



Titulació:

ENGINYERIA AERONÀUTICA

Alumna:

ANNA MIR MAÑÉ

Títol PFC:

**ESTUDI COMPUTACIONAL DEL COMPORTAMENT EN GRANS
DEFORMACIONS D'ESTRUCTURES INFLABLES**

Director del PFC:

JORDI MARCÉ NOGUÉ

Convocatòria de lliurament del PFC:

SETEMBRE DE 2011

Contingut d'aquest volum:

-ANNEX-



ESTUDI COMPUTACIONAL DEL COMPORTAMENT EN GRANS DEFORMACIONS D'ESTRUCTURES INFLABLES

-ANNEX: Formulació dels casos estudiats-

Anna Mir Mañé

Titulació: Enginyeria Aeronàutica

Director: Jordi Marcé Nogué

Departament de Resistència de Materials i Estructures

Setembre de 2011



Aquesta pàgina s'ha deixat en blanc de manera intencionada

ÍNDEX

ÍNDEX.....	4
ÍNDEX DE FIGURES	5
ÍNDEX DE TAULES	6
2. OBJECTIU DE L'ANNEX.....	7
3. ABAST DE L'ANNEX.....	8
4. PLANTEJAMENT DEL PROBLEMA DE HENCKY.....	9
5. PLANTEJAMENT DEL GLOBUS AEROSTÀTIC.....	12
6. PLANTEJAMENT DEL PROCÉS D'INFLAT	19
7. BIBLIOGRAFIA.....	21

ÍNDIX DE FIGURES

Figura 1. Membrana sotmesa a pressió.	9
Figura 2. Esquema de la membrana circular.	9
Figura 3. Deflexió deguda a càrrega uniforme de pressió. En aquesta gràfica la lletra grega μ representa el coeficient de Poisson.	11
Figura 4. Imatge del globus V-56 d'Ultramagic	12
Figura 5. Perfil de la vela utilitzada en l'estudi.	13
Figura 6. Materials que componen la vela d'un globus aerostàtic.	13
Figura 7. Mostra de cinta tubular de polièster.	14
Figura 8. Variació de les densitats interior i exterior del globus amb l'altitud de vol.	16
Figura 9. Variació del gradient de pressions sobre el globus amb l'altitud.....	16
Figura 10. Perfil de revolució del globus.	19
Figura 11. Geometria del quart de globus.	19

ÍNDIX DE TAULES

Taula 1. Nomenclatura del problema de Hencky.	9
Taula 2. Característiques geomètriques de la vela del globus	12
Taula 3. Propietats dels materials utilitzats en la simulació del globus.	14
Taula 4. Densitat interior del globus en funció de l'alçada.....	18

2. OBJECTIU DE L'ANNEX

En aquest annex es vol presentar la formulació teòrica de cadascun dels tres problemes analitzats en l'estudi. En el primer cas es pretén clarificar la formulació matemàtica utilitzada i en els altres dos l'objectiu és detallar el plantejament dels problemes a nivell de geometria, materials utilitzats, anàlisi de les càrregues aplicades i condicions de contorn.

3. ABAST DE L'ANNEX

- Formulació matemàtica del problema de Hencky
- Formulació del globus aerostàtic:
 - Es triarà una geometria de referència
 - Es definiran els materials a utilitzar en la simulació
 - S'analitzaran les càrregues i condicions de contorn a aplicar
- Formulació del procés d'inflat:
 - Es triarà una geometria de referència
 - Es definiran els materials a utilitzar en la simulació
 - S'analitzaran les càrregues i condicions de contorn a aplicar

4. PLANTEJAMENT DEL PROBLEMA DE HENCKY

Es vol resoldre el problema consistent a calcular quina forma adoptarà una membrana circular amb el perímetre fixat i sotmesa a una pressió uniforme esquematitzat en la Figura 1.

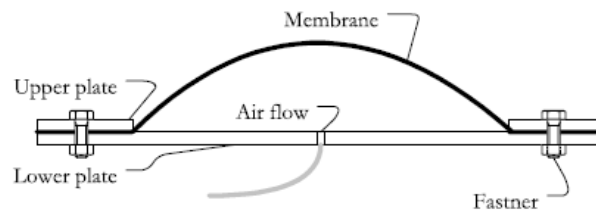


Figura 1. Membrana sotmesa a pressió.

Prenem un sector circular diferencial de la membrana pressuritzada i imposem equilibri. La nomenclatura utilitzada és la següent:

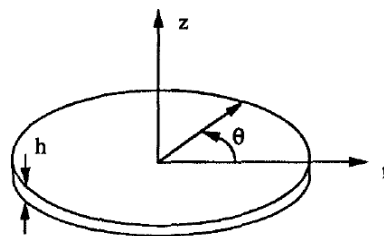


Figura 2. Esquema de la membrana circular.

N_r, N_θ :	tensions en direcció radial i azimuthal.
$\epsilon_r, \epsilon_\theta$:	deformacions en direcció radial i azimuthal.
p :	pressió aplicada a la membrana.
u, w :	desplaçaments en direcció radial i en direcció $-z$
E, ν :	mòdul de Young i coeficient de Poisson

Taula 1. Nomenclatura del problema de Hencky.

Apliquem equilibri en direcció radial:

$$N_r + r \frac{dN_r}{dr} = N_\theta \quad (1)$$

Si tenim en compte que la pressió es manté perpendicular a la membrana quan aquesta es deforma, l'expressió anterior queda:

$$N_r + r \frac{dN_r}{dr} - pr \frac{dw}{dr} = N_\theta \quad (2)$$

En direcció vertical:

$$2\pi RN_r \frac{dw}{dr} = \pi R^2 p \quad (3)$$

$$N_r \frac{dw}{dr} = R \frac{p}{2} \quad (4)$$

Relació entre tensió i deformació, assumint comportament lineal i elàstic:

$$N_\theta - \nu N_r = Eh\varepsilon_\theta \quad (5)$$

$$N_r - \nu N_\theta = Eh\varepsilon_r \quad (6)$$

Relació entre deformació i desplaçament, tenint en compte els termes no lineals:

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (7)$$

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 \quad (8)$$

Apliquem les condicions de contorn:

$$\frac{dw}{dr} \Big|_{(r=0)} = 0 \quad (9)$$

$$N_r \Big|_{(r=0)} = 0 \quad (10)$$

$$w \Big|_{(r=R)} = 0 \quad (11)$$

$$u \Big|_{(r=R)} = 0 \quad (12)$$

Combinant les equacions 1, 3 i 6 ens queda:

$$N_r^2 \left(r^2 \frac{d^2 N_r}{dr^2} + 3r \frac{dN_r}{dr} \right) - \frac{p^2 r^3}{2} \frac{dN_r}{dr} + \frac{3 + \mu}{2} p^2 r^2 N_r + \frac{Ehp^2 r^2}{8} = 0 \quad (13)$$

Considerant $\rho = \frac{r}{a}$, $W = \frac{w}{a}$ i $N = \frac{N_r}{Pa}$ es busquen solucions per les tensions i deformacions adimensionals en forma de sèries de potències amb la metodologia plantejada per Hencky.

$$N(\rho) = \sum_0^{\infty} n_{2m} \rho^{2m} \quad (14)$$

$$W(\rho) = \sum_0^{\infty} w_{2m} (1 - \rho^{2m+2}) \quad (15)$$

Els coeficients n_{2m} i w_{2m} es troben a partir de les condicions de contorn del problema. En la figura següent es pot veure la representació gràfica de les solucions per tres valors de càrrega adimensional, $q = \frac{P \cdot a}{E \cdot h}$.

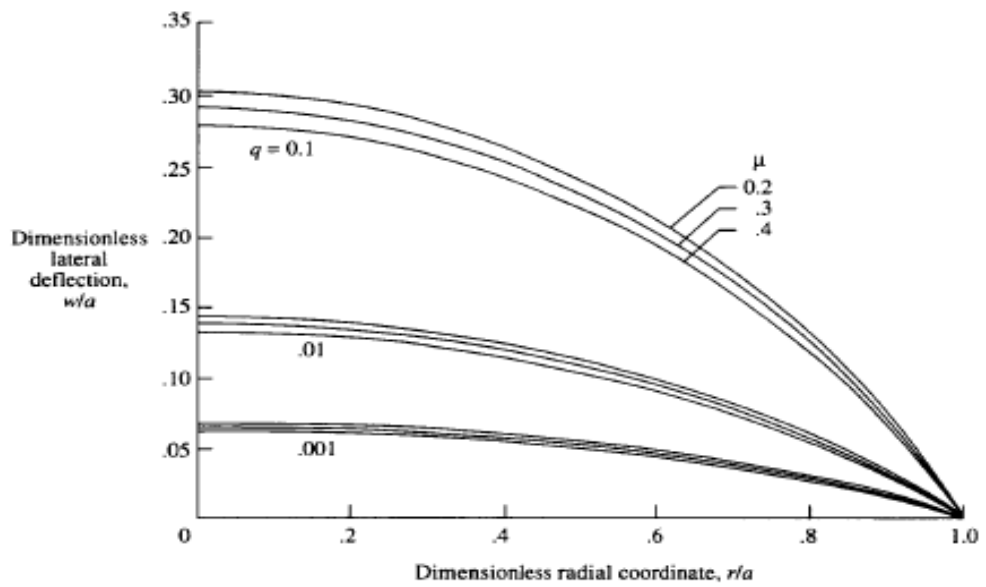


Figura 3. Deflexió deguda a càrrega uniforme de pressió. En aquesta gràfica la lletra grega μ representa el coeficient de Poisson.

5. PLANTEJAMENT DEL GLOBUS AEROSTÀTIC

5.1.1 Geometria de referència

Com a geometria de referència per a l'estudi estructural del globus s'ha triat la vela V-56 de l'empresa ULTRAMAGIC, ja que se'n té la informació gràfica per una configuració de vol a baixa alçada.



Figura 4. Imatge del globus V-56 d'Ultramagic

Es tracta d'una geometria relativament senzilla formada per la tela del globus i una sèrie de reforços verticals que hi van cosits. Això ens permet reproduir-la amb CAD per al present estudi i en els globus reals facilita la impressió de publicitat a les veles. Les principals dades de la geometria són:

Alçada total	14.5 m
Diàmetre a l'equador	14 m
Diàmetre a la boca	3.5 m
Volum total	1590 m ³
Nombre de grills	24

Taula 2. Característiques geomètriques de la vela del globus

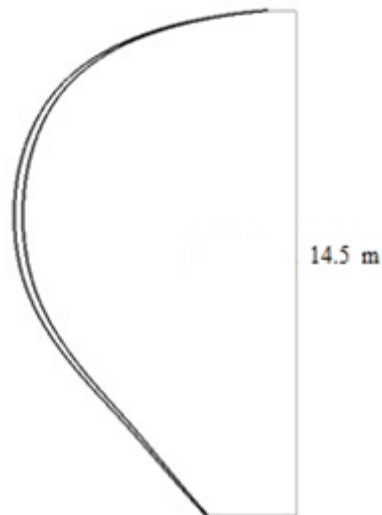


Figura 5. Perfil de la vela utilitzada en l'estudi.

5.1.2 Materials

La vela d'un globus aerostàtic està composta principalment per tres materials:

- Nomex: a la boca del globus, ja que és ignífug i resistent a altes temperatures.
- Nylon Ripstop: forma el 90% de la superfície del globus.
- Ultralast: a la part superior del globus (corona), on es concentra l'aire a major temperatura. Es tracta de Nylon d'alta densitat.

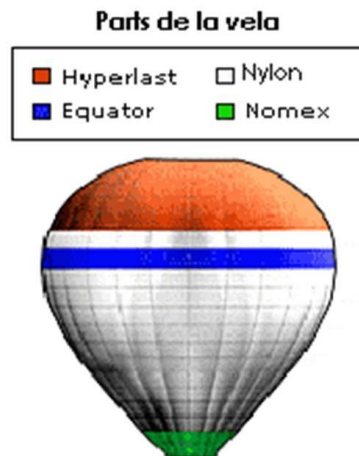


Figura 6. Materials que componen la vela d'un globus aerostàtic.

A la pràctica ens trobem amb que tots tres materials tenen característiques estructurals molt similars a les del Nylon, i el Nylon Ripstop representa un 90% del material de la tela. Per tant es decideix fer la simplificació de que tota la vela està formada per Nylon Ripstop per a la simulació.

Pel que fa als reforços es tracta de cintes de polièster tubulars cosides aplanades al globus des de la corona fins a la boca cada 15° , de manera que el globus queda dividit en 24 grills. La seva funció és descarregar tensions de la vela. Es fan de polièster per les seves bones qualitats estructurals. Per a l'estudi estructural es considera la forma tubular inicial dels reforços, abans d'aplanar-los.



Figura 7. Mostra de cinta tubular de polièster.

Per tant els materials utilitzats en la simulació són dos:

- **Nylon Ripstop** amb espessor $t=0,15$ mm per a la tela.
- **Polièster** per als reforços tubulars, de radi exterior $R_e=9$ mm i radi interior $R_i=8$ mm.

Es considera que els dos materials es comporten de manera lineal, ja que els esforços estudiats no superen el seu límit elàstic. També es considera un comportament isòtrop, és a dir que la resposta estructural dels materials és iguals independentment d'en quina direcció s'apliquin els esforços, sempre i quant siguin de tracció. Segons aquestes característiques els materials queden definits segons el seu mòdul de Young (E) i el seu coeficient de Poisson (ν).

A la següent taula poden veure les característiques estructurals dels materials utilitzats:

	Material	E [MPa]	ν [-]
Tela	Nylon 66 Ripstop	$2,75 \cdot 10^9$	0,4
Reforços	Poliester	$5 \cdot 10^9$	0,35

Taula 3. Propietats dels materials utilitzats en la simulació del globus.

Ens interessa destacar també que la **màxima temperatura contínua admissible** per aquests materials és de 120°C

5.1.3 Càrregues

Les càrregues que suporta un globus aerostàtic es deuen principalment al gradient de pressions entre interior i exterior del globus. Com s'explicarà a

continuació el cas més desfavorable de gradient de pressions es produeix a nivell del mar.

La pressió a l'interior del globus creix linealment amb l'alçada degut al gradient de temperatures causat pel cremador que escalfa l'aire a la part inferior del globus. El model de gradient de pressió intern lineal es basa en assumir que el globus té forma esfèrica. És utilitzat en les empreses de disseny de globus aerostàtics i ha estat corroborat amb simulacions numèriques [3]. La boca del globus, que es troba en contacte amb l'atmosfera està a pressió atmosfèrica, i la pressió augmenta linealment amb l'alçada a causa de la variació de temperatura. La pressió a l'interior del globus a una alçada determinada respon a la següent expressió:

$$p_i(z) = p_e + (\rho_e - \rho_i) \cdot g \cdot z \quad (16)$$

On $p_i(z)$ es la pressió a l'interior del globus en una alçada determinada, p_e és la pressió atmosfèrica exterior, ρ_e i ρ_i són les densitats de l'aire a l'interior i exterior del globus i g és l'acceleració de la gravetat (9.81 m/s^2) i z és la coordenada vertical prenent com a origen la boca del globus. A l'hora d'incorporar aquesta càrrega al software es pot considerar com una pressió hidrostàtica invertida.

Per poder avaluar aquesta càrrega necessitem conèixer la densitat de l'aire a l'interior del globus. Aprofitant l'expressió anterior i considerant l'aire a l'interior del globus com un gas ideal, podem trobar una relació entre la pressió interior i exterior del globus.

$$p_i = p_e + (\rho_e - \rho_i) \cdot g \cdot z \quad (17)$$

$$p_e = \rho_e \cdot R \cdot T_e \quad (18)$$

$$p_i = \rho_i \cdot R \cdot T_i \quad (19)$$

On R és la constant dels gasos ideals amb valor $287 \text{ J/Kg} \cdot \text{K}$ i T_i i T_e les temperatures interior i exterior de l'aire, respectivament.

Combinant les tres equacions anteriors tenim:

$$\rho_i = \rho_e \cdot \left(\frac{\frac{RT_e}{gz} + 1}{\frac{RT_i}{gz} + 1} \right) \quad (20)$$

A mida que el globus ascendeix la temperatura i densitat de l'aire exterior baixen, i, en conseqüència, ho fa també la de l'aire interior. A la figura següent es representen les corbes de variació de la densitat exterior de l'aire (segons el model ISA) i de la densitat interior a la corona del globus ($z=14.5 \text{ m}$), segons la equació 20.

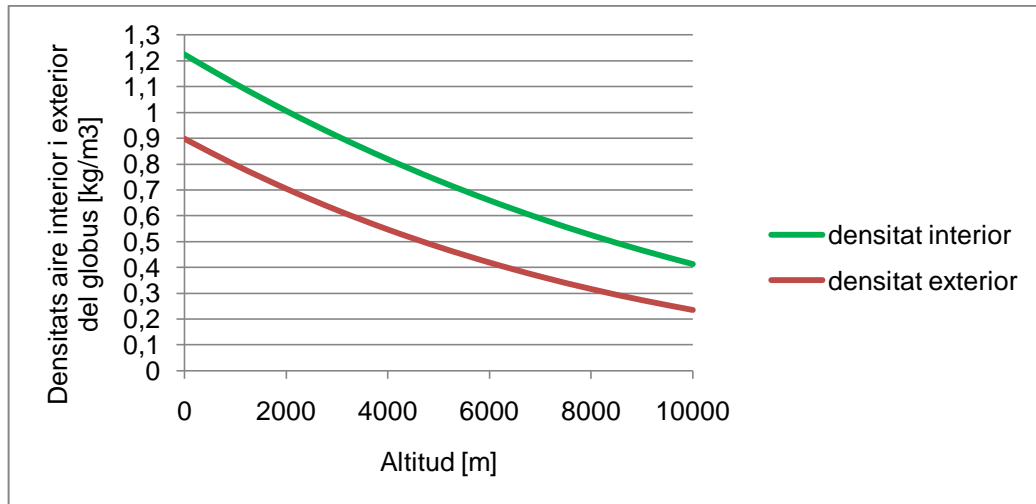


Figura 8. Variació de les densitats interior i exterior del globus amb l'altitud de vol.

Es pot observar com la densitat de l'aire exterior descendeix més ràpidament que la de l'interior. Com a conseqüència d'aquest fet el gradient de pressions interior- exterior que pateix el globus també descendeix, com es pot veure a la Figura 9. La càrrega de pressió i la seva flotabilitat seran màximes al nivell del mar.

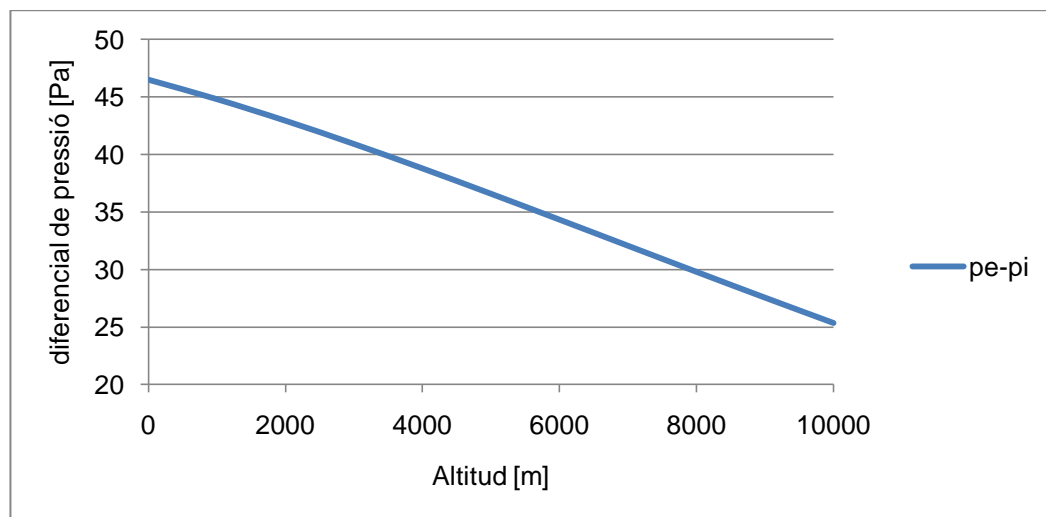


Figura 9. Variació del gradient de pressions sobre el globus amb l'altitud.

S'ha decidit per tant analitzar el cas és el de màxima temperatura interior admissible pels materials; amb el globus nivell del mar. Això implica el màxim gradient de pressions entre interior i exterior que es trobarà el globus si considerem el model ISA d'atmosfera. No es tracta del pitjor cas possible ja que el globus es pot trobar en situacions en què la pressió atmosfèrica sigui major i la temperatura ambient més baixa que el previst pel model ISA: aquestes

situacions causarien unes càrregues majors sobre el globus. Les condicions considerades són les següents:

$$T_e = 288,15 \text{ K} \quad (21)$$

$$T_i = 393,15 \text{ K} \quad (22)$$

$$\rho_e = 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (23)$$

S'ha avaluat la densitat ρ_i per tot el rang d'alçades a l'interior del globus i se n'ha fet la mitjana. D'aquesta manera s'ha obtingut una densitat de l'aire interior del globus mitjana de $\rho_i = 0,9052 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

z	ρ [kg/m³]
0.5	0.8983
1	0.8988
1.5	0.8993
2	0.8998
2.5	0.9003
3	0.9008
3.5	0.9012
4	0.9017
4.5	0.9022
5	0.9027
5.5	0.9032
6	0.9036
6.5	0.9041
7	0.9046
7.5	0.9050
8	0.9055
8.5	0.9060
9	0.9064
9.5	0.9069
10	0.9074
10.5	0.9078
11	0.9083
11.5	0.9088
12	0.9092
12.5	0.9097
13	0.9101
13.5	0.9106
14	0.9110
14.5	0.9115

Mitjana 0.9052

Taula 4. Densitat interior del globus en funció de l'alçada.

Considerem la pressió atmosfèrica exterior la pressió de referència, de manera que finalment la càrrega de diferencial de pressió aplicada a la simulació és la següent:

$$p_i(z) = (1,225 - 0,9052) \cdot g \cdot z = 0,3198 \cdot g \cdot z \quad (24)$$

D'aquesta manera el diferencial de pressió aplicat sobre el globus varia linealment entre 0 i 45.5 Pa.

L'única altra càrrega que actua sobre l'estructura és el seu propi pes.

6. PLANTEJAMENT DEL PROCÉS D'INFLAT

6.1.1 Geometria

S'ha partit d'una geometria típica de globus estratosfèric en el moment del llançament. Amb una alçada total de 17 m i la part superior formada per una el·lipse amb el semieix major de 3 m i el menor de 2.

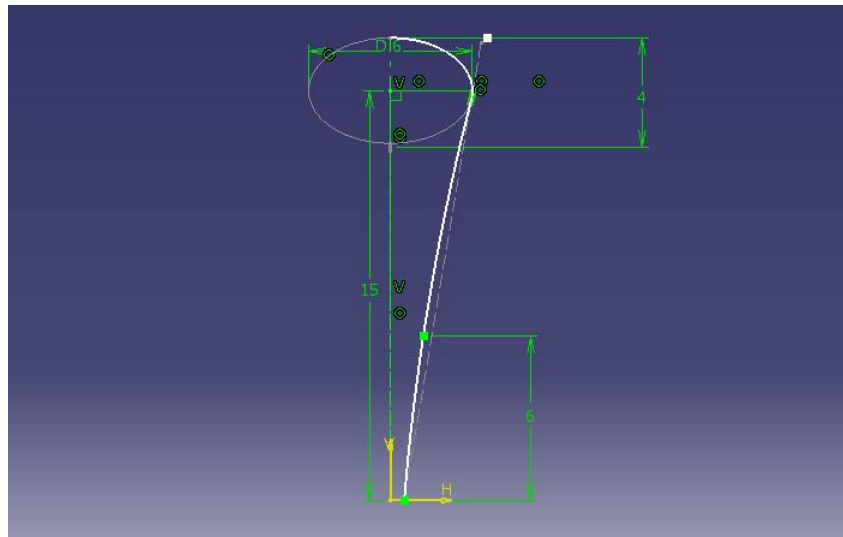


Figura 10. Perfil de revolució del globus.

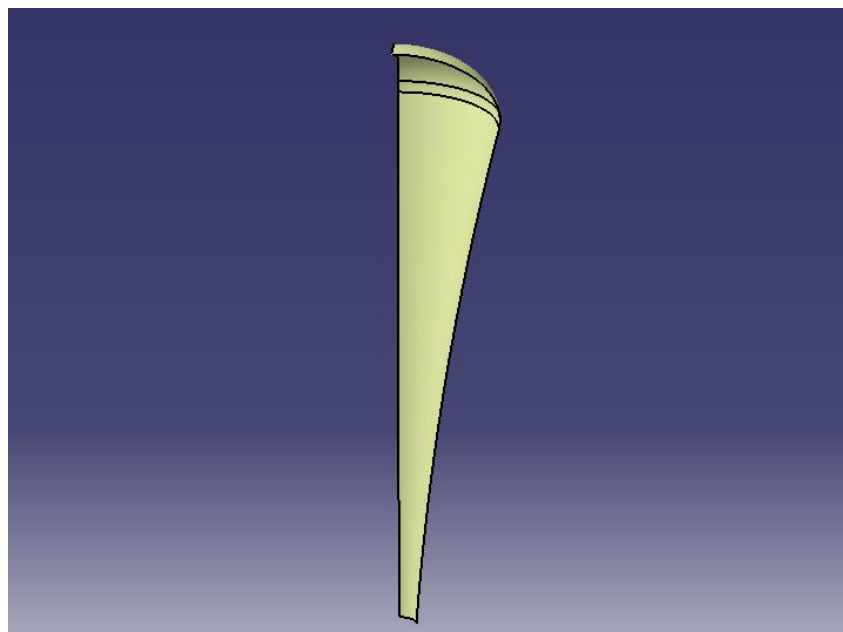


Figura 11. Geometria del quart de globus.

Aquest cop es tracta d'una geometria de revolució homogènia, sense cap element de reforç. Per tal de poder fer la comparació directa de resultats s'ha decidit treballar amb un quart del globus tant a l'ANSYS com al MR. En el cas d'ANSYS es podria haver fet la simulació en 2D amb el perfil de revolució, però a MR hem de treballar sempre amb estructures 3D si volem aplicar pressió.

6.1.2 Materials

Aquest tipus de globus es fabriquen amb film de polietilè, amb gruixos entre 20 i 100 micres. Les propietats considerades en la simulació són un producte $E \cdot t$ de $2.75 \cdot 10^5$ Pa·m, on E és el mòdul de Young i t l'espessor del film.

6.1.3 Càrregues

S'ha considerat una càrrega de pressió constant que afecta tota l'estructura. La càrrega correspon a la diferència de pressió entre interior i exterior, per tant quan la càrrega és zero la pressió del gas a l'interior del globus correspon amb l'atmosfèrica. Depenent de la pressió d'inflat que s'apliqui a un globus tancat aquest s'estabilitzarà a una alçada o una altra. A mida que el globus va ascendint va augmentant el diferencial de pressió entre interior i exterior.

La càrrega varia entre 0 i 40 KPa progressivament per observar el procés d'inflat del globus.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Anderson, W et al. (1994) "Numerical Analysis Concepts for Balloon Analysis". 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.
- [2] Battini, Gärdback i Tibert (2002) "Analysis of Shell, Membrane and Cable Structures". KTH Mekanik 2002.
- [3] Belmonte, G (2011) "Estudio computacional de la interacción fluido-estructura en un globo aerostático". Treball de final de carrera a la ETSEIAT, UPC.
- [4] Bouzidi, R.; Ravaut, Y. i Wielgosz, C (2002) "Finite elements for 2D problems of pressurized membranes" . Computers & Structures, Elsevier.
- [5] Fichter, W.B. (1997) "Some Solutions for the Large Deflections of Uniformly Loaded Circular Membranes. NASA Technical Paper 3658" Langley Research Center, NASA.
- [6] Israel, M et al. (2005) "NASA stratospheric balloons. Pioneers of space exploration and research". Report of the scientific ballooning planning team.
- [7] Papaioannou, I. (2006) "Finite Element Analysis of Membrane Structures". Ferienakademie, Sarntal.