



Escola Tècnica Superior d'Enginyeries
Industrial i Aeronàutica de Terrassa

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

*ESTUDI PRELIMINAR D'UN
SCRAMJET PER PROPULSAR UN
AVIÓ DE TRANSPORT HIPERSÒNIC*

MEMÒRIA

Titulació: Enginyeria Aeronàutica

Alumne: Joan Vernet Falcó

Director Del PFC: Josep Oriol Lizandra Dalmases

Convocatòria: Febrer 2011

LLISTAT DE FIGURES

Figura 1. Definició de les estacions en una presa d'SCRAMJET	4
Figura 2. Diagrama entalpia-entropia del procés de compressió (Referència 2) ..	8
Figura 3. Comparació entre preses no condicionades de estatoreactor i SCRAMJET (Referència 9)	10
Figura 4. Màximes relacions d'àrea	11
Figura 5. Efecte de la química del gas en el pendent total i en la relació de contracció.	13
Figura 6. Pressió induïda en una placa plana com a resultat del creixement de la capa límit.	14
Figura 7. Variació total d'angle òptima	16
Figura 8. Disseny del camp de compressió externa mitjançant interacció viscosa/no viscosa.	17
Figura 9. Impuls específic màxim per a diferents sistemes propulsius.	18
Figura 10. Condicions típiques d'entrada en combustió subsònica	18
Figura 11. Paràmetres de la compressió en una presa d'aire amb M_2 i $\Delta S/R$, extreta de la Referència 8.	20
Figura 12. Característiques ambientals en una trajectòria de vol	21
Figura 13. Exemple de tipus de fluxos simples.	22
Figura 14. Aproximació de la separació de la capa límit	24
Figura 15. Esquema de la cambra de combustió (Referència 8)	25
Figura 16. Solucions de la relació de pressions en la cambra de combustió (Referència 15)	25
Figura 17. Esquema Aïllador/Cambra de combustió	26
Figura 18. Efecte de la fricció en la tovera, per a $M=14$, extret de la Referència 4.	28
Figura 19. Esquema de la geometria de la presa d'aire	29
Figura 20. Esquema de la primera ona de xoc obliqua en la compressió externa	30
Figura 21. Esquema de la compressió mitjançant dues ones de xoc	31

Figura 22. Captura del programa CEAgui on es mostren els paràmetres d'entrada.	35
Figura 23. Esquema de la geometria i les característiques emprades.	40
Figura 24. Caracterització d'un punt genèric.	42
Figura 25. Esquema de la geometria i les línies característiques de l'expansió.	43
Figura 26. Detall de la configuració de línies característiques.	44
Figura 27. Esquema de la geometria i les característiques emprades.	45
Figura 28. Característiques obtingudes per al cas d'estudi de Disseny.	47
Figura 29. Característiques obtingudes per al cas d'estudi de $M=7$	48
Figura 30. Característiques obtingudes per al cas d'estudi de $M=9$	49
Figura 31. Vehicle hipersònic X34-A, extreta de www.nasa.gov	52
Figura 32. Dimensions del vehicle X-43A, extreta de la Referència 24.	52

LLISTAT DE TAULES

Taula 1. Resum de les característiques de cada flux.	22
Taula 2. Resultats obtinguts per al factor de recuperació i per al rendiment d'energia cinètica amb una ona de xoc.	30
Taula 3. Resultats obtinguts per al factor de recuperació i per al rendiment d'energia cinètica amb dos ones de xoc.	32
Taula 4. Factor de recuperació i rendiment d'energia cinètica per a la condició de disseny i amb 3 ones de xoc.	32
Taula 5. Factor de recuperació per a cada condició de vol.	32
Taula 6. Pressió total a l'entrada de la cambra de combustió per a les tres condicions de vol.	33
Taula 7. Condicions de pressió i temperatura d'inici de combustió	34
Taula 8. Velocitat d'inici de combustió	35
Taula 9. Característiques del flux després de la combustió en Disseny.	36
Taula 10. Característiques cinètiques del flux després de la combustió.	37
Taula 11. Magnituds totals del flux després de la combustió.	37
Taula 12. Resultats de la combustió per a la condició de $M_0=7$	37
Taula 13. Resultats de la combustió per a la condició de $M_0=9$	38
Taula 14. Característiques del flux després de la combustió, obtingudes mitjançant el mètode iteratiu i el programa CEAgui.	39
Taula 15. Velocitats inicial i final de l'expansió en disseny.	41
Taula 16. Característiques del flux al inici de l'expansió.	46
Taula 17. Inclinator de la superfície de discontinuïtat.	46
Taula 18. Coordenades dels punts de la superfície superior i característiques del flux per a Mach 8.	47
Taula 19. Coordenades dels punts de la superfície superior i característiques del flux per a Mach 7.	48
Taula 20. Coordenades dels punts de la superfície superior i característiques del flux per a Mach 9.	49
Taula 21. Resultats obtinguts de l'empenta produïda pel motor.	51

Taula 22. Característiques aerodinàmiques del X-43A, extretes de la referència 24.	53
Taula 23. Sustentació i resistència aerodinàmica per a cada condició de vol i per a tres angles d'atac.....	53
Taula 24. Empenta i Impuls específic obtinguts.	54

ÍNDIX DE CONTINGUTS

1. Introducció.....	1
2. Objectiu del projecte.....	2
ANÀLISI DE LES PARTS D'UN SCRAMJET	3
3. Presa d'aire (<i>Inlet</i>).....	3
3.1. Introducció.....	3
3.2. Definició de paràmetres de funcionament.....	4
3.3. Qüestions importants de disseny	9
3.3.1. Límits de contracció i operacionals.....	9
3.3.2. Efectes d'elevades temperatures.....	12
3.3.3. Fenòmens viscosos.....	13
3.4. Disseny i optimització d'una presa d'aire d'un SCRAMJET.....	15
3.4.1. Dissenys bidimensionals plans	15
4. Cambres de combustió de flux supersònic	18
4.1. Introducció.....	18
4.2. Consideracions fenomenològiques.....	19
4.2.1. Flux en la presa d'aire	19
4.2.2. Flux en la cambra de combustió	22
4.3. Implicacions en l'enfocament del disseny	24
4.3.1. Cambra de combustió d'un pas	24
4.3.2. Cambres de combustió amb aïllador	26
5. Tovera d'escapament	27
PARAMETRITZACIÓ DE LES PARTS D'UN SCRAMJET	29
6. Actuacions de la Presa d'Aire	29
6.1. Estudi de l'Eficiència d'Energia Cinètica	30
7. Procés de combustió	34
7.1. Càlcul mitjançant CEAgui	35
7.1.1. Resultats obtinguts.....	36
7.2. Càlcul mitjançant procediment iteratiu	38
7.2.1. Resultats obtinguts.....	39

6.	Expansió i escapament.....	40
6.1.	Disseny de la tovera	40
6.2.	Estudi de la expansió per a les tres condicions de vol	46
6.2.1.	Condició de disseny, $M_0=8$	46
6.2.2.	Condició de $M_0=7$ ($M_{\text{disseny}}-1$)	47
6.2.3.	Condició de $M_0=9$ ($M_{\text{disseny}}+1$)	48
7.	Càlcul de l'empenta produïda	50
8.	Cas real	52
9.	Conclusions finals	55
10.	Bibliografia	56

1. INTRODUCCIÓ

El terme SCRAMJET és un acrònim de *Supersonic Combustion Ramjet* (estatoreactor de combustió supersònica). Un motor SCRAMJET, o com es nombrarà a partir d'ara simplement SCRAMJET, és un motor a reacció que pretén operar a molt elevades velocitats, normalment associades a l'operació de coets. Igual que el seu predecessor, l'estatoreactor, pertany a una família de motors coneguts com "hypersonic air-breathing engines" (la traducció seria "motors hipersònics que respiren aire", i fa referència a que és un dispositiu que utilitza l'atmosfera que l'envolta per a aconseguir superar àmpliament la velocitat del so local).

En el desenvolupament actual de la tecnologia aeroespacial hi ha molts camps de recerca per a l'aplicació de la tecnologia del vol hipersònic, i l'exemple més conegut són els vehicles de llançament reutilitzables. Un vehicle reutilitzable que utilitzi l'atmosfera per a funcionar podria possiblement reduir el cost de la carrega en òrbita en un ordre de magnitud, i per tant és molt important en la utilització comercial de l'espai i en les futures exploracions més enllà de la lluna.

Pel que fa a l'aviació comercial, els vehicles hipersònics podrien suposar un canvi en l'estratègia, ja que permetrien reduir el temps de vol de forma molt significativa, permetent per exemple, reduir el temps d'un vol de llarg recorregut de Stockholm a Sydney a un parell d'hores.

2. OBJECTIU DEL PROJECTE

Un SCRAMJET és un tipus de motor en fase experimental que permetria volar en règim hipersònic. Suposaria un avenç important en el transport aeri, permetent reduir dràsticament el temps de vol en trajectes intercontinentals.

L'objectiu d'aquest projecte es estudiar com funcionen aquests motors, conèixer les seves característiques i intentar saber quins paràmetres són importants en el disseny i l'operació dels SCRAMJETS. I intentar, a partir d'aquests coneixements, saber si aquests motors produeixen l'empenta suficient per a propulsar un aeronau i permetre el vol i el transport aeri.

ANÀLISI DE LES PARTS D'UN SCRAMJET

3. PRESA D'AIRE (*INLET*)

3.1. Introducció

L'objectiu principal d'una presa d'aire (o difusor) de qualsevol sistema propulsiu aeri és capturar i comprimir l'aire, que posteriorment seguirà cap a la resta de parts del motor. En un turboreactor convencional, la compressió adequada de l'aire s'obté mitjançant la presa d'aire i un compressor mecànic. En canvi, per a vehicles que volen en règim supersònic alt ($3 < M_0 < 5$) o hipersònic ($M_0 > 5$), la compressió es duta a terme exclusivament pel difusor, i per tant el disseny d'aquesta part serà molt important.

A l'hora de dissenyar una presa d'aire hipersònica és important aconseguir el pes mínim que permeti una compressió eficient, generi poca resistència i produeixi un flux d'entrada uniforme a la cambra de combustió. A més, és important que funcioni correctament en un rang de velocitats de vol i de condicions d'operació del motor. Però en el disseny apareixen limitacions, tant aerodinàmiques (límits d'encesa i de separació de la capa límit i limitacions en els perfils de flux a l'entrada de la cambra de combustió), com mecàniques (radis de punta, flexibilitat en variacions geomètriques i sistemes de refrigeració).

Les característiques d'una presa d'aire d'un SCRAMJET tendeixen a ser diferents a les d'un estatoreactor de compressió interna o les d'un turboreactor. La presa d'aire d'un estatoreactor o un turboreactor captura, comprimeix i difon la corrent d'aire fins a baixes velocitats subsòniques. La major part de la compressió té lloc en la porció externa de la presa amb poca o nul·la contracció interna.

El disseny de les preses en SCRAMJETS està fortament influenciat per les limitacions del vehicle i el vol. Degut a que operen a velocitats superiors als estatoreactors o els turboreactors, la compressió necessària pot ser aconseguida amb una menor inflexió. En molts dissenys, la compressió es divideix entre les parts externes i internes de l'entrada, de manera que s'assoleixen relacions de contracció interna elevades.

A altes velocitats la presa d'aire opera amb flux supersònic. A baixes velocitats supersòniques una ona de xoc despresa es pot formar davant de la presa d'aire, i el flux en la presa pot ser supersònic o subsònic. Tenint en compte això, les preses d'aire estan normalment dissenyades per a tenir flux supersònic en el procés de combustió.

Finalment, segons el disseny emprat les preses d'aire s'acostumen a classificar segons si són bidimensionals, bidimensionals axisimètriques o tridimensionals.

3.2. Definició de paràmetres de funcionament

En la Figura 1 es mostren les diferents parts d'una presa d'aire, que utilitzarem per a definir els paràmetres de funcionament.

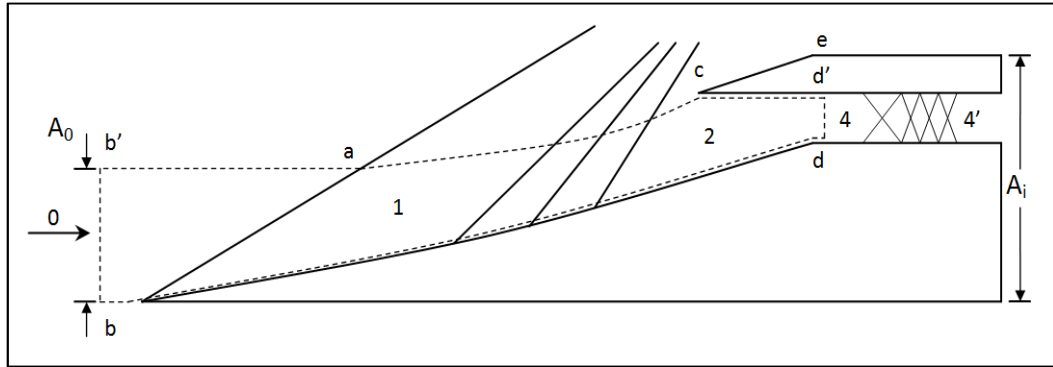


Figura 1. Definició de les estacions en una presa d'SCRAMJET

El punt 0 fa referència a les condicions de corrent lliure no pertorbada, anterior a la compressió. El punt 2 correspon a les propietats a l'entrada de la part interna de la presa d'aire. El punt 4 correspon a la gola de la presa (zona de àrea mínima), i el punt 4' fa referència a les propietats després de qualsevol ona de xoc anterior a la combustió.

La operació d'una presa d'aire d'un SCRAMJET pot ser estudiada mitjançant la geometria, juntament amb les equacions de conservació de la massa, la quantitat de moviment i l'energia del flux entre el principi i el final del procés de compressió, i definint normalment les magnituds de forma adimensional. El flux màssic a través de la presa d'aire està caracteritzat per la relació d'àrees de captura A_0/A_i , la qual està definida com l'àrea perpendicular al flux capturat en la corrent lliure A_0 respecte a l'àrea frontal projectada respecte a l'entrada A_i , tal i com mostra la Figura 1.

L'energia del flux a la gola està determinada per l'entalpia total en aquest punt H_{t4} , o també pot ser determinada directa o indirectament mitjançant les pèrdues de calor a través del tub de corrent \dot{Q} . Aquestes quantitats estan normalment definides en termes adimensionals, ja sigui amb la fracció de calor perduda $\dot{Q}' = \dot{Q}/\dot{m}H_{t0}$ o amb la relació d'entalpies totals H_{t4}/H_{t0} .

L'empenta de la corrent a la gola es determina normalment mitjançant el coeficient de resistència de la corrent capturada C_d , el qual es defineix com:

$$C_d = \frac{F_0 - F_4}{q_0 A_i} \quad \text{Equació 1}$$

On F_0 i F_4 són les empentes de la corrent capturada en la regió no pertorbada i en la gola, respectivament. Aquest coeficient pot ser desglossat en un coeficient de resistència additiva $C_{d_{add}}$ i un coeficient de resistència de les forces en les superfícies de la presa $C_{d_{inlet}}$, de la següent manera:

$$C_{d_{add}} = \left\{ \int_a^c (P - P_0) dA_y \right\} / q_0 A_i \quad \text{Equació 2}$$

$$C_{d_{inlet}} = \left\{ \int_b^d P dA_y + \int_b^d \tau dA_x + \int_c^{d'} P dA_y + \int_c^{d'} \tau dA_x \right\} / q_0 A_i \quad \text{Equació 3}$$

On dA_x i dA_y són les projeccions axial i vertical de l'àrea de la superfície, respectivament. Un terme addicional de resistència que resulta sovint d'interès és el coeficient de resistència externa del llavi inferior (en anglès “*external cowl drag*”) $C_{d_{cowl}}$, definit com:

$$C_{d_{cowl}} = \frac{\int_c^e P dA_y + \int_c^e \tau dA_x}{q_0 A_i} \quad \text{Equació 4}$$

Per a una presa d'aire bidimensional el coeficient de força normal és necessari per a especificar la força total en la corrent capturada. El coeficient de sustentació global per a aquesta corrent C_l es defineix de la següent manera:

$$C_l = \left\{ \int_{bdd'cb'b} P dA_x + \int_{bdd'cb'b} \tau dA_y \right\} / q_0 A_i \quad \text{Equació 5}$$

Aquest terme, de la mateixa manera que el coeficient de resistència, es pot desglossar en un terme d'empenta additiva $C_{l_{add}}$ i un terme de força normal a la presa $C_{l_{inlet}}$, que estan definits com:

$$C_{l_{add}} = \int_{b'}^c P dA_x / q_0 A_i \quad \text{Equació 6}$$

$$C_{d_{inlet}} = \left\{ \int_b^d P dA_x + \int_b^d \tau dA_y - \int_c^{d'} P dA_x - \int_c^{d'} \tau dA_y \right\} / q_0 A_i \quad \text{Equació 7}$$

Donades les condicions de la corrent incident i els paràmetres adimensionals, el flux màssic, l'empenta, i l'energia del flux a la gola de la presa d'aire poden ser calculats:

$$\dot{m} = \rho_0 U_0 \frac{A_0}{A_i} A_i \quad \text{Equació 8}$$

$$F_{x_4} = (P_0 + \rho_0 U_0^2) A_0 - C_d q_0 A_i \quad \text{Equació 9}$$

$$F_{y_4} = C_l q_0 A_i \quad \text{Equació 10}$$

$$H_{t_4} = (1 - \dot{Q}') H_{t_0} \quad \text{Equació 11}$$

Coneixent les anteriors propietats, es pot definir un grup de propietats del flux unidimensional:

Massa:

$$\dot{m} = \rho_4 U_4 A_4 \quad \text{Equació 12}$$

Quantitat de moviment axial:

$$F_{x_4} = (P_4 + \rho_4 U_4^2) A_4 \quad \text{Equació 13}$$

Quantitat de moviment normal:

$$F_{y_4} = \rho_4 U_4 V_4 A_4 \quad \text{Equació 14}$$

Energia:

$$H_{t_4} = h_4 \frac{1}{2} (U_4^2 + V_4^2) \quad \text{Equació 15}$$

Estat:

$$h_4 = h(P_4, \rho_4) \quad \text{Equació 16}$$

Assumint comportament ideal del gas, l'equació d'estat pot ser definida:

$$h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho}$$

Equació 17

Per a gasos no ideals aquesta relació és més general i complexa i normalment s'utilitzen subrutines programades per calcular-la mitjançant càlcul computacional.

Per a un gas ideal, les equacions anteriors poden ser resoltes directament, per tal d'obtenir el número de Mach a la gola, de la manera següent:

$$M_4 = \left(\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right)^{1/2}$$

Equació 18

On, en l'expressió anterior,

$$C = (\gamma - 1)H_{t_4} \left(\frac{\dot{m}}{\gamma F_4} \right)^2; B = 2\gamma C - 1; A = \gamma^2 C - \frac{\gamma - 1}{2}$$

Amb el número de Mach a la gola obtingut, podem obtenir altres propietats, com per exemple:

$$P_4 = \frac{F_4}{(1 + \gamma M_4^2)A_4}$$

Equació 19

$$T_{t_4} = H_{t_4} \frac{\gamma - 1}{\gamma R}$$

Equació 20

$$T_4 = T_{t_4} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_4^2 \right)^{-1}$$

Equació 21

$$\rho_4 = \frac{P_4}{RT_4}$$

Equació 22

Si el gas és no ideal, un procediment iteratiu permet solucionar les equacions. Un procediment possible seria:

- 1) Triar un h_4
- 2) $U_4 = \sqrt{2(H_{t_4} - h_4)}$
- 3) $\rho_4 = \frac{\dot{m}}{U_4 A_4}$
- 4) $P_4 = \frac{F_4}{A_4} - \rho_4 U_4^2$

- η_{KE} adiabàtic:

$$\eta_{KE_{ad}} = \frac{h_{t_0} - h(P_0, s_4)}{h_{t_0} - h_0} \quad \text{Equació 25}$$

- Eficiència isentròpica:

$$\eta_i = \frac{h(P_{t_4}, s_4) - h_0}{h_{t_0} - h_0} \quad \text{Equació 26}$$

- Variació d'entropia adimensional:

$$\frac{\Delta s}{R} = \frac{s_4 - s_0}{R} \quad \text{Equació 27}$$

- Rendiment isentròpic:

$$\eta_s = 1 - \frac{s_4 - s_0}{s(P_0, h_4) - s_0} \quad \text{Equació 28}$$

Per a problemes amb gasos ideals es poden emprar η_{P_t} o η_{KE} , mentre que per a problemes de gasos no ideals s'empra η_{KE} . Cadascun d'aquests paràmetres d'eficiència ofereix avantatges i inconvenients, especialment en l'optimització del funcionament de la presa d'aire. Cal tenir en compte que utilitzar un únic paràmetre és insuficient per a especificar completament l'optimització d'una presa d'aire.

3.3. Qüestions importants de disseny

3.3.1. Límits de contracció i operacionals

Per a un correcte funcionament, les preses d'aire per a SCRAMJETS han d'operar en forma condicionada ("condicionada" fa referència a la condició d'operació que es coneix com "STARTED MODE" en anglès, i s'ha utilitzat degut a que la traducció directa no representa l'estat d'operació). El terme "condicionada" s'utilitza quan la presa d'aire funciona sota les condicions que permeten que els fenòmens que tenen lloc a l'interior de la presa no afectin les característiques de captura d'aire. Una presa pot no estar "condicionada" (o bloquejada) degut a una relació de contracció massa elevada que propicia l'aparició d'una ona de xoc abans de l'entrada a la presa.

El camp de fluid en una presa d'aire d'un SCRAMJET hipersònic pot ser diferent al que trobem en una compressió externa en un turboreactor o un estatoreactor, tal i com es mostra a la Figura 3. En aquests dos últims, la relació entre el calor de la capa límit i el de la presa en el pla del llavi superior amb l'inferior és normalment petita. Quan aquestes preses no estan condicionades, una ona de xoc normal es expulsada, i el flux entra en règim subsònic.

En canvi, en preses hipersòniques una porció substancial del flux en el pla del llavi superior amb l'inferior pot ser capa límit. Aquesta ona de xoc obliqua expulsada és suficientment forta per separar la capa límit, creant el camp de fluid que es mostra en la Figura 3. Aquest camp de fluid està caracteritzat per una gran regió separada i flux d'entrada supersònic. En aquestes condicions la porció de fluid que captura la presa d'aire no condicionada és majoritàriament supersònic.

a) Presa de estatoreactor de compressió externa

b) Presa de SCRAMJET de compressió externa

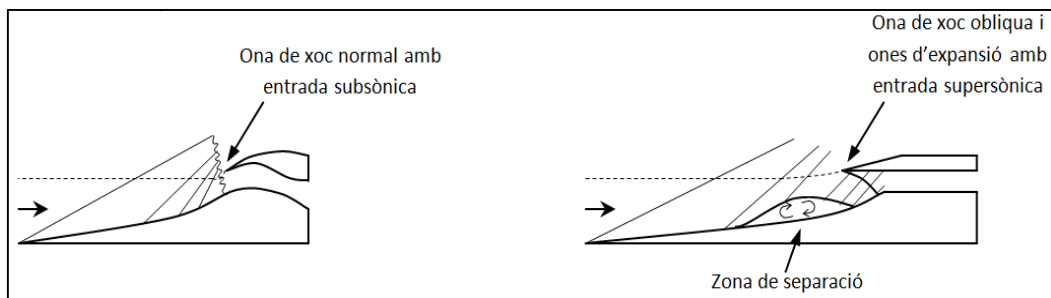


Figura 3. Comparació entre preses no condicionades de estatoreactor i SCRAMJET (Referència 9)

En general, una presa no condicionada captura menys aire amb una eficiència pitjor i amb majors càrregues aerodinàmiques i tèrmiques que una presa condicionada.

Estimacions preliminars de la contracció interna necessària per a que la presa estigui condicionada automàticament poden ser obtingudes mitjançant el límit de Kantrowitz. Aquest límit es determina assumint una ona de xoc normal a la gola de la presa d'aire i calculant la relació interna d'àrees unidimensional i isentròpica que produeix flux sònic a la gola. Per a un gas perfecte, aquest límit es pot calcular com:

$$\left(\frac{A_2}{A_4}\right)_{KANTROWITZ} = \frac{1}{M_2} \left[\frac{(\gamma + 1)M_2^2}{(\gamma - 1)M_2^2 + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left[\frac{(\gamma + 1)}{2\gamma M_2^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} \left[\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_2^2}{\frac{\gamma + 1}{2}} \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad \text{Equació 29}$$

En l'Equació 29 s'ha assumit que la presa és de compressió interna des de l'estació 2 fins a la gola a l'estació 4. Si la compressió interna comença a un punt diferent en el procés, el número de Mach a utilitzar serà el d'aquest punt i no M_2 .

En la Figura 4 es mostren diferents relacions inverses de màxima contracció en funció del número de Mach. A més del límit de Kantrowitz, es mostra el límit isentròpic de contracció, que es pot calcular com:

$$\left(\frac{A_4}{A_0}\right)_{ISENTROPIC} = M_0 \left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_0^2\right)^{-\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad \text{Equació 30}$$

Les relacions de contracció a la que la presa comença a estar condicionada i la màxima augmenten amb el número de Mach, però resultats experimentals mostren una variació més significativa a majors velocitats. Aquesta variació és resultat de utilitzar diferents geometries, números de Reynolds, i relacions de temperatura entre la paret i la corrent lliure. Aquests resultats experimentals també mostren que el límit de Kantrowitz comença a ser conservatiu a partir d'elevades velocitats, degut a la hipòtesi de una única ona de xoc normal.

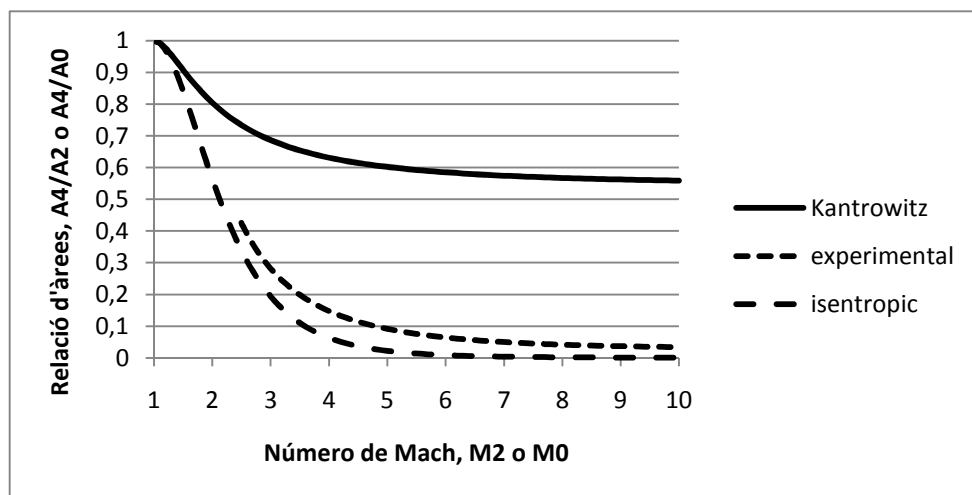


Figura 4. Màximes relacions d'àrea

Els valors experimentals màxims de contracció anteriors mostren que aquests valors són majors que els isentròpics quan augmenta el Mach. Aquesta limitació en la relació d'àrees és menor que la isentròpica degut als efectes de les ones

de xoc i pèrdues per efectes viscosos. Una expressió empírica per a aquest límit de contracció màxima pot ser ajustada:

$$\frac{A_2}{A_2} = 0,05 - \frac{0,52}{M_0} + \frac{3,65}{M_0^2} \quad (2,5 < M_0 < 10) \quad \text{Equació 31}$$

3.3.2. Efectes d'elevades temperatures

Un problema important associat al vol hipersònic en una presa d'un SCRAMJET es degut als efectes del gas a elevades temperatures en el camp de fluid i el seu impacte en les característiques operacionals de la presa. A elevades velocitats el flux conté una gran quantitat d'energia cinètica, i la temperatura total (o d'estancament) és molt elevada. Per a temperatures inferiors a aproximadament 600K l'aire pot ser modelat com un gas perfecte, però a temperatures superiors els efectes d'excitació per vibracions, dissociació i ionització comencen a ser importants.

Aquests efectes d'altres temperatures acostumen a ser nombrats de forma equivocada com efectes de gas real. Aquest últim terme fa referència a efectes causats per les forces intermoleculares entre les molècules del gas i el volum finit de cada molècula, i apareixen a elevades densitats per a l'aire i per tant no són importants per a l'operació d'una presa d'aire d'un SCRAMJET.

Una idea de la importància de la química de l'aire en l'operació de la presa es mostra en la Figura 5, on els resultats estan presentats per a preses optimitzades amb quatre ones de xoc a Mach 15 i amb una pressió dinàmica $q_0 = 5000Pa$. Es mostra la relació de contracció i la deflexió total de les preses òptimes com a funció de la relació de compressió per als casos de gas ideal i assumint aire en equilibri químic.

Els resultats mostren que l'efecte de la química del gas en la deflexió total és molt petit. Per exemple, a una relació de compressió de 250 només tenim una diferència en la deflexió total de $0,2^\circ$ entre el gas ideal i el gas en equilibri. En canvi, es mostra com sí que afecta a la relació de contracció, i que aquests efectes augmenten amb la relació de compressió. Per exemple, trobem un 13% de diferència en la relació de contracció entre els dos casos, per a una relació de compressió de 250. Aquesta diferència es deguda als canvis en els angles de les ones de xoc i les relacions de densitats entre els dos models d'aire.

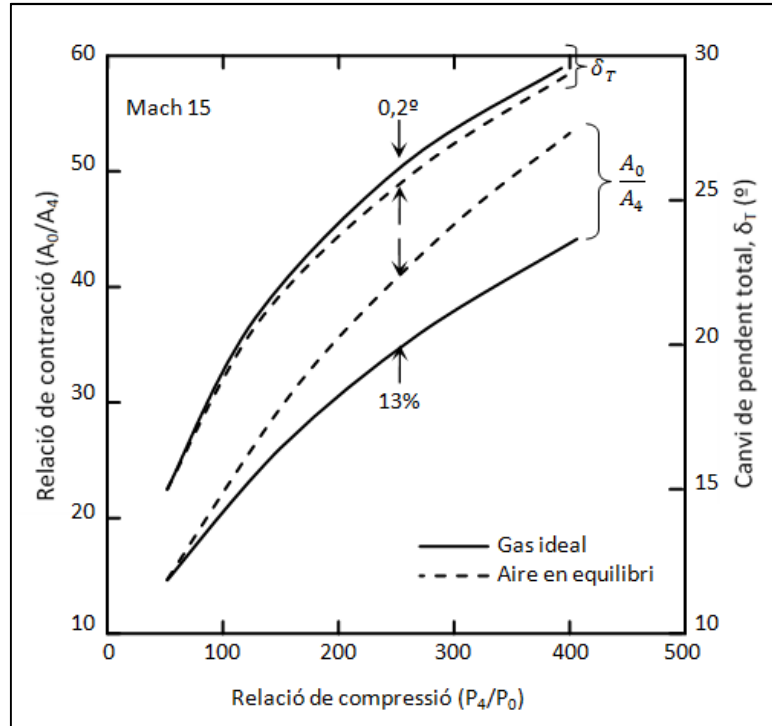


Figura 5. Efecte de la química del gas en el pendent total i en la relació de contracció.

3.3.3. Fenòmens viscosos

A velocitats hipersòniques el desenvolupament de la capa límit en la presa d'aire té una major influència en el rendiment i la operació. Aquesta influència és deguda a que el creixement de la capa límit se suma a la compressió efectiva del flux capturat. En regions amb un gradient de pressió advers elevat, cal considerar la separació de la capa límit i pot conduir a restriccions de disseny. A més, les pèrdues com a resultat de la fricció en la capa límit representen el principal mecanisme de pèrdua en preses hipersòniques.

Tal i com es mostra a la Figura 6, l'efecte del creixement de la capa límit en la distribució de pressió a través d'una placa plana pot ser correlat per a fluxos laminars en termes del paràmetre d'interacció viscosa:

$$\bar{\chi} = M_0^3 \sqrt{\frac{C_0}{Re_x}} \quad \text{Equació 32}$$

On, en l'equació anterior:

$$C_0 = \frac{\rho_w \mu_w}{\rho_e \mu_e}$$

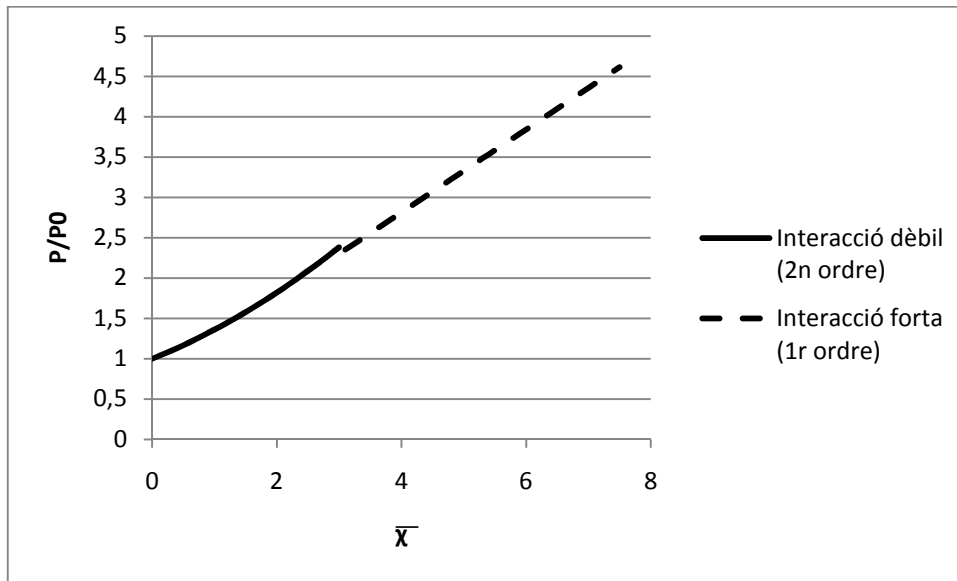


Figura 6. Pressió induïda en una placa plana com a resultat del creixement de la capa límit.

Els resultats estan dividits en una interacció dèbil per a $\bar{x} < 3$ i una interacció forta per a $\bar{x} > 3$. En la regió d'interacció dèbil l'augment del desplaçament de la capa límit pot ser utilitzat per a calcular el camp de fluid no viscos resultant. En la regió d'interacció forta les porcions viscoses i no viscoses del camp de fluid han de ser calculades simultàniament. Les distribucions de pressió per a les dues interaccions han estat correlades de la següent manera:

Interacció dèbil:

$$\frac{P}{P_0} = 1 + 0,31\bar{x} + 0,05\bar{x}^2 \quad \bar{x} < 3 \quad \text{Equació 33}$$

Interacció forta:

$$\frac{P}{P_0} = 0,514\bar{x} + 0,759 \quad \bar{x} > 3 \quad \text{Equació 34}$$

Aquestes correlacions han estat desenvolupades per a capa límit en placa plana i extrems de la Referència 2, però poden ser aplicades (en un primer ordre) per a casos bidimensionals si \bar{x} es avaluat darrere de l'ona de xoc obliqua.

3.4. Disseny i optimització d'una presa d'aire d'un SCRAMJET

Hi ha diferents tipus de dissenys de preses d'aire, tots desenvolupats per a aconseguir alts rendiments sense sobrepassar les restriccions. L'elecció d'un disseny per a una aplicació particular ha de partir d'uns paràmetres de funcionament, pes i integració amb altres motors i amb el vehicle. En aquest cas es mostra un estudi sobre els dissenys bidimensionals plans.

3.4.1. Dissenys bidimensionals plans

Les preses bidimensionals planes utilitzen una sèrie d'ones de xoc obliqües i regions de compressió isentròpica disposades de tal manera que la compressió i les prestacions desitjades s'aconsegueixin. Tot i que es pot dissenyar un procés de compressió isentròpic no viscos, aquestes preses tendeixen a ser molt llargues amb pèrdues viscoses substancials.

El funcionament òptim d'una presa no viscosa pot ser determinat fàcilment mitjançant un nombre discret d'ones de xoc obliqües. Considerant un disseny amb quatre ones de xoc generades per quatre canvis de pendent, des de δ_1 fins a δ_4 . Si les condicions de la corrent lliure i la relació de compressió estan especificats, una combinació d'aquests quatre canvis de pendent permet trobar la presa amb la major eficiència. Per a un gas perfecte, la mínima pèrdua de pressió total es dona quan la relació de pressions totals a través de cada ona de xoc és idèntica (la component normal del número de Mach és la mateixa per a totes les ones). Per a un gas no ideal el funcionament òptim s'ha de determinar mitjançant tècniques d'optimització numèrica, però es continua donant quan la component normal del número de Mach en cada ona es aproximadament igual.

Amb el supòsit primari que una presa d'aire d'un SCRAMJET ha de capturar i comprimir l'aire per a poder ser utilitzat en la cambra de combustió, apareix una qüestió natural sobre el grau de compressió òptim. La compressió ha de ser suficientment elevada per a permetre la combustió, però suficientment baixa per a que les grans pèrdues per no equilibri químic afectin la cambra de combustió i la tovera.

Per tal d'estudiar aquest requeriment de proveir la compressió adequada, tornem a considerar el disseny de la presa amb quatre ones de xoc generades per quatre canvis discrets de pendent, de δ_1 fins a δ_4 .

En la Figura 7 es mostra la variació total d'angle, per a preses d'aire de quatre ones de xoc, en un rang de números de Mach entre 5 i 25, assumint aire en equilibri químic. Els resultats ens mostren que la compressió necessària requereix d'una variació d'angle molt més important per a números de Mach

entre 3 i 7, i en canvi per a velocitats més grans varia molt poc amb la relació de compressió. Per tant, per a preses que han d'operar en un rang de velocitats ampli, aquesta variació tant significativa complica el disseny. Només utilitzant geometria variable i amb múltiples ones de xoc reflectides es pot aconseguir la variació d'angle per a un rang de nombres de Mach elevat.

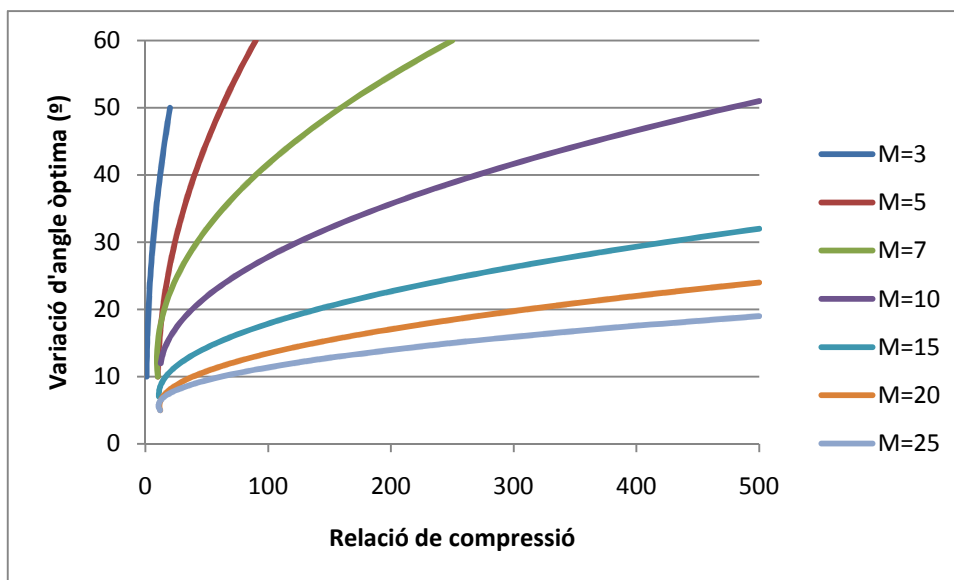


Figura 7. Variació total d'angle òptima

Després d'utilitzar eines de càlcul sense considerar la viscositat, cal corregir els resultats per l'efecte de la capa límit. Tal i com es mostra en la Figura 8, el patró del flux no viscos es generat mitjançant la combinació de la superfície de la presa i l'espessor de la capa límit. El creixement de la capa límit aporta una compressió extra, i a més modifica la posició de les ones de xoc respecte a la geometria calculada.

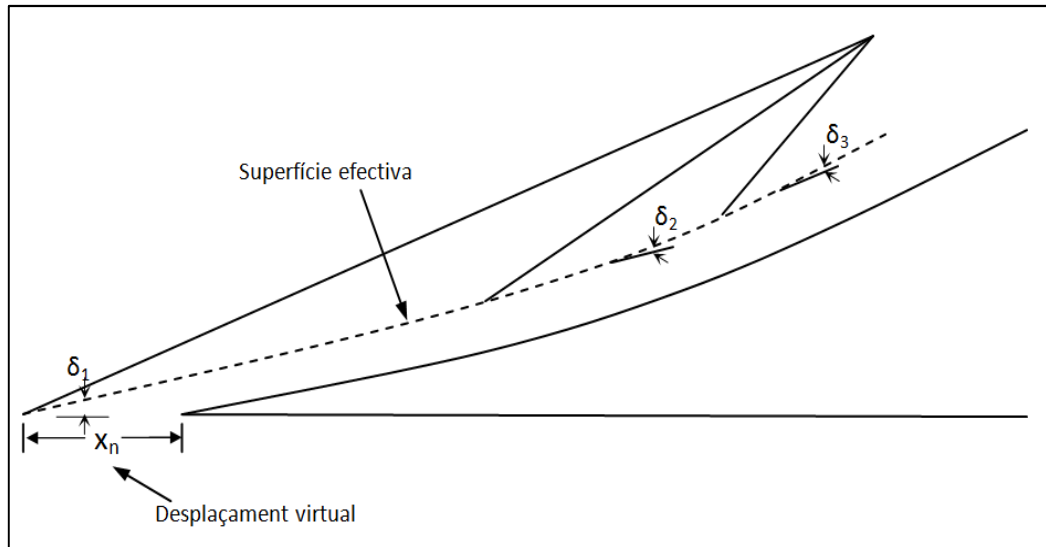


Figura 8. Disseny del camp de compressió externa mitjançant interacció viscosa/no viscosa.

Mitjançant les correlacions adequades, la capa no viscosa pot ser modificada per a tenir en compte els efectes del desplaçament de la capa límit. Llavors, cal utilitzar un anàlisi que tingui en compte efectes viscosos y no viscosos per tal de verificar el disseny.

4. CAMBRES DE COMBUSTIÓ DE FLUX SUPERSÒNIC

4.1. Introducció

Abans d'entrar en detalls, hauríem de plantejar-nos la pregunta: "Per què combustió supersònica?" La resposta a aquesta qüestió es que utilitzar combustió supersònica permet millors prestacions a números de Mach de vol elevats de les que podríem aconseguir amb combustió subsònica. Això ho podem veure en la Figura 9, extreta de la Referència 2, la qual mostra el impuls específic per a cada tipus de sistema propulsiu.

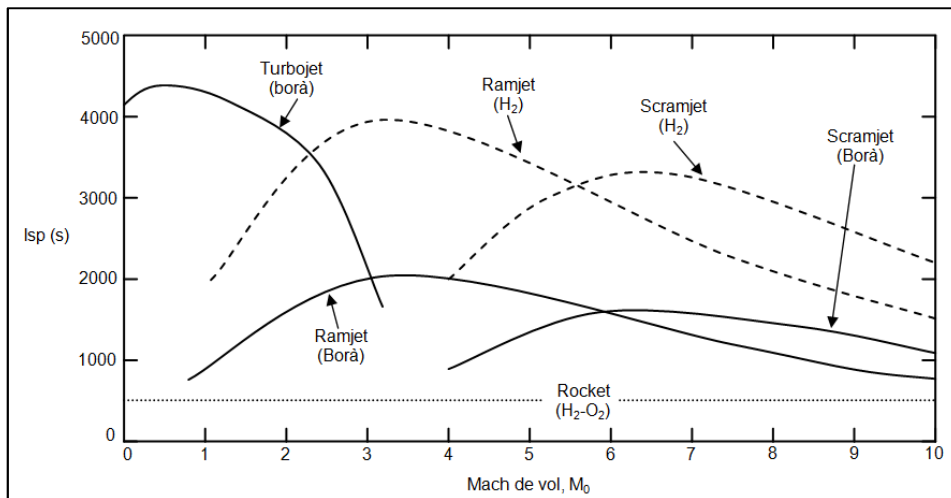


Figura 9. Impuls específic màxim per a diferents sistemes propulsius.

La Figura 10 (Referència 6) mostra les pèrdues de pressió total de la corrent incident en una presa d'aire subsònica. Aquestes pèrdues són degudes a la viscositat i les pèrdues en les ones de xoc al produir-se la desacceleració del corrent fins a velocitats subsòniques que permetin una combustió subsònica estable i eficient.

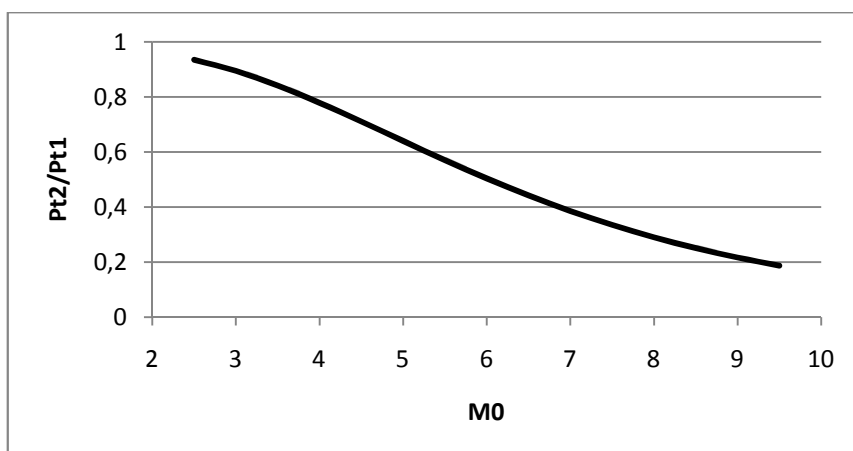


Figura 10. Condicions típiques d'entrada en combustió subsònica

A números de Mach superiors a 6, si es produeix una compressió de l'aire massa elevada (fins que assoleix règim subsònic), la conversió de l'energia cinètica en energia tèrmica fa augmentar tant la temperatura que l'aire es dissocia i les seves propietats canvien. A més, aquesta temperatura pot arribar a ser prou elevada per a que al afegir combustible amb prou feines augmenti.

Així doncs, l'SCRAMJET va néixer al veure el potencial de l'ús de la combustió supersònica per a aconseguir perfeccionar l'estatoreactor per a números de Mach elevats.

L'aplicació de la tecnologia de combustió supersònica en el disseny d'un SCRAMJET requereix no només entendre el fenomen de la combustió supersònica, sinó que cal tenir en compte la presa d'aire i la tovera per tal d'aconseguir un cicle adequat i un disseny mecànic raonable.

4.2. Consideracions fenomenològiques

Un coneixement bàsic de cadascun dels fenòmens i implicacions associats a la combustió supersònica és un prerrequisit d'un disseny intel·ligent d'una cambra de combustió supersònica per a una aplicació donada. Les consideracions d'una combustió supersònica dictaran molts dels requeriments de la presa d'aire, i la química del flux de sortida pot limitar les característiques de la tovera d'escapament.

4.2.1. Flux en la presa d'aire

Per a un estatoreactor de combustió subsònica el flux supersònic capturat és desaccelerat en un difusor supersònic fins a números de Mach supersònic baixos, després passat a condicions subsòniques a través d'una ona de xoc normal, i finalment es difon fins a números de Mach subsònic baixos. Aquesta acció es du a terme normalment amb un difusor supersònic que utilitza un nombre finit d'ones de xoc obliqües i una secció a la gola seguida per un difusor subsònic.

Com és obvi, per a un estatoreactor només fa falta un difusor supersònic. Conseqüentment, es presenta la important qüestió sobre quanta difusió supersònica o compressió en la presa caldria per a l'entrada d'una cambra de combustió supersònica. La resposta inclou la integració en el disseny de la presa d'aire, la cambra de combustió i la tovera, on el funcionament requerit s'ha d'aconseguir amb un pes, facilitat d'operació, i cost acceptables.

La Figura 11 mostra els resultats aproximats de continuïtat i energia utilitzats per a establir les condicions supersòniques a l'entrada adients per a un exemple a

Mach 8 de vol (Referència 8). La pressió i la temperatura estàtiques a l'entrada de la cambra de combustió estan mostrades amb línies de relació de contracció constant, on A_2 representa l'entrada a la cambra de combustió i A_0 representa l'àrea en la corrent lliure que és travessada pel corrent capturat. Cal fixar-se en que les línies de Mach constant a l'entrada de la cambra de combustió coincideixen amb les línies de temperatura d'entrada constant per a flux d'aire tèrmicament perfecte a l'entrada a aquestes condicions. El cicle es veu inicialment afavorit amb valors elevats de la relació de contracció (això permet major relació d'expansió en la tovera i una major quantitat de moviment a la sortida) fins que l'asfíxia tèrmica en la cambra de combustió limita la relació d'equivalència del fuel o les elevades pèrdues en la presa (increment d'entropia que provoca majors temperatures per a una pressió donada) resultants del increment de la relació de contracció provoquen suficient dissociació per limitar la calor neta alliberada.

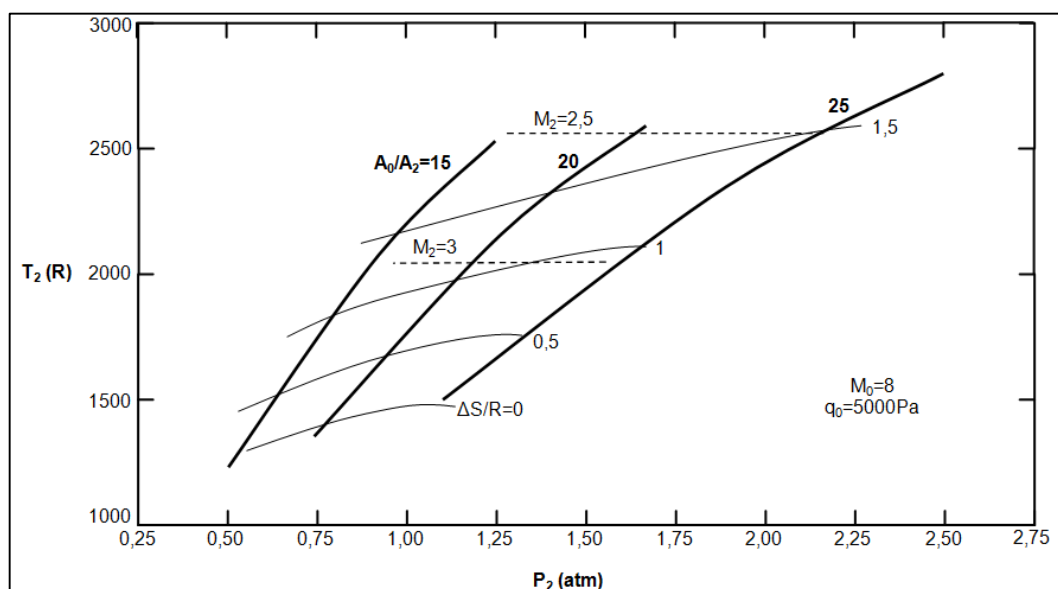


Figura 11. Paràmetres de la compressió en una presa d'aire amb M_2 i $\Delta S/R$, extreta de la Referència 8.

Per tal de determinar quin és el màxim valor per a la relació de contracció cal mirar en les línies de variació d'entropia constant. Degut a que l'augment d'entropia denota quan augmenta la temperatura amb l'augment de pressió, aquesta variació d'entropia és una elecció natural del paràmetre d'eficiència de la presa d'aire, particularment quan l'objectiu de la compressió en la presa és aconseguir el màxim augment de pressió per a un augment de temperatura a través d'aquesta.

Majors valors de la relació de contracció impliquen una difusió hipersònica major, i per tant, les pèrdues en la presa augmenten amb la relació de contracció. En la

Figura 11 es pot observar que per a una relació de contracció donada, el fet d'augmentar P_2 resulta en un augment de les pèrdues (augmenta l'entropia). Fixant un valor de P_2 per a una baixa relació d'àrees resulta en una baixa T_2 , que al mateix temps implica menor dissociació i una major transferència de calor neta. L'impacte d'aquestes tendències en la transferència de calor neta augmenta al incrementar el número de Mach de vol. Per tant, podem apreciar de forma implícita que són interessants baixos valors de P_2 i T_2 per a baixos números de Mach de vol per a permetre millorar el funcionament a nivells superiors de Mach de vol. Però això ens porta a la pregunta de quan baixos han de ser aquests nivells. Una regla d'or dels anys 60 derivada a partir dels resultats coneguts diu que una presa d'aire d'un SCRAMJET hauria de proveir com a mínim una temperatura (T_2) de 2000°R i una pressió (P_2) major a 0,5atm per a assegurar l'auto-ignició i el manteniment de la combustió supersònica d'hidrogen.

El grau de dissociació i els problemes per reaccions endotèrmiques en les cambres de combustió d'un SCRAMJET estan impulsats en gran mesura pel número de Mach de vol (similar a les cambres de combustió d'un estatoreactor, però per a SCRAMJETS es veu retardat fins a elevats números de Mach). En general, en una trajectòria de vol d'acceleració, augmentar l'alçada de vol augmentant el número de Mach resulta en una reducció significativa de la pressió ambient per a una temperatura ambient relativament constant. La Figura 12 mostra les característiques atmosfèriques per a una trajectòria amb $q_0 = 5000Pa$. Es pot observar a través del rang de números de Mach de vol que la pressió ambient decreix, aproximadament un 25%, i que la temperatura creix aproximadament un 10%. Conseqüentment, si la presa proporciona una relació de compressió major per compensar (incrementant A_0 o disminuint A_2 augmentant M_0), podria resultar en una relació de temperatures massa elevada.

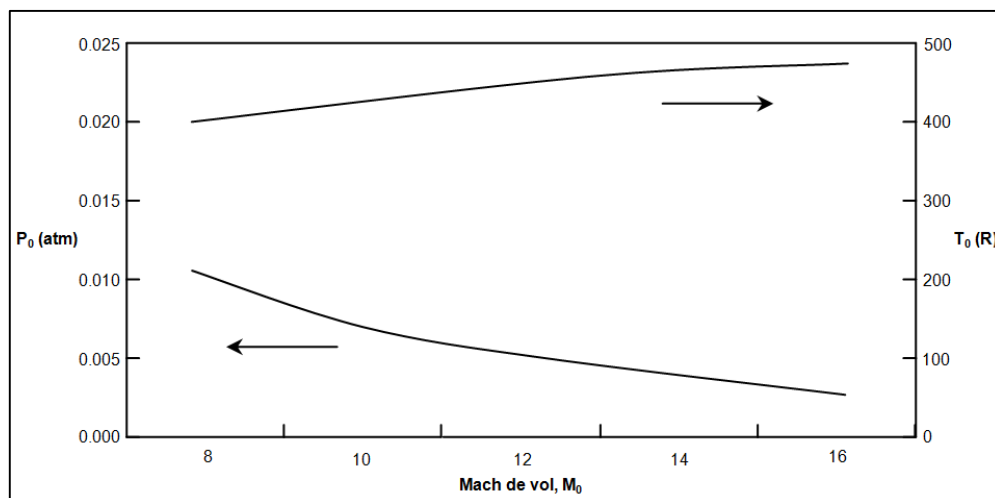


Figura 12. Característiques ambientals en una trajectòria de vol

4.2.2. Flux en la cambra de combustió

En la Figura 13, extreta de la Referència 2, il·lustra diferents representacions de fluxos en una diagrama entalpia-entropia útil en el modelat del flux en una cambra de combustió d'àrea constant: la línia de Rayleigh per a model simple de transferència de calor en el flux, i la línia de Fanno per a flux amb fricció, juntament amb la línia de perfil del flux que s'explica posteriorment. Aquests càlculs per a gas perfecte amb una relació de calors específics constant han estat fets per Mach 2 amb unes condicions de perfil de flux a l'entrada de la cambra de combustió uniforme i unidimensional, i representades pel punt X. Els punts sònics en les tres corbes esta representats per un quadrat. Per als tres tipus de flux la pressió estàtica a través del conducte s'ha suposat constant en tots els plans normals a la paret del conducte ($\partial P/\partial Y = 0$), però varia axialment. La Taula 1 mostra un resum de les característiques de cada flux.

	Area constant	Flux màssic constant	Quantitat moviment constant	Energia constant	$\partial P/\partial Y = 0$	Perfil Uniforme
Rayleigh	Si	Si	Si	No	Si	Si
Fanno	Si	Si	No	Si	Si	Si
Perfil	Si	Si	Si	Si	Si	No

Taula 1. Resum de les característiques de cada flux.

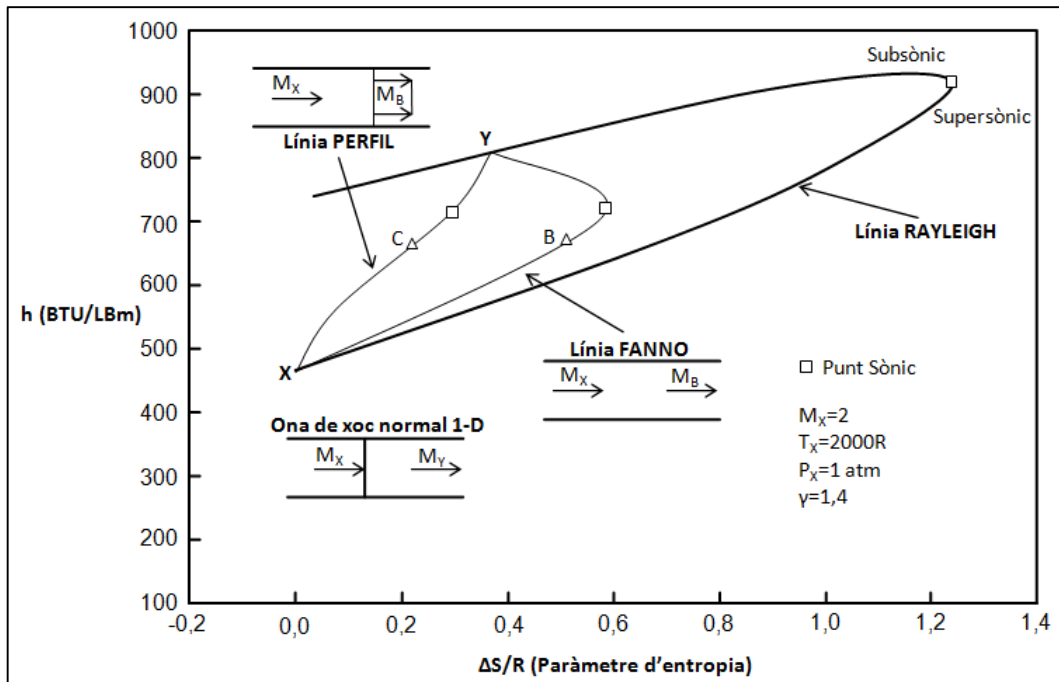


Figura 13. Exemple de tipus de fluxos simples.

La línia de Rayleigh és una corba simple per a flux per unitat d'àrea constant i quantitat de moviment per unitat d'àrea constant. L'addició de calor (incrementant l'entalpia total), tant per a la branca superior (flux subsònic) com

per a la inferior (flux supersònic), fa tendir el número de Mach cap al límit sònic. Per tant, tot i que l'addició de calor incrementa el número de Mach del flux en estatoreactors, en SCRAMJETS produeix l'efecte contrari i pot ocasionar asfíxia tèrmica en la cambra de combustió (Referència 1). Si això passa abans d'aconseguir la relació estequiomètrica entre el fuel i l'aire ($ER=1$) pot ocasionar pèrdues significatives d'empenta.

En un cas anàleg trobem la línia de Fanno, que és una corba amb flux per unitat d'àrea constant i energia constant (entalpia total) per unitat d'àrea. En aquest cas les pèrdues de quantitat de moviment degudes a la fricció en les dues branques (subsònica i supersònica) porten el número de Mach unidimensional del flux al límit sònic. Per tant, la fricció o qualsevol font de pèrdua de quantitat de moviment (com per exemple els injectors) s'uneix amb l'efecte d'addició de calor per a disminuir el número de Mach en la cambra de combustió i poden portar a una possible asfíxia tèrmica.

Quan la línia de Rayleigh i la de Fanno tenen el mateix flux màssic, quantitat de moviment i energia, en la branca subsònica, el resultat és una ona de xoc normal (punt Y de la Figura 13).

Les línies de Perfil són simplement línies amb flux màssic, quantitat de moviment i energia constants per a un flux unidimensional i uniforme d'entrada i amb un flux de sortida no uniforme. Aquesta corba és interessant en una representació no viscosa de la separació del flux o amb flux on la capa límit no és prou gruixuda per a que el flux per unitat d'àrea prop de la paret sigui comparable a la resta de flux.

Tal i com es pot observar en la Figura 13, el grau de distorsió del perfil disminueix en cada costat del punt sònic per a aconseguir un perfil unidimensional totalment uniforme a través de tot el conducte en els punts X i Y de la solució amb ona de xoc normal, coincidint amb els mateixos punts per a les línies de Rayleigh i Fanno. Un atribut important es que mentre la massa, la quantitat de moviment i la energia per al perfil de flux (representat per C en el gràfic o en qualsevol altre punt de la línia de Perfil) és idèntica a la del flux uniforme unidimensional en els punts X i Y, l'entropia en C és sempre major que la del flux supersònic uniforme en X, i en el límit l'entropia del flux subsònic s'aproxima a la del punt Y.

Cal tenir en compte en un conducte d'àrea constant, que mentre la barreja dels fluxos subsònics a un d'uniforme amb el mateix flux màssic, quantitat de moviment i energia resulta en un increment d'entropia, en fluxos supersònics passa tot el contrari; la mescla de fluxos en un d'uniforme resulta en un inapropiat resultat matemàtic de reducció de l'entropia.

4.3. Implicacions en l'enfocament del disseny

Donada la quasi instantània taxa d'alliberament de calor de l'hidrogen en un ampli rang de pressions i temperatures, sovint accelerada per la presència d'ones de xoc locals degudes a la injecció no axial de combustible dins el flux d'aire, es pot esperar que l'augment de la pressió de combustió real sigui menys abrupta amb un elevat gradient de pressió advers inicial seguit ràpidament per una aproximació asimptòtica al nivell final. Aquest gradient de pressió tan elevat juntament amb la impracticabilitat d'eliminar la capa límit en la presa d'aire per a fluxos a tan elevades temperatures ens porta a la preocupació de la separació de la capa límit.

Per simplificar, la Figura 14 mostra una corba obtinguda a partir de resultats experimentals (Referència 2), i que es pot aproximar per l'expressió:

$$\frac{P_{SEP}}{P_2} = 0,9018(2,074^{M_2})M_2^{-0,9898} \quad \text{Equació 35}$$

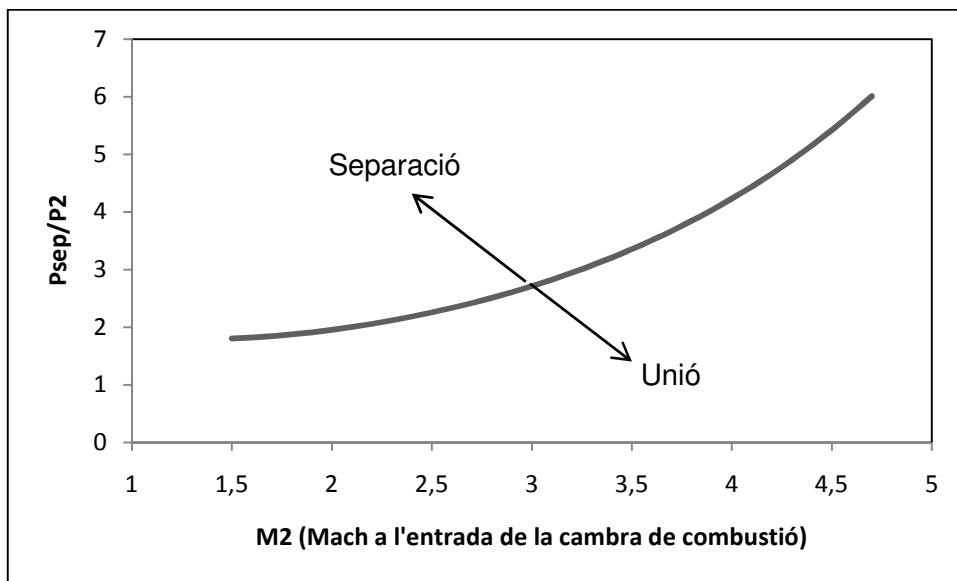


Figura 14. Aproximació de la separació de la capa límit

Aquesta corba representa els límits de separació de la capa límit en funció del nombre de Mach a l'entrada de la cambra de combustió (M₂).

4.3.1. Cambra de combustió d'un pas

Una aproximació de disseny per al problema de la separació de la capa límit és utilitzar una cambra de combustió d'un pas com la que es mostra a la Figura 15. El resultat de $A_3/A_2 > 1$ aporta la base per a acollir la pressió de la cambra de combustió. El combustible s'injecta normalment molt prop de la base del pas, per

tal de que apareguin poques i petites zones de recirculació subsònica per a la ignició i el manteniment de la flama.

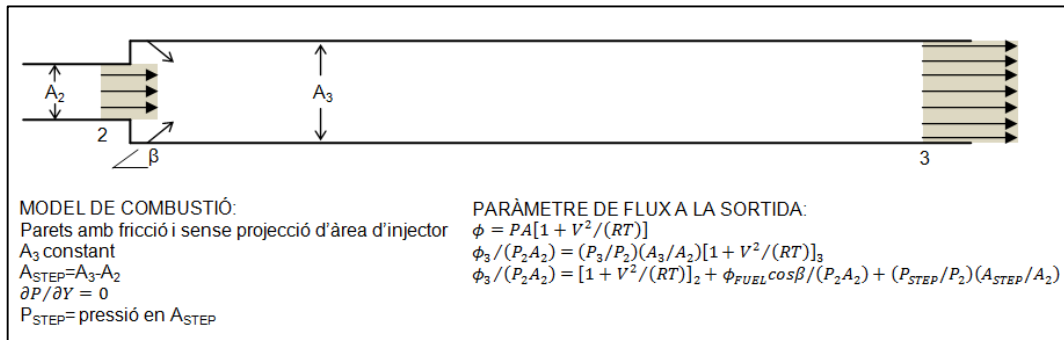


Figura 15. Esquema de la cambra de combustió (Referència 8)

Les característiques del flux després de la mescla són molt complexes i generalment no es pot aproximar a un flux unidimensional fins a l'estació 3, la sortida de la cambra de combustió, on per definició la mescla i la combustió han finalitzat.

En un disseny preliminar de la cambra de combustió cal tenir en compte tres aspectes. El primer és el límit de la separació de la capa límit, mostrat en la Figura 16 (Referència 15), que ens permet excloure solucions a elevades relacions de pressió en el salt. El segon aspecte que també mostra la Figura 16 és la línia on la pressió en el salt és igual a la pressió de sortida de la cambra de combustió. Aquesta limitació es deguda a que s'ha assumit que en una cambra de combustió d'àrea constant la pressió en el salt no hauria de superar la pressió de sortida.

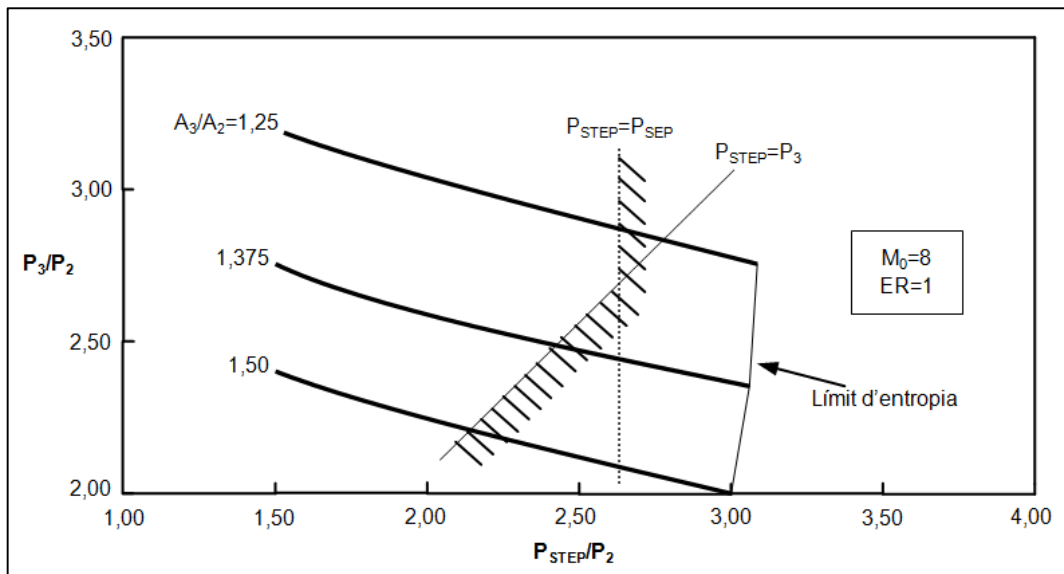


Figura 16. Solucions de la relació de pressions en la cambra de combustió (Referència 15)

4.3.2. Cambres de combustió amb aïllador

Un altre disseny possible quan interessa que la separació de la capa límit tingui lloc en una cambra de combustió d'àrea constant és l'ús d'una cambra amb aïllador. L'àrea incrementada pot ser de tipus com l'anterior, divergent, o una combinació de les dues.

La Figura 17 ens mostra una simplificació del model. La secció de l'aïllador està pensada per a incrementar la pressió que prové de la presa d'aire fins al nivell necessari per a la combustió, però evitant que la presa quedi no condicionada. Normalment, aquesta compressió s'assoleix mitjançant un tren d'ones de xoc (grup d'ones de xoc en sèrie interactuant amb la capa límit). L'aïllador es dissenya per a contenir aquest tren d'ones de xoc, prevenint que s'estengui amunt fins a la presa d'aire. A major contrapressió en la cambra de combustió, es requereix major estrangulament, i conseqüentment es necessita una menor àrea A_{2A} per a satisfer les equacions de conservació a la sortida de l'aïllador.

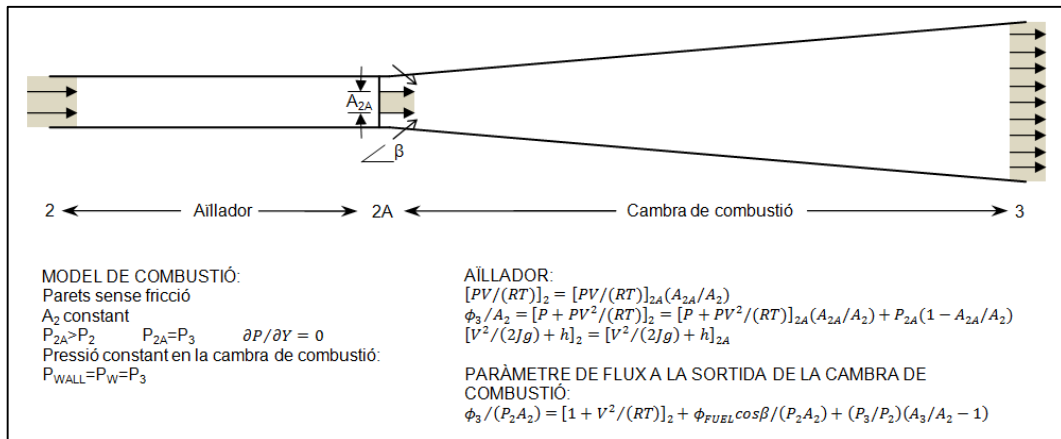


Figura 17. Esquema Aïllador/Cambra de combustió

5. TOVERA D'ESCAPAMENT

La tovera d'escapament completa el cicle del flux i té la missió d'expandir la mescla de gasos provinents de la combustió, que es troben a elevades temperatures i pressions, accelerant-los per tal que surtin amb una quantitat de moviment superior a la que tenia l'aire en ser capturat i obtenir l'empenta. En un vehicle hipersònic, aquest procés d'expansió comença al finalitzar la combustió i continua fins al final del vehicle.

En el procés d'expansió, l'energia potencial del flux es transforma en energia cinètica, i la forma de la tovera donarà la direcció de l'empenta generada pel flux, que serà important per conèixer l'angle entre la direcció de vol i el vector de l'empenta total.

En el disseny d'una tovera d'escapament hipersònica cal tenir en compte dos factors molt importants: la generació eficient d'empenta i el balanç aerodinàmic del vehicle. A velocitats hipersòniques aquests factors són crítics ja que la tovera treballa amb tot el flux que surt de la combustió, i l'empenta neta obtinguda prové de la diferència entre dos valors molt elevats: l'empenta dels gasos que surten i s'expansionen i la resistència aerodinàmica del flux capturat en la presa d'aire.

A l'hora de dissenyar una tovera d'expansió, o de millorar-ne el rendiment, cal tenir en compte 5 factors importants: el perfil del flux al inici de l'expansió, no es recombinen les espècies dissociades, la fricció de la paret, la divergència del flux, i les pèrdues per no completar l'expansió.

Els perfils del flux a l'entrada de la tovera estan influenciats pel creixement de la capa límit en les superfícies de la presa d'aire i per les ones de xoc de l'entrada que no han desaparegut en la combustió. Però aquesta influència no és obvia ni intuïtiva, degut a la seva complexitat. Alguns raonaments apunten a alterar el perfil del flux canviant la forma d'injectar el combustible, alterant l'angle de l'empenta generada i millorant el balanç aerodinàmic del vehicle per a un rang de números de Mach de vol. Els efectes de la resta de factors estan bastant estudiats, i resulten en una variació de la trajectòria del flux.

Un paràmetre típic emprat en l'avaluació del rendiment d'una tovera es el CFG (o C_{fg}), que està definit com l'empenta generada pel flux al final de la tovera respecte a l'empenta que generaria el flux en equilibri i expansionat fins a pressió ambient (expansió completa). Una bona tovera hauria de tenir un valor de CFG de 0,96, tenint en compte que 0,97 seria un límit superior.

Els efectes de la fricció en el coeficient CFG es poden observar en la Figura 18, on es mostra com varia el coeficient de fricció en funció de la variació del CFG. Una part molt important de la fricció es generada en la primera meitat de la

tovera, on les pressions són més elevades, i per tant el comportament de la capa límit en aquesta part és molt més important per tal de controlar la fricció i la transferència de calor. En aquest aspecte, s'han dedicat molts esforços per tal d'avaluar la possibilitat de fer que la capa límit es mantingui laminar a través de la tovera, fet que permetria reduir significativament la resistència per fricció i la transferència de calor.

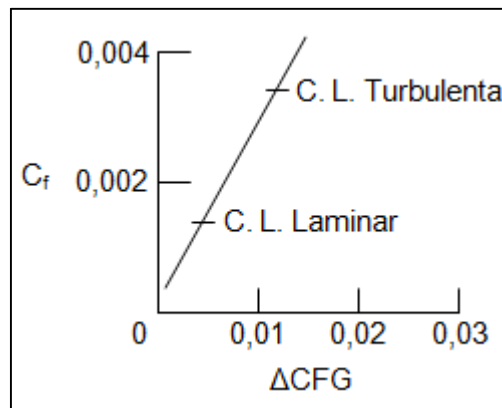


Figura 18. Efecte de la fricció en la tovera, per a $M=14$, extret de la Referència 4.

Els dos últims mecanismes de pèrdues que cal considerar són la divergència del flux i no completar l'expansió. La divergència del flux és deguda a que la direcció de les línies de corrent després de la gola de la tovera és diferent de la direcció de vol. I la no completa expansió del flux es deu a que la tovera no és prou llarga per a que es pugui completar el procés d'expansió fins a pressió ambient, i està lligat a les dimensions de l'aeronau.

PARAMETRITZACIÓ DE LES PARTS D'UN SCRAMJET

6. ACTUACIONS DE LA PRESA D'AIRE

La presa d'aire del motor té la funció de realitzar una compressió i desacceleració de l'aire que entra. En el cas d'un SCRAMJET aquesta procés està força afectat pels efectes de la viscositat de l'aire, i per tant és important tenir-los en compte.

L'estudi de la presa d'aire tenint en compte les pèrdues per efectes viscosos requereix l'ús d'eines de càlcul mitjançant mecànica de fluids computacional, amb programes molt elaborats i complexes.

Tot i això, el paràmetre d'eficiència o rendiment d'energia cinètica que s'empra per estudiar les preses d'aire hipersòniques es manté bastant constant a elevats números de Mach, i es veu poc reduït degut a pèrdues viscoses, fets que permetrien utilitzar un valor constant conservador.

Per tal de demostrar que aquest paràmetre d'eficiència d'energia cinètica varia poc, a continuació s'exposa un anàlisi simple de la presa d'aire, sense tenir en compte els efectes de la viscositat.

En aquest cas s'empra una presa d'aire bidimensional, amb una rampa de compressió externa de 15° , tal i com es mostra a la Figura 19. Aquesta rampa provoca un canvi en la direcció del flux d'entrada, fet que porta a l'aparició d'una ona de xoc obliqua.

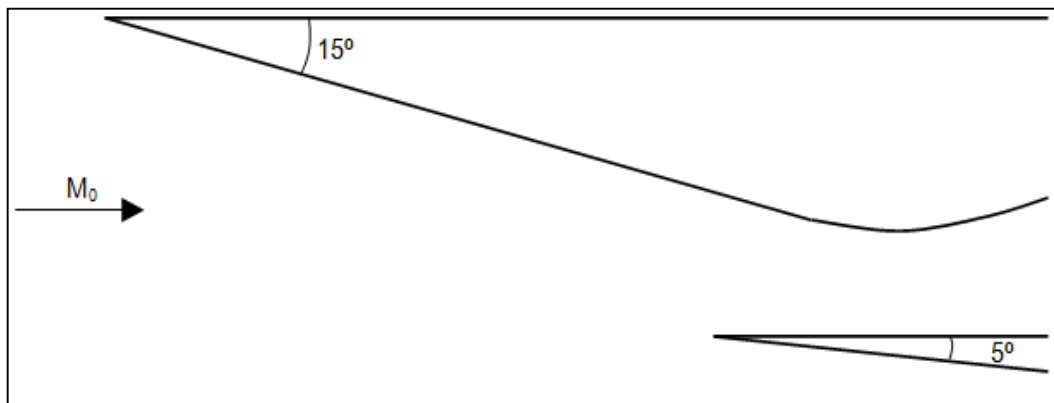


Figura 19. Esquema de la geometria de la presa d'aire

6.1. Estudi de l'Eficiència d'Energia Cinètica

L'objectiu es demostrar que el paràmetre d'eficiència d'energia cinètica varia molt poc amb el número de Mach de vol, per tant s'avalua aquest paràmetre per a una condició de vol de disseny de Mach 8 i per a dos condicions fóra de disseny de Mach 7 i Mach 9, totes tres a una alçada de vol de 30.000 m.

En un primer pas es calcula el factor de recuperació (pèrdua de pressió total) després de la primera ona de xoc obliqua, per als tres casos, i posteriorment es calcula el rendiment d'energia cinètica i es compara per veure'n la variació.

La primera ona de xoc es produeix tal i com es mostra a la Figura 20. El factor de recuperació de la presa d'aire es pot calcular fàcilment utilitzant les fórmules de les ones de xoc, tenint en compte que representa la pèrdua de pressió total en la discontinuïtat, i que depèn només de la component normal del número de Mach.

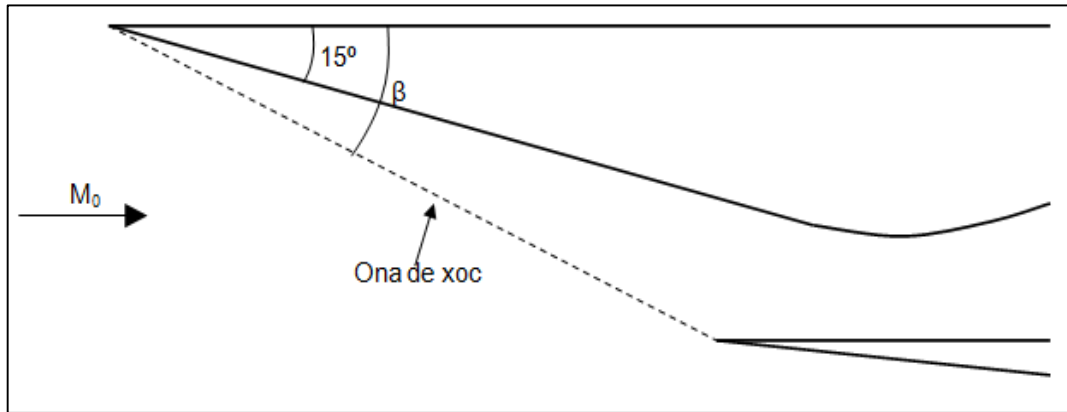


Figura 20. Esquema de la primera ona de xoc obliqua en la compressió externa

Llavors, el paràmetre d'eficiència d'energia cinètica es pot calcular com a funció del factor de recuperació i del número de Mach de vol mitjançant l'expressió:

$$\eta_d = 1 - \frac{\pi_d^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \quad \text{Equació 36}$$

I els resultats obtinguts per a les tres condicions de vol:

M_0	β_1 (°)	M_1	π_d	η_d
7	21,59	4,40	0,469	0,975
8 (Disseny)	20,86	4,75	0,374	0,975
9	20,33	5,04	0,294	0,974

Taula 2. Resultats obtinguts per al factor de recuperació i per al rendiment d'energia cinètica amb una ona de xoc.

Tal i com es pot observar en aquesta primera aproximació, la variació del rendiment d'energia cinètica amb el número de Mach és molt petita i per tant es podria considerar un valor constant.

Degut a que ens interessa que el número de Mach a l'entrada de la cambra de combustió sigui 3, farà falta com a mínim una segona ona de xoc per a poder assolir aquestes condicions. De fet, per a la condició de disseny es podrà observar que amb la geometria tractada, amb una tercera ona de xoc que s'encarregui d'alinejar la corrent en direcció horitzontal s'assoleix la condició requerida.

A continuació es realitza el mateix estudi, però tenint en compte ara una segona ona de xoc tal i com mostra la Figura 21, de manera que el factor de recuperació es calcula com el producte dels calculats en cada ona de xoc, i el rendiment d'energia cinètica de la mateixa forma que en el cas anterior.

Per a la condició de disseny, aquesta segona ona de xoc alinejarà el corrent amb un angle de 2° respecte a l'horitzontal, de manera que faria falta una tercera ona de xoc per a alinear el corrent abans de l'entrada a la cambra de combustió. Per a les condicions fora de disseny, tenint en compte que la configuració d'ones de xoc no variarà molt, es considera que el flux queda alineat amb el mateix angle de 2° després de la segona ona de xoc, ja que a elevats números de Mach la variació en la inclinació de les ones de xoc és més petita.

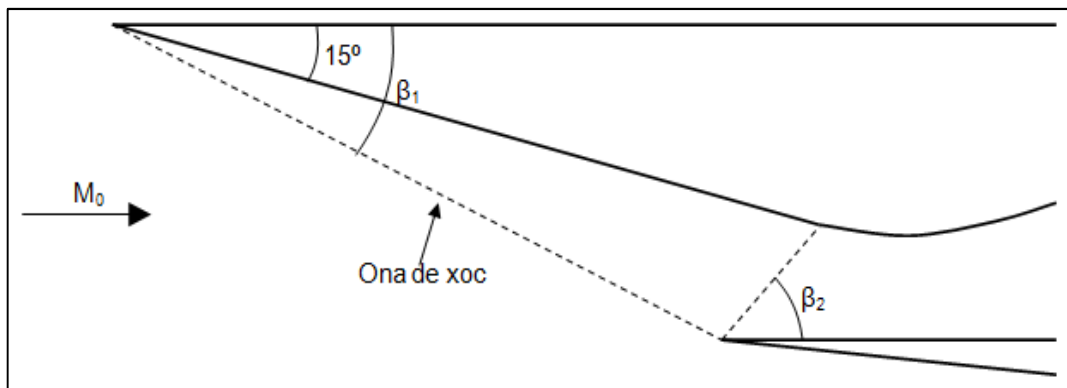


Figura 21. Esquema de la compressió mitjançant dues ones de xoc

Els resultats obtinguts per a aquest segon cas d'estudi, per a les tres condicions de vol ja esmentades, tenint en compte que els angles estan expressats respecte a l'horitzontal tal com mostra la Figura 21:

M_0	β_1 ($^\circ$)	M_1	β_2 ($^\circ$)	M_2	π_d	η_d
7	21,59	4,40	12,88	3,01	0,325	0,961
8 (Disseny)	20,86	4,75	12,00	3,19	0,242	0,961

9	20,33	5,04	11,38	3,33	0,180	0,961
----------	-------	------	-------	------	-------	-------

Taula 3. Resultats obtinguts per al factor de recuperació i per al rendiment d'energia cinètica amb dos ones de xoc.

En aquest segon anàlisi es pot apreciar que el rendiment d'energia cinètica es manté aproximadament constant, tot i que és inferior al obtingut en el primer anàlisi. A més, es pot observar com el número de Mach a falta d'una tercera ona de xoc és molt pròxim a 3.

Finalment, per a la condició de disseny, es calcula el rendiment d'energia cinètica amb una tercera ona de xoc que alinea la corrent amb l'horitzontal, de manera que s'obté:

M₀	β₁ (°)	M₁	β₂ (°)	M₂	β₃ (°)	M₃	π_d	η_d
8 (Disseny)	20,86	4,75	12,00	3,19	17,67	3,08	0,242	0,961

Taula 4. Factor de recuperació i rendiment d'energia cinètica per a la condició de disseny i amb 3 ones de xoc.

S'observa doncs, que afegint ones de xoc varia molt poc el resultat obtingut, confirmant que aquest paràmetre es manté gairebé constant per a elevats números de Mach, i per tant es pot prendre un valor constant.

El professor Jack L. Kerrebrock, en el seu llibre *Aircraft Engines and Gas Turbines* (Referència 1), proposa l'ús d'un valor constant del rendiment d'energia cinètica realista de 0,97. Tenint en compte els valors obtinguts en l'anàlisi per al cas tractat, un valor de 0,96 podria ser més adient, ja que és inferior al obtingut negligint les pèrdues per efectes viscosos.

Així doncs, el valor final i constant pres per al rendiment d'energia cinètica és:

$$\eta_d = 0,96$$

A partir d'aquest valor, mitjançant la següent fórmula podem calcular, per a cada número de Mach, quan valdrà el factor de recuperació:

$$\pi_d = \left(1 + (1 - \eta_d) \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}} \quad \text{Equació 37}$$

Obtenint els següents resultats:

M₀	π_d
7	0,314
8 (Disseny)	0,235
9	0,174

Taula 5. Factor de recuperació per a cada condició de vol.

El factor de recuperació expressa la caiguda de pressió total en la presa d'aire, de manera que podem conèixer la pressió total a l'entrada de la cambra de combustió, ja que la pressió exterior és coneguda (coneixem l'alçada de vol i la velocitat):

M_0	π_d	T_0 (K)	P_0 (Pa)	P_{t0} (Pa)	P_{t3} (Pa)
7	0,314	231,5	1156,51	4787745,92	1504505,47
8	0,235	231,5	1156,51	11290801,00	2656400,07
9	0,174	231,5	1156,51	24406051,01	4247635,96

Taula 6. Pressió total a l'entrada de la cambra de combustió per a les tres condicions de vol.

Un cop conegudes aquestes pressions totals, i suposant que la combustió té lloc amb aquestes condicions i a amb el número de Mach al final de la compressió, ja es podrà calcular la combustió i obtenir les condicions del flux.

El número de Mach al final de la compressió només ha estat calculat per a la condició de disseny, obtenint un valor molt pròxim a 3. Per als dos casos fora de disseny es suposarà que aquest número de Mach és també 3, ja que en aquests dos casos al afegir una tercera ona de xoc el resultat obtingut seria molt semblant (ja es semblant després de la segona ona de xoc).

7. PROCÉS DE COMBUSTIÓ

Com ja s'ha esmentat, el procés de combustió entre H_2 i O_2 té lloc en règim supersònic. S'ha demostrat en l'apartat d'actuacions de la presa d'aire, que es possible assolir Mach 3 a l'entrada de la cambra de combustió, i per tant, per a la condició de disseny s'imposa aquesta velocitat del flux. A més, tenint en compte que per a les condicions fóra de disseny la configuració d'ones de xoc en la presa d'aire no serà molt diferent que en disseny i el número de Mach ja es bastant semblant abans d'aquesta tercera ona de xoc, a fi de simplificar el càlcul s'imposarà aquesta velocitat també per a les dues condicions fora de disseny.

La temperatura total del flux, si negligim els efectes viscosos, no varia a través de les ones de xoc, i per tant a partir del número de Mach imposat ($M_3=3$) podem obtenir la pressió i temperatura estàtiques a l'entrada de la cambra de combustió a partir de les corresponents magnituds totals. A més, la densitat la trobem fent ús de l'equació dels gasos perfectes

$$P_3 = \frac{P_{t3}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} \quad \text{Equació 38}$$

$$T_3 = \frac{T_{t3}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2\right)} = \frac{T_{t0}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2\right)} \quad \text{Equació 39}$$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{RT_3} \quad \text{Equació 40}$$

Llavors, les característiques del flux a l'entrada de la cambra de combustió per a les tres condicions de vol són:

M_0	$T_{t0}=T_{t3}$ (K)	T_3 (K)	P_{t3} (Pa)	P_3 (Pa)	ρ_3 (Kg/m ³)
7	2467,8	958,37	2618641,27	68178,83	0,248
8 (Disseny)	3153,3	1224,58	4986878,53	129838,15	0,369
9	3930,2	1526,29	8532261,95	222145,60	0,507

Taula 7 Condicions de pressió i temperatura d'inici de combustió

Per a calcular la combustió fa falta també trobar la velocitat d'entrada a la cambra, que mitjançant la temperatura i el Mach d'entrada es pot trobar fàcilment:

M_0	T_3 (K)	a_3 (m/s)	U_3 (m/s)
7	958,37	609,36	1828,08
8 (Disseny)	1224,58	688,81	2066,44

Taula 8 Velocitat d'inici de combustió

Un cop conegudes les característiques del flux a l'entrada de la cambra de combustió, per tal de calcular les característiques a la sortida, s'han emprat dos mètodes diferents i se'n comparen els resultats.

Degut a que per a velocitats superiors a Mach 5 la majoria de motors operen en de forma estequiomètrica, suposarem que en les tres condicions d'estudi la reacció entre H_2 i O_2 és estequiomètrica.

7.1. Càlcul mitjançant CEAgui

El primer mètode consisteix en utilitzar el software CEAgui emprat per la NASA i desenvolupat pel GLENN RESEARCH CENTER. Consisteix en una aplicació amb interfície JAVA del programa CEA (*Chemical Equilibrium with Applications*) que permet calcular la concentració de productes i l'equilibri químic en una reacció, a més de les propietats termodinàmiques de la mescla de productes.

Aquest programa permet seleccionar diferents tipus de problema. En aquest cas, cal seleccionar l'opció *Combustion (Enthalpy and Pressure)* en la qual introduïm els paràmetres d'inici de la combustió, tal i com es mostra a la Figura 22.

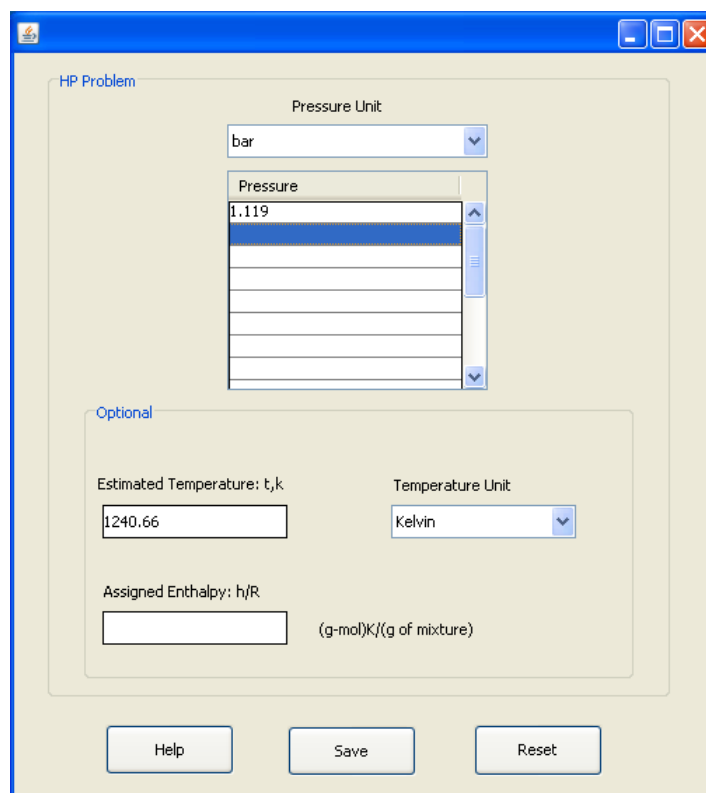
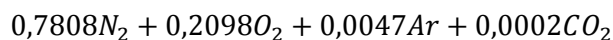


Figura 22. Captura del programa CEAgui on es mostren els paràmetres d'entrada.

A continuació cal seleccionar els reactius. Per tal d'obtenir un resultat més proper a la realitat s'empra una combustió amb aire i H_2 com a combustible. El programa utilitza una composició de l'aire tenint en compte tots els seus components, però només en mostra la proporció dels quatre que més predominen:



Tenint en compte que la reacció entre l' H_2 i l' O_2 de l'aire ha de ser estequiomètrica, la fracció molar de combustible serà de aproximadament 0,42 per 1 d'aire (tenint en compte que la fracció molar d' O_2 en l'aire és de 0,21).

El programa calcula la reacció química tenint en compte tots els components de l'aire, i obté tots els productes de la reacció. Tot i això, només mostra els productes que tenen fraccions molars superiors a $5 \cdot 10^{-6}$.

Finalment, cal seleccionar quins paràmetres volem visualitzar, de manera que cal seleccionar la Temperatura i la Pressió. També pot resultar útil visualitzar la densitat o l'entalpia dels productes de la combustió.

Cal tenir en compte que la combustió real no seria ni congelada i finalitzada ni en equilibri, sinó que es tractaria d'un terme mig ja que la combustió té temps d'iniciar-se però normalment no finalitza.

Tot i això, els resultats que mostra el programa i que seran utilitzats per a calcular l'expansió, corresponen a composició congelada. A més, no s'ha tingut en compte la longitud de la cambra de combustió, ja que el programa considera que es suficientment llarga per a permetre la combustió completa.

7.1.1. Resultats obtinguts

A) *Condició de Disseny, $M_0=8$*

Els resultats obtinguts es mostren en la Taula 9, i es poden veure també a l'Apèndix 1, on es mostra l'arxiu sencer de sortida del programa.

Composició congelada	
P_4 (Pa)	111907,509
T_4 (K)	2771,550
ρ_4 (Kg/m³)	0,141

Taula 9 Característiques del flux després de la combustió en Disseny.

A partir de l'equació de quantitat de moviment, integrada per a una secció constant, podem obtenir la velocitat al final de la combustió en funció de la velocitat a l'entrada, les pressions inicial i final i la densitat inicial:

$$\rho_3 U_3 (U_4 - U_3) = -(P_4 - P_3)$$

Equació 41

A més, coneixent la temperatura de final de combustió, podem obtenir el número de Mach corresponent a aquesta velocitat, prenent un coeficient gamma de 1,25.

Així doncs, els valors obtinguts per a aquesta velocitat són els mostrats en la Taula 10:

Composició congelada	
U₄ (m/s)	2079,963
M₄	2,086

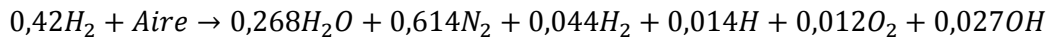
Taula 10 Característiques cinètiques del flux després de la combustió.

Finalment, la pressió i temperatura totals, un cop coneguda la velocitat del flux, les podem calcular fent ús de les equacions 38 i 39, de manera que obtenim:

Composició congelada	
P_{t4} (Pa)	981596,01
T_{t4} (K)	4278,95

Taula 11 Magnituds totals del flux després de la combustió.

També podem visualitzar les fraccions molars dels productes, obtenint per tant la reacció aproximada:



B) Condició de M₀=7 (Disseny-1)

Procedint igual que en el cas anterior, els resultats obtinguts es mostren en la Taula 12 (també en l'Apèndix 2).

Composició congelada	
P₄ (Pa)	58763,337
T₄ (K)	2633,010
ρ₄ (Kg/m³)	0,078
U₄ (m/s)	1840,042
M₄	1,893
P_{t4} (Pa)	515442,24
T_{t4} (K)	4065,06

Taula 12 Resultats de la combustió per a la condició de M₀=7.

C) Condició de $M_0=9$ (Disseny+1)

Com en els casos anteriors, els resultats obtinguts mitjançant el software utilitzat es mostren en la Taula 13, i en l'Apèndix 3.

Composició congelada	
P_4 (Pa)	191467,303
T_4 (K)	2915,320
ρ_4 (Kg/m ³)	0,229
U_4 (m/s)	2322,096
M_4	2,271
P_{t4} (Pa)	1679454,23
T_{t4} (K)	4500,92

Taula 13 Resultats de la combustió per a la condició de $M_0=9$.

7.2. Càlcul mitjançant procediment iteratiu

El segon mètode emprat per calcular les característiques del flux després de la combustió es basa en un procediment iteratiu doble, proposat pel Professor Jack L. Kerrebrock en el seu llibre *Aircraft Engines and Gas Turbines* (Referència 1). El procediment segueix l'esquema següent:

1. Suposar la pressió i la temperatura de final de combustió P_4 i T_4 . Amb aquests valors es pot calcular les fraccions molars de la reacció, tenint en compte que s'ha simplificat de la següent manera:



Suposant que la reacció és estequiomètrica el valor de α és conegut, o moltes vegades la podem conèixer mitjançant la relació d'equivalència ϕ , que fa referència a la quantitat de combustible en una reacció estequiomètrica i que en aquest cas valdria $\phi = 1/2\alpha$.

Fent ús de les reaccions estequiomètriques simples i mitjançant les seves constants d'equilibri, es pot muntar un sistema d'equacions que ens permetria trobar les fraccions molars dels productes. Però aquest procediment es força complicat d'abordar, degut a que cal resoldre un sistema d'equacions no lineals. Per tal de simplificar els càlculs, les fraccions molars dels productes es prenen dels resultats obtinguts en el CEAgui.

2. Calcular la velocitat de final de combustió U_4 , tenint en compte que s'ha de complir que:

$$\sum x_i H_i + \frac{U^2}{2} = constant \quad \text{Equació 42}$$

3. Calcular la densitat inicial, i posteriorment la pressió, fent ús de la conservació de massa i de l'equació dels gasos perfectes (respectivament):

$$\rho_3 U_3 = \rho_4 U_4$$

Equació 43

4. Calcular la pressió inicial mitjançant l'Equació 41, comparar-la amb l'obtinguda en el pas anterior, i iterar amb la temperatura final T_4 fins que convergeixi.

Així doncs, un cop conegudes les fraccions molars, ja es pot aplicar el procediment iteratiu doble. Per a aquest cas només s'ha calculat la combustió per a la condició de disseny, per tal de comparar els resultats obtinguts amb els que proporciona el software utilitzat.

7.2.1. Resultats obtinguts

En aquest cas s'ha programat mitjançant un full de càlcul de Microsoft Excel, i els resultats obtinguts són els següents:

Procés iteratiu		CEAgui	
P₄ (Pa)	101250,35	P₄ (Pa)	111907,509
T₄ (K)	2657,28	T₄ (K)	2771,550
ρ₄ (Kg/m³)	0,133	ρ₄ (Kg/m³)	0,141
U₄ (m/s)	2090,88	U₄ (m/s)	2079,963
M₄	2,14	M₄	2,086
P_{t4} (Pa)	982618,14	P_{t4} (Pa)	981596,01
T_{t4} (K)	4789,86	T_{t4} (K)	4278,95

Taula 14 Característiques del flux després de la combustió, obtingudes mitjançant el mètode iteratiu i el programa CEAgui.

Es pot observar com els resultats obtinguts mitjançant el procés iteratiu i tenint en compte només les espècies amb major concentració són bastant semblants als obtinguts mitjançant el programa CEAgui.

6. EXPANSIÓ I ESCAPAMENT

6.1. Disseny de la tovera

L'escapament dels gasos es produeix mitjançant una tovera, que permet l'expansió d'aquests. Per tal d'aconseguir una major empenta, és interessant que l'expansió sigui suficient per a que els gasos assoleixin la pressió ambient, és a dir, cal que la tovera estigui adaptada.

Per tal de dissenyar la geometria de la tovera, es tindrà en compte una configuració més fàcil d'abordar. La tovera en disseny té una superfície inferior, de manera que només es produeix expansió en la part superior.

El procediment emprat es basa en l'ús del mètode de les característiques (Referència 23), emprant expansions i tenint en compte que es considera que el gas es comporta com a ideal i en composició congelada. A més, es tracta d'una tovera 2D, tal i com es mostra en la Figura 23, on es pot apreciar la geometria i les característiques emprades:

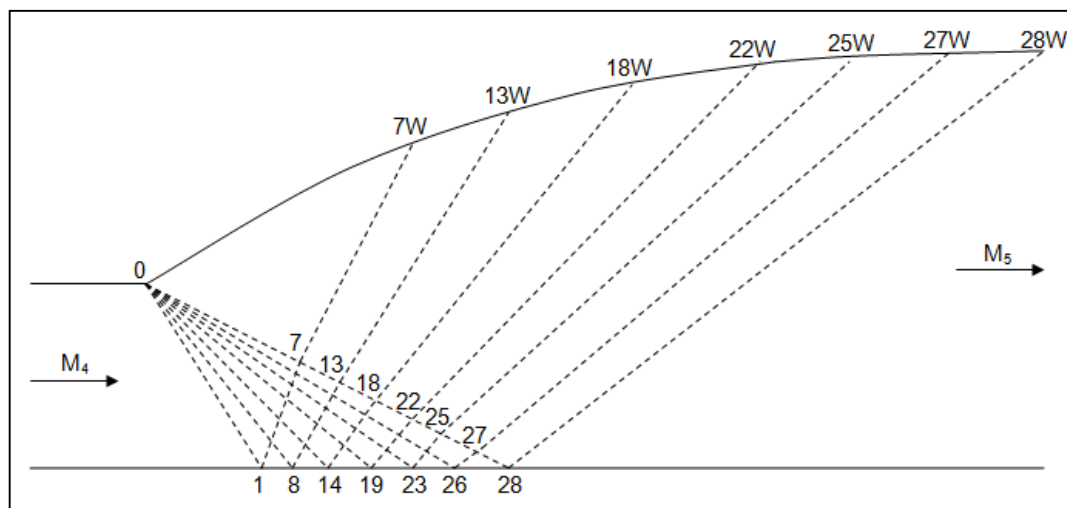


Figura 23. Esquema de la geometria i les característiques emprades.

Cal tenir en compte que la figura anterior mostra una distribució de característiques esquematitzada, ja que realment el pendent no es constant i varia després de cada punt (degut a que varien les condicions del flux).

El mètode de les característiques general es basa en l'ús de expansions de Prantl-Meyer, obtenint les expressions següents:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial m^+}(\vartheta + \omega) = + \frac{\sin \mu \sin \vartheta}{r} \\ \frac{\partial}{\partial m^-}(\vartheta - \omega) = - \frac{\sin \mu \sin \vartheta}{r} \end{cases} \quad \text{Equació 44}$$

Per al cas estudiat, degut a que es tracta d'una tovera 2D, les expressions anteriors es poden simplificar degut a que $r \rightarrow \infty$:

$$\begin{cases} \vartheta + \omega = \text{constant en } m^+ \equiv I^+ \text{ (inclinat } \vartheta - \omega) \\ \vartheta - \omega = \text{constant en } m^- \equiv I^- \text{ (inclinat } \vartheta + \omega) \end{cases}$$

Les condicions emprades en el disseny són la velocitat inicial, la velocitat final i la direcció del flux de sortida que s'imposa uniforme i horitzontal. La velocitat final del flux s'imposa mitjançant la condició de tovera adaptada, tenint en compte que la pressió total es conserva durant l'expansió, i es calcula com:

$$P_{t5} = P_{t4} = P_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_5^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad \text{Equació 45}$$

$$M_5 = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P_{t4}}{P_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad \text{Equació 46}$$

Així doncs, els valors imposats en l'aplicació del mètode de les característiques, són els mostrats en la Taula 15:

M₄	2,01
M₅	4,78

Taula 15. Velocitats inicial i final de l'expansió en disseny.

A més, per a la geometria mostrada en la Figura 23, es pot imposar que la direcció del flux és horitzontal en els punts 1, 8, 14, 19, 23, 26 i 28 (i també 28W), i per tant en aquests punts es compleix que $\vartheta = 0$.

Coneixent la velocitat d'inici de l'expansió, i la direcció del flux, es pot obtenir per als punts de l'1 al 7:

$$I^- = \vartheta_0 - \omega_0 = -\omega_0 = - \left[K \tan^{-1} \frac{\sqrt{M_4^2 - 1}}{K} - \tan^{-1} \sqrt{M_4^2 - 1} \right] \quad \text{Equació 47}$$

Amb la velocitat de final d'expansió i la condició de flux uniforme, també es pot obtenir per als punts 7, 13, 18, 22, 25, 27 i 28 (i també 28W):

$$I^+ = \vartheta_e + \omega_e = \omega_e = \left[K \tan^{-1} \frac{\sqrt{M_5^2 - 1}}{K} - \tan^{-1} \sqrt{M_5^2 - 1} \right] \quad \text{Equació 48}$$

Les 7 línies característiques emprades per al càlcul no estan posicionades de forma equiangular, sinó que estan situades emprant una variació constant de I^+ , emprant la fórmula següent:

$$\Delta I^+ = \frac{I_n^+ - I_1^+}{n - 1} \quad \text{Equació 49}$$

On en l'expressió anterior, n és el número de característiques emprades (en aquest cas 7).

Per a poder calcular aquesta variació de I^+ , cal calcular abans el valor de I_1^+ , que es pot obtenir fàcilment tenint en compte que en el punt 1 la direcció de la corrent és horitzontal i el número de Mach conegut, de manera que:

$$\left. \begin{aligned} I_1^+ &= \vartheta_1 + \omega_1 = \omega_1 \\ I_1^- &= \vartheta_1 - \omega_1 = -\omega_1 \end{aligned} \right\} \rightarrow I_1^+ = -I_1^- \quad \text{Equació 50}$$

Així doncs, ja es pot aplicar el mètode, trobant les condicions del flux en cada punt a partir de la informació dels dos punts anteriors, procedint pas a pas per als diferents punts.

Un cop conegudes les característiques en els punts, cal trobar-ne les coordenades, tenint en compte que es tracta de punts on es creuen dues rectes:

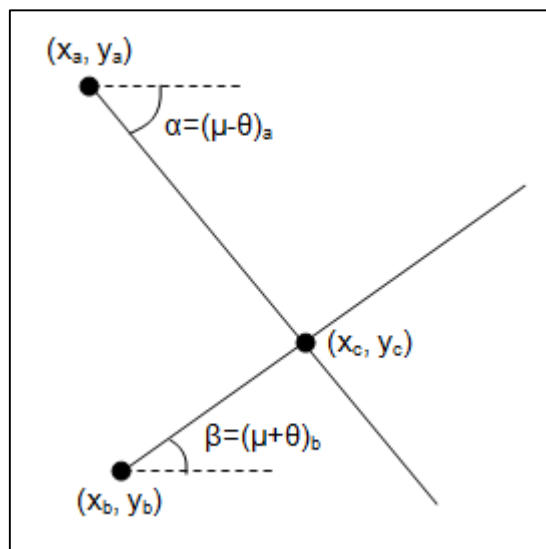


Figura 24. Caracterització d'un punt genèric.

$$x_c = \frac{y_a - y_b + x_a \tan \alpha + x_b \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} \quad \text{Equació 51}$$

$$y_c = y_b + (x_c - x_b) \tan \beta$$

Equació 52

Per tal de millorar la solució de les coordenades dels punts, els angles es poden variar tenint en compte un valor mitjà entre els punts emprats i el propi punt a calcular, degut a que aquests angles provenen del càlcul inicial, de manera que:

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_a + \alpha_c}{2}$$

Equació 53

$$\bar{\beta} = \frac{\beta_a + \beta_c}{2}$$

Equació 54

A més, per calcular les coordenades dels punts és necessari conèixer la longitud transversal en l'inici de l'expansió d . Per a aquest cas, aquesta longitud es pren 1, de manera que la geometria queda adimensionalitzada amb aquesta longitud.

Per al cas de disseny, aplicant les condicions i el mètode esmentats, la solució obtinguda és:

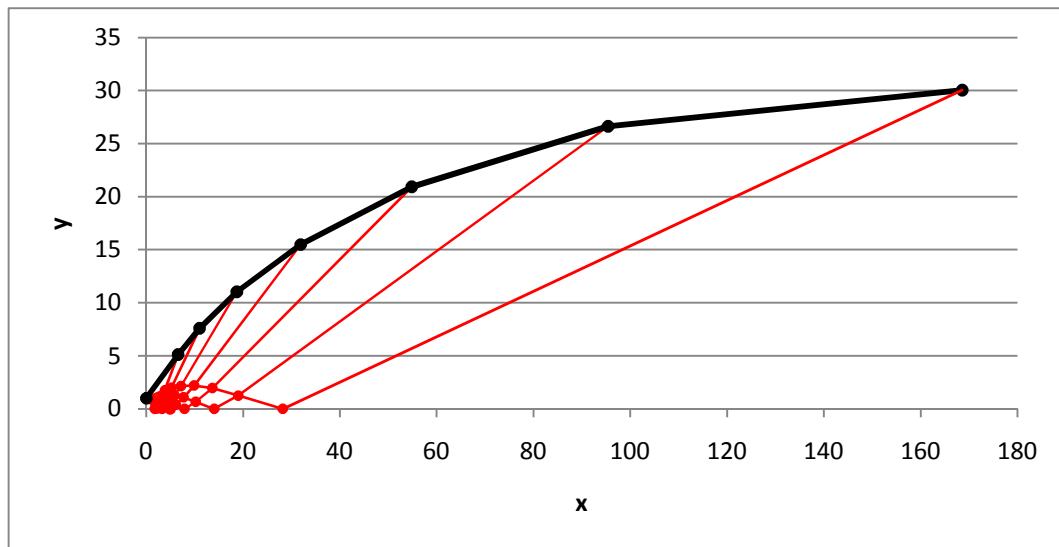


Figura 25. Esquema de la geometria i les línies característiques de l'expansió.

En la Figura 25 es pot observar en vermell el conjunt de línies característiques per a calcular la expansió, i en negre la geometria obtinguda mitjançant l'aplicació del mètode esmentat. A continuació la Figura 26 mostra una imatge més detallada de la configuració de línies característiques emprada en el disseny:

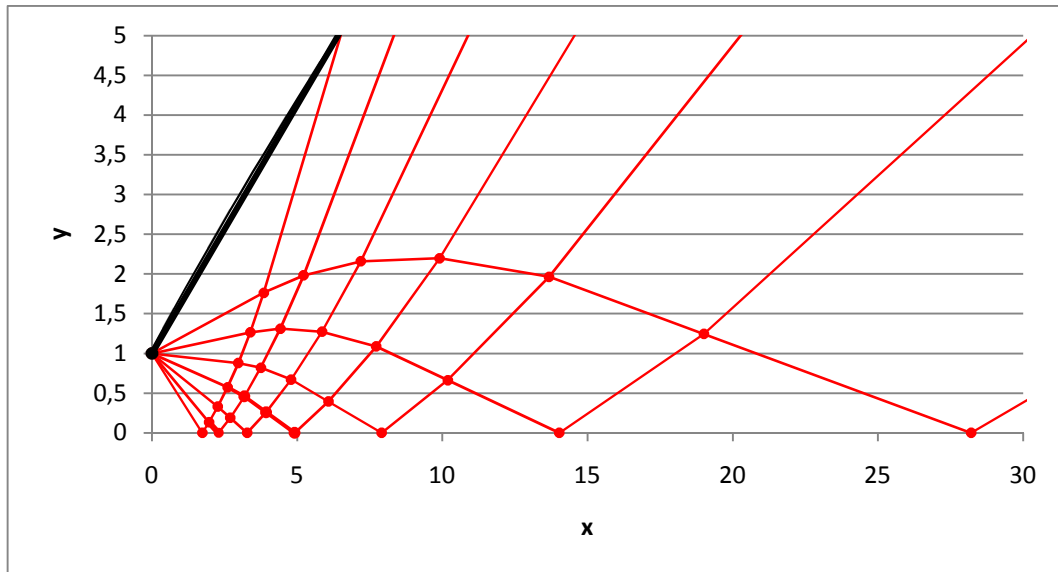


Figura 26. Detall de la configuració de línies característiques.

Per tal de poder utilitzar la geometria obtinguda de forma analítica, s'ha aproximat mitjançant un polinomi de grau 4, quedant la següent equació:

$$y = -1,56 \cdot 10^{-7}x^4 + 5,82 \cdot 10^{-5}x^3 - 8,33 \cdot 10^{-3}x^2 + 6,68 \cdot 10^{-1}x + 1 \quad \text{Equació 55}$$

La geometria obtinguda té l'inconvenient que requereix d'una longitud molt elevada per a poder realitzar la expansió. Cal tenir en compte que les dimensions de les aeronaus que equipen aquest tipus de motor no són molt grans, i una tovera d'expansió d'aquestes dimensions seria excessiva.

Llavors, cal retallar la geometria i escurçar-la fins que tingui unes dimensions acceptables. Així doncs, s'aplica una reducció de la geometria, intentant que la nova tovera tingui una variació de pendent semblant però amb una longitud molt inferior. La reducció és del tot arbitrària, i per tant la nova geometria no complirà les condicions per a les quals ha estat dissenyada (no expansionarà fins a pressió ambient).

La nova geometria segueix l'equació:

$$y = 1,14 \cdot 10^{-4}x^4 - 2,35 \cdot 10^{-3}x^3 - 1,42 \cdot 10^{-2}x^2 + 5,62 \cdot 10^{-1}x + 1 \quad \text{Equació 56}$$

Un cop fixada la geometria, per a realitzar un estudi més exhaustiu dels 3 casos analitzats, cal tenir en compte que la tovera real no té superfície inferior i que això genera una expansió addicional, tal i com mostra la Figura 27.

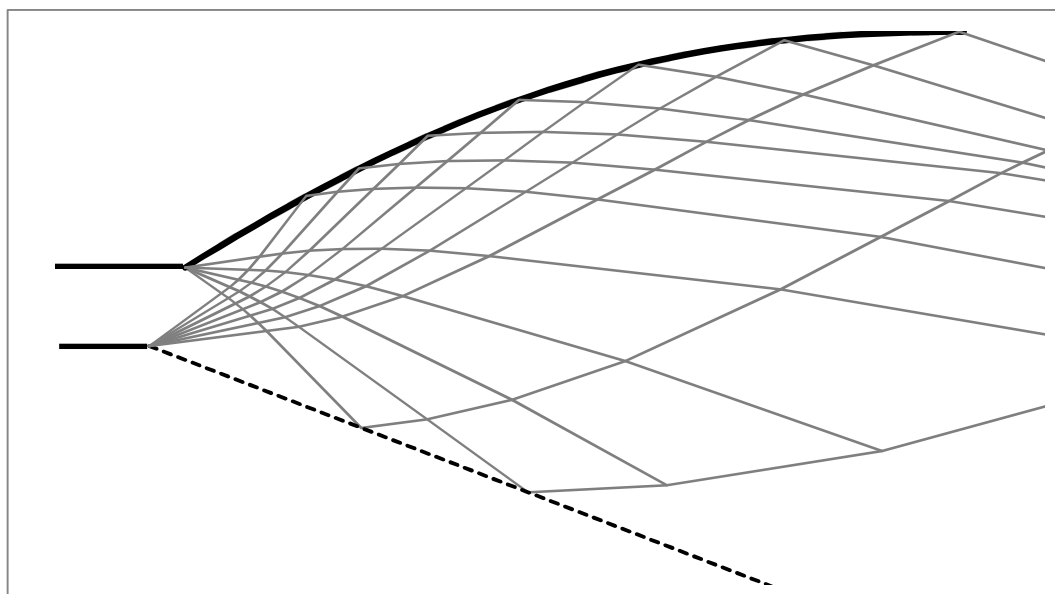


Figura 27. Esquema de la geometria i les característiques emprades.

Per tal de millorar el càlcul de l'empenta, tal i com es veurà en l'apartat 7, és interessant conèixer les condicions del flux en els punts de la superfície superior.

La discontinuïtat tangencial inferior, que es comporta com una paret virtual on reboten les línies característiques, es una superfície en la qual s'ha imposat igualtat de pressions estàtiques entre l'interior i l'exterior. D'aquesta manera, el flux interior s'expansiona i el flux exterior es veu afectat per una ona de xoc.

El càlcul de l'angle que està decantada aquesta discontinuïtat tangencial es realitza mitjançant un procés iteratiu, que consisteix en suposar l'angle que forma l'ona de xoc respecte al flux exterior (suposat horitzontal). Conegut aquest angle i la velocitat del flux exterior (se suposa que es el mateix que a l'entrada, negligint variacions degudes al contacte amb la superfície de la resta de l'aeronau), podem calcular l'angle que es desvia el flux (que es l'angle de la discontinuïtat tangencial) i la pressió total i estàtica després de l'ona de xoc.

Llavors, conegut l'angle que es desvia el flux, per a la part interior es pot calcular el número de Mach que assolirà tenint en compte que s'expansionarà per tal d'alinejar-se amb la discontinuïtat. I conegut aquest número de Mach i sabent que a través d'una expansió de Prandtl-Meyer la pressió total es conserva, es pot calcular la pressió estàtica a través d'aquesta superfície virtual. Finalment només cal comparar aquesta pressió estàtica amb la del flux exterior després de l'ona de xoc, i variar l'angle suposat inicialment fins que coincideixen aquestes pressions estàtiques.

Aquesta superfície virtual inferior no es recta, sinó que el pendent varia quan varien les condicions del flux. Així doncs, s'hauria de recalculer el pendent cada

cop que una línia característica impacta en aquesta superfície inferior. Tot i això, degut a que les característiques que surten rebotades no arriben a la superfície superior i no ens aporten informació per al càlcul de l'empenta, no cal considerar aquesta variació del pendent.

6.2. Estudi de la expansió per a les tres condicions de vol

Per a començar amb l'aplicació del mètode de les característiques per als 3 casos d'estudi, cal abans conèixer les condicions del flux al inici de l'expansió (calculades en l'apartat de la combustió), tenint en compte que s'avaluaran els casos en els quals la reacció de combustió està en composició congelada. Aquestes característiques del flux estan resumides en la Taula 16:

	$M_0=7$	$M_0=8$ (Disseny)	$M_0=9$
P_4 (Pa)	58763,337	111907,509	191467,303
T_4 (K)	2633,010	2771,550	2915,320
ρ_4 (Kg/m ³)	0,078	0,141	0,229
U_4 (m/s)	1840,042	2079,963	2322,096
M_4	1,893	2,010	2,271
P_{t4} (Pa)	515442,236	981596,008	1679454,233
T_{t4} (K)	4065,062	4278,952	4500,916

Taula 16. Característiques del flux al inici de l'expansió.

Aplicant el procediment iteratiu per calcular la inclinació de la superfície de discontinuïtat, amb els valors anteriors, els resultats obtinguts per als tres casos d'estudi són els mostrats en la Taula 17:

	$M_0=7$	$M_0=8$ (Disseny)	$M_0=9$
δ (^o)	19,32	22,17	24,28

Taula 17. Inclinació de la superfície de discontinuïtat.

Així doncs, ja estan tots els valors necessaris per a procedir al càlcul global de l'expansió mitjançant el mètode de les característiques. A més cal tenir en compte que al reduir la geometria, la quantitat de punts necessaris per a calcular l'empenta serà inferior, ja que només interessin aquells punts que es troben en la superfície superior.

6.2.1. Condició de disseny, $M_0=8$

El resultat obtingut per a l'expansió, per a la condició de disseny, es mostra en la Figura 28:

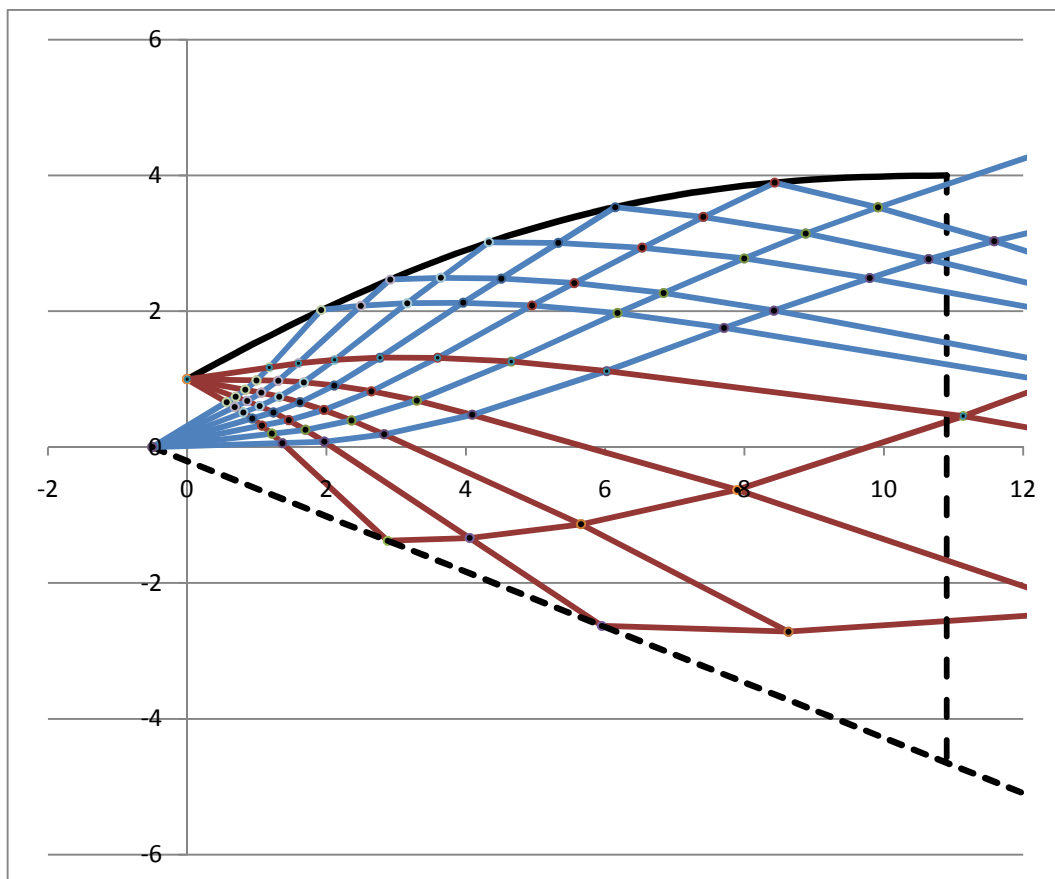


Figura 28. Característiques obtingudes per al cas d'estudi de Disseny.

Per a aquesta configuració s'han obtingut 6 punts en la superfície superior. En la Taula 18 es mostren les coordenades dels punts, a més de la direcció del flux i el número de Mach en cada punt:

Punts paret	Coord. X	Coord. Y	M	ϑ (°)
1	0,000	1,000	2,010	29,184
2	1,924	2,020	2,933	27,354
3	2,914	2,467	3,037	22,624
4	4,331	3,016	3,196	19,130
5	6,144	3,533	3,243	12,865
6	8,432	3,894	3,248	5,585

Taula 18. Coordenades dels punts de la superfície superior i característiques del flux per a Mach 8.

6.2.2. Condició de $M_0=7$ ($M_{\text{disseny}}-1$)

Aplicant el mètode de les característiques per a aquesta condició, la configuració de característiques en l'expansió es la mostrada en la Figura 29:

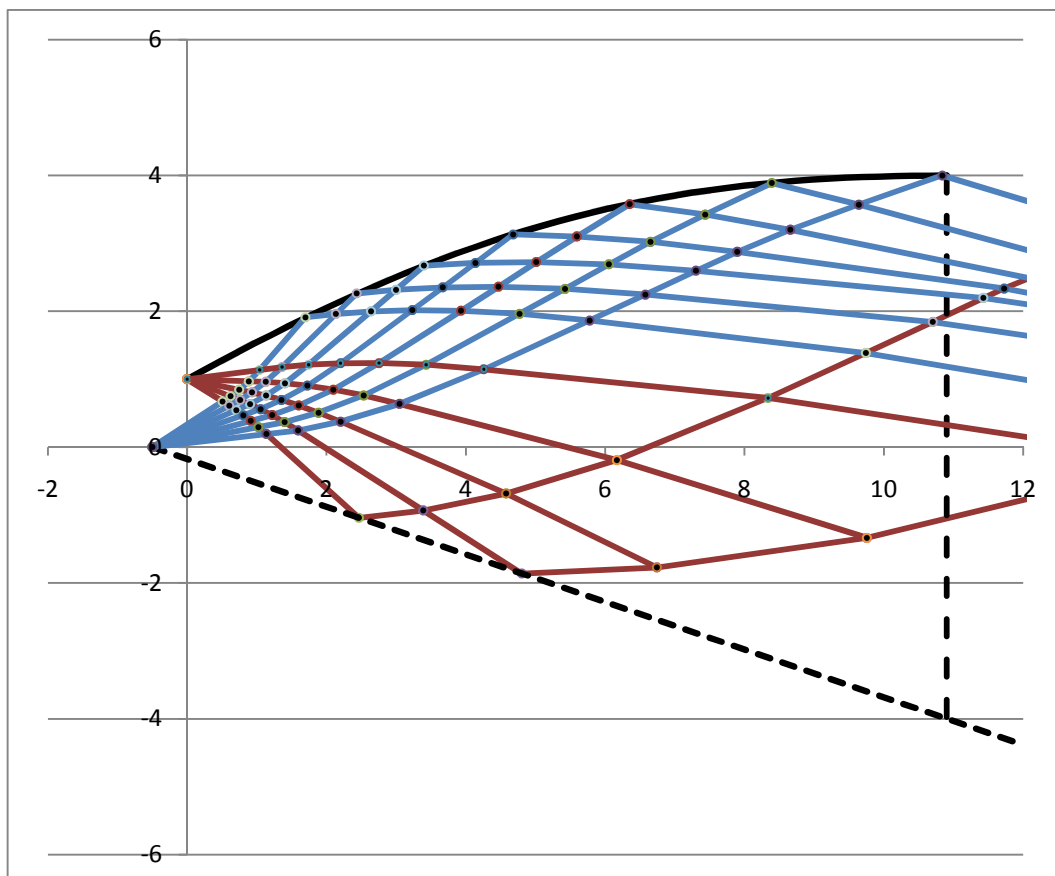


Figura 29. Característiques obtingudes per al cas d'estudi de $M=7$.

En aquest segon cas s'han obtingut 8 punts en la paret superior. En la Taula 19 es mostren les seves coordenades, i la direcció i número de Mach del flux en aquests punts.

Punts paret	Coord. X	Coord. Y	M	ϑ (°)
1	0,000	1,000	1,893	29,184
2	1,697	1,912	2,825	28,402
3	2,435	2,262	2,989	26,253
4	3,400	2,673	3,118	23,045
5	4,677	3,132	3,167	17,788
6	6,350	3,578	3,176	11,557
7	8,392	3,889	3,181	5,239
8	10,839	3,998	3,261	0,702

Taula 19. Coordenades dels punts de la superfície superior i característiques del flux per a Mach 7.

6.2.3. Condió de $M_0=9$ ($M_{\text{disseny}}+1$)

De la mateixa manera que els dos casos anteriors, aplicant el mètode de les característiques s'obté la configuració de característiques de l'expansió, tal i com mostra la Figura 30:

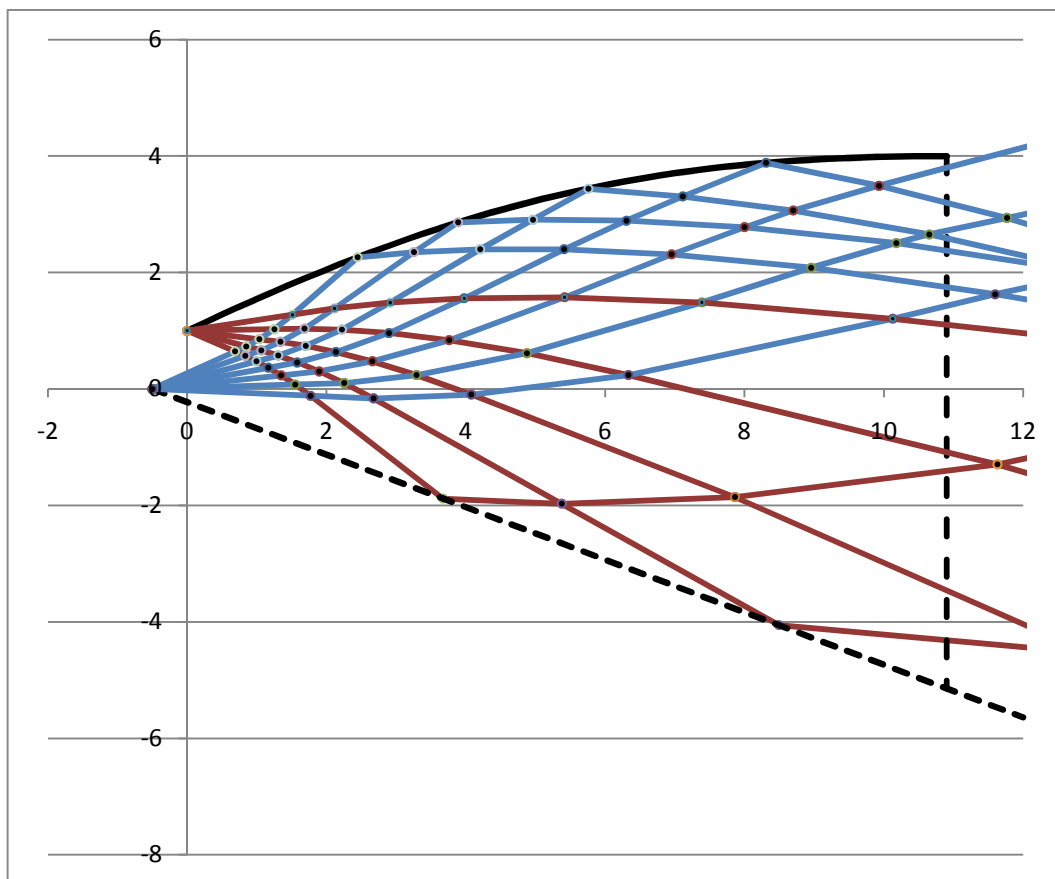


Figura 30. Característiques obtingudes per al cas d'estudi de M=9.

En aquest últim cas s'han obtingut 5 punts en la superfície superior. La Taula 20 mostra les coordenades i la direcció i velocitat del flux.

Punts paret	Coord. X	Coord. Y	M	ϑ (°)
1	0,000	1,000	2,270	29,184
2	2,447	2,261	3,210	25,874
3	3,887	2,861	3,363	21,334
4	5,759	3,438	3,366	13,307
5	8,310	3,881	3,367	5,239

Taula 20. Coordenades dels punts de la superfície superior i característiques del flux per a Mach 9.

7. CÀLCUL DE L'EMPENTA PRODUÏDA

L'empenta que produeix l'SCRAMJET es pot dividir en dos parts. Per una banda hi ha l'empenta produïda pel motor en accelerar el flux, calculada des de l'entrada fins al final de la combustió. I un segon terme que fa referència a l'empenta generada en l'expansió externa del flux. A més, l'empenta calculada es per unitat de profunditat, ja que l'estudi s'ha realitzat a partir d'una geometria 2D, i està també adimensionalitzat amb la longitud transversal del final de la combustió. D'aquesta manera, es podria imposar aquesta longitud a partir dels requeriments d'empenta de l'aeronau.

El primer tram correspon a l'admissió, compressió i combustió. I el segon tram correspon a l'expansió externa. D'aquesta manera la força total es calcula com la suma de les forces dels dos trams:

$$\frac{F}{A_4} = \frac{F_1 + F_2}{A_4} \quad \text{Equació 57}$$

L'empenta produïda pel primer tram de motor es pot calcular de la següent manera:

$$\frac{F_1}{A_4} = \frac{(\dot{m} + \dot{m}_f)}{A_4} U_4 - \frac{\dot{m}}{A_4} U_0 + (P_4 - P_0) \quad \text{Equació 58}$$

Per a calcular el flux màssic adimensionalitzat amb l'àrea de final d'expansió interna, es pot tenir en compte que es coneix la densitat i la velocitat del flux en aquest punt, de manera que:

$$\frac{\dot{m}}{A_4} = \frac{\rho_4 U_4}{1 + f} \quad \text{Equació 59}$$

Seria necessari calcular abans el valor de la fracció màssica de combustible. El Professor Jack L. Kerrebrock proposa, en el seu llibre *Aircraft Engines and Gas Turbines* (Referència 1), que per a velocitats superiors a Mach 5 la combustió és estequiomètrica i el valor de la fracció màssica esdevé constant i pren el valor de 0,0293.

Llavors, l'empenta produïda per l'expansió externa es pot calcular a partir de la pressió en els punts de la paret, mitjançant la següent integral:

$$\frac{F_2}{A_4} = \int_{P_{aret}} \frac{(P - P_0)}{A_4} dy \quad \text{Equació 60}$$

El càlcul d'aquesta integral podria esdevenir complicat si no s'aplica alguna tècnica analítica, ja que només es coneix el valor de la pressió en els punts on les línies característiques toquen la paret. En aquest cas es realitza mitjançant l'aplicació de la regla del trapezi, a partir dels valors de la pressió en aquests punts de paret.

A partir dels valors obtinguts en l'apartat anterior, a continuació es mostren els resultats de l'empenta que produeix el motor en les 3 condicions estudiades:

	M₀=7	M₀=8 (Disseny)	M₀=9
F₁/A₄ (N/m²)	40460,915	63963,270	85236,304
F₂/A₄ (N/m²)	62061,619	108435,328	136700,743
F/A₄ (N/m²)	102522,534	172398,598	221937,047

Taula 21. Resultats obtinguts de l'empenta produïda pel motor.

Es pot observar que la tendència de l'empenta és augmentar amb el número de Mach, tot i que la condició de disseny correspon a Mach 8. Així i tot, entre Mach 8 i Mach 9 la diferència no és tant accentuada com en el cas de Mach 7 i la condició de disseny.

8. CAS REAL

Els valors de l'empenta obtinguts en l'apartat anterior, per als tres casos estudiats, està adimensionalitzada amb l'àrea d'inici d'expansió. Per tal de comprovar si aquesta empenta es viable (amb uns valors raonables d'aquesta àrea A_4) s'empra el X-43A (Figura 31), un vehicle hipersònic de la NASA del qual se'n coneixen les dimensions (Figura 32) i les característiques aerodinàmiques a una determinada condició de vol.



Figura 31. Vehicle hipersònic X34-A, extreta de www.nasa.gov.

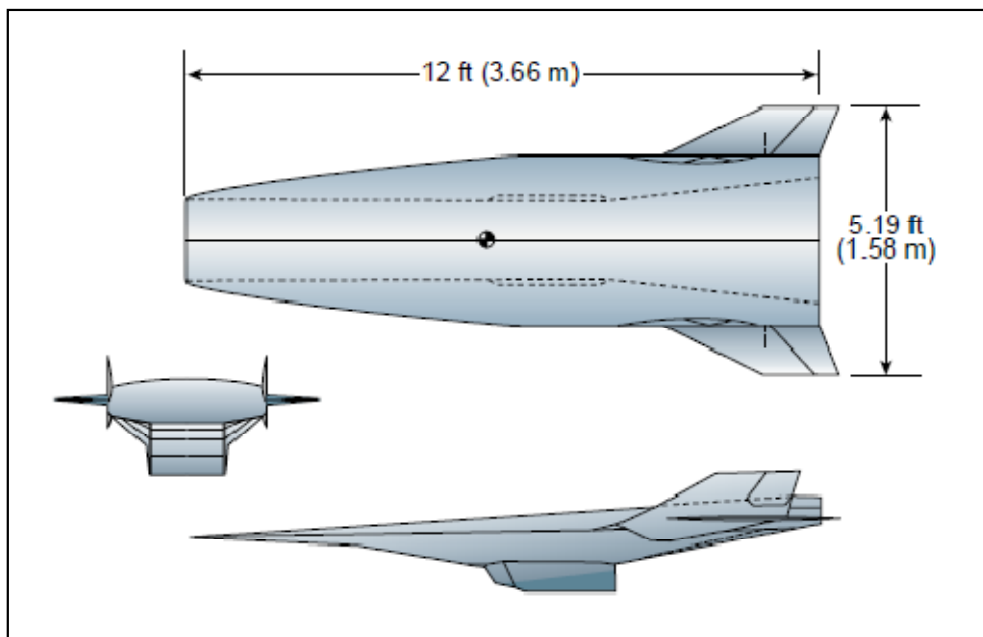


Figura 32. Dimensions del vehicle X-43A, extreta de la Referència 24.

Les característiques aerodinàmiques d'aquest vehicle han estat obtingudes mitjançant mesures preses en una condició de vol de Mach 6 i una alçada de vol de 30.000 m (Referència 24). De les corbes dels coeficients de sustentació i resistència en funció de l'angle d'atac, s'analitzen tres angles de vol diferents:

α (°)	C_L	C_D
2	0,90	0,30
4	1,20	0,38
6	1,60	0,51

Taula 22. Característiques aerodinàmiques del X-43A, extretes de la referència 24.

Tal i com es demostra en la Referència 7, aquests coeficients es poden prendre com a constants a partir de números de Mach superiors a 5. Així doncs, els podem prendre per a les tres condicions de vol estudiades, ja que es tracta de condicions de vol amb el mateix prototip i volant a la mateixa alçada.

Els valors obtinguts per a la resistència aerodinàmica ens interessen a l'hora d'avaluar si l'empenta produïda pel motor és suficient. A partir d'aquests valors es pot avaluar quina longitud transversal ha de tenir al inici de la tovera (la longitud horitzontal no es calcula, ja que s'ha estudiat el cas de tovera 2D).

Tenint en compte les condicions de vol i les dimensions del vehicle podem obtenir la sustentació i la resistència en cada cas:

α (°)	$M_0=7$		$M_0=8$ (Disseny)		$M_0=9$	
	L (N)	D (N)	L (N)	D (N)	L (N)	D (N)
2	92100,22	30700,07	120294,16	40098,05	152247,30	50749,10
4	122800,29	38886,76	160392,22	50790,87	202996,40	64282,19
6	163733,72	52190,12	213856,29	68166,69	270661,87	86273,47

Taula 23. Sustentació i resistència aerodinàmica per a cada condició de vol i per a tres angles d'atac

Suposant que la resistència màxima que cal superar correspon, en cada cas, a la condició de vol amb angle d'atac de 6°, es poden ajustar les dimensions de la tovera d'expansió (la longitud transversal, d) que garanteixin una empenta suficient.

Prenent una longitud d de 0,51 m es garanteix que l'empenta supera la resistència aerodinàmica del vehicle. Aquesta longitud sobrepassa la longitud real del vehicle que s'ha pres com a prototip, fet que pot ser degut a diversos factors, ja que les condicions d'operació del motor estudiat no són les mateixes que les del prototip. Amb aquesta longitud transversal, la longitud de la tovera seria de 5,56 m, molt superior a la que empra el vehicle.

La Taula 24 mostra l'empenta i l'impuls específic obtinguts per a cada condició de vol, tenint en compte les longituds esmentades anteriorment:

	$M_0=7$	$M_0=8$ (Disseny)	$M_0=9$
F (N)	52286,49	87923,28	113187,89
I_{SP} (s)	6418,51	5277,62	3741,43

Taula 24. Empenta i Impuls específic obtinguts.

El fet d'haver emprat una tovera d'expansió pròpia pot significar que l'expansió no es realitza de forma tan eficient com en el prototip. A més, cal tenir en compte que s'ha dissenyat com si tingués superfície inferior, per tal de facilitar el càlcul, però caldria millorar el disseny aplicant el mètode de les característiques tenint en compte l'expansió inferior. També es podria millorar el disseny utilitzant altres mètodes de càlcul.

A més, s'ha considerat composició congelada i finalitzada al inici de l'expansió, quan normalment l'expansió comença amb la combustió no finalitzada.

9. CONCLUIONS FINALS

En aquest projecte s'han estudiat les diferents parts que componen un motor SCRAMJET, així com els problemes operacionals i les peculiaritats de cadascuna d'elles. S'ha pogut observar que es un motor molt complex i que es tracta d'una tecnologia que, tot i començar a estudiar-se en els anys 60, es troba encara en els inicis del seu desenvolupament, en part degut a que durant uns anys va quedar en segon terme.

L'objectiu d'aquest treball en els seus inicis era estudiar si seria possible el transport aeri emprant aquest tipus de motor. Tot i això, al tractar-se d'una tecnologia tant innovadora, encara només se n'han provat alguns prototips de dimensions molt reduïdes, els quals estan dissenyats bàsicament per a poder allotjar el motor i els instruments necessaris per a mesurar les condicions de vol.

Així doncs, a falta d'informació de com seria un vehicle de majors dimensions que els prototips, que permetés transportar mercaderies o persones, s'ha estudiat el motor parametrizant les diferents parts i obtenint quina empenta produiria per a tres condicions de vol. Posteriorment, s'ha comprovat si aquest motor seria capaç de superar la resistència aerodinàmica que genera el prototip en aquestes condicions.

Al final, per tal de poder vèncer la resistència aerodinàmica del prototip s'ha hagut d'emprar un motor de dimensions superiors al real. Tot i això, es poden considerar els resultats satisfactoris, tenint en compte les simplificacions que s'han emprat en el disseny i càlcul de les diferents parts.

Una fase de disseny més acurada, emprant programes més sofisticats, permetria afinar millor els paràmetres de funcionament.

10. BIBLIOGRAFIA

1. **KERREBROCK, Jack L.** *Aircraft Engines and Gas Turbines*. 2nd ed. The MIT Press, 1992.
2. **MURTHY, S. N. B.; and CURRAN, E. T.** *Scramjet Propulsion*. Progress in Astronautics and Aeronautics, volume 189. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
3. **ANDERSON, John D.** *Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics*. 2nd ed. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
4. **BARTOLOMÉ CALVO, Javier, et al.** *Study of the Fluid-Structure Interaction of a Hypersonic Vehicle*. , 2005.
5. **MATTINGLY, Jack D.** *Elements of Propulsion: Gas Turbines and Rockets*. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
6. **MURTHY, S. N. B.; and CURRAN, E. T.** *High-Speed Flight Propulsion Systems*. Progress in Astronautics and Aeronautics, volume 137. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1991.
7. **BERTIN, John J.; and American Institute of Aeronautics and Astronautics.** *Hypersonic Aerothermodynamics*. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994.
8. **BIRZER, Cristian; and DOOLAN, Con J.** *Quasi-One-Dimensional Model of Hydrogen-Fueled Scramjet Combustors*. Journal of Propulsion and Power, 2009, vol. 25, no. 6, pp. 1220-1225. ISSN 07484658.
9. **CHANG, J. T., et al.** *Unstart Margin Control of Hypersonic Inlets*. Acta Astronautica, 2010, vol. 66, no. 1-2, pp. 78-87. ISSN 0094-5765.
10. **DAJUN, Xu; CAI, Guobiao and XU, Xu.** *The Role of Scramjet Flowpath Design in Multidisciplinary Design Optimization of Hypersonic Vehicle*. Hyderabad, India: International Astronautical Federation, IAF, 2007, 2007.
11. **EBRAHIMI, Houshang B.; GAITONDE, Datta V. and MALO-MOLINA, Faure.** *Parametric Study of 3-D Hydrocarbon Scramjet Engine with Cavity*. Reno, NV, United states: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2007, 2007. ISBN 1563478900.
12. **FOELSCHE, R. O., et al.** *Flight Results from a Program to Develop a Freeflight Atmospheric Scramjet Test Technique*. Canberra, Australia: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2006, 2006. ISBN 1563478269.
13. **HUANG, W., et al.** *Research Status of Key Techniques for Shock-Induced Combustion Ramjet (Scramjet) Engine*. Science in China Series E-Technological Sciences, 2010, vol. 53, no. 1, pp. 220-226. ISSN 1006-9321.
14. **JIN, Zhi-Guang; and ZHANG, Kun-Yuan.** *Performance Comparison between 2-D Scramjet Inlet and 3-D Sidewall Compression Scramjet Inlet*.

- Hangkong Dongli Xuebao/Journal of Aerospace Power, 2008, vol. 23, no. 9, pp. 1553-1560. ISSN 10008055.
15. **KIRCHHARTZ, R. M., et al.** *Supersonic Boundary-Layer Combustion: Effects of Upstream Entropy and Shear-Layer Thickness*. Journal of Propulsion and Power, 2010, vol. 26, no. 1, pp. 57-66. ISSN 0748-4658.
 16. **LINEBERRY, J. T., et al.** *HVEPS Scramjet-Driven MHD Power Demonstration Test Results*. Miami, FL, United states: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2007. ISBN 1563479001.
 17. **QIN, J., et al.** *Thermodynamic Analysis and Parametric Study of a Closed Brayton Cycle Thermal Management System for Scramjet*. International Journal of Hydrogen Energy, 2010, vol. 35, no. 1, pp. 356-364. ISSN 0360-3199.
 18. **SUN, B., et al.** *Investigation on a Streamtraced Hypersonic Busemann Inlet*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G-Journal of Aerospace Engineering, 2010, vol. 224, no. G1, pp. 57-63. ISSN 0954-4100.
 19. **TETLOW, M. R.; and DOOLAN, C. J.** *Comparison of Hydrogen and Hydrocarbon-Fueled Scramjet Engines for Orbital Insertion*. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, vol. 44, no. 2, pp. 365-373. ISSN 00224650.
 20. **TETLOW, M. R.; and DOOLAN, C. J.** *Orbital Payload Delivery using Hydrogen and Hydrocarbon Fuelled Scramjet Engines*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 4-11 March 2006, 2006. ISBN 0 7803 9545 X.
 21. **WANG, Lan, et al.** *One-Dimensional Evaluation of the Scramjet Flowpath Performance*. Tuijin Jishu/Journal of Propulsion Technology, 2008, vol. 29, no. 6, pp. 641-645. ISSN 10014055.
 22. **XU, Dajun; XU, Xuand CAI, Guobiao.** *Optimization Design for Scramjet Flowpath Considering Hypersonic Vehicle Trim Effects*. Fukuoka, Japan: International Astronautical Federation, IAF, 2005, 2005.
 23. **MARTÍNEZ-SANCHEZ, Manuel.** *Lecture 4-5: Nozzle Design: Method of Characteristics*. 16.512, Rocket Propulsion. MIT OpenCourseWare, 2005.
 24. **ENGELUND, Walter C., et al.** *Aerodynamic Database Development for the Hyper-X Airframe Integrated Scramjet Propulsion Experiments*. Denver, Colorado: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.