightarrow Throat\ Pressure$

$P_a \rightarrow Ambient\ Pressure$

$\rho_{1,2} \rightarrow Density$

$\rho^* \rightarrow Throat\ Density$

$C_p\ , C_v \rightarrow Specific\ Heats$

$\gamma \rightarrow Adiabatic\ coefficient$

$R \rightarrow Gas\ constant$

$\dot{m}_{1,2} \rightarrow Massflux$

$\dot{m}^* \rightarrow Throat\ massflux$

$\wp_{1,2} \rightarrow Corrected\ massflux$

$\wp^* \rightarrow Throat\ corrected\ massflux$

$a_{1,2} \rightarrow Sound\ speed$

$A_1 \rightarrow Input\ Nozzle\ Area$

$A_2 \rightarrow Output\ Nozzle\ Area$

$A^* \rightarrow\ Nozzle\ Throat\ Area$

$$CPR1 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{C1}^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}$$

$$CPR2 = \frac{2\gamma M_{c2}^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{C2}^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}$$

$$CPR3 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{C2}^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}$$

$$PR = \frac{P_a}{P_{01}}$$

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[\frac{(\gamma+1)M_{bs}^2}{(\gamma-1)M_{bs}^2 + 2}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left[\frac{\gamma+1}{2\gamma M_{bs}^2 - (\gamma-1)}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$M_{as}^2 = \frac{(\gamma-1)M_{bs}^2 + 2}{2\gamma M_{bs}^2 - (\gamma-1)}$$

$$f = \begin{cases} \dfrac{M_{bs}}{M_{as}}\left[\dfrac{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{bs}^2}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} - \dfrac{\left(\frac{A^*}{A_2}\right)}{\left(\frac{A^*}{A_2}\right)_{is}}, & if\ case\ 2 \\ \dfrac{M_{bs}}{M_{as}}\left[\dfrac{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{as}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{bs}^2}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} - 1\,, & else \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{P_{02}}{P_2} - \dfrac{P_{02}}{Pa} = 0, & if\ case\ 1{,}2 \\ \dfrac{P_{02}}{P_2} = \left(1 + \dfrac{\gamma-1}{2}M_{c2}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, & else \end{cases}$$

$$T_{02} = T_{01}$$

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_1 = \dot{m}^*$$

$$\wp_{1,2} = \frac{\dot{m}_{1,2}\sqrt{T_{01,02}}}{P_{01,02}\,A_{1,2}}$$

$$\wp^* = \frac{\dot{m}^*\sqrt{T_{01}}}{P_{01}A^*}$$

$$\wp_{1,2} = M_{1,2}\sqrt{\frac{\gamma}{R}}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{1,2}^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$

	$$\wp^* = M^* \sqrt{\frac{\gamma}{R}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^{*2}\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$
	Secondary formulas
	$$T_{01,02} = T_{1,2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1,2}\right)$$ $$P_{01,02} = P_{1,2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1,2}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$ $$M_{1,2} = \frac{v_{1,2}}{a_{1,2}}$$ $$a_{1,2} = \sqrt{\gamma R T_{1,2}}$$

Observations

As we have seen in the document, in the Convergent-Divergent Nozzle MD 2 we have 5 cases:

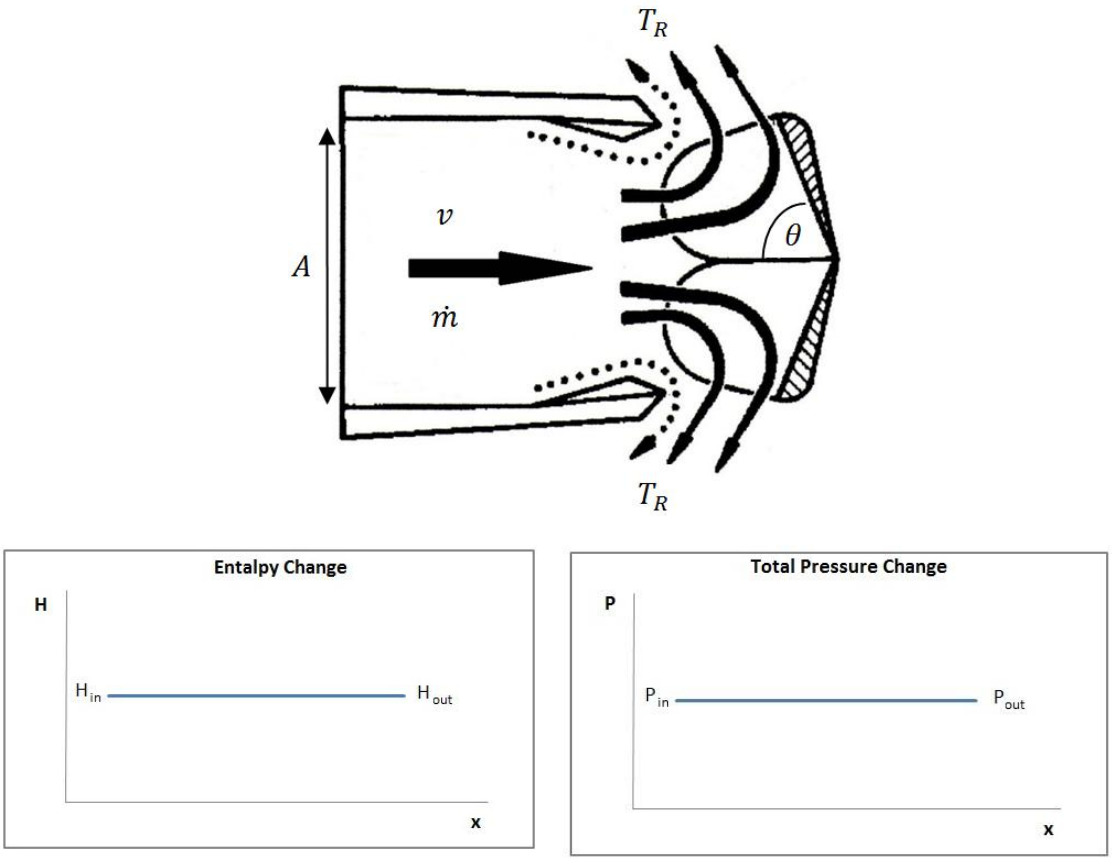
1) Case 1: PR>CPR1 (fully subsonic)
2) Case 2: PR<CPR1 and PR>CPR2 (shockwaves in the divergent part)
3) Case 3: PR<CPR2 and PR>CPR3 (nozzle over expanded)
4) Case 4: PR=PR3 (design condition)
5) Case 5: PR<CPR3 (nozzle under expanded)

For more details and illustrations see chapter 3.6.3.

B5. Fitxa mòdul inversor d'empenta

Component: Thrust Reverser **Modeling degree: 0**

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **Thrust reverser** is a device part of most modern jet engines. Incorporated in the engine, it enables all or part of the engine's thrust to be redirected forward or to the sides, providing braking assistance for an aircraft after it touches down for landing.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the thrust reverser will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Velocity of exhaust gases remains constant during reversing.
- Jet flow is nearly uniform and thus the momentum-flux correction factor can be taken to be unity ($\beta \approx 1$).
- Stationary condition.

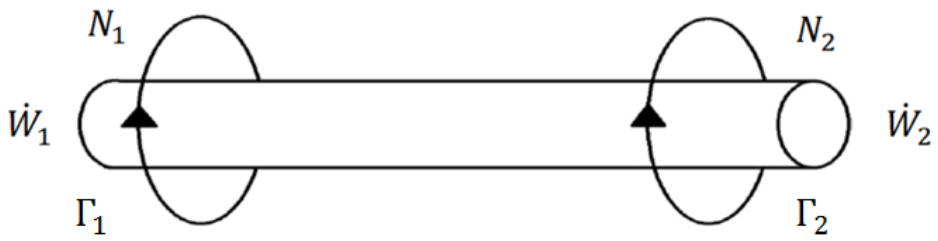
Variables	Formulas
$F \rightarrow Force$ $T_R \rightarrow Thrust\ Reversed$ $v \rightarrow Velocity$ $\dot{m} \rightarrow Mass\ flux$ $\beta \rightarrow Correction\ factor$	**Main formulas**
	$\sum \vec{F} = \sum_{out} \beta \dot{m} \vec{v} - \sum_{in} \beta \dot{m} \vec{v} \rightarrow F_{RX} = \dot{m} v \cos\theta - \dot{m}(-v) \rightarrow$ $\rightarrow \boldsymbol{T_R = (1 + \cos\theta)\dot{m}v}$
	Secondary formulas
	$\dot{m} = \rho_2 A_2 v_2$

Observations

B6. Fitxes mòdul eix de transmissió

Component: Transmission Shaft **Modeling degree: 0**

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **transmission shaft** is a mechanical device consisting in an axis whose mission is to transmit the same power with the same speed and torque.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the transmission shaft will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- No losses. Power is the same at the input and at the output.
- Stationary condition.

Variables

$N_{1,2} \rightarrow Speed\ in\ \frac{revolutions}{minute}$

$\Gamma_{1,2} \rightarrow Torque$

$\dot{W}_{1,2} \rightarrow Power$

Formulas

Main formulas

$$\dot{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{2}} = \dot{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{1}}$$

$$\boldsymbol{N_2 = N_1}$$

$$\boldsymbol{\Gamma_2 = \Gamma_1}$$

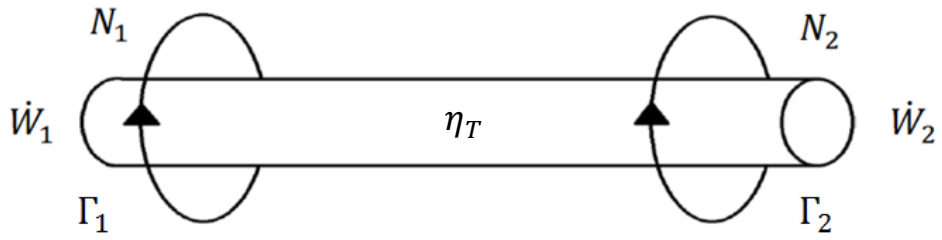
Secondary formulas

$$\dot{\boldsymbol{W}}_{\boldsymbol{1,2}} = \frac{\boldsymbol{2\pi N_{1,2}\Gamma_{1,2}}}{\boldsymbol{60}}$$

Observations

Component: Transmission Shaft Modeling degree: 1

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **transmission shaft** is a mechanical device consisting in an axis whose mission is to transmit the same power with the same speed and torque.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the transmission shaft will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Constant efficiency.
- Stationary condition.

Variables

$N_{1,2} \rightarrow Speed\ in\ \frac{revolutions}{minute}$

$\Gamma_{1,2} \rightarrow Torque$

$\dot{W}_{1,2} \rightarrow Power$

$\eta_T \rightarrow Transmission\ Efficiency$

Formulas

Main formulas

$$\dot{W}_2 = \eta_T \dot{W}_1$$

$$N_2 = \sqrt{\eta_T} N_1$$

$$T_2 = \sqrt{\eta_T} \Gamma_1$$

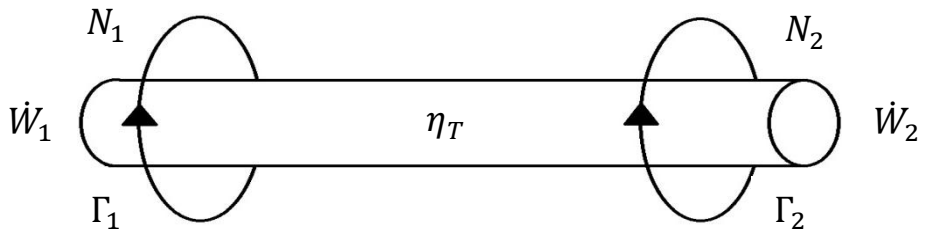
Secondary formulas

$$\dot{W}_{1,2} = \frac{2\pi N_{1,2} \Gamma_{1,2}}{60}$$

Observations

Component: Transmission Shaft **Modeling degree: 2**

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **transmission shaft** is a mechanical device consisting in an axis whose mission is to transmit the same power with the same speed and torque.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the transmission shaft will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Constant efficiency.
- Stationary condition.

Variables	Formulas
$N \rightarrow Speed\ in\ \frac{revolutions}{minute}$ $\Gamma_{in,out} \rightarrow Torque$ $\dot{W}_{in,out} \rightarrow Power$ $\eta_T \rightarrow Transmission\ Efficiency$ $BBPL$ $\rightarrow Ball\ Bearing\ Power\ Losses\ (kW)$ $RBPL$ $\rightarrow Roller\ Bearing\ Power\ Losses\ (kW)$ $DWPF$ $\rightarrow Disc\ Windage\ Power\ per\ Face\ (kW)$ $\mu_{oil} \rightarrow Viscosity$	**Main formulas** $BBPL = (4.87 \cdot 10^{-15} \cdot {D_s}^{3.95} \cdot N^{1.75} \cdot \mu_{oil}^{0.4} + 3.19 \cdot 10^{-10} \cdot N \cdot D_s \cdot Q_{oil})$ $RBPL = (2.07 \cdot 10^{-15} \cdot {D_s}^{3.95} \cdot N^{1.75} \cdot \mu_{oil}^{0.4} + 1.56 \cdot 10^{-10} \cdot N \cdot D_s \cdot Q_{oil})$ $DWPF = 3.75 \cdot 10^{-3} \cdot \rho \cdot {D_d}^2 \cdot v_{rim}^3$ $\eta_T = \frac{\dot{W}_1 - \sum(BBPL + DWPF)}{\dot{W}_1}$ $\dot{W}_2 = \eta_T \dot{W}_1$ $N_2 = \sqrt{\eta_T} N_1$ $\Gamma_2 = \sqrt{\eta_T} \Gamma_1$

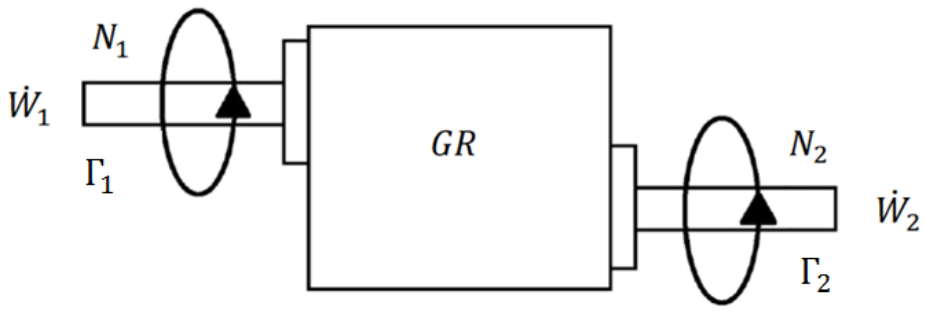
$Q_{oil} \rightarrow Oil\ flow$ $v_{rim} \rightarrow Rim\ speed$ $D_s \rightarrow Shaft\ diameter$ $D_d \rightarrow Disc\ diameter$ $\rho \rightarrow Fluid\ density$	**Secondary formulas** $\dot{W}_{1,2} = \frac{2\pi N_{1,2}\Gamma_{1,2}}{60}$

Observations

B7. Fitxes mòdul caixa de canvis

Component: Gear Box **Modeling degree: 0**

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **gear box** is a mechanical device consisting in two or more gears whose mission is to transmit the same power at different rotating speeds and different torques, according to what is needed.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the gear box will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- No losses. Power is the same at the input and at the output.
- Stationary condition.

Variables

$$N_{1,2} \rightarrow Speed\ in\ \frac{revolutions}{minute}$$

$$\Gamma_{1,2} \rightarrow Torque$$

$$GR \rightarrow Gear\ Box\ Ratio$$

$$\dot{W}_{1,2} \rightarrow Power$$

Formulas

Main formulas

$$N_2 = \frac{N_1}{GR}$$

$$T_2 = GR\ \Gamma_1$$

$$\dot{W}_2 = \dot{W}_1$$

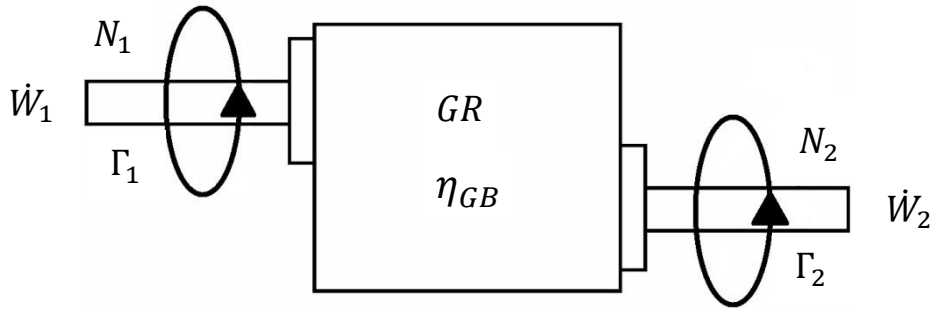
Secondary formulas

$$\dot{W}_{1,2} = \frac{2\pi N_{1,2}\Gamma_{1,2}}{60}$$

Observations

Component: Gear Box **Modeling degree: 1**

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **gear box** is a mechanical device consisting in two or more gears whose mission is to transmit the same power at different rotating speeds and different torques, according to what is needed.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the gear box will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Constant efficiency.
- Stationary condition.

Variables

$N_{1,2} \rightarrow Speed\ in\ \frac{revolutions}{minute}$

$T_{1,2} \rightarrow Torque$

$GR \rightarrow Gear\ Box\ Ratio$

$\dot{W}_{1,2} \rightarrow Power$

$\eta_{GB} \rightarrow Gear\ Box\ Efficiency$

Formulas

Main formulas

$$\eta_{GB} = \frac{\dot{W}_2}{\dot{W}_1}$$

$$N_2 = \frac{N_1}{GR}\sqrt{\eta_{GB}}$$

$$T_2 = GR\ \Gamma_1\sqrt{\eta_{GB}}$$

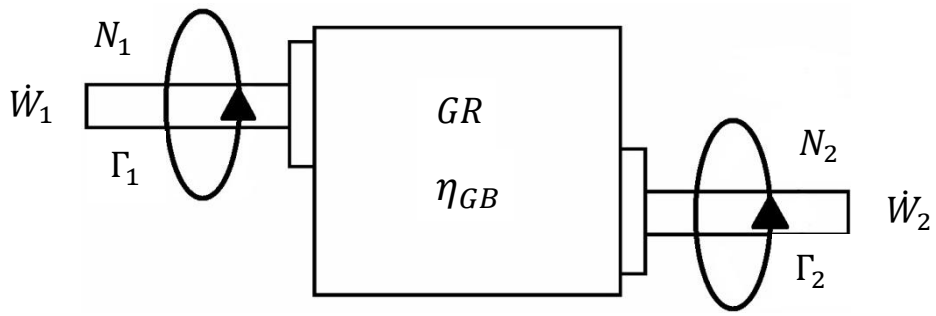
Secondary formulas

$$\dot{W}_{1,2} = \frac{2\pi N_{1,2}\Gamma_{1,2}}{60}$$

Observations

Component: Gear Box **Modeling degree: 2**

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **gear box** is a mechanical device consisting in two or more gears whose mission is to transmit the same power at different rotating speeds and different torques, according to what is needed.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the gear box will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Stationary condition.

Variables

$N_{1,2} \rightarrow Speed\ in\ \frac{revolutions}{minute}$

$\Gamma_{1,2} \rightarrow Torque$

$GR \rightarrow Gear\ Box\ Ratio$

$\dot{W}_{1,2_{des}} \rightarrow Design\ point\ Power$

$\dot{W}_{1,2} \rightarrow Off\ design\ point\ Power$

$\Delta\dot{W}_{des} \rightarrow Design\ point\ losses$

$\Delta\dot{W} \rightarrow Off\ Design\ point\ losses$

$\eta_{GB} \rightarrow Off\ Design\ Gear\ Box\ Efficiency$

Formulas

Main formulas

$$\Delta\dot{W}_{des} = \dot{W}_{1_{des}} - \dot{W}_{2_{des}}$$

$$\Delta\dot{W} = \Delta\dot{W}_{des}\left(0.6 + 0.4\frac{\dot{W}_1}{\dot{W}_{1_{des}}}\right)$$

$$\eta_{GB} = \frac{\dot{W}_1 - \Delta\dot{W}}{\dot{W}_1}$$

$$N_2 = \frac{N_1}{GR}\sqrt{\eta_{GB}}$$

$$\Gamma_2 = GR\ \Gamma_1\sqrt{\eta_{GB}}$$

Secondary formulas

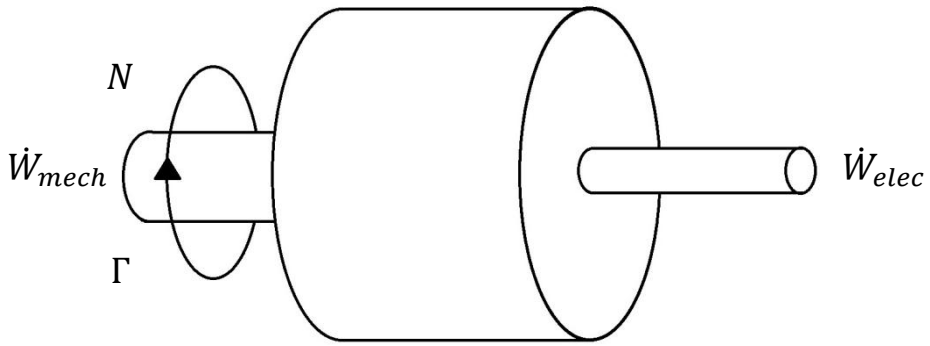
$$\dot{W}_{1,2} = \frac{2\pi N_{1,2}\Gamma_{1,2}}{60}$$

Observations

B8. Fitxes mòdul generador elèctric

Component: Generator **Modeling degree: 0**

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **generator** is a mechanical device that converts mechanical energy into electrical energy by forcing electric charge to flow through an external electrical circuit.

Assumptions:

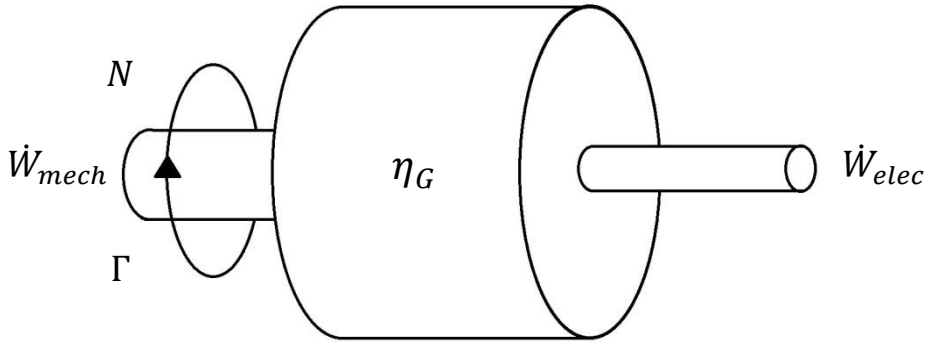
- 0-Dimensional (the generator will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- No losses. Power is the same at the input and at the output.
- Stationary condition.

Variables	Formulas
$\dot{W}_{mech} \rightarrow Mechanical\ Power$ $\dot{W}_{elec} \rightarrow Electrical\ Power$ $N \rightarrow Speed\ in\ \frac{revolutions}{minute}$ $\Gamma \rightarrow Torque$	**Main formulas** $\dot{W}_{elec} = \dot{W}_{mech}$ **Secondary formulas** $\dot{W}_{mech} = \frac{2\pi N \Gamma}{60}$

Observations

Component: Generator **Modeling degree: 1**

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **generator** is a mechanical device that converts mechanical energy into electrical energy by forcing electric charge to flow through an external electrical circuit.

Assumptions:

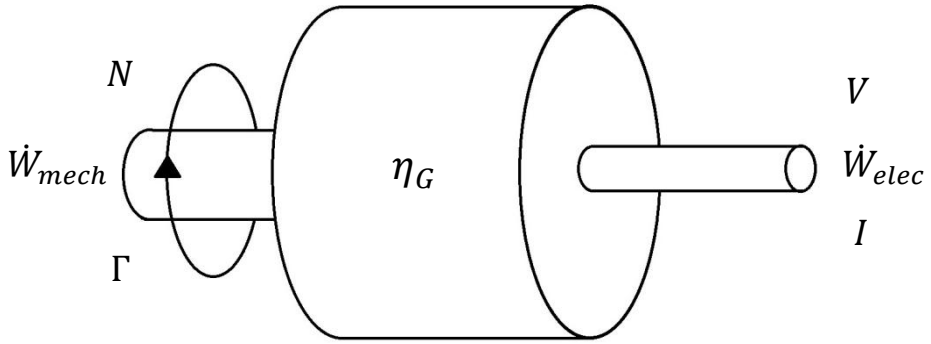
- 0-Dimensional (the generator will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Constant efficiency.
- Stationary condition.

Variables	Formulas
$\dot{W}_{mech} \rightarrow Mechanical\ Power$ $\dot{W}_{elec} \rightarrow Electrical\ Power$ $N \rightarrow Speed\ in\ \frac{revolutions}{minute}$ $\Gamma \rightarrow Torque$ $\eta_G \rightarrow Generator\ Efficiency$	**Main formulas** $\dot{W}_{elec} = \eta_G \dot{W}_{mech}$ **Secondary formulas** $\dot{W}_{mech} = \frac{2\pi N \Gamma}{60}$

Observations

Component: Generator **Modeling degree: 2**

Schematic and graphs



Description and assumptions

The **generator** is a mechanical device that converts mechanical energy into electrical energy by forcing electric charge to flow through an external electrical circuit.

Assumptions:

- 0-Dimensional (the generator will be like a black box, only the inlet and outlet variable magnitudes will be computed).
- Stationary condition.

Variables

$\dot{W}_{mech} \rightarrow Mechanical\ Power$

$\dot{W}_{elec} \rightarrow Electrical\ Power$

$N \rightarrow Speed\ in\ \frac{revolutions}{minute}$

$\Gamma \rightarrow Torque$

$\eta_G \rightarrow Generator\ Efficiency$

$n_{pp} \rightarrow Number\ of\ pole\ pairs$

$B \rightarrow Flux\ density$

$A \rightarrow Area$

$n_{ct} \rightarrow Number\ of\ coil\ turns$

Formulas

Main formulas

$$f = \frac{n_{pp} N}{60}$$

$$V = BAn_{ct}$$

$$I = \frac{V}{Z_{eq}}$$

$$Z_{eq} = \sqrt{\sum {Z_R}^2 + \sum {Z_C}^2 + \sum {Z_L}^2}$$

$$\dot{W}_{elec} = VI$$

$I \rightarrow Current$ $V \rightarrow Voltage$ $Z_{eq} \rightarrow Equivalent\ Impedance$ $Z_R \rightarrow Resistive\ impedance$ $Z_C \rightarrow Capacitive\ impedance$ $Z_L \rightarrow Inductive\ impedance$	**Secondary formulas** $\dot{W}_{mech} = \frac{2\pi N\Gamma}{60}$

Observations