

3 METODO DE DISEÑO POR DESPLAZAMIENTO

En este capítulo se presentan el método directo de diseño sísmico basado en desplazamiento, la referencia básica de este capítulo es (Priestley, 2007)

3.1 Método de diseño sísmico basado en desplazamiento

Los procedimientos de diseño por desplazamientos se han desarrollado desde hace 10, con el objetivo de mitigar las deficiencias del actual diseño basado en fuerzas. En este método el ingeniero estructural lleva a cabo el diseño para un desplazamiento prefijado más que para un desplazamiento límite. Los esfuerzos y las rigideces no son variables en este procedimiento, estos son los resultados finales.

En este método podemos distinguir que la respuesta se basa en una figura de la respuesta estructural, esto es, respuesta en el instante superior del cortante basal para una estructura de respuesta elástica equivalente.

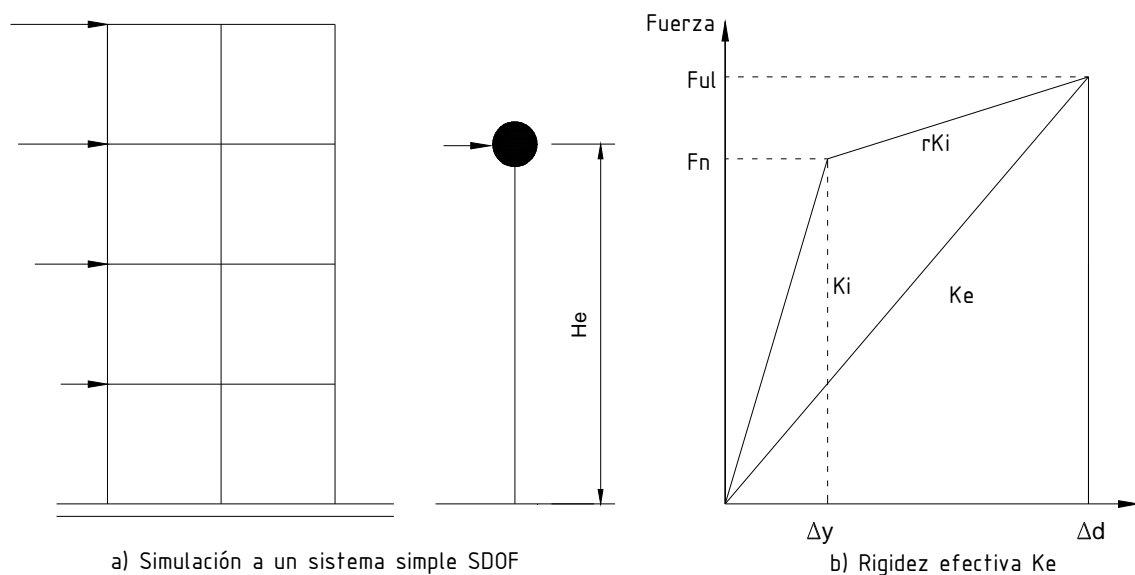
3.2 Método directo de diseño sísmico basado en desplazamientos *DDBD*

El logro y diferencia fundamental de este método con respecto al método basado en fuerzas es que el método directo basado en desplazamientos se caracteriza por emplear una estructura substituta simple (*SDOF*) que representa la actuación de respuesta pico de desplazamiento mas que las características elásticas iniciales de la estructura.

3.3 Formulación Básica del Método

El método de diseño es ilustrado con referencia a la figura 3.1 la cual considera una representación de un edificio de elementos por un elemento *SDOF*, aunque los fundamentos básicos se aplican a todo tipo de estructura. La curva bi lineal de la

respuesta lateral de fuerza desplazamientos de un *SDOF* es mostrada en la figura 3.1.b. Una rigidez inicial elástica K_i es seguida por una rigidez post cedencia de rK_i . Mientras el método de diseño sísmico basado en fuerzas caracteriza a la estructura en términos de propiedades elásticas, de pre cedencia (rigidez inicial K_i , amortiguamiento elástico), *DDBD* caracteriza a la estructura por la rigidez secante K_e para un máximo desplazamiento Δ_d (figura 3.1.b) y un nivel de amortiguamiento viscoso equivalente ξ , que representa la combinación del amortiguamiento elástico y al energía histerética absorbida durante la respuesta inelástica. Así, como se muestra en la figura 3.1.c, para un nivel dado de ductilidad de demanda, a un edificio de elementos estructurales de acero con miembros compactos se le asignaría un nivel alto de amortiguamiento viscoso equivalente que a un puente de hormigón armado diseñado para el mismo nivel de ductilidad de demanda, como consecuencia del ciclo histerético “abultado”. Ver figura 3.2



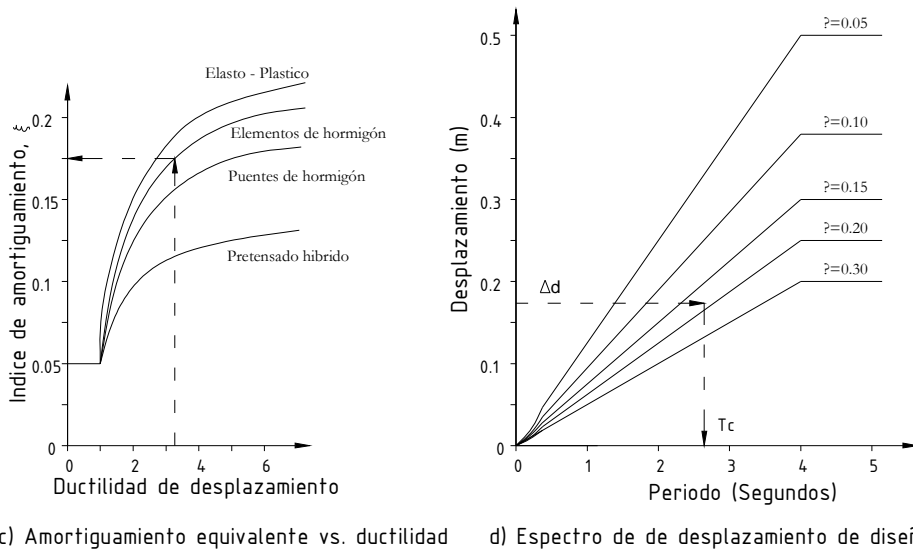
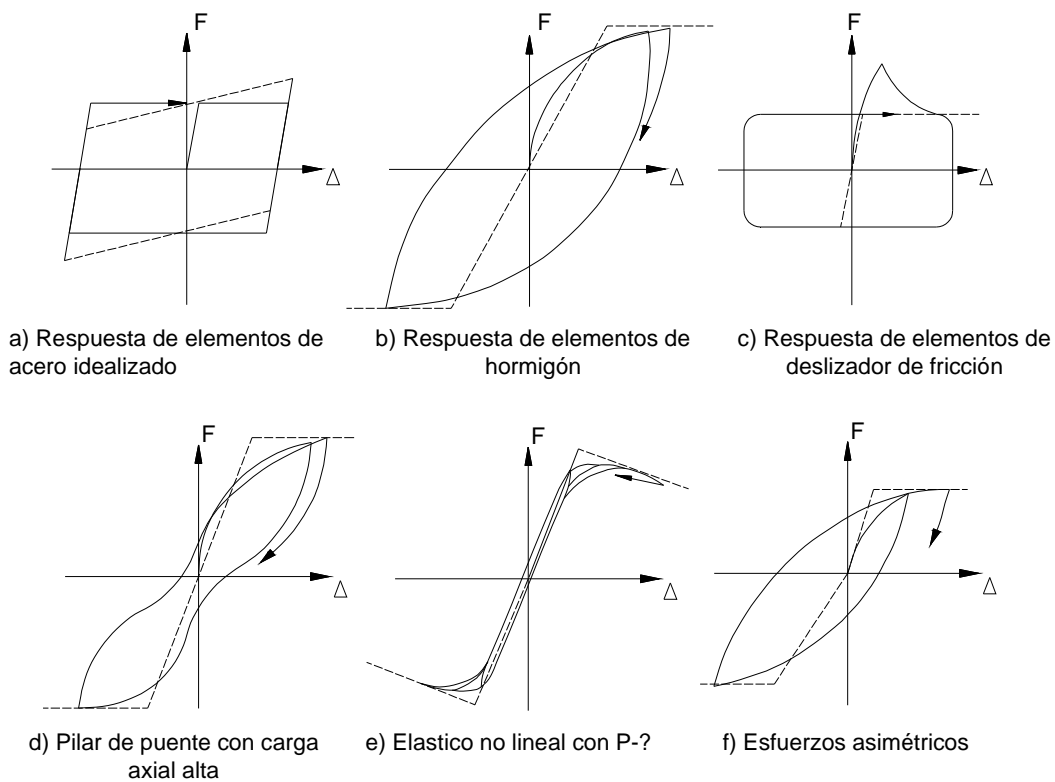


Figura 3.1 Fundamentos del Método del diseño basado en desplazamientos



Fig

ura 3.2 Formas de respuesta histerética Fuerza Desplazamiento estructural común

Con el desplazamiento de diseño a la máxima respuesta determinada, y el correspondiente amortiguamiento estimado desde la ductilidad de demanda, el periodo efectivo T_e para el desplazamiento máximo de respuesta, medida para la altura

efectiva H_e , se puede leer desde el grupo de espectros de desplazamientos para diferentes niveles de amortiguamiento, como se muestra en el ejemplo de la figura 3.1.d. La rigidez efectiva K_e del sistema *SDOF* para el desplazamiento máximo puede ser hallado al invertir la ecuación normal del periodo de un oscilador *SDOF*:

$$K_e = 4\pi^2 m_e / T_e^2 \quad 3.1$$

Donde m_e es la masa efectiva de la estructura participante en el modo fundamental de vibración. Desde la figura 3.1.b la fuerza lateral de diseño que es también la fuerza de diseño de cortante basal es así:

$$F = V_{Base} = K_e \Delta_d \quad 3.2$$

El concepto de diseño es así muy simple. Tal complejidad que existe relaciona la determinación de la características de la “Estructura substituta”, la determinación del desplazamiento de diseño, y desarrollar el espectro de desplazamiento de diseño. Consideraciones de cuidado son sin embargo necesarias para la distribución de la fuerza de cortante basal de diseño V_{Base} para las diferentes localizaciones de masas discretizadas, y para el análisis de estructuras bajo la distribución de fuerzas sísmicas. La formulación del *DDBD* descrito anteriormente con referencia a la figura 3.1.c y d, tiene el mérito de caracterizar los efectos de la ductilidad en demanda sísmica en un camino que es independiente de las características histeréticas, desde la relación amortiguamiento/ductilidad son separadamente generados para diferentes reglas histeréticas. Esto es comparativamente verdadero para generar la influencia de diferentes niveles de amortiguamiento en el espectro de respuesta de desplazamientos y sus gráficas similares a la figura 3.1.d puede ser generado para nuevas intensidades sísmicas, o nuevas simicidades de lugares específicos usando técnicas estándares.

Esto es también posible, sin embargo, combinar la relación de amortiguamiento /ductilidad para una regla histerética específica con un espectro de demanda de desplazamiento sísmico en un grupo de espectro de desplazamiento inelástico simple,

donde las diferentes curvas se relacionan directamente con la demanda de ductilidad de desplazamiento, como se ilustra a continuación en la figura 3.3

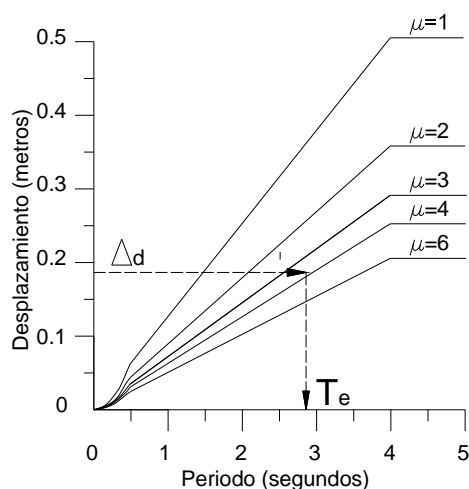


Figura 3.3 Ejemplo de un conjunto de espectros de desplazamiento inelásticos relacionados con el periodo efectivo para una regla hysterética específica

Con la demanda sísmica caracterizada en esta forma, el proceso del método es ligeramente simplificado. Como un paso en el proceso es removido. El grupo espectro de desplazamiento inelástico es ingresado con el desplazamiento de diseño y el periodo efectivo de diseño es leído fuera para el nivel de ductilidad de desplazamiento de diseño. Aunque esto es un proceso sencillo y simplificado, requiere que el espectro de desplazamiento inelástico sea generado para diferentes reglas hysteréticas para cualquier nueva intensidad sísmica considerada. Desde que esto es un largo proceso, el método simplificado permite utilizar la formulación de la figura 3.1.

Sin embargo es posible generar espectros de desplazamiento inelásticos para relaciones amortiguamiento/ductilidad

3.4 Estructuras de un grado de libertad

3.4.1 Método de diseño para una estructura de un grado de libertad

El desplazamiento de diseño que dependerá del estado limite ha ser considerado, y también dependerá si las consideraciones estructurales o no estructurales son más críticas. Para cualquier estado límite dado el desempeño estructural será gobernado

por deformaciones límites de los materiales, desde que el daño es relacionado deformacionalmente para un elemento estructural. El daño para elementos no estructurales puede ser generalmente considerado relacionado con la deriva.

Esto es comparativamente verdadero a calcular el desplazamiento de diseño de los límites deformaciones. Considere la estructura vertical o cantilever de la figura 3.4.a. La más realista estructura en conformidad a la asunción de una aproximación *SDOF* es un puente bajo excitación transversal. Dos posibles secciones de hormigón reforzado, una circular y una rectangular son mostradas en la figura 3.4.b. El perfil de deformación para la respuesta máxima de desplazamiento es mostrado junto con la sección. La deformación máxima de compresión del hormigón ε_c y la deformación de tensión en el refuerzo ε_s son desarrolladas. El estado límite de deformación es $\varepsilon_{c,ls}$ y $\varepsilon_{s,ls}$ para el hormigón a compresión y el acero a tensión respectivamente. Esto generalmente no ocurre simultáneamente en la misma sección, desde el eje neutral la profundidad c es fijada por el índice de refuerzo, y la carga axial de la sección. Consecuentemente existen dos posibles curvaturas de estados límites, basados en el hormigón a compresión y el refuerzo a tensión respectivamente:

$$\phi_{ls,c} = \varepsilon_{c,ls} / c \quad \text{Compresión del hormigón} \quad 3.3.a$$

$$\phi_{ls,s} = \varepsilon_{s,ls} / (d - c) \quad \text{Tensión del acero} \quad 3.3.b$$

El menor de $\phi_{ls,c}$ y $\phi_{ls,s}$ será el que gobierne el diseño estructural. El desplazamiento de diseño puede ahora ser estimado como:

$$\Delta_{d,ls} = \Delta_y + \Delta_p = \phi_y (H + L_{SP})^2 / 3 + (\phi_{LS} - \phi_y) L_p H \quad 3.4$$

Donde ϕ_{ls} es el menor de $\phi_{ls,c}$ y $\phi_{ls,s}$, Δ_y es el desplazamiento de cedencia, H es la altura del pilar, L_{SP} es la altura efectiva adicional que representa los efectos de penetración de deformación y L_p es la longitud de rótula plástica.

Si el estado límite tiene una deriva límite no estructural especificada por el código θ_c el desplazamiento está dado por la ecuación 3.4 y debe ser verificado con:

$$\Delta_{d\theta} = \theta_c H \quad 3.5$$

El menor de los desplazamientos dados por las ecuaciones 3.4 o 3.5 es el desplazamiento de diseño.

Note que en algunos casos el método de diseño será gobernado por el diseño para una deriva específica, y así determinar los detalles para asegurar que las deformaciones límites son alcanzadas.

3.4.2 Desplazamiento de Cedencia

Para un elemento *SDOF* en voladizo, el desplazamiento de cedencia es requerido por dos razones: Primero, si las consideraciones estructurales definen el desplazamiento límite (ecuación 3.4), el desplazamiento de cedencia y curvatura de cedencia deben ser conocidos. Segundo, en orden para el cálculo el amortiguamiento viscoso equivalente, la ductilidad de desplazamiento $\mu_\Delta = \Delta_d / \Delta_y$, los cuales dependen del desplazamiento de cedencia, deben ser conocidos.

Resultados analíticos indican que para los miembros de hormigón reforzado (y masonería) la curvatura de cedencia es esencialmente independiente del nivel de refuerzo contenido y la carga axial, y es una función la deformación de cedencia y la profundidad de la sección solamente. Basados en extensos resultados las siguientes ecuaciones para la curvatura de cedencia de algunas tipos de secciones proveen una adecuada aproximación:

$$\text{Pilar circular de hormigón} \quad \phi_y = 2.25\varepsilon_y / D \quad 3.6.a$$

$$\text{Pilar rectangular de hormigón} \quad \phi_y = 2.10\varepsilon_y / h_c \quad 3.6.b$$

$$\text{Muro rectangular de hormigón} \quad \phi_y = 2.00\varepsilon_y / l_w \quad 3.6.c$$

Donde ε_y es la deformación de cedencia en el acero de refuerzo a flexión ($= f_y / E_e$), y D , h_c y l_w son las profundidades de las secciones circulares, rectangulares y muro rectangular. Note que la ecuación 3.6 da la curvatura de cedencia en la aproximación

equivalente bi lineal de la curva momento curvatura. Como tal es el valor de referencia usual cuando se emplea el modelo bi lineal fuerza desplazamiento.

Para un sistema *SDOF* vertical y voladizo, tal como un pilar de puente, o un muro en bajo en voladizo. El desplazamiento de cedencia puede ser satisfactoriamente aproximarse para propósitos de diseño a:

$$\Delta_y = \phi_y (H + L_{sp})^2 / 3 \quad 3.7$$

Para hormigón reforzado y elementos de acero estructural, la deriva de cedencia puede ser desarrollado desde las expresiones de la curvatura de cedencia como:

$$\theta_y = 0.5 \varepsilon_y L_b / h_b \quad 3.8.a$$

$$\theta_y = 0.65 \varepsilon_y L_b / h_b \quad 3.8.b$$

Donde L_b es la longitud de la viga, y h_b es el peralte de la viga de hormigón o acero.

Se nota que la deriva de cedencia y su respectivo desplazamiento de cedencia para elementos de hormigón reforzado y elementos de acero estructural con similar geometría difieren solamente en 30%, y que los miembros de hormigón son típicamente rígidos.

3.4.3 Amortiguamiento viscoso equivalente

El procedimiento de diseño requiere relacionar entre la ductilidad de desplazamiento y el amortiguamiento viscoso equivalente, como se ve en la figura 3.1.c. Este amortiguamiento es la suma del elástico y el amortiguamiento histerético.

$$\xi_{eq} = \xi_{el} + \xi_{hyst} \quad 3.9$$

Donde el amortiguamiento histerético ξ_{hyst} depende de una apropiada regla de histéresis para la estructura a ser diseñada. Normalmente, para estructuras de hormigón, el índice de amortiguamiento es tomado como 0.05, con respecto al amortiguamiento crítico.

a).- Amortiguamiento histerético: El trabajo inicial en la analizada estructura substituta usando la rigidez secante mas que la rigidez inicial y el amortiguamiento viscoso equivalente para representar el amortiguamiento histerético, fue basado en ecuaciones de absorción de energía por la respuesta cíclica de estado firme histerético para un nivel dado de desplazamiento para el amortiguamiento viscoso equivalente de la estructura substituta. Esto se resuelve en la siguiente expresión para el coeficiente de amortiguamiento viscoso equivalente, ξ_{hyst} :

$$\xi_{hyst} = \frac{A_h}{2\pi F_m \Delta_m} \quad 3.10$$

En la ecuación 3.10, A_h es el área con un ciclo completo de respuesta estabilizada fuerza desplazamiento, además F_m y Δ_m es la fuerza máxima y desplazamiento alcanzado en el bucle de estabilización. Note que el amortiguamiento dado por la ecuación 3.9 y 3.10 es expresado como fracción del amortiguamiento crítico, y es relacionado con la rigidez secante K_e para una respuesta máxima. Así es compatible con la asunción de caracterización estructural por la rigidez y amortiguamiento en la respuesta pico.

Aunque este nivel de amortiguamiento produjo desplazamientos previstos bajo un movimiento sísmico que fue hallado estando en buen acuerdo con los resultados tiempo historia para sistemas con comparativamente absorción baja de energía en la respuesta histerética, tales como la regla modificada de Takeda, esto fue hallado para sobreestimar altamente el amortiguamiento viscoso equivalente efectivo para sistemas con alta absorción de energía, tales como el elasto-plástico o de comportamiento bi-lineal. Una razón para esto puede ser hallada cuando considerando la respuesta de dos sistemas diferentes con las mismas curvas iniciales dorsales (por ejemplo líneas 1 y 2 en la figura 3.8) para un registro de terremoto con un pulso de alta velocidad y sencillo, cual puede ser considerado un ejemplo extremo de movimiento cercano al fallo. Asumido que un sistema tiene una respuesta histerética elasto-plástica bi-lineal, mientras el otro, con la misma rigidez inicial y post cedencia, es bi-lineal elástica. Esto

es, cargas arriba y descargas debajo de la misma curva dorsal, sin disipación alguna de energía histerética. Si la respuesta inelástica resulta de un pulso sencillo, o lanzamiento, la respuesta pico de los dos sistemas deben ser idénticos, desde que la energía no histerética puede ser disipada en la carrera arriba de las líneas 1 y 2, para la respuesta pico. Después de la respuesta pico, la actuación de dos sistemas diferirían. El sistema elástico bi lineal continuaría a responder en las líneas 1 y 2, mientras el sistema elasto-plástico bi-lineal descargaría abajo en una curva diferente, y disiparía energía histerética. Aunque acelerogramas reales no consistentes de un pulso de velocidad pura, el comportamiento descrito arriba es probable para formar un componente de la respuesta, para un grado mayor o menor, dependiente de las características del acelerograma.

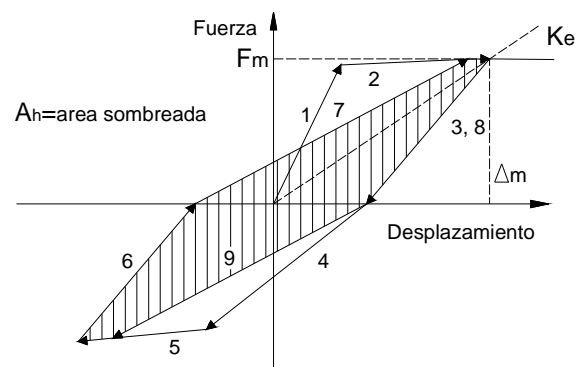


Figura 3.8 Área histerética para el cálculo del amortiguamiento

Tardíos intentos de determinar el nivel apropiado de amortiguamiento viscoso equivalente fueron basados en igualar la energía total absorbida por la histerética y substituta estructura durante la respuesta para acelerogramas específicos, más que igualando el estado firme de respuesta para una excitación sinusoidal. Esto no es obvio, sin embargo, ese método tiene relevancia para la predicción de la respuesta de desplazamiento pico, que es la medida esencial de sucesos, o de lo contrario, del método de la estructura substituta.

El método adoptado aquí es para usar valores de amortiguamiento viscoso equivalente que se ha calibrado para diferentes reglas histeréticas para dar el mismo desplazamiento pico como la respuesta histerética, usando análisis tiempo historia

inelásticos. Dos estudios independientes, basados en diferentes metodologías fueron usados para determinar los niveles de amortiguamiento viscoso equivalente. El primero involucra el uso de un número largo de acelerogramas de terremotos reales, donde el amortiguamiento viscoso equivalente fue calculado para cada registro, nivel de ductilidad, periodo efectivo y regla histerética separadamente, y entonces promediar sobre los registro para proveer una relación para la regla dada, ductilidad, y periodo dados. El segundo estudio, usando un amplio rango de reglas histeréticas fue basado en un número pequeño de acelerogramas artificiales espectrales compatibles donde los resultados de los análisis elástico e inelástico fueron separadamente promediados, y comparados. En todos los casos el amortiguamiento viscoso equivalente fue variado hasta los resultados elásticos de la estructura substituta equivalente igualara ese del modelo histerético real.

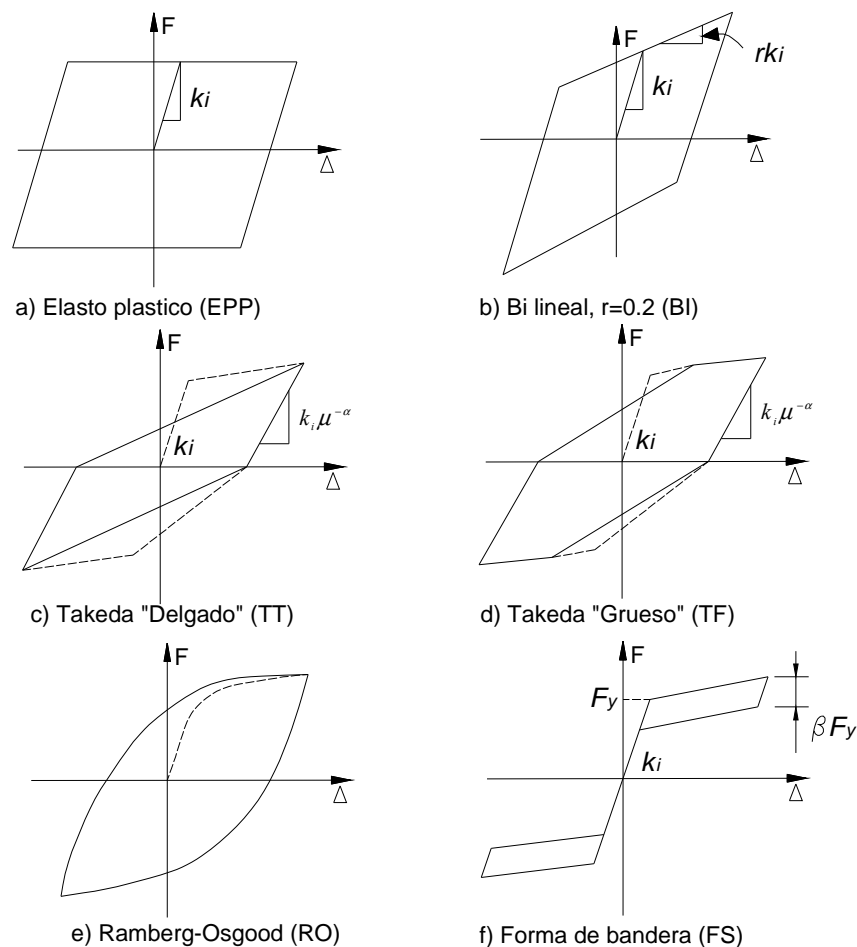


Figura 3.9

Las reglas histeréticas consideradas en el segundo estudio son descritas en la figura 3.9. La regla elástica-plástico perfecta (figura 3.9.a) es característica de algunos sistemas de aislamiento, incorporando deslizadores de fricción. La regla bi-lineal elasto-plástica de la figura 3.9.b tenía un segundo índice de pendiente de rigidez de $r=0.2$, y es además apropiado para estructuras incorporando diversos tipos de sistemas de aislamiento, aunque el valor de r puede variar considerablemente. Las dos regla de Takeda: Takeda delgado (figura 3.9.c.) y Takeda grueso (figura 3.9.d), representan la respuesta de muros de hormigón reforzados dúctiles o pilares estructurales y estructuras de elementos de hormigón reforzado respectivamente. La figura 3.9.e. muestra una regla de unión Lamber Osgood calibrada para representar estructuras de acero dúctiles, y la regla forma de bandera de la figura 3.9.f. representa discontinuas estructuras post tensas con una pequeña cantidad de amortiguamiento adicional.

El estudio de Dwairi y Kowalsky se representa la componente histerética de la respuesta de la forma:

$$\xi_{hyst} = C \left(\frac{\mu - 1}{\mu \pi} \right) \quad 3.11$$

Donde el coeficiente C depende de la regla histerética, Este tiene un relación obvia al método teórico basado en el área de la ecuación 3.10 para la regla elasto Plástica perfecta, para la cual $C=2$. Algunas dependencias de periodos fueron halladas para periodos efectivos $T_e < 1.0$ segundos.

Otros estudios, que consideraron un amplio rango de reglas histeréticas, usan una formulación más compleja de la relación entre ductilidad y amortiguamiento viscoso equivalente, la componente histerética de este está dada por:

$$\xi_{hyst} = a \left(1 - \frac{1}{\mu^b} \right) \left(1 + \frac{1}{(T_e + c)^d} \right) \quad 3.12$$

La ecuación 3.12 incluye la dependencia del periodo de la respuesta, en los coeficientes c y d . La tabla 3.1 muestra los coeficientes para las diversas reglas histeréticas investigadas.

<i>Modelo</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>EPP</i>	0.224	0.336	-0.002	0.250
<i>Bilineal, r=0.2 (BI)</i>	0.262	0.655	0.813	4.890
<i>Takeda delgado (TT)</i>	0,215	0.642	0.824	6.444
<i>Takeda Grueso (TG)</i>	0.305	0.492	0.790	4.463
<i>Bandera, $\beta = 0.35$ (FS)</i>	0.251	0.148	3.015	0.511
<i>Ramberg-Osgood (RO)</i>	0.289	0.622	0.856	6.460

b).- Amortiguamiento Elástico: La ecuación 3.9 incluye una componente elástica del amortiguamiento viscoso equivalente. El amortiguamiento elástico es usado en el análisis inelástico tiempo historia para representar el amortiguamiento no capturado por el modelo histerético adoptado en el análisis. Este puede ser proveniente de la combinación de numerosos factores, de los cuales el más importante es la asunción típica simplificada en el modelo histerético de respuesta lineal perfecta en el rango elástico (que por consiguiente no modela el amortiguamiento asociado con el real no lineal elástico e histerético). El amortiguamiento adicional también resulta de fundamentos de cumplimiento, fundamentos de no linealidad y amortiguamiento de radiación, y amortiguamiento adicional de la interacción entre elementos estructurales y no estructurales.

Para un sistema de un grado de libertad, el amortiguamiento elástico es usado en la ecuación dinámica de equilibrio:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g \quad 3.13$$

Donde X es el desplazamiento relativo de respuesta, \ddot{x}_g es la aceleración del suelo, m y k son la masa y la rigidez, y el coeficiente de amortiguamiento, c es dado por:

$$c = 2m\omega_i\xi = 2\xi\sqrt{mk} \quad 3.14$$

Donde $\omega_i = \sqrt{k/m}$ es la frecuencia circular, y ξ es la fracción de amortiguamiento crítico.

Es posible generar relaciones analíticas entre los coeficientes de amortiguamiento elástico de la estructura substituta y la estructura "real" que son correctos para la respuesta armónica de estado estable. Sin embargo, como con la componente histerética, estos no son apropiados para respuestas transitorias para acelerogramas sísmicos. Aunque la tendencia de la respuesta tiempo historia sigue la forma de las predicciones teóricas. En consecuencia, para obtener el apropiado factor de corrección, es otra vez necesario depender de los resultados del análisis tiempo historia inelástico. Estudios comparan resultados del análisis de la estructura substituta elástica con resultados inelásticos tiempo historia para determinar el factor de corrección a ser aplicado para el coeficiente de amortiguamiento elástico para la asunción de cualquier amortiguamiento elástico de rigidez inicial o rigidez tangente. La forma de la ecuación 3.9 es así ligeramente cambiada a:

$$\xi_{eq} = k\xi_{el} + \xi_{hyst} \quad 3.15$$

Donde, basados en el análisis tiempo historia, k toma la forma:

$$k = \mu^\lambda \quad 3.16$$

Donde μ es el factor de ductilidad al desplazamiento, y λ depende de la regla histerética, y la asunción de amortiguamiento elástico. Valores de λ desde son listados en la tabla 3.2.

c).- Recomendaciones de diseño.- Los datos provistos en la sección anterior son suficientes para dar una base del amortiguamiento viscoso equivalente (ecuación 3.9) para la mayoría de diseños del procedimiento *DDBD*. Así, por ejemplo, si un muro de

hormigón reforzado estaba siendo diseñado para una ductilidad de desplazamiento de $\mu = 5$, un periodo efectivo $T_e = 2.0$ sec. Y un índice de amortiguamiento elástico de 0,05 (5%), relacionado con un amortiguamiento elástico y rigidez tangente, el amortiguamiento viscoso equivalente apropiado sería hallado como sigue:

De la tabla 3.1 para TT , $a = 0.215$, $b = 0.642$, $c = 0.842$, $d = 6.444$. Consecuentemente, de la ecuación 3.12

$$\xi_{hyst} = 0.215 \left(1 - \frac{1}{5^{0.642}} \right) \left(1 + \frac{1}{(2.0 + 0.824)^{6.444}} \right) = 0.139$$

De la ecuación 3.16, con $\lambda = -0.378$ de la tabla 3.2

$$k = \mu^\lambda = 5^{-0.378} = 0.544$$

Consecuentemente, de la ecuación 3.15

$$\xi_{3q} = 0.544 \times 0.05 + 0.139 = 0.166$$

Para la mayoría de diseños, sin embargo es posible de simplificar el proceso, notando que a) La dependencia del periodo es insignificante para la mayoría de reglas para $T > 1$ segundos y b) un ratio de amortiguamiento elástico 0.05 puede ser asumido.

Aquí se lista las ecuaciones siguientes para rigideces tangentes y amortiguamiento elástico solamente, desde que estas son tomadas para ser la simulación estructural correcta. Adicionalmente, estas ecuaciones no podrán ser alteradas para aplicar a niveles diferentes de amortiguamiento elástico o reemplazar el coeficiente 0.05 por decir por 0.02, desde que el coeficiente C es solamente valido para $\xi_{el} = 0.05$. Si diferentes niveles de ξ_{el} están siendo usados, la formulación mas completa de la ecuación 3.12 y la tabla 3.1 deben ser adoptados. Donde apropiados, tipo estructural y material correspondiente son identificados en las siguientes ecuaciones:

$$\text{Edificios de muros de hormigón, Puentes (TT)} \quad \xi_{eq} = 0.05 + 0.444 \left(\frac{\mu - 1}{\mu \pi} \right) \quad 3.17.a$$

$$\text{Edificios de elementos de hormigón (TF)} \quad \xi_{eq} = 0.05 + 0.565 \left(\frac{\mu - 1}{\mu \pi} \right) \quad 3.17.b$$

$$\text{Edificios de elementos de acero (RO)} \quad \xi_{eq} = 0.05 + 0.577 \left(\frac{\mu - 1}{\mu \pi} \right) \quad 3.17.c$$

d).- Generación de espectros de desplazamiento inelásticos

Si una relación entre el desplazamiento elástico del periodo inicial y desplazamiento inelástico tal como la aproximación de desplazamientos iguales es asumida, el espectro inelástico puede ser directamente calculado. Asumiendo que la fuerza-desplazamiento puede ser representada por una aproximación bi-lineal, con una relación entre la rigidez plástica y la elástica igual a r , el periodo secante T_e para el desplazamiento máximo se obtiene a partir del período elástico mediante la relación:

$$T_e = T_i \left(\frac{\mu}{1 + r(\mu - 1)} \right)^{0.5} \quad 3.19$$

Ya que el desplazamiento inelástico en T_e debe ser igual al desplazamiento elástico en T_i para la aproximación de desplazamientos iguales, y teniendo en cuenta que la respuesta de desplazamiento elástico es directamente proporcional al periodo, el factor de reducción de la acción sísmica R_μ es:

$$R_\mu = \left(\frac{1 + r(\mu - 1)}{\mu} \right)^{0.5} \quad 3.20$$

Se pueden obtener, por lo tanto, diferentes relaciones entre ductilidad y factor de reducción, para distintas rigideces post-cendencia. No obstante, no se obtendrán diferentes absorciones de energía para el bucle de histéresis.

Es posible generar un grupo de espectros inelásticos directamente de los datos usados para generar la relación amortiguamiento ductilidad de la ecuación 3.17. Sustituyendo el factor de reducción para valores de amortiguamiento elástico mayores que 0.05 y la ecuación de ductilidad de amortiguamiento 3.17, el factor de reducción de espectro de desplazamiento en la siguiente forma puede ser derivada:

$$R_{\mu} = \left[\frac{0.07}{0.07 + C \left(\frac{\mu - 1}{\mu \pi} \right)} \right]^{\alpha} \quad 3.21$$

Note que diferentes relaciones se aplican para diferentes valores de α (el coeficiente depende si son aplicadas condiciones “normales” o de “pulso veloz”), para diferentes valores de C y además, para diferentes valores de la relación de reducción de desplazamiento amortiguado elástico.

e).- Ecuación de cortante basal de diseño

Esta claro que el método descrito antes puede ser simplificado para una ecuación simple de diseño, una vez que el desplazamiento de diseño y el amortiguamiento estén determinados. Como se noto al inicio, el espectro de desplazamiento es en muchos casos lineal con el periodo efectivo. La no linealidad pequeña en periodos bajos es improbable que sea significativa para diseños basados en desplazamientos, desde que el periodo efectivo en la respuesta de desplazamiento pico, aproximadamente $\mu^{0.5}$ veces el periodo elástico, eso será de importancia. En la figura 3.1.d el desplazamiento es cortado en un periodo de 4 segundos, de acuerdo con la ecuación 2.3 puede ser considerado apropiado para un terremoto de $M_w = 6.9$. Dejando ser $\Delta_{c,5}$ el desplazamiento en el periodo de esquina T_c (por ejemplo en la figura 3.1 $T_c = 4$ segundos) para el espectro de desplazamiento correspondiente al 5% de amortiguamiento. Par aun desplazamiento de diseño de Δ_d y un amortiguamiento de diseño de ξ , el periodo efectivo es, de la figura 3.1.d.

$$T_e = T_c \cdot \frac{\Delta_d}{\Delta_{c,5}} \left(\frac{0.02 + \xi}{0.07} \right)^{\alpha}$$

Donde $\alpha = 0.5$ y 0.25 para condiciones de pulso normal y veloz respectivamente. De la ecuación 3.1 la rigidez efectiva para la respuesta pico esta dada:

$$K_e = \frac{4\pi^2 m_e}{T_c^2} \cdot \frac{\Delta_{c,5}^2}{\Delta_d^2} \left(\frac{0.07}{0.02 + \xi} \right)^{2\alpha} \quad 3.23$$

Finalmente de la ecuación 3.2 y 3.23

$$V_{Base} = K_e \Delta_d = \frac{4\pi^2 m_e}{T_c^2} \cdot \frac{\Delta_{c,5}^2}{\Delta_d} \cdot \left(\frac{0.07}{0.02 + \xi} \right)^{2\alpha} \quad 3.24$$

3.5 Diseño cuando la capacidad de desplazamiento excede el espectro de demanda

Existirán ocasiones, con estructuras muy altas y flexibles, cuando el diseño de capacidad de desplazamiento, calculado desde 3.4 o 3.5 exceda la demanda de desplazamiento espectral máximo posible para el nivel de amortiguamiento calculado de la ecuación 3.17. Por ejemplo, con referencia al grupo de espectros de respuesta figura 3.1.d, será visto que si el desplazamiento de diseño Δ_d es calculado para ser 0.35 m, y el amortiguamiento correspondiente es 20%, no es posible la intersección entre el desplazamiento de diseño y la curva de amortiguamiento del 20%. En el periodo de esquina de 4 segundos el desplazamiento pico en la figura 3.1.d para un amortiguamiento de 20% es 0.282 m. En cuyo caso existen dos posibles condiciones a ser consideradas:

a).- El desplazamiento de cedencia excede el 5% de valor de amortiguamiento en el periodo de esquina: Con una estructura extremadamente flexible, o cuando la intensidad sísmica de diseño es baja, es posible que el desplazamiento de cedencia exceda el 5% del desplazamiento de respuesta elástica amortiguada ($\Delta_{c,5}$) en el periodo de esquina T_c (en la figura 3.1.d) este es $\Delta_{c,5} = 0.5$ m. En este caso el periodo de respuesta elástico será mas alto que T_c , el desplazamiento de respuesta será igual a $\Delta_{c,5}$ y la fuerza cortante basal de diseño esta dado por:

$$V_{Base} = K_{el} \Delta_{c,5}$$

Donde K_{el} es la rigidez elástica. Note, también, que una única solución de diseño no puede ser hallada, desde que la rigidez, K_{el} depende del periodo elástico, el cual depende, a la vez, del esfuerzo.

b).- El desplazamiento de cedencia es menor que el valor del amortiguamiento del 5% en el periodo de esquina.

Este caso será el más común. La respuesta inelástica ocurrirá, pero no en el nivel de ductilidad correspondiente al desplazamiento o capacidad de deriva de la estructura. Note que si el desplazamiento de cedencia es menor que $\Delta_{c,5}$, esto significa que el periodo elástico es menor que T_c . Como la estructura amortigua, un periodo efectivo final de $T \geq T_c$ será logrado, con un nivel de respuesta de desplazamiento que es compatible con el amortiguamiento implicado por ese desplazamiento. Se recomienda el siguiente método de solución prueba y error:

1. Calcular la capacidad de desplazamiento Δ_{dc} , y el correspondiente amortiguamiento ξ_c . Confirmar que los dos son incompatibles con el conjunto de espectro de desplazamiento.
2. Estime el desplazamiento final de respuesta Δ_{df} . Este estará en algún lugar entre Δ_{c,ξ_c} y Δ_{dc} .
3. Calcule la ductilidad de demanda de desplazamiento correspondiente para Δ_{df} ($\mu = \Delta_{df} / \Delta_y$).
4. Calcular el amortiguamiento ξ correspondiente a la demanda de ductilidad μ .
5. Calcular el desplazamiento de respuesta Δ par T_c correspondiente a ξ .
6. Use este valor de Δ como el nuevo estimado para el desplazamiento final Δ_{df} .
7. Repita los pasos 3 al 6 antes de la solución estable se halle. Típicamente este requiere solamente uno o dos iteraciones.

Otra vez no hay una única solución, como la rigidez efectiva puede corresponder a algún periodo $T > T_c$. Algún valor de cortante basal de diseño menor que $V_{Base} = 4\pi^2 m_e \Delta_{df} / T_c^2$ satisficará la asunción de diseño. Un valor alto implicará un a respuesta en un periodo efectivo menor que T_c , y el consecuente el desplazamiento de respuesta será incompatible con el amortiguamiento efectivo. En ambos casos mencionados arriba el esfuerzo provisto no afectará la respuesta de desplazamiento. Requerimientos de esfuerzos mínimos par los efectos P- Δ o cargas de gravedad gobernarán el esfuerzo requerido.

3.6 Estructuras de múltiples grados de libertad

Para estructuras de múltiples grados de libertad la parte inicial del proceso de diseño requiere la determinación de las características de una estructuras substituta equivalente de *SDOF*. Las características requeridas son la masa equivalente, el desplazamiento de diseño y el amortiguamiento efectivo. Cuando estos estén determinados, el cortante básico de diseño para la estructura substituta puede ser determinada. El cortante basal es entonces distribuido entre los elementos masas de la estructura real como fuerza de inercia, y la estructura analizada bajo estas fuerzas para determinar los momentos de diseño en las ubicaciones de las potenciales rótulas plásticas.

3.6.1 Desplazamiento de diseño

El desplazamiento característico de diseño de la estructura substituta depende en el desplazamiento de estado límite o de la deriva del miembro más crítico de la estructura real, y una asumida forma de desplazamiento de la estructura. Esta forma de desplazamiento es el que corresponde al primer modo inelástico en el nivel de diseño del movimiento sísmico. Así los cambios en la forma del primer modo elástico resultan de los cambios locales de las rigideces de los miembros causados por la

acción inelástica en las rótulas plásticas y se tiene en cuenta en el inicio del diseño. La representación del desplazamiento para el primer modo inelástico más que para la forma del primer modo elástico es consistente con la estructura caracterizada por la rigidez secante para la respuesta máxima. De hecho, la forma modal elástica e inelástica son a menudo muy similares.

El desplazamiento de diseño (coordenadas de desplazamiento generalizado) es así dado por:

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} \quad 3.26$$

Donde m_i y Δ_i son las masas y desplazamientos de las n significantes ubicaciones de masas respectivamente. Para edificios de múltiples plantas, esto será normalmente para las n plantas del edificio. Para puentes, la ubicación de la masa normalmente estará localizada en el centro de masas de la superestructura en lo alto de dicho pilar, pero la masa de la superestructura puede ser discretizada para más de una masa por longitud de viga para mejorar validamente la discretización. Con pilares altos, así como quizás ocurra en profundos valles a cruzar, los pilares pueden además ser discretizados con múltiples elementos y masas.

Donde los límites de deformación gobiernan, el desplazamiento de diseño de los miembros críticos puede ser determinado usando el método propuesto. Similares conclusiones se aplican cuando se aplica el límite de deriva de la norma. Por ejemplo, el desplazamiento de diseño para edificios de elementos será normalmente gobernado por la deriva límite en el piso más bajo del edificio. Para puentes, el desplazamiento de diseño será normalmente gobernado por la capacidad de rotación plástica de los pilares bajos. Con un conocimiento del desplazamiento de los miembros críticos y la forma de desplazamiento de diseño, los desplazamientos de las masas individuales estarán dados por:

$$\Delta_i = \delta_i \left(\frac{\Delta_c}{\delta_c} \right) \quad 3.27$$

Donde δ_i es la forma modal inelástica, y Δ_c es el desplazamiento de diseño en la masa crítica, c , y δ_c es el valor de la forma del modo en la masa c .

Note que la influencia de los elevados modos en el desplazamiento y envolvente de deriva es generalmente pequeña, y no se considera en este paso en el diseño. Sin embargo, para edificios altos de diez plantas, la amplificación dinámica y la deriva pueden ser importantes, y el límite de deriva de diseño quizás necesite ser reducido para tomarlo en cuenta.

3.6.2 Forma de Desplazamiento

Edificio de elementos: Para un edificio regular de elementos, la siguiente ecuación, aunque aproximada, tendría que ser adecuada para propósitos de diseño:

$$\text{Para } n \leq 4 \quad \delta_i = H_i / H_n \quad 3.28.a$$

$$\text{Para } n > 4 \quad \delta_i = \frac{4}{3} \left(\frac{H_i}{H_n} \right) \left(1 - \frac{H_i}{4H_n} \right) \quad 3.28.b$$

En esta ecuación H_i y H_n son la altura del nivel i , y del techo (nivel n) respectivamente. La forma de desplazamiento resultante de esta ecuación proporciona mejor acuerdo entre el desplazamiento previsto y aquellos resultantes del análisis tiempo historia inelástico para edificios altos, comparados con el perfil lineal apropiado para edificios bajos.

3.6.3 Masa Efectiva

De las consideraciones de la participación de masas en el primer modo inelástico de vibración, el sistema de masas efectivas para la estructura substituta será:

$$m_e = \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) / \Delta_d \quad 3.29$$

Donde Δ_d es el desplazamiento de diseño dado por 3.26. Típicamente, la masa efectiva se ubicará desde 70% de la masa total de muro cantilever de múltiples plantas a mas de 85% para edificios de mas de 20 pisos. Para un puente simple de múltiples

tramos la masa efectiva estará a menudo excediendo el 95% del total de la masa. El resto de las masas participan en los modos mas altos de vibración. Aunque las reglas de combinación modal, tales como el método de la raíz cuadrada de suma de cuadrados (SRSS) o el de la Combinación cuadrática completa pueden indicar un significativo incremento en la fuerza cortante basal sobre la forma del primer modo inelástico, hay mucha menos influencia en el momento de volcamiento basal de diseño.

3.6.4 Amortiguamiento viscoso equivalente

Sistema de amortiguamiento: El amortiguamiento efectivo depende del sistema estructural y de la ductilidad de demanda de desplazamiento, como se muestra en la figura 3.1. Este requiere de la determinación de la ductilidad de demanda de desplazamiento de la estructura substituta. Esto representa algunos problemas, desde el desplazamiento de diseño Δ_d esta ya siendo determinado de la ecuación 3.7. El desplazamiento efectivo de cedencia Δ_y necesita ser interpolado desde el perfil de desplazamiento en cedencia. Para elementos es adecuado asumir que la deriva de cedencia es constante con la altura, y su desplazamiento de cedencia.

$$\Delta_y = \theta_y H_e \quad 3.34$$

Donde θ_y esta dado por la ecuación 3.8. y H_e es la altura efectiva de la estructura substituta. La cual puede tomarse como:

$$H_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i H_i)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} \quad 3.35$$

El factor de ductilidad de diseño, es entonces

$$\mu = \Delta_d / \Delta_y \quad 3.36$$

En su forma usual

Note que la ductilidad razonable provista es implicada por el desplazamiento de diseño figura 3.1.c y ecuación 3.17 indicando que el amortiguamiento no es fuertemente dependiente en la ductilidad, y valores medios pueden ser adoptados.

Cuando la resistencia lateral de un edificio en una dirección dada es provista por un número de muros de diferentes longitudes, la demanda de ductilidad de cualquier muro diferirá, desde el desplazamiento de cedencia de los muros serán inversamente proporcionales a la longitud del muros (vea ecuación 3.6.c), mientras el desplazamiento máximo en la respuesta de nivel de diseño será esencialmente igual, sujeto solamente a variaciones pequeñas resultantes de la respuesta torsional y a la flexibilidad del diafragma de piso. Consecuentemente el amortiguamiento del sistema necesitará considerar el amortiguamiento efectivo diferente en cualquier muro.

En el caso general, donde los elementos estructurales diferentes con diferentes esfuerzos y factores de amortiguamiento contribuyan a la resistencia sísmica, el amortiguamiento global puede hallarse por los pesos medios basados en la energía disipada pro los elementos estructurales diferentes. Esto es:

$$\xi_e = \frac{\sum_{j=1}^m (V_j \Delta_j \xi_j)}{\sum_{j=1}^m V_j \Delta_j} \quad 3.37$$

Donde V_j , Δ_j y ξ_j son: el esfuerzo de diseño en el desplazamiento de diseño, desplazamiento en altura en el centro de la fuerza sísmica, el amortiguamiento, respectivamente, del j-ésimo elemento estructural. Alternativamente, la energía disipada puede ser relacionada con el momento y rotación de diferentes rótulas plásticas ($V_j \Delta_j = M_j \theta_j$). Esta forma puede ser más apropiada para estructuras de elementos.

Con múltiples muros en planta, el desplazamiento de los diferentes muros serán todos similares, y consecuentemente de 3.37 se puede simplificar a:

$$\xi_e = \frac{\sum_{j=1}^m (V_j \xi_j)}{\sum_{j=1}^m V_j} \quad 3.38$$

Donde V_j y ξ_j son la fuerza cortante basal y el amortiguamiento de los m muros en una dirección dada. Algunas modificaciones de 3.38 pueden ser necesitadas cuando la respuesta torsional de un edificio contenida en más de un plano de muros en una dirección dada es considerada. Es este caso, la ecuación 3.37 se aplica. Sin embargo, el error que involucra el uso de la ecuación 3.38 es pequeño, siempre y en cuando la respuesta torsional es esperada.

Una decisión racional estará a proporción del total requerimiento de fuerzas cortantes basales entre los muros en proporción al cuadrado de la longitud. Esto resultará en índices de refuerzo esencialmente constantes entre los muros. Con el esfuerzo del muro proporcional a la longitud cuadrada, la ecuación 3.38 puede ser re escrita como:

$$\xi_e = \frac{\sum_{j=1}^m (l_{wj}^2 \xi_j)}{\sum_{j=1}^m l_{wj}^2} \quad 3.39$$

3.6.5 Distribución de la fuerza de cortante basal

Los principios resumidos en la sección previa permiten el cortante basal de diseño a ser estabilizado para un sistema de múltiples grados de libertad *MDOF*. Estas fuerzas de cortante basal pueden ser distribuidas como fuerzas de diseño para variadas masas discretizadas de la estructura, con el propósito que el momento de diseño para las potenciales rótulas plásticas puedan ser estabilizadas. Asumiendo la respuesta sinusoidal esencialmente en la respuesta pico, el cortante basal puede ser distribuido en proporción a las masas y desplazamientos en las ubicaciones de las masas discretizadas. Así la fuerza de diseño de la masa i es:

$$F_i = V_{Base} (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) \quad 3.41$$

Similarmente con el Método de diseño Basado en fuerzas para edificios de múltiples plantas será inmediatamente evidente. La diferencia es que el perfil de desplazamiento inelástico de diseño, mas que un desplazamiento proporcional a la altura es usado, y de la figura 3.41 es generalizado a toda la estructura, no solamente edificios. La

distribución de la fuerza cortante basal de diseño entre elementos resistentes a fuerzas laterales paralelas (muros otros elementos) es, para alguna extensión, una opción de diseño.

3.6.6 Análisis de Estructuras bajo las Fuerzas de diseño

El análisis de estructuras bajo el vector de fuerzas laterales representado por la ecuación 3.41 para determinar el momento de diseño y las ubicaciones de las rótulas plásticas potenciales es analíticamente correcto, pero no obstante necesita algunas consideraciones conceptuales. Con el propósito a ser compatible con los conceptos de la estructura substituta que constituye la base de *DDBD*, las rigideces de los miembros deben ser representativas de las rigideces secantes efectivas para la respuesta de desplazamiento de diseño.

Para edificios de muros en cantilever, estos pueden ser simplificados a una distribución del vector de fuerzas verticales entre muros en proporción a l_w^2 , como se sugiere antes, con los muros entonces analizados separadamente. El diseñador no debe, sin embargo, sentir injustamente limitado por esta sugerencia de distribución de esfuerzos, como existirán casos donde la adopción de otras distribuciones sea más razonables.

Para elementos de hormigón reforzado y edificios de sistemas duales (muros y pilares), se necesita mayor cuidado. Con el diseño de elementos viga débil/columna fuerte, las vigas estarán sujetas a la acción inelástica, y la rigidez apropiada para las vigas será:

$$(EI)_{beam} = E_c I_{cr} / \mu_b$$

Donde $E_c I_{cr}$ es ella rigidez de las sección fisurada, y μ_b es la esperada demanda de ductilidad de desplazamiento esperada. Los análisis tienen que mostrar que las fuerzas de los miembros no son particularmente sensibles al nivel de rigidez asumido, y así es aceptable asumir que la ductilidad de diseño de los miembros $\mu_b = \mu_s$

Desde que los pilares serán protegidos contra la acción inelástica por procedimientos de diseño por capacidad, sus rigideces deben ser tomados como $E_c I_{cr}$ sin reducir por ductilidad. Note que en el estado inicial de diseño, los esfuerzos de las vigas y pilares no serán conocidos, entonces no es posible precisamente definir la rigidez de la sección fisurada de pilares y vigas. Sin embargo, como se notó anteriormente las fuerzas de los miembros no son fuertemente dependientes de la rigidez, y es la rigidez efectiva relativa de vigas y pilares que es de importancia, mas que los valores absolutos. Desplazamientos previstos del análisis pueden tener errores significantes, pero desde que el desplazamiento es de hecho la entrada al diseño y tiene se tienen muchas consideraciones en el proceso de diseño, esto tendrá pequeñas consecuencias.