

Análisis de secciones de hormigón fisuradas

6.1. Introducción

En este nuevo capítulo se estudia y modela el comportamiento de secciones fisuradas. Se comparan los modelos presentados por distintos códigos para cargas de corta y larga duración y de este modo conocer las diferencias entre ellos, para finalmente, escoger el más conveniente para ser implementado.

El capítulo se halla orientado a encontrar una formulación que permita el cálculo del ancho de fisura para las distintas piezas que se pueden analizar con el programa. De este modo, se sigue aumentando la capacidad de cálculo y de resolución de distintos problemas de análisis y comprobación de secciones en servicio.

También se hará hincapié en las microfisuras debidas a la compresión excesiva del hormigón en servicio.

6.2. Modelos constitutivos

Los modelos constitutivos que se utilizan para la verificación de los estados límite de servicio referentes a la fisuración por tracción y a la microfisuración por compresión son los mismos que los presentados en el capítulo 3. No obstante, para dar una mayor generalidad al programa y permitir distintos tipos de análisis, se ha permitido elegir entre distintos comportamientos del hormigón comprimido y el traccionado:

6.2.1. Compresión

Para el hormigón comprimido existen varias propuestas de diagramas como los de Collins, Mitchell y Macgregor (1973) o los de Popovics, Tomaszewicz y Jensen (1987) entre los cuales se ha decidido elegir, por su eficacia dentro de los algoritmos de cálculo y, sobretodo, por ser formulaciones suficientemente contrastadas y sancionadas por la práctica, las que se presentan en la actual instrucción EHE (Diagrama de Sargin) y la recogida en borrador del nuevo EC-2, que es una ligera modificación de la anterior

para extender su rango de aplicación hasta hormigones de 100 MPa. Esta última rama de compresión se puede expresar analíticamente como:

$$\sigma_c = f_{cm} \frac{n(\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})}{n - 1 + (\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})^{nk}} \quad (6.1)$$

Donde σ_c es la tensión de compresión, f_{cm} la resistencia media del hormigón, ε_c la deformación unitaria de compresión, ε_{c1} es la deformación para la tensión máxima y n es un exponente que ajusta la forma de la curva, siendo ésta más lineal a medida que n aumenta. No obstante, en 1987, Thorenfeld, Tomaszewicz y Jensen añadieron el término k para ajustar mejor la rama descendente, pues la primera formulación sin este parámetro no resultaba suficientemente abrupta para representar correctamente el comportamiento deseado. De este modo, estas variables se obtienen aplicando las siguientes expresiones:

$$n = 0,8 + \frac{f_{cm}}{17} \quad (6.2)$$

$$k = \begin{cases} 1 \rightarrow \varepsilon \leq \varepsilon_{c1} \\ 0,67 + \frac{f_{cm}}{62} \rightarrow \varepsilon > \varepsilon_{c1} \end{cases} \quad (6.3)$$

$$\varepsilon_{c1} = \frac{f_{cm}}{E_c} \frac{n}{n-1} \quad (6.4)$$

$$E_c = 3320\sqrt{f_{cm}} + 6900 \quad (6.5)$$

6.2.2. Tracción

Para dotar de una mayor generalidad al modelo implementado se permite estudiar el comportamiento de las fibras traccionadas de distintas formas:

- No aceptando tensiones de tracción para las fibras descomprimidas, reduciendo de este modo el rango de tensiones a las que puede trabajar el hormigón a únicamente compresión.
- Tolerando tensiones de tracción hasta que se alcanza el valor f_{ctm} , instante para el cual la fibra se descarga totalmente y se considera que ha fisurado, quedando inoperativa para tensiones de tracción; no así para trabajar comprimidas.
- Suponiendo, que tras la fisuración de la fibra queda una reserva de resistencia a la tracción almacenada en el hormigón traccionado entre fisuras (Tensión de Stiffening). Este comportamiento se modela considerando que al fisurar la fibra ésta se descarga instantáneamente hasta el valor $0,60 f_{ctm}$ manteniendo la misma deformación para la que

aparece la fisuración ε_{fis} . Luego, tras la fisuración, la ley de tensiones sigue un comportamiento parabólico hasta que ésta se anula para una deformación $5 \varepsilon_{fis}$.

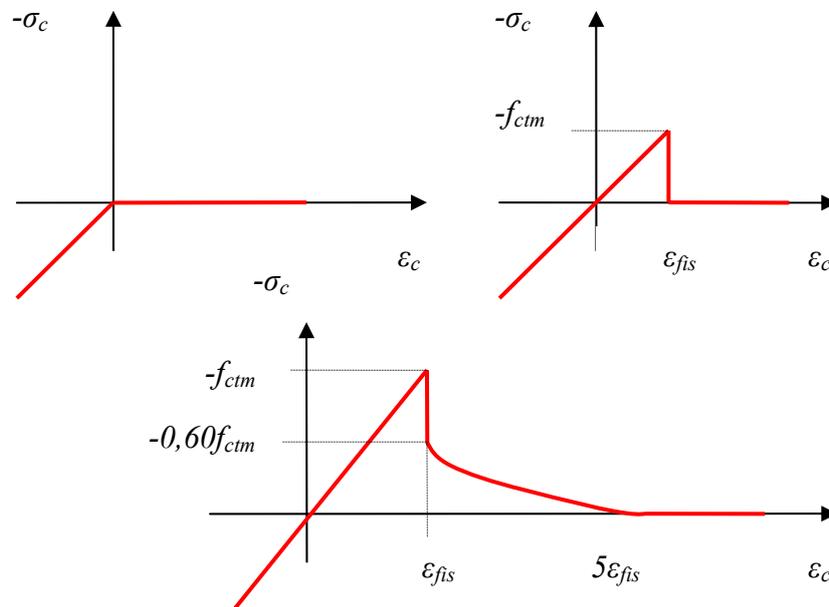


Figura 6.1. Distintos tipos de diagramas constitutivos a tracción para el hormigón

6.3. Microfisuración por compresión

6.3.1. Introducción

Inicialmente, en las primeras etapas de las investigaciones sobre microfisuración, se desarrolló una perspectiva que asociaba fuertemente la formación y propagación de microfisuras con el comportamiento carga – deformación del hormigón. Antes de la carga, los cambios de volumen de la pasta cementicia provocan la formación de fisuras intersticiales en las uniones mortero – agregado grueso. Bajo cargas de compresión de corta duración no se forman fisuras adicionales hasta que la carga llega alrededor de $0,30f_{ck}$. Por encima de este valor se inician fisuras de adherencia adicionales en toda la matriz. La fisuración de adherencia aumenta hasta que la carga llega aproximadamente a $0,70f_{ck}$, momento en que las microfisuras empiezan a propagarse a través del mortero. La fisuración en el mortero continúa a un ritmo acelerado, formando fisuras continuas y paralelas a la dirección de la carga de compresión, hasta que el hormigón ya no es capaz de soportar más carga. El inicio de la fisuración en el mortero está relacionado con la resistencia a la compresión sostenida o largo plazo.

Usando un microscopio de barrido electrónico, se obtiene una perspectiva algo diferente sobre el comportamiento microscópico del hormigón. Se observa que las

microfisuras que existen antes de la carga corresponden a fisuras de adherencia, con extensiones hacia el mortero circundante perpendiculares a las fisuras de adherencia. A medida que aumenta la compresión estas fisuras de adherencia se ensanchan pero no se propagan para cargas bajas de alrededor del $0,15f_{ck}$. Al llegar a aproximadamente el $0,20f_{ck}$, las fisuras de adherencia se comienzan a propagar, y alrededor del $0,30f_{ck}$ comienzan a conectarse unas con otras. Al llegar al $0,45f_{ck}$ esta conexión es casi completa. Al $0,75f_{ck}$ las fisuras del mortero comienzan a unirse con otras y continúan haciéndolo hasta que se produce el fallo de la probeta.

6.3.2. Bases de cálculo

Los códigos actuales¹ incentivan a controlar la aparición de microfisuras debido a sollicitaciones normales imponiendo que, para la combinación más desfavorable de acciones correspondiente a la fase en estudio, las tensiones de compresión en el hormigón cumplan:

$$\sigma_c \leq 0,60f_{ck,j} \quad (6.6)$$

Este método deja del lado de la seguridad la comprobación, pero parece impreciso el no considerar en esta comprobación la historia evolutiva de la sección, así como los fenómenos diferidos que se dan en la misma, sobretodo en secciones que sufren variaciones sustanciales de condiciones de vinculación, nuevos materiales, cargas... durante su construcción y vida útil.

Para ello, en el programa, se ha aprovechado el análisis seccional evolutivo para incluir dos² nuevas etapas donde se comprueben las tensiones en las fibras extremas teniendo en cuenta la evolución seccional y los fenómenos diferidos de la misma. De hecho, la ecuación 6.6 se debe verificar en todas las etapas con las cargas existentes en ese instante, ya sean de tipo permanente, sobrecargas o transferencia de pretensado. Por esta razón, en los listados de resultados finales se presenta la relación $\sigma_{c,m\acute{a}x}/f_{ck,j}$ y $\sigma_{c,m\acute{a}x}/f_{cm,j}$ para saber si se está dentro del rango de tensiones de compresión admisibles para los que se cumplen el criterio de microfisuración y la hipótesis de fluencia lineal.

6.3.3. Ejemplo de aplicación

Para que esta exposición resulte más visual se va a presentar un ejemplo donde se aclaren estos detalles acerca de la comprobación de la microfisuración en servicio.

Se trata de una vigueta de forjado pretensada en taller cuya sección resistente se completa en obra con una losa de compresión de 70 cm de ancho por 4 cm de espesor. Los materiales, historia de cargas y coeficientes de ponderación de las acciones se presentan a continuación:

¹ La actual EHE, por ejemplo, contempla este articulado y, además, permite la evaluación de la microfisuración considerando un comportamiento elástico del hormigón comprimido y de las armaduras y despreciando la capacidad resistente a tracción del hormigón.

² Estas dos etapas corresponden a la aplicación de la sobrecarga a corto y a largo plazo.

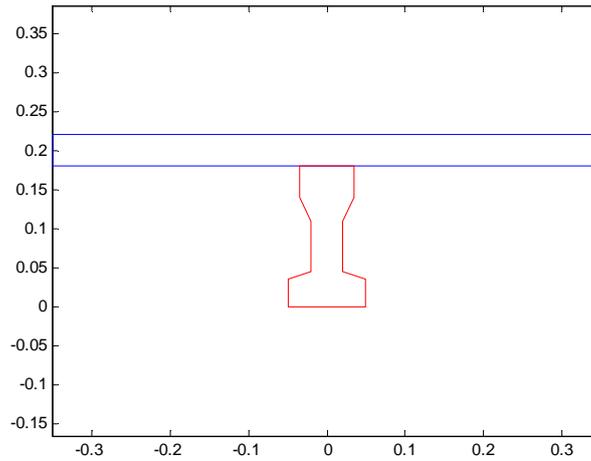


Figura 6.2. Vigueta pretensada con losa de compresión

Trapezios exteriores	Base inferior (m)	Altura (m)	Base superior (m)
1	0,100	0,035	0,100
2	0,100	0,010	0,040
3	0,040	0,065	0,040
4	0,040	0,030	0,070
5	0,070	0,040	0,070

Tabla 6.1. Trapezios que definen el contorno exterior de la pieza

Hormigón vigueta	HP-35/S/12/I
Hormigón losa	HA-25/P/12/I
Armaduras activas	Acero superestabilizado $\rho = 8\%$ y 1700/1900 MPa

Tabla 6.1. Propiedades de los materiales

Pretesa inferior viga	4 alambres $\Phi 4$ a 1.5 cm tesados a $\sigma_{po} = 0,75f_{pu}$
Pretesa superior viga	2 alambres $\Phi 4$ a 16 cm a $\sigma_{po} = 0,75f_{pu}$

Tabla 6.3. Armadura activa de la sección

	Historia Evolutiva	
	Tiempo (días)	Cargas (KNm)
Destesado	7	0.6
Hormigonado losa	14	3
Fraguado losa	17	-
Descimbrado	-	-
Cargas muertas	30	3
1ª sobrecarga	30	8
2ª sobrecarga	1.000.000	8

Tabla 6.4. Historia evolutiva de la sección

Nota: Se utilizan los coeficientes de fluencia y retracción propuestos en la instrucción EHE, considerando una humedad relativa del 70%. No se desprecian las pérdidas por relajación del acero desde el tesado hasta la transferencia. No se efectúa un curado al vapor. La penetración de cuña es de 2 mm y la longitud de la banca de pretensado 100 m. Se emplean los siguientes coeficientes para la verificación de los estados límite de servicio $\psi_{0,1} = 0.7$, $\psi_{1,1} = 0.5$ y $\psi_{2,1} = 0.3$.

Tras el análisis con el programa se obtienen distintos resultados de interés: pérdidas de pretensado, tensiones en fibras extremas, capacidades resistentes... pero de todos éstos interesan las relaciones $\sigma_{c,m\acute{a}x}/f_{ck,j}$ en las fibras extremas para verificar el estado límite de microfisuración en cada una de las etapas descritas anteriormente. De este modo se obtienen los siguientes resultados, que aquí se presentan en forma de tablas, aunque el programa los recoge en un archivo de resultados tipo *ASCII*.

	Vigueta		Losa	
	Fibra inf.	Fibra sup.	Fibra inf.	Fibra sup.
<i>Destesado</i>	0,44	0,19	-	-
<i>1ª sobrecarga</i>	0,00	0,36	0,03	0,14
<i>2ª sobrecarga</i>	-0,00	0,17	0,04	0,12

Tabla 6.5. Relaciones $\sigma_{c,m\acute{a}x}/f_{ck,j}$ para las fibras extremas de la sección para el pretensado mayorado. Compresión positiva.

Nótese que en ningún instante se supera el límite establecido en la ecuación 6.6, dándose la máxima la relación $\sigma_{c,m\acute{a}x}/f_{ck,j}$ en la fibra inferior de la vigueta en el momento de la transferencia para el pretensado mayorado. A corto plazo la combinación más desfavorable es la poco probable, en cambio, a largo plazo la más desfavorable es la frecuente.

6.4. Fisuración por tracción

6.4.1. Introducción

Debido a que el hormigón es relativamente débil y frágil en tracción, se anticipa que habrá fisuración cuando en un miembro se introduzcan tensiones de tracción significativas. Se pueden usar armaduras pasivas y/o de acero pretensado para proveerle a un miembro traccionado la resistencia requerida. Sin embargo, durante el diseño y la construcción es necesario considerar diferentes factores para asegurar un control adecuado de la fisuración.

6.4.2. Causas de la fisuración

A grandes rasgos, la fisuración de estructuras de hormigón puede clasificarse en tres grupos según [4]:

6.4.2.1. Fisuras de origen tensional

Producidas bien por las acciones permanentes y variables, bien por las deformaciones impedidas, tales como la retracción y la temperatura. Habitualmente se trata de fisuras ortogonales en las armaduras.

6.4.2.2. Fisuras de origen atensional

Debidas al incremento de volumen de las barras producido por su oxidación, que ejerce presión sobre el hormigón hasta estallar, provocando fisuras paralelas a las armaduras. Estas fisuras son debidas generalmente a la corrosión inicial directa de las armaduras por escasa protección física de las barras (escasez de recubrimiento, elevada porosidad, etc....), o por escasa protección química (bajo contenido de cemento).

6.4.2.3. Fisuras debidas a otras causas

Tales como la retracción plástica o reacciones químicas dentro del hormigón endurecido.

De todas estas causas que provocan fisuración en este trabajo solo se contemplan las de origen tensional. Las demás son objeto de estudios más exhaustivos debido a su complejidad, tal es así, que en algunos casos no pueden cuantificarse ni predecir por métodos convencionales de cálculo.

6.4.3. Fases de la fisuración

El comportamiento de un miembro flexionado puede estudiarse con detalle mediante los diagramas momento – curvatura que resumen, de forma continua, el proceso tenso – deformacional de una sección cualquiera desde su comportamiento lineal para bajas tensiones hasta la rotura bajo la carga de agotamiento de la misma.

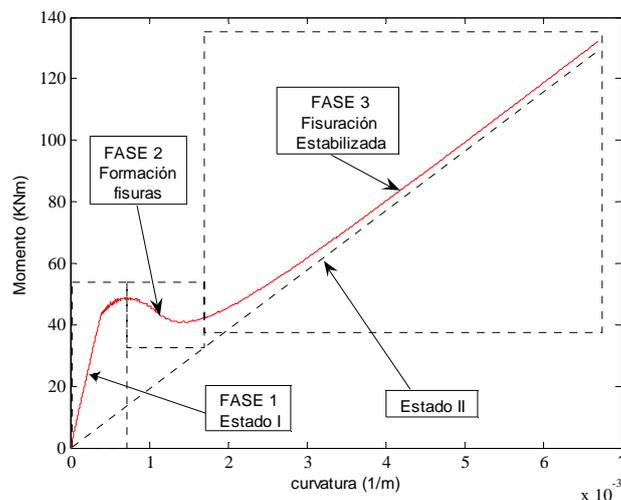


Figura 6.3. Diagrama momento – curvatura sección rectangular para $N = 0$

Nota: En este diagrama se han obviado las ramas de prerrotura y rotura porque la sección ya está totalmente fisurada y algunos de los materiales ya han plastificado. Para ver un análisis completo de secciones mediante diagramas momento curvatura debe acudir a los capítulos 4 y 5 de esta misma tesina.

De la figura 6.3 pueden distinguirse tres fases del comportamiento seccional totalmente diferenciados:

6.4.3.1. Fase 1 (Elástica)

En esta fase se puede asumir un comportamiento lineal para cualquier material de los que componen la sección. La relación momento – curvatura puede escribirse así:

$$M = (EI)_h \chi \quad (6.7)$$

Donde $(EI)_h$: es la rigidez a flexión de la sección homogeneizada.

Este comportamiento lineal entre tensiones y deformaciones de los materiales se mantiene hasta que el hormigón fisura. De entre los materiales que pueden conformar la sección éste es el más frágil a tracción, pues al llegar a una tensión f_{ctm} de tracción, que se da para el M_{fis} de la sección, el hormigón fisura localmente. En el proceso de fisuración las tensiones soportadas por el bloque traccionado del hormigón se transmiten al acero por los mecanismos de adherencia y compatibilidad de deformaciones entre ambos.

6.4.3.2. Fase 2 (Formación de fisura)

Al aparecer la primera fisura en la sección y activarse los mecanismos de adherencia entre el hormigón y el acero la sección sufre una pérdida de rigidez instantánea, *snap through*³, que se puede capturar en el diagrama utilizando un algoritmo de control de deformaciones como el que se emplea en este trabajo.

La curvatura de la sección y el ancho de la fisura van aumentando y la contribución del hormigón traccionado entre fisuras aporta una pequeña capacidad resistente a la sección frente a las tracciones, junto con el acero. Esta situación se prolonga hasta que el ancho de fisura se estabiliza y la profundidad de la fibra neutra adopta una cota fija, momento para el cual se dice que la fisuración se ha estabilizado y empieza la tercera fase.

³ Un descenso muy acusado de la curva al producirse la fisuración indica una insuficiencia de armadura de tracción que deja la sección del lado de inseguridad y puede ocasionar el colapso de la estructura. De aquí las formulaciones para buscar la armadura mínima que relacionan la tensión máxima de tracción de la matriz de hormigón f_{ctm} , el módulo a flexión W y el brazo mecánico z . Por ejemplo, para hormigón armado:

$$A_{s,min} f_{yd} \geq \frac{W f_{ctm}}{z}$$

6.4.3.3. Fase 3 (Estabilización de la fisura)

En esta fase la fisura de la sección permanece estable así como la profundidad de la fibra neutra. Es la situación usual en servicio para estructuras armadas en las que se permite una fisuración controlada y unas tensiones de compresión moderadas. Se acepta un comportamiento lineal del hormigón pero no seccional debido a la fisuración luego, el comportamiento global es no lineal.

Esta rama se extiende hasta el instante en que alguno de los materiales plastifica o, en el peor de los casos, se da una rotura frágil de la sección debido a la deformación excesiva del hormigón comprimido y a un armado excesivo que no se llega a plastificar, dando lugar a curvaturas últimas pequeñas y con poca ductilidad global de la sección. En la mayoría de los casos esto no sucede (implica una mal dimensionamiento de la sección), y lo que se da es una plastificación de alguno de los materiales entrando a la rama de prerrotura y variando, de este modo, la profundidad de la fibra neutra.

Esta tercera fase se caracteriza también por estar alineada con el centro de coordenadas para secciones trabajando a flexión simple, no sucediendo lo mismo para secciones comprimidas o pretensadas.

6.4.4. Cálculo del ancho de fisura

El final de la fase 1, fase elástica, marca el inicio del comportamiento fisurado de la sección. En este nuevo estado, la rigidez de la sección ha disminuido porque una parte de la sección hormigón deja de colaborar y únicamente aporta peso a la estructura. En esta fase se ha generado una fisura de la que interesa controlar su ancho a fin de garantizar unas buenas condiciones de servicio y durabilidad de la estructura.

De entre los distintos modelos que existen y han sido avalados por la experiencia se presentan el modelo EHE (EC-2) y el modelo del MC-90 para compararlos y escoger el más adecuado para su aplicación en un análisis evolutivo con control de la fisuración.

6.4.4.1. Modelo EHE (EC-2)

El primer modelo que se va a exponer corresponde al presentado en la EHE (inspirado en el del EC-2) que considera como abertura de fisura característica de un elemento armado la siguiente:

$$w_k = \beta s_m \varepsilon_{sm} \quad (6.8)$$

Donde β es el coeficiente que relaciona la abertura media con la característica (1,3 para acciones indirectas y 1,7 para el resto), s_m es la separación media de fisuras y ε_{sm} es el alargamiento medio de las armaduras teniendo en cuenta el stiffening del hormigón según:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left(1 - k_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right) \geq 0,40 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (6.9)$$

Donde σ_s representa la tensión en el acero para la sección sólo de acero, σ_{sr} la tensión en la armadura en la sección fisurada en el instante de fisuración, E_s es el módulo de rigidez del acero y k_2 es un coeficiente que vale 1,0 para carga instantánea y 0,50 para cargas mantenidas o cíclicas. Este modelo se encuentra basado en la hipótesis de suponer unas tensiones y deslizamientos medios en el sistema y concuerda relativamente bien con los resultados experimentales.

6.4.4.2. Modelo del MC-90

Según el MC-90 se acepta como abertura característica de una fisura el valor:

$$w_k = l_{s,\max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) \quad (6.10)$$

$$\text{Para fisuración estabilizada} \rightarrow l_{s,\max} = \frac{\phi}{3,60 \rho_{s,\text{eff}}} \quad (6.11)$$

En cuanto a los términos de deformaciones, ε_{cs} representa la deformación de retracción del hormigón y los otros dos términos (deformación del acero y hormigón medias) pueden evaluarse de manera simplificada según:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \varepsilon_{s2} - \beta \varepsilon_{sr2} \quad (6.12)$$

$$\varepsilon_{sr2} = \frac{f_{ctm}(t)}{\rho_{s,\text{eff}}} (1 + \alpha_e \rho_{s,\text{eff}}) \quad (6.13)$$

Donde α_e es igual a E_s/E_c , $\rho_{s,\text{eff}}$ corresponde a $A_s/A_{c,\text{eff}}$ y β es un coeficiente sobre cuyo valor existen diferentes propuestas. En este estudio se va aceptar que adopta un valor 0,40 para el caso de formación de fisuras o carga a corto plazo y 0,25 para carga a largo plazo o cíclica; ε_{s2} es la deformación que existiría considerando sólo acero y ε_{sr2} la que se produciría en el momento de la fisuración.

6.4.4.3. Comparación entre ambos modelos

Tanto el modelo del EC-2 como el del MC-90 presentan algunos puntos comunes aunque discrepan seriamente de otros.

Los dos concluyen con sendos coeficientes de corrección de la ley de adherencia a largo plazo o mediante carga mantenida (con el coeficiente llamado β en el MC-90 y k_2 en el EC-2). En general, la evaluación de la abertura de fisura proporciona resultados

similares tanto para carga instantánea como para tiempo infinito. La prueba de ello consiste en igualar la abertura de fisura en ambos casos⁴:

$$\underbrace{\varepsilon_{s2} - \beta \varepsilon_{sr2}}_{MC-90} = \varepsilon_{s2} - \underbrace{k_2 \left(\frac{\varepsilon_{sr2}^2}{\varepsilon_{s2}} \right)}_{EC-2} \quad (6.14)$$

$$\frac{\varepsilon_{s2}}{\varepsilon_{sr2}} = \frac{k_2}{\beta} \quad (6.15)$$

$$\text{Instantánea: } \frac{\varepsilon_{s2}}{\varepsilon_{sr2}} = \frac{k_2 = 1}{\beta = 0,40} = \frac{1}{0,40} \quad (6.16)$$

$$\text{Mantenida o cíclica: } \frac{\varepsilon_{s2}}{\varepsilon_{sr2}} = \frac{k_2 = 0,50}{\beta = 0,25} = \frac{1}{0,50} \quad (6.17)$$

Si el cociente k_2/β se mantuviera constante entonces los dos métodos propondrían la misma degradación de la rigidez entre t_0 y t_∞ . Este cociente no llega a ser constante pero sí mantiene un valor muy similar. De esta forma ambos métodos deben proporcionar resultados parecidos a corto y a largo plazo salvo por el término de la retracción ε_{cs} . Para tiempo infinito, el modelo del MC-90 considera la abertura provocada por toda la retracción actuando en $l_{s,max}$ mientras que el MC-2 no considera ninguna contribución de la misma. Esto parece una inconsistencia grave máxime cuando la abertura provocada por la actuación de la retracción puede significar entre un 30% y un 50% del valor total.

6.4.4.4. Modelo adoptado

Presentados los dos principales modelos disponibles para el cálculo del ancho de fisura y conociendo la bondad de cada uno de ellos, se ha decidido por adoptar el modelo del EC-2. A sabiendas de la inconsistencia que representa el no considerar la deformación por retracción ε_{cs} en la contribución del ancho de fisura, se ha decidido por tomar ε_{sm} como la deformación media en el acero obtenida del análisis diferido.

Esta deformación media del acero ε_{sm} , que se obtiene numéricamente, integra las redistribuciones tensionales que se producen en la sección debidas a la retracción, la fluencia, la contribución del hormigón traccionado entre fisuras...En definitiva, contiene la historia deformacional evolutiva de la fibra baricéntrica de acero, y por lo tanto, el mejor indicador para el cálculo del ancho de fisura.

6.4.5. Ejemplo de aplicación

A continuación se presenta una viga de hormigón armado 30x70 con una historia de cargas y distribución de armadura que se resumen en las tablas 6.6 y 6.7. Con ésta se quiere ilustrar las estrategias utilizadas en este trabajo para la verificación del estado

⁴ Sin considerar todavía el término de la deformación de retracción en la fórmula del MC-90.

límite de fisuración por tracción; concretamente, el hecho de tener en cuenta el proceso tenso – deformacional de los materiales y los fenómenos reológicos de los mismos.

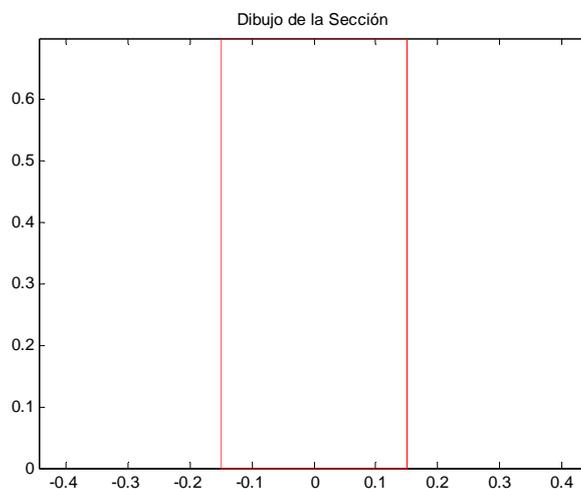


Figura 6.4. Sección rectangular armada

Hormigón	HA-25/P/12/IIIb
Armado tracción	5 Φ 25 a 4,25 cm
Armado compresión	2 Φ 25 a 63,75 cm

Tabla 6.6. Materiales de la sección

	Historia Evolutiva	
	Tiempo (días)	Cargas (KNm)
Peso propio	28	65
Carga permanente	90	50
1ª sobrecarga	90	250
2ª sobrecarga	1.000.000	250

Tabla 6.7. Historia evolutiva de la sección

Nota: Se utilizan los coeficientes de fluencia y retracción propuestos en la instrucción EHE, considerando una humedad relativa del 70%. Se emplean los siguientes coeficientes para la verificación de los estados límite de servicio $\psi_{0,1} = 0.7$, $\psi_{1,1} = 0.5$ y $\psi_{2,1} = 0.3$.

Tras el análisis con el modelo numérico se obtiene que la sección fisura tras la aplicación de las cargas muertas pero que en ningún instante se supera el ancho de fisura máximo permitido por la instrucción EHE para el ambiente IIIb (0,3 mm). Los resultados obtenidos para las sobrecargas a corto y a largo plazo son:

	Corto plazo	Largo plazo
S_m (mm)	107	107
ε_{sm} (mm/m)	0,658	0,671
w_k (mm)	0,12	0,12

Tabla 6.8. Resultados del análisis evolutivo con control de la fisuración

6.5. Momento de fisuración con diagramas Momento – Curvatura

6.5.1. Secciones simples

El momento de fisuración, de aquí en adelante M_{fis} , para un axil externo concomitante de valor N_{ext} es el flector para el cual en la fibra más traccionada se alcanza el valor f_{ctm} y se forma la fisura en la sección. Para el caso más sencillo, una viga simplemente armada de hormigón, el valor de M_{fis} se deduce de la siguiente expresión:

$$M_{fis} = W_h \left(\frac{N_{ext}}{A_h} + f_{ctm} \right) \quad (6.18)$$

Donde W_h : Es el módulo resistente de la sección homogeneizada respecto la fibra más traccionada.

A_h : Es el área homogeneizada de la sección.

f_{ctm} : La resistencia media a tracción del hormigón de la viga.

Para una sección pretensada, el cálculo es menos directo, pero igualmente sencillo para poderlo plantear de forma manual. Basta con añadir la tensión producida por el pretensado a la fibra más desfavorable en tracción. De este modo, la expresión 6.18 para hormigón pretensado es:

$$M_{fis} = P_k(t) \left(e + \frac{W}{A_h} \right) + W_h \left(f_{ctm} + \frac{N_{ext}}{A_h} \right) \quad (6.19)$$

Donde $P_k(t)$: Es el valor de la fuerza pretensado en el instante de evaluación⁵.

e : La excentricidad del pretensado respecto el centro de gravedad.

Nota: Las expresiones 6.18 y 6.19 dependen claramente del tiempo, pero no solamente el valor de la fuerza del pretensado sino todas las variables implicadas en las dos fórmulas presentadas porque, en realidad, el cálculo de M_{fis} es extraordinariamente complejo ya que intervienen el comportamiento diferido del hormigón y del acero, que también dependen del tiempo. No obstante, para simplificar los cálculos, se toman los valores característicos a los 28 días para las propiedades mecánicas de los materiales y el valor más desfavorable de la fuerza de pretensado, si procede, eludiendo de este modo la inclusión de los fenómenos diferidos que afectan a la sección.

6.5.1.1. Ejemplo de aplicación para una sección armada

Se pretende calcular el momento de fisuración de la losa de forjado prefabricada y simplemente armada de la figura 6.5. Para ello se empleará la herramienta diagrama momento – curvatura que se ha implementado en el programa para obtener el M_{fis} y luego contrastar el resultado con el valor dado por la expresión 6.18 de referencia.

⁵ En la mayoría de las situaciones, el instante más desfavorable será a largo plazo, cuando se hayan dado la mayor parte de las pérdidas diferidas en la sección.

Los datos más representativos de la sección son:

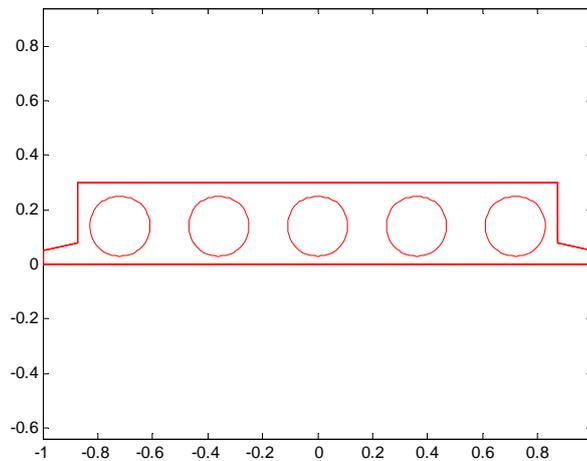


Figura 6.5. Losa alveolar prefabricada y armada

Hormigón placa	HA-35/P/20/IIa
Acero	12 Φ 20 a 4 cm

Tabla 6.9. Materiales de la sección

f_{cm}	3,21 MPa
W_h	0,0262 m ³

Tabla 6.10. Datos significativos de la sección

Con estos datos, sabiendo que la sección trabaja a flexión simple $N_{ext} = 0$, y utilizando la expresión dada en 6.18 se obtiene que:

$$M_{fis} = 3,21 \cdot 10^6 * 0,0262 = 84,1 KNm$$

El momento de fisuración M_{fis} se halla en la frontera de dos comportamientos distintos de la sección: la fase 1 y la fase 2 del diagrama de la figura 6.6. El algoritmo de cálculo integra las tensiones en los elementos diferenciales de la sección para el plano, que en equilibrio con las cargas externas, produce una deformación en la fibra inferior de f_{cm}/E_{cm} . De este modo, el resultado obtenido para el M_{fis} es 85,5 KNm, que resulta un 1,7% mayor respecto al valor de referencia. La diferencia es totalmente aceptable y es debida al error de tolerancia aceptado en el código y a la precisión con la que trabaja el programa.

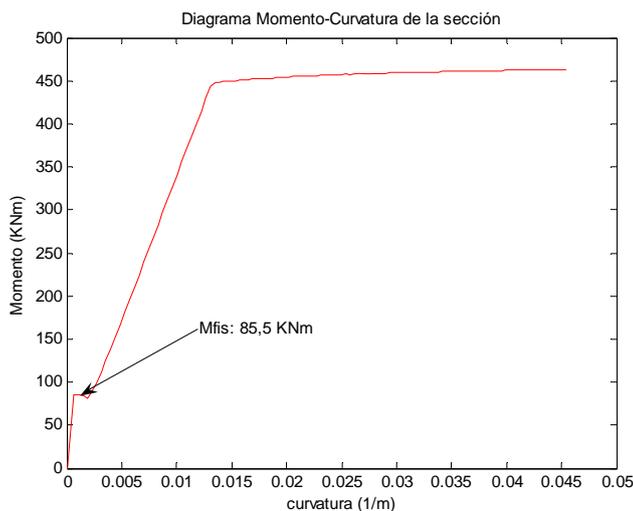


Figura 6.6. Diagrama Momento – Curvatura losa alveolar armada

6.5.1.2. Ejemplo de aplicación para una sección pretensada

Para ilustrar el mismo procedimiento con una sección pretensada se va a considerar la misma losa alveolar presentada en la figura 6.5 donde el armado pasivo se va a sustituir por dos capas de cordones pretensados. Los datos más significativos de dicha sección son:

Hormigón placa	HP-35/P/20/IIa
Acero	10Φ0,6'' a 4 cm y 2 Φ0,6'' a 27 cm con $\sigma_{po} = 0.75f_{pu}$

Tabla 6.11. Datos significativos de la sección

f_{cm}	3,21 MPa
W_h	0,0248 m ³
e	0,0555 m
$P_{k,\infty}$	2050,2 KN

Tabla 6.12. Datos significativos de la sección

Con estos datos, el valor de M_{fis} de referencia es:

$$M_{fis} = 2050,2 \cdot 10^3 \left(0,0555 + \frac{0,0248}{0,36055} \right) + 0,0248 * 3,21 \cdot 10^6 = 334,5 KNm$$

De forma numérica se obtiene el diagrama de la figura 6.7, donde el M_{fis} obtenido es 332,7 KNm, que se ajusta excelentemente al valor de referencia. La diferencia entre ambos se justifica con el mismo argumento que el presentado para la sección armada. Nótese que el diagrama 6.7 no captura una transición tan brusca como en 6.6 para la losa armada. Debido al pretensado, cuando la sección fisura, la pérdida de rigidez instantánea no es tan acusada, la rigidez global de la sección es mayor a causa

del axil de compresión $P_{k,\infty}$. Lo mismo sucede en pilares y piezas con una sollicitación externa que comprima la sección.

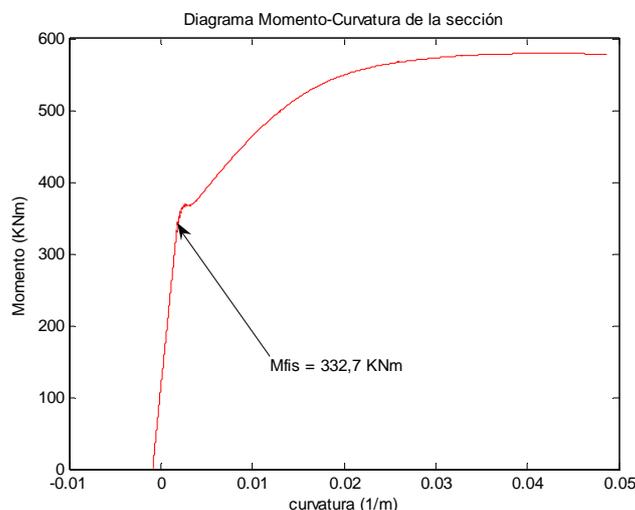


Figura 6.7 Diagrama Momento – Curvatura losa alveolar pretensada

6.5.2. Secciones compuestas

En el caso de secciones compuestas la situación se complica y la casuística es mucho mayor. Las diversas secciones parciales pueden tener una historia tensional distinta o construirse, simplemente, en instantes diferentes lo cual dificulta el cálculo manual enormemente del M_{fis} . No obstante, existen fórmulas aproximadas que permiten abordar este problema de forma sencilla y con una precisión más que aceptable como las que se proponen en [11].

6.5.2.1. Ejemplos de aplicación para secciones compuestas

Este conjunto abarca todas aquellas que tienen una sección parcial de hormigón ejecutada *in situ* o en taller y otra, que hace la función de losa de compresión, que se hormigona *in situ*. El armado es pasivo y debe distinguirse entre la situación apeada y la no apeada.

El caso apeado es el más sencillo y directo porque la viga no ha sido presolicitada durante la colocación y el fraguado de la losa. Admite el cálculo de M_{fis} mediante la formulación analítica 6.18, que es exacta en esta situación.

Para ilustrar un ejemplo, bajo esta configuración de armadura, se usará la misma losa alveolar de la figura 6.5 a la que se le añadirá una losa de compresión de hormigón HA-25 de 4 cm de espesor y se considerará que el proceso constructivo es totalmente apeado hasta que ésta ha fraguado y tiene la capacidad portante necesaria para retirar los apoyos. La sección a analizar es la que se presenta en 6.8.

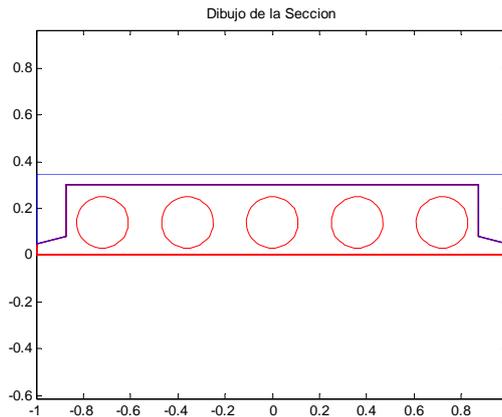


Figura 6.8. Placa alveolar pretensada con losa de compresión

Hormigón placa	HA-35/P/20/II
Hormigón losa	HA-25/P/20/II
Acero	12Φ20 a 4 cm

f_{ctm}	3,21 MPa
W_h	0,0359 m ³

Tabla 6.13. Materiales de la sección compuesta Tabla 6.14. Datos de la sección compuesta

De la expresión de referencia 6.18, que es válida en esta situación, se obtiene el siguiente resultado:

$$M_{fis,c} = 0,0359 * 3,21 \cdot 10^6 = 115,12 KNm$$

Valor que evidentemente es superior al M_{fis} obtenido para la losa alveolar sin capa de compresión. Este aumento es debido a la aportación al módulo resistente de la sección homogeneizada W_h que proporciona la losa de compresión.

El análisis numérico garantiza que para esta configuración constructiva se obtiene el máximo M_{fis} de la sección compuesta, pues constituye la curva de máxima resistencia de la sección.

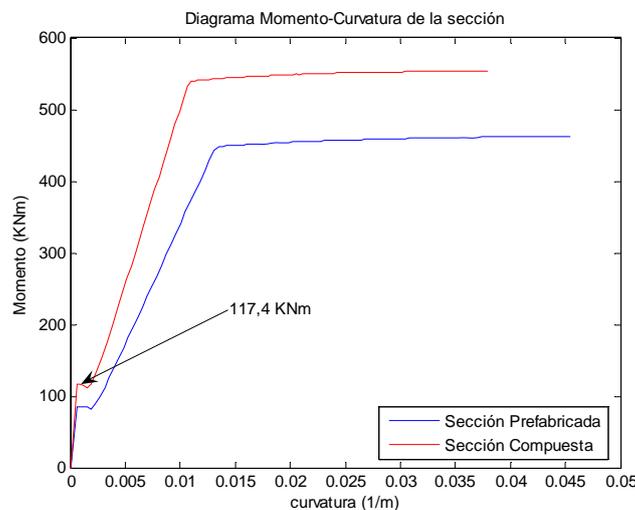


Figura 6.9. Diagrama Momento – Curvatura de la sección compuesta

En este mismo contexto podría plantearse una construcción no apeada en la que cabría contemplar estas dos alternativas:

1. El momento que presolicita la placa alveolar es inferior al M_{fis} de la misma y, por lo tanto, el M_{fis} de la pieza compuesta será inferior al obtenido para la situación totalmente apeada a causa de la presolicitación existente en la placa. Aquí el problema se aborda mediante el diagrama momento – curvatura a falta de una formulación exacta para el cálculo, no obstante, en [11] si se puede hallar una expresión analítica aproximada.
2. El momento que solicita la placa alveolar durante la ejecución de la losa de compresión es superior a M_{fis} de la placa. Luego, la sección ha sido presolicitada en exceso y fisura antes de completar la pieza, por lo que M_{fis} de la sección compuesta coincide con el de la placa alveolar y puede calcularse sin la ayuda de métodos numéricos; basta con aplicar 6.18 a la placa.

Para la primera situación, si el momento que presolicita la placa es un 60% de M_{fis} de la misma, la carga de fisuración de la sección compuesta se reduce a 95,5 KNm , que es casi un 20% menor que el obtenido si la pieza se ejecuta totalmente apeada. En cambio, para la segunda situación es todavía más desfavorable ya que el M_{fis} disminuye hasta 85,5 KNm , la misma carga de fisuración que la placa alveolar sin capa de compresión.

En las figuras 6.10 y 6.11 se resume mediante los diagramas momento – curvatura lo anteriormente expuesto.

Se verifica con este ejemplo, aunque no era el objeto de este apartado, que el apeo de la estructura mejora la calidad en servicio de la misma aumentando la carga para la que aparece la fisura.

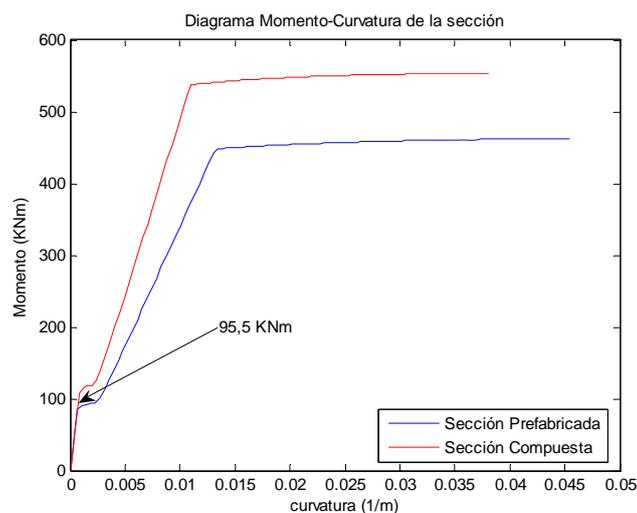


Figura 6.10. Diagrama Momento – Curvatura sección Prefabricada y Compuesta presolicitada hasta $0,6M_{fis}$

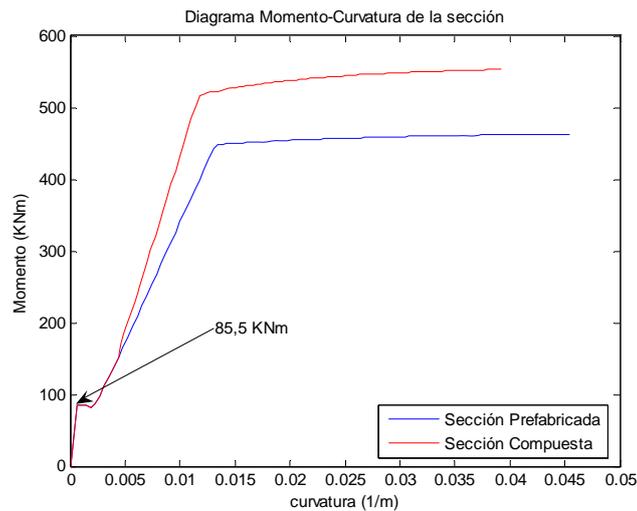


Figura 6.11. Diagrama Momento – Curvatura sección Prefabricada y Compuesta presolicitada hasta $2M_{fis}$

Se analizan también las piezas prefabricadas que han sido presolicitadas en taller mediante alguno de los múltiples sistemas que existen para pretensar el hormigón. De todos modos, lo que se va a exponer a continuación puede extenderse con toda generalidad a secciones postesadas en obra u otras situaciones.

En este caso, el cálculo del M_{fis} se complica aún más, porque aquí aparece una nueva etapa independiente de las demás, la transferencia del pretensado al hormigón, complicando la historia de cargas y dificultando la aplicación de expresiones analíticas para abordar el problema.

Igual que en secciones compuestas y armadas, aquí debe distinguirse entre la situación apeada y la no apeada, y dentro de la no apeada, el caso en el que se presolicita la viga con una carga menor a la de fisuración y viceversa. No obstante, esta última situación no es recomendable en secciones pretensadas, ello implica grandes deformaciones en la estructura antes de haber completado la sección resistente y, por lo tanto, mala calidad en servicio.

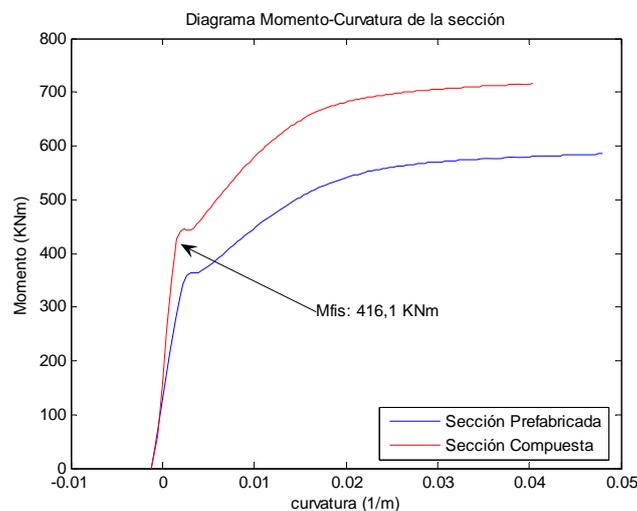


Figura 6.12. Diagrama momento – curvatura de la sección compuesta totalmente apeada

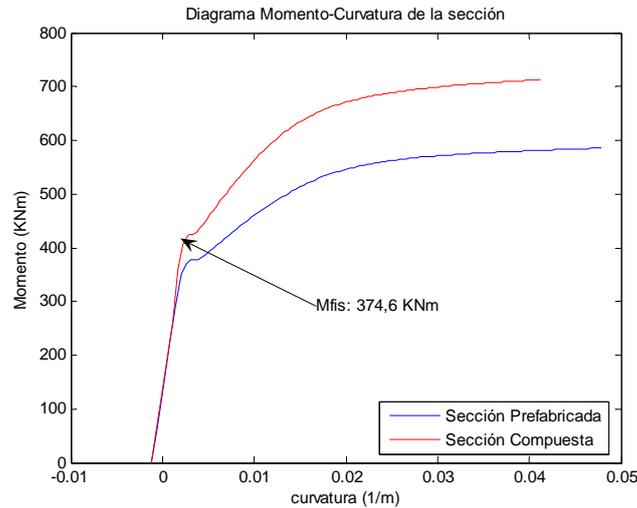


Figura 6.13. Diagrama Momento – Curvatura de la sección compuesta sin apaar

En las figuras 6.12 y 6.13 se representan los diagramas momento – curvatura de la pieza presentada en 6.8 suponiendo la existencia de un pretensado de valor 1826,8 *KN* obteniéndose los siguientes resultados:

Para la situación totalmente apeada las dos curvas se solapan hasta que no se alcanza el momento correspondiente al peso propio de la placa alveolar. Este comportamiento es el que cabe esperar, pues la sollicitación del pretensado es soportada exclusivamente por la pieza prefabricada junto con la carga del peso propio, que se activa al transferir el pretensado. A partir de ese punto hay un cambio en la rigidez; la curva azul refleja el comportamiento de la placa alveolar y la roja el de la compuesta obteniéndose el máximo M_{fis} para la configuración apeada de la estructura.

En cambio, presolicitando la sección con la carga del pretensado más el peso de la viga sin la ayuda de puntales u otros elementos de apeo se obtiene que:

Nótese que se ha dado una merma de la carga de fisuración de la sección del 11,0%. Esto provoca un aumento del peligro a aparecer fisuras bajo sobrecargas de uso en la y corrobora las ventajas que aporta el apeo de la estructura en la mejoría de comportamiento en servicio de la misma.

6.6. Conclusiones

En este capítulo se han presentado los artilugios de cálculo empleados en este trabajo para la verificación de los estados límite de servicio referentes a la microfisuración por compresión y a la fisuración por tracción. A la vez, se ha aprovechado para repasar como se desarrollan estos fenómenos y comparar las formulaciones referentes a la fisuración que presentan los principales códigos vigentes, con el fin de elegir la alternativa más correcta, dentro la dificultad del problema.

Se ha aprovechado este capítulo para mostrar la aplicabilidad de los diagramas momento – curvatura en el cálculo de momentos de fisuración en secciones compuestas. En éstas, pueden existir historias de carga distintas en cada sección parcial, y por lo tanto, el cálculo directo de esta carga tan representativa de la sección y tan estrechamente ligada al fenómeno de la fisuración se complica enormemente, excepto para algunas secciones sencillas bajo simplificaciones.

