

3 Capítulo 3. UN NUEVO PROTOCOLO MAC: DQRAP/CDMA (Distributed Queueing Random Access Protocol)

3.1 Introducción

En 1992, W. Xu y G. Campbell, del Illinois Institute of Technology, propusieron un esquema de control de acceso al medio para distribución de señal de televisión por cable llamado DQRAP (Distributed Queueing Random Access Protocol) [38]. El sistema para el que inicialmente diseñaron este protocolo consistía en una serie de terminales que debían comunicarse con una estación central por un medio común con multiplexación del tipo TDMA. Los propios autores hicieron notar que el mismo esquema de acceso era en realidad aplicable a cualquier entorno con estas características, y en particular para sistemas de transmisión por radio, como *wireless* LANs o sistemas celulares [39].

Con estos antecedentes, y puesto que los sistemas celulares de tercera generación utilizarán el acceso CDMA en el interfaz radio, nos proponemos el diseño de un nuevo protocolo de acceso al medio, basado en algunas ideas de DQRAP y adaptado a la estrategia CDMA de uso del canal radio. Motivado por los prometedores resultados obtenidos para el entorno TDMA, este nuevo protocolo retiene e incluso mejora las buenas características de DQRAP en el entorno CDMA. El análisis de este protocolo se ha enfocado de cara a verificar su buen comportamiento en todos los aspectos de rendimiento en un sistema de comunicaciones. Llamaremos a esta propuesta DQRAP/CDMA [65].

Por tanto, en este capítulo se propone y se estudia un nuevo protocolo de acceso al medio (MAC) para un entorno de acceso radio del tipo CDMA. Se analizan los modelos analíticos propuestos y se muestran los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas.

3.2 Recursos de reserva y transmisión

En los sistemas basados en CDMA el recurso a repartir entre los usuarios es la potencia de transmisión. En este entorno, cada usuario genera una interferencia que afecta al resto de los usuarios activos y que va degradando progresivamente el rendimiento del sistema (*soft blocking*), en términos de relación señal a ruido (interferencia), a medida que el número total de usuarios va creciendo. Por lo tanto, para poder evaluar las prestaciones de un sistema CDMA, es necesario utilizar un modelo en el que se incluyan algunos parámetros de nivel físico genéricos, como son el número de bits de cada trama (o slot) de datos y la velocidad de transmisión. Asimismo, también es necesario concretar el valor de algunos parámetros específicos de los sistemas CDMA como son el factor de ensanchamiento espectral (ganancia de procesado), el modelo de interferencias y las secuencias código utilizadas. Además, puesto que la degradación del sistema viene dada por la probabilidad de error en el bit causada por la interferencia multiusuario (MAI), deberemos incluir en nuestro sistema alguna estrategia de detección de errores y retransmisión automática de los paquetes erróneos (ARQ).

DQRAP/CDMA es un protocolo basado en colas y reservas en el que es necesario ocupar una parte de los recursos para poder enviar las peticiones de transmisión, que no llevan información propia de las capas superiores. Es decir, es necesario reservar unos ciertos recursos para los mecanismos de solicitud y reserva de los recursos de transmisión de datos. Debemos por tanto separar los recursos totales disponibles en dos partes diferenciadas, una para la transmisión de datos y otra para la generación de reservas o peticiones de transmisión.

En la Figura 29 se muestran las tres configuraciones básicas que pueden darse a la hora de hacer esta repartición. La representación se hace en un espacio tridimensional, donde los ejes representan: tiempo, frecuencia y códigos (potencia).

La opción **a)** representa un sistema híbrido FDMA/CDMA en la que se divide en dos partes la banda de frecuencia asignada al sistema, una para los recursos de acceso y otra para la transmisión de datos. En cada una de estas dos bandas se utiliza una técnica CDMA para separar la información de los usuarios. La opción **b)** representa un sistema CDMA puro donde algunas secuencias código se reservan para las peticiones de acceso. Finalmente, la opción **c)** es un sistema híbrido TDMA/CDMA en el que se separa el eje de tiempos en dos partes, una para las peticiones de recursos y otra para las transmisiones de datos. Dentro de cada intervalo, los usuarios se separan por códigos haciendo uso de una técnica CDMA.

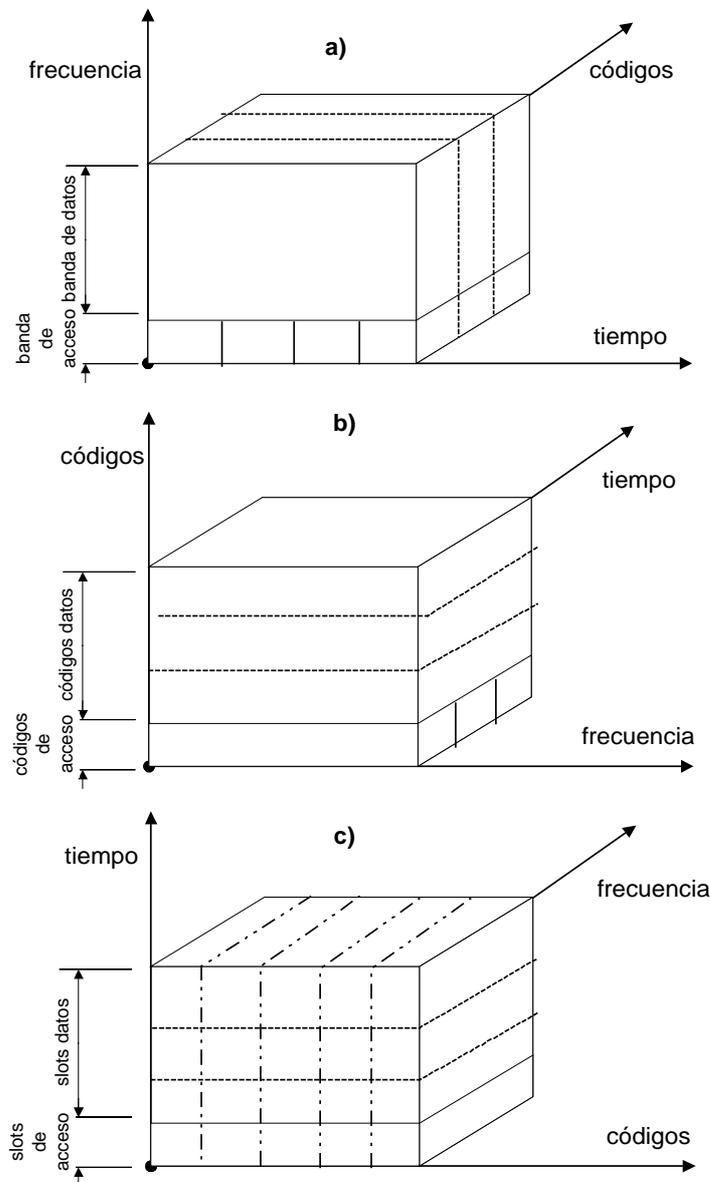


Figura 29. Configuraciones de separación de recursos de transmisión/reserva

En realidad, las tres opciones expuestas asignan los recursos de reserva a una porción de cada una de las tres dimensiones representadas, respectivamente. Es decir, en cada opción se indica que puede reservarse bien parte de la banda (frecuencia), bien algunos slots (tiempo), bien una fracción de la potencia (códigos) para las tareas de control (peticiones de acceso y reserva de recursos).

Para escoger una de estas configuraciones debemos tener en consideración al menos dos factores. Por un lado, es necesario recordar que en un sistema CDMA el factor limitante es la potencia total transmitida por los usuarios de forma simultánea en el tiempo. Por otro, debemos introducir una característica importante del funcionamiento del protocolo DQRAP/CDMA: tal y como veremos más adelante, este esquema de acceso evita de forma automática que haya colisiones (recursos perdidos) en la parte de transmisión de datos y concentra toda la contienda en la parte de recursos destinada a la reserva. Por definición, estos recursos deben ser lo más pequeños posibles, ya que no se transporta en ellos información efectiva de usuario.

- *Opción (a)*: Si se escoge la primera de las opciones (*a*) de las mostradas en la Figura 29, se conseguiría que, por muchas transmisiones simultáneas que se produzcan en la parte de recursos de reserva, en ningún caso se vea afectado el rendimiento de la transmisión de datos útiles y de ese modo se mantendría la alta eficiencia del protocolo. Sin embargo, esta opción obliga a tener duplicados todos los receptores para que puedan estar sintonizados con dos frecuencias de trabajo en dos bandas distintas al mismo tiempo, una para la transmisión de datos y otra para los mecanismos de reserva, con la complicación tecnológica que ello comporta.
- *Opción (b)*: Significa asignar algunas secuencias código para hacer las reservas. Para evitar que el nivel de interferencia pueda hacerse demasiado elevado debido a las transmisiones con estos códigos, y teniendo en cuenta que las peticiones de transmisión interferirían a las transmisiones de datos, sería necesario limitar la potencia transmitida por los usuarios al utilizar estos códigos para realizar sus peticiones de recursos.
- *Opción (c)*: Por último, la opción *c*) consiste en mantener una multiplexación en tiempo entre los recursos de reserva y los de transmisión de datos, y utilizar en cada uno de estas ranuras temporales el modo de acceso CDMA. Este esquema desacopla la interferencia producida en los intervalos de reserva de la que se produce en la parte de transmisión de datos, y por tanto permite mantener controlada esta última. Esta opción, por tanto, resulta muy conveniente para un sistema basado en el protocolo DQRAP/CDMA, dado que aísla e independiza las interferencias producidas en el subsistema de acceso (resolución de colisiones) del subsistema de transmisión de datos, con lo que la realización física del sistema mantiene la estructura del modelo funcional del protocolo. Será por ello la opción escogida en la implementación de este nuevo protocolo de acceso.

3.3 Descripción del protocolo

Consideremos un sistema de N usuarios móviles que comparten un canal CDMA con K secuencias código PN disponibles para comunicarse con una estación base. En el sistema se admite un máximo de K transmisiones simultáneas. Los K códigos disponibles se ordenan de tal modo que denotaremos como K_i el código de orden i . Los terminales generan mensajes de longitud exponencial de media $1/\mu$ bits a una tasa total λ paquetes/slot. Estos mensajes son troceados en paquetes de longitud L , que serán transmitidos por el canal. La transmisión se realiza haciendo uso de una ganancia de procesamiento igual a G_p . El eje de tiempo está dividido

en tramas o slots de duración fija. Estos slots están divididos a su vez en dos intervalos, uno de control y otro para la transmisión de datos. El tiempo de transmisión de cada paquete de longitud L es igual al tamaño del intervalo para la transmisión de datos del slot. Consideraremos a su vez que el valor de este tamaño se normaliza a la unidad, es decir, es igual a 1. El intervalo de control se subdivide a su vez en m minislots de control. Supondremos que cada uno de estos minislots tiene un tamaño δ (con $\delta \ll 1$). En una implementación práctica, existirá un valor mínimo para δ de cara a la viabilidad del sistema. El tamaño total del slot del canal de transmisión deberá ser entonces $(1+m\delta)$. La Figura 30 muestra la estructura de un slot completo.

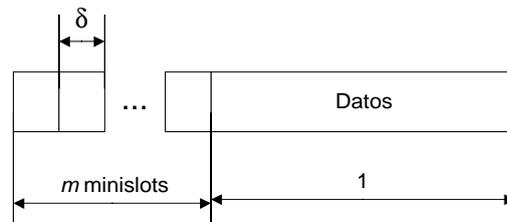


Figura 30. Estructura de un slot en DQRAP

Existen dos requisitos que deben cumplirse para el correcto funcionamiento del sistema:

1. Todos los terminales de usuario deben poder sincronizarse perfectamente tanto a nivel de slot como de minislot.
2. La estación base debe ser capaz de detectar, en cada slot, el estado de todos y cada uno de los minislots de control. A su vez, deberá poder transmitir a todos los terminales, antes del comienzo de cada slot, la información referente al estado detectado de los minislots correspondientes al slot anterior (en el tiempo). Esta información, para cada minislot, tomará tres valores distintos, correspondientes a otros tantos estados posibles de dichos minislots de control. Los tres estados posibles que la estación base debe ser capaz de detectar son: *vacío*, *éxito* y *colisión*. El estado *éxito* indica que un solo terminal transmitió correctamente una petición de acceso en el minislot correspondiente. El estado *colisión* indica que se produjo más de una petición de acceso en el mismo minislot (sin que sea necesario especificar cuántas peticiones se transmitieron exactamente). Finalmente, el estado *vacío* indica que no hubo ninguna transmisión de secuencias de petición en el minislot correspondiente. Por tanto, este requisito implica que el sistema debe asegurar que al principio de cada slot de tiempo, todos los terminales conozcan qué ocurrió en los m minislots de los K códigos del slot anterior.

Supondremos por tanto que, cuando comienza un slot, todos los terminales ya han recibido la información de la base respecto a lo que sucedió en los minislots correspondientes al slot anterior. Nótese, de cara a la implementación práctica, que el sistema dispone de todo el tiempo que dura el intervalo de transmisión de datos (o slot de datos) para hacer llegar esta información a los terminales. Queda implícita, por tanto, la existencia de un canal de control descendente dedicado al envío de toda la información que la base debe notificar a los terminales.

Por otro lado, cada terminal debe mantener el control de dos colas, que en realidad son las mismas para todas las estaciones (colas distribuidas). Estas dos colas son:

1. Cola de transmisiones o de transmisión de datos (DTQ).
2. Cola de peticiones o de resolución de colisiones (CRQ).

Físicamente, ambas colas se representan con cuatro números enteros (que denotaremos por TQ, RQ, pTQ y pRQ) de los que cada terminal debe llevar la cuenta. El significado de estos números es:

- **TQ**: Representa el número de elementos que contiene la cola DTQ, es decir el número de posiciones ocupadas en dicha cola. Es por tanto el número de terminales esperando para transmitir sus datos.
- **RQ**: Representa el número de elementos que contiene la cola CRQ, es decir el número de posiciones ocupadas en dicha cola. Es por tanto el número de terminales esperando para resolver una colisión producida con anterioridad.
- **pTQ**: Indica la posición que tiene un terminal en la cola de transmisiones (DTQ). Será por tanto un valor específico de cada terminal. Puede tomar valores entre 0 y TQ. El valor 0 indica que el terminal no está ocupando ninguna posición en la DTQ, mientras que el valor 1 indica que ocupa la primera posición (cabeza), el valor 2 la segunda, y así sucesivamente.
- **pRQ**: Indica la posición que tiene el terminal en la cola de resolución de colisiones (CRQ). También será específico de cada terminal. Puede tomar valores entre 0 y RQ. El valor 0 indica que el terminal no está ocupando ninguna posición en la CRQ, el valor 1 indica que ocupa la primera posición (cabeza), el valor 2 la segunda, y así sucesivamente.

Con el conocimiento de los valores TQ y RQ, cada terminal tiene un registro de la memoria del sistema. Este hecho permite realizar el algoritmo de resolución de colisiones y el mecanismo de bloqueo de las nuevas peticiones.

Obsérvese que los valores TQ y RQ serán los mismos para todos los terminales del sistema (colas distribuidas) en cada instante de tiempo, mientras que cada terminal tendrá su propio valor de pTQ y pRQ, en general distinto del que tengan el resto de terminales en ese mismo momento. Ciertamente, cada valor posible de pTQ distinto de cero será exclusivo a un sólo terminal del sistema en un mismo instante de tiempo. Es decir, sólo un terminal puede ocupar una posición de la cola de transmisiones en cada momento. Por el contrario, más de un terminal podrá tener el mismo valor de pRQ al mismo tiempo. En efecto, dado que la cola CRQ se utiliza para resolver colisiones, cada posición en CRQ estará ocupada por todos aquellos terminales que incurrieron en una cierta colisión.

Los valores de los contadores que representan las colas deben mantenerse actualizados por los usuarios usando la información de control que les llega cada slot proveniente de la estación base. Esta información hace referencia al estado de los minislots de control del slot anterior. Puesto que en general los mensajes que transmitirán los terminales serán de longitud mayor que la puede enviarse en un solo slot de tiempo, es decir, tendrán más de L bits, la información enviada por la base a los terminales también deberá incluir un bit de final de mensaje para cada uno de los códigos disponibles. Este bit de final de mensaje es la marca que deben enviar todos los terminales cuando están enviando el último paquete perteneciente a la transmisión de un mensaje. Este bit valdrá ON cuando estén enviando el último paquete

de un mensaje, y valdrá OFF en caso contrario. Gracias a esta información, es posible que todos los paquetes de un mensaje se envíen con una sola petición de acceso, y además que sean transmitidos de manera consecutiva, minimizando el *jitter* del retardo entre ellos.

La mecánica del protocolo se resume como sigue: cuando un mensaje llega al sistema, el terminal que lo ha generado, siguiendo una serie de reglas descritas más adelante, debe seleccionar una de las secuencias código disponibles y enviar con ella una petición de acceso en alguno de los minislots de control de ese código. Si se produce una colisión (algún otro usuario transmitió también una secuencia de acceso en el mismo minislot y con el mismo código), deberá entrar en la cola de resolución de colisiones. Estas colisiones se resuelven entonces siguiendo el criterio de disciplina de gestión de esta cola. Por otro lado, la cola de transmisión contendrá aquellos terminales que hayan tenido éxito en sus peticiones de acceso y que están esperando su turno para ser transmitidos hacia la estación base. Esta transmisión se hará siguiendo el orden que imponga la disciplina de la cola. Los procesos de resolución de colisiones y de transmisión de datos trabajan en paralelo de forma simultánea.

3.4 Algoritmo del protocolo

El algoritmo de funcionamiento del protocolo se estructura en tres partes diferenciadas, que son a su vez tres conjuntos de reglas. Estas reglas indican quién puede transmitir, cuándo y con qué recursos, y si lo que se debe enviar son datos o peticiones de acceso. Los tres conjuntos de reglas son:

- Reglas de transmisión de datos (en inglés Data Transmisión Rules, de ahora en adelante DTR)
- Reglas de transmisión de peticiones (Request Transmisión Rules, de ahora en adelante RTR)
- Reglas de actualización o disciplina de las colas (Queueing Discipline Rules, de ahora en adelante QDR).

Haciendo uso estas reglas, que se ejecutan al inicio de cada slot de tiempo por todos y cada uno de los terminales, el protocolo se describe en pseudocódigo de la siguiente manera:

```
Para cada slot
{
  Escuchar la información proveniente de la base acerca de los minislots anteriores;
  Ejecutar las QDR;
  Ejecutar las DTR;
  Ejecutar las RTR;
}
```

Seguidamente se especifican los tres conjuntos de reglas definidos. Las reglas deben ejecutarse en el orden establecido. En el caso de reglas que tienen una condición inicial, si no se cumple dicha condición previa, la ejecución simplemente salta a la siguiente regla. Una vez acabada la ejecución de todas las reglas, se pasa al siguiente bloque del proceso del algoritmo.

3.4.1 DTR (*Data Transmission Rules*)

1. Si el número de terminales activos en la cola DTQ es menor que el número máximo de transmisiones simultáneas permitidas ($TQ < K$), los terminales que tengan datos para enviar y que no tengan ya una posición en alguna de las colas ($pTQ=0$ y $pRQ=0$), envían un paquete de información haciendo uso del código K_{TQ+1} en el slot actual. Esta regla es la llamada regla de acceso libre.
2. Los terminales que ya tienen asignada una posición en la cola de transmisiones ($pTQ > 0$) pero no están más allá del número de transmisiones permitidas ($pTQ \leq K$) transmiten un paquete de datos en el slot actual haciendo uso del código K_{pTQ} . Cuando estén transmitiendo el último paquete correspondiente a un mensaje, activan a *ON* el bit de final de mensaje.

3.4.2 RTR (*Request Transmission Rules*)

1. Si el número de posiciones ocupadas en la cola CRQ es menor que el número máximo de transmisiones simultáneas permitidas ($RQ < K$), los terminales que tengan datos para enviar y que no tengan ya una posición en alguna de las colas ($pTQ=0$ y $pRQ=0$), escogen al azar uno de los m minislots de control posibles y envían una petición en él haciendo uso del código K_{RQ+1} . Esta elección debe hacerse de modo que todos los minislots de control tengan la misma probabilidad de ser escogidos.
2. Los terminales que ya tienen asignada una posición en la cola de peticiones ($pRQ > 0$) y que están dentro del rango de transmisiones permitidas ($pRQ \leq K$) tratan de resolver su contienda en el slot actual. Esto es, escogen al azar uno de los m minislots de control disponibles y transmiten en él una petición de acceso haciendo uso del código K_{pRQ} . Esta elección debe hacerse de modo que todos los minislots de control tengan la misma probabilidad de ser escogidos.

3.4.3 QDR (*Queuing Discipline Rules*)

1. Cada terminal incrementa el valor de TQ en una unidad por cada petición exitosa que se produjo en cualquiera de los minislots de control del slot anterior, teniendo en cuenta la transmisión realizada con cualquiera de los K códigos disponibles.
2. Cada terminal reduce un una unidad el valor de TQ por cada transmisión con éxito de datos *que es además final de mensaje* (es decir, que tiene el bit de final de mensaje a *ON*) realizada en el slot anterior con cualquiera de los códigos disponibles.
3. Si la cola CRQ no está vacía ($RQ > 0$), cada terminal reduce el valor de RQ en un número de unidades igual al mínimo entre el valor actual de RQ y el número de códigos disponibles, es decir, $\min(RQ, K)$. Esto indica que los terminales que estaban en las K primeras posiciones de la cola (o el número de elementos que haya en RQ si no llegan a K) han transmitido sus peticiones en el slot actual tratando de resolver sus contiendas.
4. Cada terminal aumenta el valor de RQ en una unidad por cada colisión que se produjo en cualquiera de los minislots de control del slot anterior, teniendo en cuenta la transmisión realizada con cualquiera de los códigos disponibles.

5. En función de las transmisiones realizadas y de la información recibida sobre el estado de los minislots de control, cada terminal calcula su posición en las colas DTQ y CRQ, es decir, calcula sus valores de pTQ y pRQ . Se pueden dar las siguientes situaciones:

- ❖ El terminal acaba de enviar una petición de acceso (en el slot anterior):
 - *Si la petición tuvo éxito:* El terminal calcula su posición entre todas las peticiones exitosas y ajusta su valor de pTQ para apuntar al lugar correspondiente al final de la cola DTQ. Para este cometido, todos los éxitos son ordenados siguiendo el orden del código con el que fue transmitida la petición, y dentro de un mismo código según un criterio temporal.
 - *Si la petición colisionó:* El terminal calcula su posición entre todas las colisiones ocurridas y ajusta su valor de pRQ para apuntar al lugar correspondiente al final de la cola CRQ. Para este cometido, todas las colisiones son ordenadas siguiendo el orden del código en el que se produjeron, y dentro de un mismo código según un criterio temporal.
- ❖ El terminal no había enviado ninguna petición en el slot anterior:
 - *Si pTQ o pRQ son distintos de cero:* El valor correspondiente (no es posible que ambos valores sean distintos de cero) debe aplicar las mismas reglas de actualización que TQ o RQ, respectivamente, es decir, las reglas 1, 2, 3 y 4.
 - *Si pTQ o pRQ valen cero:* El valor del contador correspondiente se mantiene inalterado.

Debe hacerse notar que, en estas reglas de funcionamiento, se está haciendo uso implícito de la capacidad de los terminales de cambiar de código de transmisión entre los paquetes de un mismo mensaje. Cada paquete se transmite con un código, pero no todos los paquetes de un mensaje son transmitidos necesariamente con el mismo código. Esta estrategia permite mantener siempre contiguos, al final de la lista ordenada de códigos, aquellos que están disponibles para la transmisión. De este modo se consigue que la base no necesite especificar a cada terminal en todo momento cuál de los códigos debe usar para la transmisión.

3.5 Ejemplo de funcionamiento

El ejemplo mostrado en la Figura 31 ilustra el funcionamiento del protocolo para un caso $K=3$ códigos, $N=4$ usuarios and $m=3$ minislots por slot, partiendo de un sistema vacío (todas las colas vacías y todos los valores a cero). Todos los mensajes generados por los terminales se suponen de longitud unitaria (medida en slots del sistema), y por tanto, todos los paquetes transmitidos tienen el bit de final de mensaje en estado *ON*.

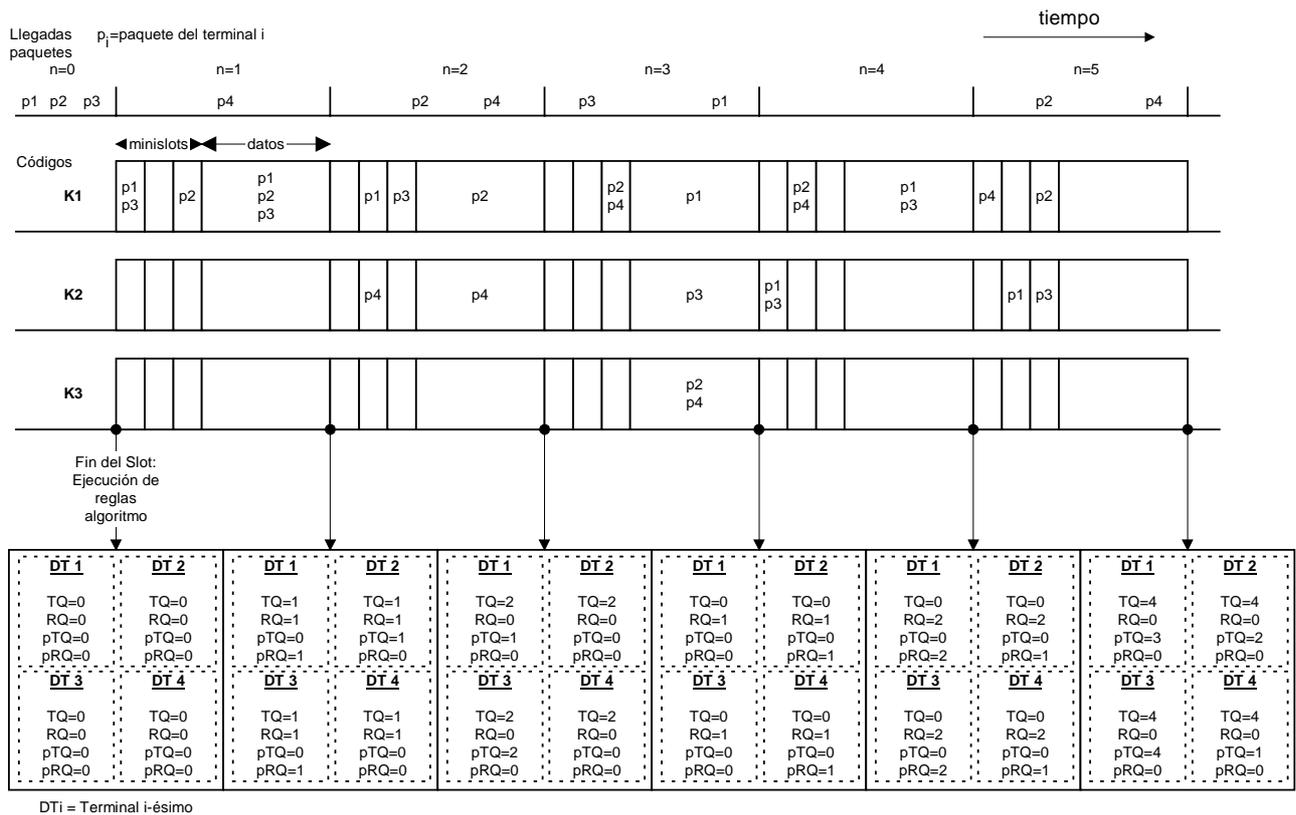


Figura 31. Ejemplo de funcionamiento de DQRAP/CDMA

En el slot $n=0$ llegan tres mensajes al sistema. Al comienzo del slot $n=1$ los usuarios inician un ciclo del algoritmo del protocolo aplicando las reglas QDR. En este caso inicial, estas reglas no producen ninguna acción puesto que no hay ni transmisiones ni peticiones transmitidas con anterioridad. Posteriormente, cada usuario aplica las reglas RTR. En primer lugar, la regla RTR-1 hace que todos los usuarios que tienen paquetes llegados al sistema envíen una petición de acceso haciendo uso del primer código. La regla RTR-2 es ignorada por todos ya que todos los valores de los contadores están a cero. Seguidamente, todos los usuarios aplican la regla DTR-1 y envían sus paquetes de datos haciendo uso también del primero de los códigos. Dado que más de un usuario ha efectuado un acceso libre (DTR-1), las transmisiones de sus paquetes de datos colisionan.

Justo al comienzo del siguiente slot ($n=2$) se inicia de nuevo el ciclo del algoritmo con la ejecución de las reglas QDR. Todos los usuarios aplican la regla QDR-1 y ajustan el valor de TQ a 1, puesto que hubo una única petición con éxito en los minislots del slot anterior. Las reglas QDR-2 y QDR-3 no producen ningún efecto, ya que el valor de RQ es cero. Al ejecutar la regla QDR-4, se ajusta el valor de RQ a 1, debido a que hubo una colisión en los minislots de acceso del slot anterior. La petición de $p2$ tuvo éxito (no colisionó con ninguna otra) y esto hace que el usuario 2 se coloque en la cola de transmisión (DTQ) en la primera posición ($pTQ=1$) al aplicar la regla QDR-5. Las peticiones de $p1$ y $p3$ colisionaron, y por tanto ambos usuarios entran en la cola de resolución de colisiones en la primera posición ($pRQ=1$) al aplicar la misma regla (QDR-5). En este slot, un paquete nuevo ($p4$) llega al sistema. Se inicia entonces la ejecución de las reglas DTR. El único usuario que puede aplicar la regla DTR-1 es el usuario 4, que transmite el paquete $p4$ usando el primer código libre, que es el segundo ($TQ+1=2$). En este caso, al ser $p4$ el único paquete nuevo llegado al sistema, el hecho de usar la regla de acceso libre ha minimizado su retardo de transmisión. Por otro lado, $p2$ es el único paquete en la cola de transmisión, y por tanto, al aplicar la regla DTR-2, es transmitido

haciendo uso del primero de los códigos disponibles. La ejecución pasa a las reglas RTR. De nuevo, $p4$ es el único en aplicar la regla RTR-1 y transmite una petición en uno de los minislots del primer código libre, el segundo ($RQ+1=2$). Por otro lado, los usuarios 1 y 3 aplican la regla RTR-2 y los paquetes $p1$ y $p3$ resuelven con éxito su colisión. Con esto finaliza otro ciclo del algoritmo.

En el comienzo del siguiente slot ($n=3$) se inicia de nuevo la ejecución de las reglas QDR. La regla QDR-1 ajusta el valor de TQ a 4, ya que el valor anterior era 1 y se han producido tres peticiones con éxito. Acto seguido, la regla QDR-2 deja TQ en su valor final para este slot, que es 2. Este resultado se obtiene de restar al valor anterior (4) el número de transmisiones de datos válidas que son final de mensaje ($p2$ y $p4$). Por su parte, la regla QDR-3 deja a cero el valor de RQ, valor que no es modificado por QDR-4 puesto que no se produjeron colisiones en el slot anterior. Finalmente, QDR-5 coloca al usuario 1 en la primera posición de la cola de transmisión ($pTQ=1$) ya que su petición (que tuvo éxito) se produjo en un minislot anterior en el tiempo a la del usuario 3, que pasa a ocupar la segunda posición ($pTQ=2$). Obsérvese que, dado que $p4$ era el único paquete recién llegado al sistema, su transmisión de datos ha tenido éxito y no necesita entrar en ninguna de las colas. Se pasa ahora a la ejecución de las reglas DTR. Siguiendo la regla DTR-1, los paquetes $p2$ y $p4$ son transmitidos con el primer código libre (el tercero), y se produce una colisión en la transmisión. Por otro lado, la regla DTR-2 indica que los paquetes $p1$ y $p3$ sean transmitidos haciendo uso del primer y segundo códigos, respectivamente. La ejecución llega de nuevo a las reglas RTR. Los usuarios 2 y 4 ejecutan la regla RTR-1 y envían sus peticiones de acceso utilizando el primer código disponible, en un minislot escogido al azar. Casualmente, escogen el mismo minislot y sus peticiones colisionan. Por tanto, entrarán en la cola de resolución de colisiones. Esta cola está vacía y por tanto nadie aplica la regla RTR-2. Con esto finaliza el slot. Nótese que dos nuevos paquetes llegan al sistema en este slot.

Al inicio del slot $n=4$, se ejecutan de nuevo las reglas QDR. La regla QDR-1 deja el valor de TQ sin modificar (no hubo peticiones con éxito en el slot anterior). Por su parte, QDR-2 ajusta el valor de TQ a cero (hubo dos transmisiones con éxito). La regla QDR-3 deja el valor de RQ sin modificar, puesto que previamente valía cero. Sin embargo, QDR-4 ajusta el valor de RQ a 1, ya que se produjo una colisión en uno de los minislots del slot anterior. Finalmente, QDR-4 ajusta la posición de los usuarios 2 y 4 indicando que están ambos en la cabeza de la cola CRQ. Se pasa a la ejecución de las reglas DTR. DTR-1 es aplicada por los usuarios 1 y 3, que envían sus paquetes usando el primer código, y por tanto colisionan. Por otro lado, la regla DTR-2 no es aplicada por ningún usuario, al ser TQ nulo. En este punto, se ejecutan de nuevo las reglas RTR. Los usuarios 1 y 3 aplican la regla RTR-1 y transmiten sus peticiones usando el segundo código. Sucede de nuevo que escogen el mismo minislot, con lo que sus peticiones colisionan. Por su parte, los usuarios 2 y 4 aplican la regla RTR-2 y envían sus peticiones haciendo uso del primer código. Sus peticiones también colisionan. Finaliza el slot, en el que no hubo ninguna nueva llegada de paquetes al sistema.

Al inicio del slot $n=5$, las reglas QDR-1 y QDR-2 dejan intacto el valor de TQ (que es cero), puesto que ni hubo peticiones de acceso con éxito ni transmisiones de datos correctas. La regla QDR-3 tampoco modifica el valor de RQ, puesto que también es nulo. Sin embargo, la regla QDR-4 ajusta el valor de RQ a 2, ya que se produjeron dos colisiones en sendos minislots del slot anterior. Por su parte, la regla QDR-5 hace que los usuarios 2 y 4 ocupen la primera posición de la cola CRQ ($pRQ=1$), debido a que su colisión se produjo en un código de orden inferior a la de los usuarios 1 y 3, que pasarán a ocupar la segunda posición ($pRQ=2$). Las reglas DTR no generan ninguna acción, ya que TQ es nulo y no llegaron nuevos paquetes al sistema en el slot anterior. Finalmente, la regla RTR-2 hace que los

usuarios del 1 al 4 envíen sus peticiones de acceso en los códigos correspondientes a su posición en la cola. Este proceso continúa indefinidamente.

3.6 Consideraciones generales

3.6.1 Resolución de colisiones y CRI

Hay algunos aspectos que deben tenerse en cuenta a la hora de entender el funcionamiento del protocolo DQRAP/CDMA. Si nos centramos en el algoritmo de resolución de colisiones utilizado, el protocolo puede clasificarse como uno de los llamados protocolos en árbol (*tree protocols*) [24] que usan las técnicas de separación de colisiones o *splitting algorithms* [40]. En ellos, las colisiones que se producen durante la fase de contienda son resueltas antes de permitir que puedan generarse nuevas colisiones (bloqueo de nuevas llegadas). Estas técnicas consisten en dividir los paquetes que realizan la contienda en 2 subconjuntos más pequeños, cada uno de los cuales es colocado en una cola (en este caso la cola CRQ) para resolver ordenadamente sus colisiones, sin que las nuevas llegadas de peticiones puedan colisionar con las resoluciones en curso. En DQRAP/CDMA los paquetes que colisionan se dividen en m subconjuntos en lugar de en 2. Cada uno de estos subconjuntos se corresponde con cada uno de los minislots de control. Las colisiones se resuelven entonces de forma independiente para cada subconjunto. En este tipo de protocolos se define el llamado CRI (*collision resolution interval*), que es el intervalo de tiempo que transcurre desde que se produce una colisión hasta que es resuelta con éxito. La idea es que hasta que los paquetes que llegaron en un cierto CRI no han resuelto sus colisiones y se han colocado ordenadamente en la cola de transmisiones, no puede comenzar un nuevo CRI, y todos los paquetes que llegaron durante ese periodo deberán esperar a entonces para resolver su contienda por el canal. Es posible demostrar (ver Apéndice A) que para $K=1$ y $m \geq 3$, la duración media del CRI es siempre menor (en número de slots de tiempo) que el número de paquetes que han intervenido en la colisión. Con esta aseveración podemos asegurar que, para cualquier valor de K que maximice el *throughput* total del sistema, el sistema estará limitado únicamente por la capacidad de transmisión siempre que $m \geq 3$, sea cual sea el tipo de tráfico ofrecido. Veremos más adelante como incluso con $m=2$ es posible alcanzar el máximo rendimiento del protocolo, cuando los mensajes generados por los usuarios tienen una longitud en paquetes mayor que la unidad.

3.6.2 Adaptación automática a la carga de tráfico

Por otro lado, es interesante reseñar que uno de los aspectos más relevantes del protocolo DQRAP/CDMA es que pasa de forma transparente y progresiva de un sistema slotted-ALOHA de acceso libre para cargas de tráfico bajas (minimizando por tanto el retardo), a un sistema de reserva cuando el tráfico es alto (evitando las colisiones y mejorando el caudal). La reserva se hace de un modo descentralizado y haciendo uso de colas distribuidas. Cada terminal conoce la información mínima del sistema necesaria para calcular el estado de las colas y su posición en ellas. Es decir, de algún modo tiene información importante sobre la memoria del sistema. Así, sin necesidad de un permiso explícito de la base, sabe cuándo le toca transmitir y con qué recursos debe hacerlo. Además, evita en lo posible que se produzcan colisiones en la parte de datos del slot, concentrando todas ellas en los minislots de control. Nótese que tan sólo es posible que se produzcan colisiones en la parte de datos del slot cuando se ejecuta la regla de acceso libre (DTR-1), cosa que ocurrirá tan sólo cuando la cola de transmisión tenga muy pocos elementos (menos que K), lo cual implica a su vez que la carga de tráfico es baja. Si la carga de tráfico es baja, la probabilidad de que dos o más usuarios lleguen al mismo tiempo al sistema será pequeña.

En caso de que la carga sea elevada y el número de elementos en la cola de transmisión sea suficiente como para agotar todos los recursos disponibles, sólo aquellos que están en las primeras posiciones transmitirán en la parte de datos del siguiente slot y se evitarán por completo las colisiones en la transmisión de datos. Esta característica es muy importante, ya que es la que confiere al protocolo su alto rendimiento en cuanto al caudal (*throughput*) y estabilidad para cargas altas de tráfico.

3.6.3 Información de control

En toda la descripción del protocolo, se ha considerado que todos los terminales tienen disponible la información de *feedback* sobre lo ocurrido en los minislots anteriores antes de que comience el siguiente slot. Esta es una característica perfectamente realizable en la práctica, ya que el sistema dispone de toda la duración del slot de datos para realizar esta transmisión. En el caso de que, por cuestiones de retardo de propagación, esta característica no estuviese disponible, sería necesario introducir técnicas de entrelazado de protocolos [41] que permiten seguir usando el concepto de colas distribuidas para cualquier retardo arbitrario en la llegada de dicho *feedback* procedente de la base, es decir, para cualquier tamaño de la red o célula que se considere.

Otro aspecto importante que debe destacarse de la estructura del protocolo, de cara a su implementación práctica, es el hecho de que los minislots de control no necesitan en realidad contener ninguna información explícita. Tan sólo es necesario que la base sea capaz de detectar la mera existencia de una transmisión de una cierta secuencia PN de acceso en uno de ellos y ser capaz de percibir la llegada de más de una transmisión de dicha secuencia como una colisión. Este hecho simplifica de forma notable el esquema del receptor necesario en la estación base. Por otro lado, dado que cada terminal sabe cuándo y con qué secuencia código ha transmitido una petición, la información que le indica la base sobre el estado del minislot que usó es suficiente para saber dónde colocarse en las colas tanto de peticiones como de transmisión. Además, esta característica de los minislots permite reducir su tamaño (duración temporal en este caso) notablemente. Teniendo en cuenta que el tiempo dedicado a los minislots de control es en realidad un tiempo de cabecera no destinado a la transmisión de datos de usuario, ello redundará en una mejora en el rendimiento del protocolo.

Es interesante reseñar también algunas otras consideraciones prácticas de cara a la implementación de un sistema basado en el acceso DQRAP/CDMA. Se asume implícitamente que la estación base difunde periódicamente por un canal de control el valor de las variables de control TQ y RQ (que representan las colas distribuidas). Esto permite que nuevos usuarios puedan entrar y acceder al sistema, y que aquellos que hayan perdido el valor de sus contadores por algún error puedan recuperarse del mismo. Esta información consiste en dos números enteros pequeños (como máximo tomarán el valor correspondiente al número de usuarios activos en el sistema), y ocupan por tanto tan sólo unos pocos bits. También es posible que estos valores sólo sean transmitidos por la estación base a petición explícita de un terminal móvil, es decir, únicamente cuando sea requerida esta información.

3.6.4 Control de flujo

Respecto al control de flujo de la información, consideraremos que todos los paquetes contienen un CRC que permite a la base detectar que se ha producido cualquier error en la transmisión. En caso de detectar errores en los paquetes, se aplicará una técnica ARQ del tipo Stop&Wait, por la que cada paquete es transmitido tantas veces como sea necesario hasta que es recibido correctamente por la base.

3.6.5 Transmisión CDMA. Número máximo de transmisiones óptimo

Respecto a la transmisión CDMA, consideraremos que se hace uso de secuencias PN incorreladas, de modo que aplicaremos la hipótesis Gaussiana para la evaluación de las interferencias (ver 2.2.6.3). El uso del protocolo DQRAP/CDMA permite usar conjuntos pequeños de secuencias que tengan mejores propiedades de correlación que las PN. Por simplicidad en los cálculos, usaremos esta situación como cota inferior del rendimiento. Con todo esto, si suponemos despreciable el ruido término, tomaremos como cota superior de la probabilidad de error en el bit la expresión (ver 2.2.6.4):

$$P_b = BER = Q\left(\sqrt{\frac{3G_p}{n-1}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3G_p}{2(n-1)}}\right) \quad (3.1)$$

Donde n es el número de usuarios que transmiten simultáneamente y G_p es la ganancia de procesado. Estas expresiones son válidas suponiendo un control de potencia ideal y que todos los usuarios llegan a la base con la misma potencia.

Por otro lado, la probabilidad de tener al menos un error en un paquete de longitud L bits, que llamaremos probabilidad de error en el bloque ($BLER$), será:

$$P_{bl} = BLER = 1 - \left(1 - Q\left(\sqrt{\frac{3G_p}{n-1}}\right)\right)^L = 1 - \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3G_p}{2(n-1)}}\right)\right)^L \quad (3.2)$$

Al hacer uso de DQRAP/CDMA minimizamos las colisiones en la transmisión de datos. Por tanto, el rendimiento del sistema vendrá limitado por la interferencia multiusuario y la probabilidad de error que ésta introduce en los bits transmitidos. En efecto, dado que cada paquete de L bits es transmitido en una sola ranura de tiempo de sistema (slot), el número medio de bits correctamente transmitidos por ranura de tiempo (\bar{L}_{exito}), para el total de transmisiones simultáneas, valdrá:

$$\begin{aligned} \bar{L}_{\text{exito}} &= nL(1 - BLER) = nL \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3G_p}{2(n-1)}}\right)\right)^L\right) = \\ &= nL \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3G_p}{2(n-1)}}\right)\right)^L \end{aligned} \quad (3.3)$$

Dadas unas condiciones concretas de ganancia de procesado y longitud en bits de los paquetes, es posible encontrar numéricamente cuántas transmisiones simultáneas n optimizan el número total medio de bits transmitidos por slot, es decir, el caudal efectivo del sistema. En la Figura 32 está representado este valor en función de n , para una ganancia de procesado $G_p=64$ y una longitud del paquete $L=600$. Podemos observar que el óptimo se da para $n \approx 17$ (recordemos que el número de transmisiones simultáneas debe ser un número entero).

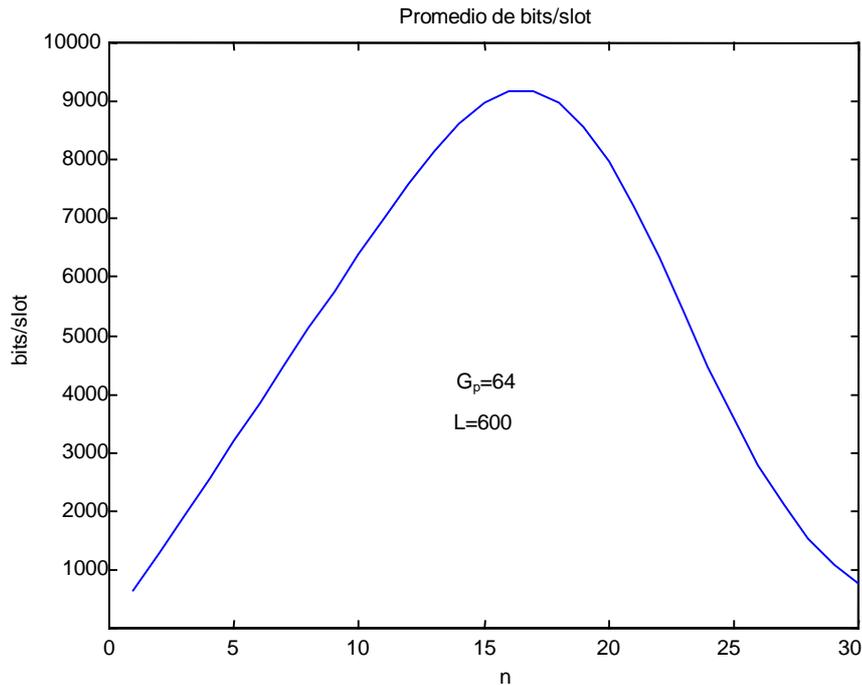


Figura 32. Throughput efectivo en CDMA

De aquí en adelante, cuando no se explicita lo contrario, consideraremos en las simulaciones que limitamos el número de transmisiones máximas a 17, lo cual implica que tan sólo necesitaremos 17 secuencias código diferentes en el sistema. De este modo, al necesitar tan sólo tantos códigos como transmisiones simultáneas máximas permitamos tener en el canal, podremos hacer uso de secuencias que presenten un buen comportamiento en cuanto a correlación, y mejorar por tanto el rendimiento espectral (el estudio en detalle de este punto queda abierto para líneas futuras de investigación). En cualquier caso, y sin perder generalidad, el estudio teórico del protocolo se ha realizado para un número arbitrario de transmisiones máximas K que deberá optimizarse para cada caso en función de los valores de L y G_p , y de las secuencias utilizadas.

3.7 Modelo del protocolo

El protocolo DQRAP/CDMA puede modelarse siguiendo el esquema mostrado en la Figura 33. Este modelo muestra de un modo explícito los dos subsistemas propios del protocolo (resolución de colisiones y transmisión de datos). El modelo indica a su vez implícitamente el funcionamiento del algoritmo del protocolo. El servidor marcado con el nombre ETI (*Enable Transmisión Interval*) representa el tiempo de servicio que cada mensaje debe esperar desde que llega al sistema hasta que comienza un nuevo slot (sistema discreto en tiempo). Normalizando el eje de tiempos al tamaño del slot, este tiempo será una variable aleatoria uniforme en el intervalo (0,1). En principio, ambos subsistemas tienen tantos servidores como secuencias código hay disponibles en el sistema, que corresponden con el número máximo de transmisiones simultáneas admitidas.

La mecánica del funcionamiento del protocolo es como sigue. Cuando un terminal tiene datos para transmitir, debe colocarse en la cola de peticiones. En cada slot, dado que existen K servidores para el subsistema de resolución de colisiones, las K primeras posiciones pueden ser servidas al mismo tiempo, una en cada código (servidores en paralelo). En el caso de que se hayan producido colisiones, los terminales implicados se sitúan en su posición

correspondiente en la CRQ. Estas colisiones pueden tratar de resolverse en paralelo de K en K (como máximo).

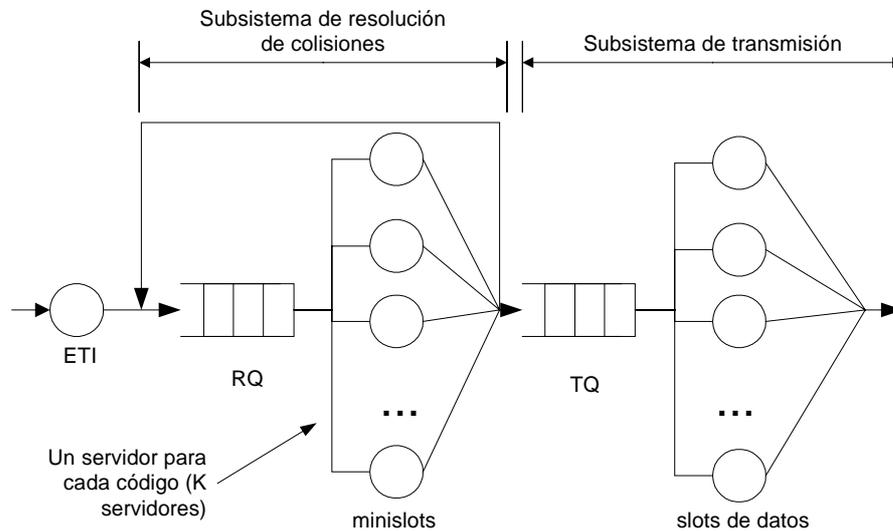


Figura 33. Modelo de DQRAP/CDMA

Una vez conseguida la transmisión de una petición con éxito, el terminal correspondiente pasa a la cola de transmisión, donde de nuevo tenemos un sistema con K servidores en paralelo (cada uno correspondiente a un código) en los que los paquetes también pueden servirse de K en K simultáneamente, como máximo. Veremos en el punto 3.8 que ambos subsistemas (el de peticiones y el de transmisión) pueden modelarse como sendas colas $M/M/K$ que, tal y como indica la teoría clásica de colas, presentan un mejor comportamiento tanto en retardo como en ocupación media que K sistemas $M/M/1$.

Es importante reseñar que para evitar colisiones en código, los servidores del modelo deben estar ordenados de algún modo, para que cada paquete de las colas sepa a cuál de ellos debe dirigirse para ser servido. Este hecho se corresponde con la ordenación de códigos expuesta en la descripción del protocolo (ver punto 3.3). DQRAP/CDMA es un protocolo de gestión no centralizada, esto es, son las estaciones terminales las que saben cuándo, dónde deben transmitir. Por tanto, cada una de ellas debe saber qué código debe usar para transmitir su paquete en función de la posición que ocupe en cada cola. Esto se consigue definiendo el orden de los códigos de modo que uno de ellos sea el primero, otro el segundo, y así sucesivamente hasta completar el número de códigos disponibles. De este modo, un terminal que esté en la posición n de una cola sabe que debe usar el código n -ésimo cuando le toque transmitir. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que, como los mensajes son de longitud variable, si la transmisión de un mensaje finaliza cuando aún no lo ha hecho la transmisión de otro mensaje que está siendo servido por un código de orden inferior, podría ocurrir que quedasen 'huecos' con servidores libres siguiendo el orden establecido. Para evitar este problema, supondremos que los terminales son capaces de enviar cada uno de los paquetes pertenecientes a un mensaje en un código distinto (dado que el conjunto de códigos usado es pequeño esta es una suposición bastante razonable). Es decir, que los terminales son capaces de cambiar de código de transmisión entre paquete y paquete. Esto es, cada paquete será transmitido haciendo uso de un solo código, pero los diferentes paquetes de un mensaje

podrán enviarse con distintos códigos. Este requisito es parte, por ejemplo, de las especificaciones de UTRA del 3GPP. De este modo, cuando un mensaje acaba de ser servido, los mensajes que están siendo servidos por códigos de orden superior ajustan su posición en las colas y pasan a utilizar el nuevo código que les corresponde. Así, ocurrirá siempre que tanto los códigos disponibles como los que están siendo utilizados permanecen en bloques contiguos (según el orden definido). Como veremos más adelante, este mecanismo no afecta al análisis teórico del modelo del sistema.

En un primer diseño, consideraremos que la gestión de la cola de peticiones es similar a la de transmisiones, esto es, que los terminales que tienen peticiones se colocan en la cola en la primera posición libre que encuentran y que transmiten sus peticiones en el código correspondiente, dentro de uno de los m minislots de control del mismo escogido al azar. En el capítulo 4 se estudiarán otras estrategias de asignación entre las posiciones de las colas y los códigos, tanto para usuarios dentro de las colas como para los nuevos usuarios que llegan al sistema.

3.8 Análisis del modelo

En este punto se va a realizar el estudio matemático del modelo presentado en el punto anterior. Observando la Figura 33, el retardo total para la transmisión de un mensaje (t_T) puede descomponerse en cuatro términos: el tiempo de servicio del ETI (t_{ETI}), el retardo total del subsistema de resolución de colisiones (t_{RQ}), el retardo total del subsistema de transmisión (t_{TQ}) y el retardo causado por las colisiones en las transmisiones de paquetes de datos (t_c). Este último término aparece cuando más de un terminal transmite un paquete haciendo uso de la regla 1 de las DTR (la regla de acceso libre) en el mismo slot. Por tanto, la esperanza del retardo total del sistema es:

$$E[t_T] = E[t_{ETI}] + E[t_{RQ}] + E[t_c] + E[t_{TQ}] \quad (3.4)$$

Ahora pasaremos a describir la expresión de todos los términos de (3.4). En primer lugar, $E[t_{ETI}]$ vale 0,5, ya que la llegada de mensajes es independiente del sincronismo de slot, y, tal y como se comentó en el punto anterior, t_{ETI} es una variable aleatoria uniforme en el intervalo (0,1).

3.8.1 Retardo total del subsistema de resolución de colisiones

Sea $P(\lambda)$ la probabilidad de que un mensaje encuentre un minislot de acceso libre cuando llega al sistema, donde λ es la tasa total de llegada de mensajes al sistema (con distribución de Poisson). Nótese que según las RTR, todos mensajes recién llegados usan el mismo código para enviar sus peticiones de acceso. Además, la llegada de mensajes al sistema es un proceso sin memoria (Poisson). Por su parte, el protocolo utiliza un algoritmo de resolución de colisiones del tipo árbol, de modo que todos las peticiones que colisionaron en un slot tratan de resolverla haciendo uso en exclusiva de una secuencia código para la contención. Por tanto, si tenemos m minislots de control por código, resulta que:

$$P(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} P(\text{minislot libre} \mid k = n) P(k = n) \quad (3.5)$$

donde $P(\text{minislot libre} | k=n)$ es la probabilidad de escoger aleatoriamente un minislot vacío cuando n paquetes han llegado al sistema en un slot dado, es decir, escoger un minislot que no ha escogido ningún otro paquete para acceder, y $P(k=n)$ es la probabilidad de que n paquetes lleguen al sistema en ese slot. Por tanto, puede escribirse:

$$\begin{aligned} P(\lambda) &= P(k=0) + \sum_{n=1}^{\infty} P(k=n) m \left(\frac{1}{m}\right) \left(1 - \frac{1}{m}\right)^n = e^{-\lambda} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \left(1 - \frac{1}{m}\right)^n = \\ &= e^{-\lambda} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{(m-1)\lambda}{m}\right)^n\right) = e^{-\lambda} e^{\left(\frac{1-1}{m}\right)\lambda} = e^{-\frac{\lambda}{m}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Este resultado puede explicarse de un modo intuitivo de forma sencilla. Si la tasa de llegadas es de Poisson de media λ , a cada minislot de control le corresponde una carga de λ/m . Por tanto, la probabilidad de que un minislot esté vacío es $e^{-\lambda/m}$.

Todos los mensajes del subsistema de resolución de colisiones (incluyendo tanto los que están esperando en la cola como los que llegan al sistema) tienen una probabilidad $P(\lambda)$ de tener éxito en su petición de acceso. Por tanto, el tiempo de servicio del subsistema de resolución de colisiones será una variable aleatoria geométrica discreta $[t]$ (donde $[\cdot]$ denota la parte entera), con función de distribución (PDF):

$$F_{RQ}([t]) = 1 - (1 - P(\lambda))^{[t]} \quad (3.7)$$

Llegados a este punto, si hacemos uso de la distribución exacta del tiempo de servicio, el subsistema de resolución de colisiones sería un M/G/K y, tal y como se demuestra en [42], este tipo de sistemas es analíticamente inmanejable y tan sólo existen para ellos algunas expresiones muy poco precisas sobre cotas del retardo que presentan. Sin embargo, en nuestro caso de estudio, podemos aproximar la distribución geométrica por su correspondiente distribución exponencial para un tiempo de servicio continuo t ya que, en realidad, los valores que toma la distribución geométrica no son más que muestras de la distribución exponencial. Veremos en el punto 3.9 que las simulaciones por ordenador confirmarán la bondad de esta aproximación. Entonces, haciendo esta aproximación, podemos escribir la expresión de la función densidad de probabilidad del tiempo de servicio t del subsistema de resolución de colisiones como:

$$f_{RQ}(t) = \frac{\partial F_{RQ}(t)}{\partial t} = (1 - P(\lambda))^t \ln\left(\frac{1}{1 - P(\lambda)}\right) \quad (3.8)$$

Podemos ver como este tiempo de servicio es una variable aleatoria de tipo Poisson cuya media es:

$$\frac{1}{\mu_{RQ}} = \left[\ln\left(\frac{1}{1 - P(\lambda)}\right) \right]^{-1} \quad (3.9)$$

Por tanto, es evidente que podemos modelar el subsistema de resolución de colisiones como un sistema M/M/K, es decir, un sistema con llegadas de Poisson, con K servidores independientes cuyo tiempo de servicio es también exponencial.

Para analizar el retardo total de este subsistema debemos hacer uso de las expresiones de la teoría clásica de colas [42]. En efecto, podemos evaluar el tiempo de espera en el sistema a partir de las ecuaciones de equilibrio del mismo. Se define en primer lugar un parámetro ρ_{RQ} de valor:

$$\rho_{RQ} = \frac{\lambda}{K\mu_{RQ}} < 1 \quad (3.10)$$

donde λ es la tasa de llegadas de mensajes al sistema, K es de nuevo el número de servidores (códigos) y $1/\mu_{RQ}$ es el tiempo medio de servicio de los servidores, donde a su vez μ_{RQ} es el definido en (3.9). Entonces, la probabilidad de tener n unidades en el sistema, contando tanto las que esperan en cola como las que están siendo servidas, p_n es [42]:

$$p_n = \begin{cases} p_0 \frac{(K\rho_{RQ})^n}{n!} & n \leq K \\ p_0 \frac{\rho_{RQ}^n K^K}{K!} & n \geq K \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\text{donde } p_0 = \left[\sum_{n=0}^{K-1} \frac{(K\rho_{RQ})^n}{n!} + \frac{(K\rho_{RQ})^K}{K!(1-\rho_{RQ})} \right]^{-1} \quad (3.12)$$

El tiempo total de espera en el sistema (retardo del sistema) se puede calcular a partir de estas expresiones como el tiempo medio de servicio más el tiempo medio de espera en cola, resultando:

$$T = \underbrace{\frac{1}{\mu}}_{\text{servicio}} + \underbrace{\frac{P_{KRQ}}{K\mu(1-\rho)}}_{\text{cola}} \quad (3.13)$$

donde P_{KRQ} es la probabilidad de demora, es decir, la probabilidad de que un paquete deba esperar en la cola cuando llega al sistema. En otras palabras, la probabilidad de que el sistema contenga K o más paquetes, teniendo en cuenta tanto los que esperan en la cola como los que están siendo servidos, esto es:

$$\begin{aligned}
P_{KRQ} &= \sum_{n=K}^{\infty} p_n = \sum_{n=K}^{\infty} p_0 \frac{(K\rho_{RQ})^n}{K!K^{n-K}} = \frac{p_0 (K\rho_{RQ})^K}{K!(1-\rho_{RQ})} = \\
&= \frac{(K\rho_{RQ})^K}{K!(1-\rho_{RQ})} \\
&= \frac{\sum_{n=0}^{K-1} \frac{(K\rho_{RQ})^n}{n!} + \frac{(K\rho_{RQ})^K}{K!(1-\rho_{RQ})}}{1}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Esta última expresión es conocida como la llamada fórmula de Erlang C, que se encuentra tabulada en la literatura.

Por consiguiente, ahora ya podemos escribir la expresión de la esperanza del retardo total introducido por el subsistema de resolución de colisiones, que será:

$$E[t_{RQ}] = \frac{1}{\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda/m}}\right)} + \frac{P_{KRQ}}{K \ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda/m}}\right)(1-\rho_{RQ})} \tag{3.15}$$

3.8.2 Retardo total del subsistema de transmisión de datos.

Puesto que tanto los procesos de llegada de mensajes al sistema como el tiempo de servicio siguen distribuciones tipo Poisson, el patrón del tráfico de salida del subsistema de resolución de colisiones será también del tipo Poisson, y, tal y como se demuestra en [43], con la misma tasa λ que el tráfico de entrada. Este tráfico de salida constituirá directamente el tráfico de entrada del subsistema de transmisión de datos.

Tenemos ahora K servidores a cada uno de los cuales le llega una tasa equivalente λ/K , dado que todos ellos son independientes, la estadística de la salida de cada uno de ellos también lo será, y podremos sumar las tasas de salida. De este modo, la estadística de salida de los mensajes del subsistema de resolución de colisiones será también exponencial de tasa total $K \cdot \lambda/K = \lambda$.

Todos los terminales generan mensajes de longitud exponencial de media $(1/\mu)$. Entonces, si asumimos que el sistema utiliza una estrategia de retransmisión automática (ARQ) del tipo Stop&Wait en la que se retransmite cualquier paquete que contenga uno o más errores, el tiempo de servicio del subsistema de transmisión de datos también será una variable aleatoria exponencial. Debe tenerse en cuenta que, puesto que hemos normalizado el eje de tiempos a la longitud de un slot, el tiempo de transmisión de un mensaje por un canal ideal es igual al tamaño del mensaje (un paquete se envía en una unidad de tiempo). Por todo ello, el valor medio de este tiempo de servicio será la longitud de los mensajes $(1/\mu)$ multiplicada por el tiempo medio de transmisión de cada uno de los paquetes del mensaje, que llamaremos T_1 . Este valor será distinto de la unidad debido a que en un sistema CDMA los usuarios que transmiten de forma simultánea generan una interferencia que puede producir errores en los bits de los paquetes.

Vamos a evaluar la expresión de T_1 : dado un paquete, si llamamos p a la probabilidad de tener al menos un error en él, éste puede transmitirse correctamente al primer intento con

probabilidad $1-p$, o en el segundo con probabilidad $p(1-p)$, o en el tercero con probabilidad $p^2(1-p)$ y así sucesivamente. El tiempo medio de transmisión de un paquete será entonces:

$$\begin{aligned} T_1 &= 1(1-p) + 2(1-p)p + 3(1-p)p^2 + 4(1-p)p^3 + \dots = (1-p) \sum_{n=1}^{\infty} np^{n-1} = \\ &= (1-p) \frac{\partial}{\partial p} \left(\sum_{n=1}^{\infty} p^n \right) = (1-p) \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{1-p} \right) = (1-p) \frac{1}{(1-p)^2} = \frac{1}{(1-p)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Puesto que descartamos cualquier paquete que contenga cualquier número de errores, p se corresponderá con la probabilidad de error en el bloque, o BLER. Por tanto, el tiempo de transmisión medio de los mensajes, o tiempo medio de servicio del subsistema de transmisión, será:

$$\frac{1}{\mu_{TQ}} = \frac{1}{\mu} T_1 = \frac{1}{\mu(1-BLER)} \quad (3.17)$$

De nuevo, tanto el tráfico de entrada como el tiempo de servicio de subsistema de transmisión de datos son variables aleatorias exponenciales. Por tanto, podemos ver este subsistema como un sistema de colas M/M/K. Su expresión del retardo total medio tiene por consiguiente los mismo términos que la expresión correspondiente para el subsistema de resolución de colisiones, simplemente cambiando la tasa de servicio μ_{RQ} por el nuevo valor μ_{TQ} dado en (3.17). Es decir:

$$E[t_{TQ}] = \frac{1}{\mu(1-BLER)} + \frac{P_{KTQ}}{K\mu(1-BLER)(1-\rho_{TQ})} \quad (3.18)$$

donde la expresión para ρ_{TQ} es también la misma que la de ρ_{RQ} sustituyendo el valor de μ_{RQ} por el nuevo valor μ_{TQ} . Esto es:

$$\rho_{TQ} = \frac{\lambda}{K\mu_{TQ}} \quad (3.19)$$

Nótese que en (3.18), P_{KTQ} es la fórmula de Erlang C (3.14) con K servidores y con este nuevo valor ρ_{TQ} . Es decir:

$$P_{KTQ} = \frac{\frac{(K\rho_{TQ})^K}{K!(1-\rho_{TQ})}}{\sum_{n=0}^{K-1} \frac{(K\rho_{TQ})^n}{n!} + \frac{(K\rho_{TQ})^K}{K!(1-\rho_{TQ})}} \quad (3.20)$$

3.8.3 Retardo por la colisión en la transmisión de datos

Para calcular este valor debemos tener en cuenta que una colisión en código en una transmisión de datos se produce siempre que en el subsistema de transmisión hay menos de K

elementos y llega más de un paquete en un intervalo de tiempo igual a la unidad (tiempo del slot). Sin embargo, cada mensaje puede colisionar tan sólo una vez por llegada al sistema global, ya que una vez producida la colisión, el mensaje se encontrará con toda seguridad situado en alguna posición de una de las dos colas del sistema (peticiones o transmisión) y por tanto pasará a tener que esperar el tiempo correspondiente al subsistema en el que se situó. Por tanto, el tiempo de espera medio será siempre inferior a una unidad y de valor igual a la probabilidad de que se produzca una colisión en la parte de datos. Esta probabilidad tiene el valor:

$$\begin{aligned}
 P_{col_datos} &= \underbrace{\left(\sum_{k=0}^{K-1} p_k \right)}_{P(k < K)} \underbrace{\left(\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \right)}_{llegadas > 1} = \left(p_0 \sum_{k=0}^{K-1} \frac{(K\rho)^k}{k!} \right) (e^{-\lambda} (e^{\lambda} - 1 - \lambda)) = \\
 &= \frac{\sum_{k=0}^{K-1} \frac{(K\rho)^k}{k!}}{\sum_{k=0}^{K-1} \frac{(K\rho)^k}{k!} + \frac{(K\rho)^K}{K!(1-\rho)}} (1 - e^{-\lambda} (1 + \lambda))
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Donde p_n es la probabilidad de que el sistema contenga n unidades, contando tanto las que esperan en la cola como las que están siendo servidas.

3.8.4 Retardo total del sistema

Retomando la expresión (3.4) podemos escribir la expresión completa del retardo total introducido por el sistema a un mensaje como:

$$\begin{aligned}
 E[t_T] &= \frac{1}{2} + \left[\frac{1}{\ln\left(\frac{1}{1 - e^{-\lambda/m}}\right)} + \frac{P_{KRQ}}{K \ln\left(\frac{1}{1 - e^{-\lambda/m}}\right) (1 - \rho_{RQ})} \right] + \left[\frac{1}{\mu(1 - BLER)} + \frac{P_{KTQ}}{K\mu(1 - BLER)(1 - \rho_{TQ})} \right] + \\
 &+ \frac{\sum_{n=0}^{K-1} \frac{(K\rho_{TQ})^n}{n!}}{\sum_{n=0}^{K-1} \frac{(K\rho_{TQ})^n}{n!} + \frac{(K\rho_{TQ})^K}{K!(1 - \rho_{TQ})}} (1 - e^{-\lambda} (1 + \lambda))
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

donde

$$\rho_{RQ} = \frac{\lambda}{K \ln\left(\frac{1}{1 - e^{-\lambda/m}}\right)} \tag{3.23}$$

$$\rho_{TQ} = \frac{\lambda}{K\mu(1-BLER)} \quad (3.24)$$

$$P_K = \frac{\frac{(K\rho)^K}{K!(1-\rho)}}{\sum_{n=0}^{K-1} \frac{(K\rho)^n}{n!} + \frac{(K\rho)^K}{K!(1-\rho)}} \quad (3.25)$$

De cara a poder evaluar estas expresiones, aún queda por detallar el valor de la tasa de error de bloque o BLER. Para su cálculo debemos hacer algunas suposiciones sobre el modelo de canal físico que usaremos en el sistema. Si asumimos, en régimen permanente, un control ideal de potencia en lazo cerrado ideal que consigue que la estación base reciba a todos los usuarios con la misma potencia y despreciamos el efecto del ruido térmico, podemos aplicar la hipótesis Gaussiana para la suma de las interferencias de los usuarios en el acceso CDMA. Si a esto le añadimos el hecho de que descartamos todos los paquetes que contienen al menos un bit erróneo, podemos escribir (véase el punto 3.6.5):

$$BLER = 1 - \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3G_p}{2(k-1)}} \right) \right)^L \quad (3.26)$$

Donde G_p es la ganancia de procesamiento, o factor de ensanchamiento espectral, k es el número de transmisiones simultáneas, y L es el número de bits contenidos en los paquetes que se envían en un slot. Nótese que en realidad k no es un valor constante en el tiempo. Para el análisis numérico, haremos uso del valor $k=K$, puesto que constituye el peor caso posible.

En realidad esto hace que lo que obtengamos sea una cota superior del retardo medio del sistema. Para encontrar un valor más preciso deberíamos promediar el $BLER$ teniendo en cuenta la probabilidad de que haya n transmisiones simultáneas (es decir, que haya n unidades en el sistema de transmisión de datos). Afinando más, el $BLER$ equivalente tendría la expresión siguiente:

$$\begin{aligned} BLER' &= \sum_{n=2}^K \left[p_n \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3G_p}{2(n-1)}} \right) \right)^L \right) \right] + \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3G_p}{2(K-1)}} \right) \right)^L \right) \sum_{n=K}^{\infty} p_n = \\ &= \sum_{n=2}^K \left[p_n \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3G_p}{2(n-1)}} \right) \right)^L \right) \right] + P_K \cdot BLER \end{aligned} \quad (3.27)$$

En principio obviaremos esta expresión, ya que añade una gran complejidad al cálculo y no modifica sustancialmente los resultados obtenidos.

Como se ha citado, estamos considerando un control de potencia en lazo cerrado ideal para la transmisión de los datos. Sin embargo, este control de potencia no será viable en la práctica para la transmisión de las peticiones de acceso de los minislots de control, debido a su corta duración. En el punto 3.10 estudiaremos el efecto que produce este hecho en el rendimiento

del protocolo e introduciremos el esquema de receptor necesario para evaluar la repercusión que pueden tener los posibles fallos en la detección de los estados de los minislots de control. Para estas transmisiones se considerará un control de potencia en lazo abierto y un canal con desvanecimientos rápidos del tipo Rayleigh.

3.9 Rendimiento del protocolo

De cara a evaluar la bondad de las expresiones presentadas en el punto 3.8, supondremos inicialmente que las peticiones de acceso se transmiten de un modo ideal sin errores en la detección. Con esta hipótesis, se han realizado simulaciones por ordenador del sistema propuesto, haciendo uso del algoritmo y los tres conjuntos de reglas descritos en el punto 3.4.

Se muestran en la Tabla 6 y en la Figura 34 la comparativa de resultados (media y desviación estándar del retardo de los mensajes) entre los valores obtenidos con las simulaciones por ordenador y los calculados a partir de las expresiones analíticas derivadas del modelo. El sistema considerado se basa en el acceso DQRAP/CDMA con $K=17$, paquetes de longitud $L=600$ bits y generación de mensajes de longitud exponencial con media $1/\mu=6000$ bits. En la primera columna de esta tabla se muestra la carga total ofrecida al sistema medida en mensajes por slot.

Tabla 6. Retardo de mensajes del protocolo DQRAP/CDMA

| λ | E[t] teórica | E[t] simulada | Desv, est, σ (sim) |
|-----------|--------------|---------------|---------------------------|
| 0,10 | 10,8434 | 11,970406 | 9,87793 |
| 0,15 | 10,8172 | 12,014385 | 9,76389 |
| 0,20 | 11,0254 | 12,055469 | 9,66520 |
| 0,25 | 11,0758 | 12,095480 | 9,71722 |
| 0,30 | 11,1438 | 12,135219 | 9,60870 |
| 0,35 | 11,3147 | 12,175085 | 9,94921 |
| 0,40 | 11,5472 | 12,215289 | 9,87217 |
| 0,45 | 11,4301 | 12,255963 | 9,88934 |
| 0,50 | 11,7130 | 12,297226 | 9,96529 |
| 0,55 | 11,8651 | 12,339264 | 10,1485 |
| 0,60 | 12,0092 | 12,382415 | 10,2910 |
| 0,65 | 12,0862 | 12,427289 | 10,2952 |
| 0,70 | 12,2709 | 12,474912 | 10,4004 |
| 0,75 | 12,3710 | 12,526905 | 10,4661 |
| 0,80 | 12,5503 | 12,585733 | 10,6608 |
| 0,85 | 12,5844 | 12,655028 | 10,5229 |
| 0,90 | 13,0322 | 12,740081 | 10,9627 |
| 0,95 | 13,1343 | 12,848633 | 10,9785 |
| 1,00 | 13,3617 | 12,992199 | 11,2175 |
| 1,05 | 14,0318 | 13,188449 | 11,7889 |
| 1,10 | 14,5261 | 13,465777 | 12,0372 |
| 1,15 | 15,3130 | 13,872738 | 12,4582 |
| 1,20 | 15,9015 | 14,499739 | 12,8170 |
| 1,25 | 17,0887 | 15,536500 | 13,6167 |
| 1,30 | 20,1072 | 17,460152 | 16,3532 |
| 1,35 | 22,7003 | 21,911451 | 17,8833 |
| 1,40 | 35,5245 | 40,784169 | 31,3622 |
| 1,45 | 281,338 | 280,67653 | 203,245 |

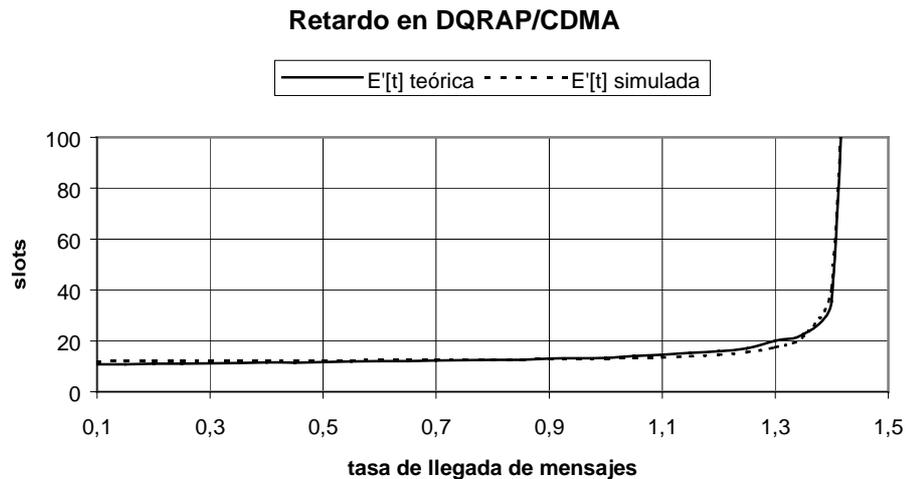


Figura 34. Retardo del protocolo DQRAP/CDMA

Podemos comprobar la bondad del estudio analítico teórico, cuyos resultados se ajustan muy adecuadamente a los obtenidos mediante simulación. Asimismo, debe destacarse el buen comportamiento de la desviación estándar del retardo, que mantiene sus valores por debajo de la media.

En esta primera fase del estudio, y para tener una primera referencia sobre el rendimiento del protocolo, se han implementado simulaciones por ordenador de sistemas de comunicaciones basados en protocolos ampliamente conocidos y usados en la actualidad, de cara a realizar una comparativa de las prestaciones del protocolo. Esta comparativa permite poder valorar el comportamiento de DQRAP/CDMA de una manera más objetiva.

En las Figura 35 y Figura 36 se muestran unas curvas comparativas, para las mismas condiciones de trabajo, del comportamiento en retardo y en *throughput* del protocolo DQRAP/CDMA presentado, junto con las curvas equivalentes para el mismo sistema haciendo uso de un protocolo del tipo ISMA/CDMA [28] y también para un sistema que usa el protocolo Slotted-ALOHA/CDMA convencional [62]. Estos dos protocolos de referencia son ampliamente conocidos y usados en los sistemas de comunicaciones digitales. Todas las curvas han sido obtenidas para entornos CDMA con los mismos parámetros físicos y de tráfico ofrecido que para el caso DQRAP/CDMA. Se ha considerado que los slots de tiempo del canal tienen una duración de 10 ms.

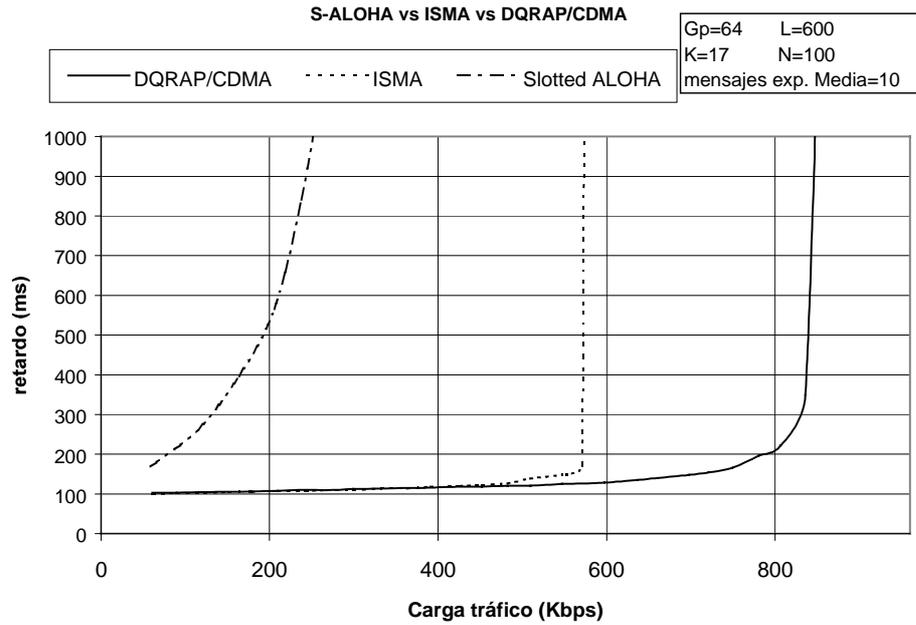


Figura 35. Comparativa del retardo de protocolos

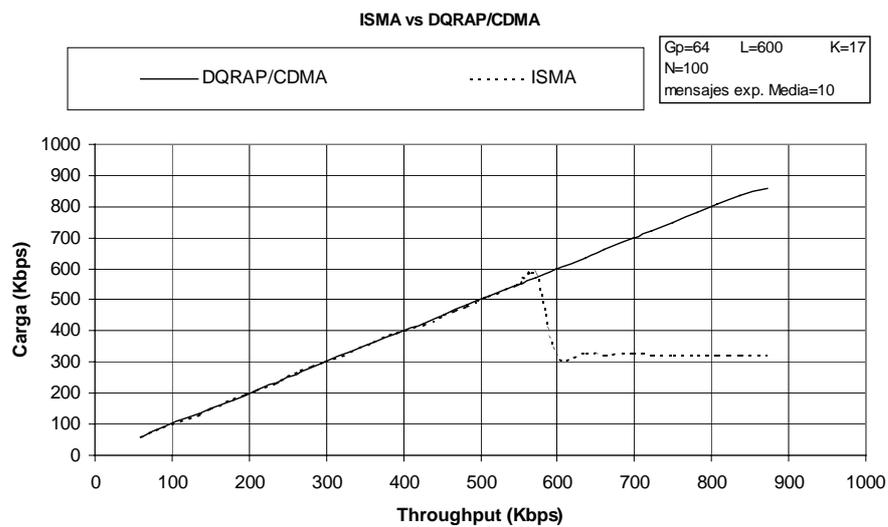


Figura 36. Comparativa del throughput de protocolos

Obsérvese que el máximo *throughput* obtenido es muy próximo al máximo teórico absoluto que puede derivarse de (3.3) (unos 14'3 paquetes por slot con los parámetros del sistema utilizados, que corresponden con 858 Kbps de carga de tráfico).

Como puede verse, los resultados obtenidos por el protocolo DQRAP/CDMA son prometedores, en tanto que se mejoran en todos los sentidos las prestaciones del sistema respecto a los otros protocolos, tanto en capacidad como en retardo medio de los mensajes enviados.

3.10 Detección de peticiones de acceso en los minislots de control

Hasta este momento se ha considerado que el canal de comunicaciones es ideal y que por tanto no introduce ruido. Por consiguiente, en el sistema CDMA considerado, la probabilidad de error en los bits viene determinada únicamente por la interferencia multiusuario. En el

cálculo de esta probabilidad de error se ha hecho uso de la hipótesis gaussiana y del hecho de que todos los usuarios lleguen a la estación base con la misma potencia. Para que pueda darse esta segunda condición, es necesario que exista un mecanismo de control de potencia, considerado también ideal, que compense perfectamente los efectos de los desvanecimientos del canal, tanto lentos como rápidos. Esta propiedad puede conseguirse en la práctica con una técnica de control de potencia en lazo cerrado. Sin embargo, para poder hacer uso de esta técnica, es necesario que la duración de la transmisión sea suficientemente grande como para que sea efectivo el bucle cerrado de control.

El protocolo DQRAP/CDMA hace uso de minislots de acceso, cuya duración se pretende que sea lo más pequeña posible. En efecto, la eficiencia del sistema será tanto mayor cuanto menor sea el tamaño de estos minislots, puesto que constituyen una cabecera que no lleva información de los usuarios. Ello redundaría en la imposibilidad práctica de aplicar un control de potencia en lazo cerrado para la transmisión de las peticiones de acceso al sistema. En este caso tan sólo será posible utilizar una técnica de control de potencia en lazo abierto. Esta técnica permite mantener constante la media de la potencia recibida y compensar únicamente los desvanecimientos lentos del canal. Sin embargo, los desvanecimientos rápidos, normalmente caracterizados por una estadística tipo Rayleigh, afectarán a la transmisión de las peticiones y a la detección del estado de los minislots. Por todo ello, se hace necesaria la planteamiento del diseño y estudio de una estructura de receptor para los intentos de acceso en los minislots. La evaluación de sus prestaciones permitirá conocer la probabilidad de detectar erróneamente dichas peticiones de acceso, y al no ser ésta una probabilidad nula, se hará necesario también proteger el protocolo para poder recuperarse de posibles errores de detección.

Uno de los problemas de la implementación práctica de protocolos de acceso que utilizan minislots para las tareas de control, como DQRAP/CDMA, es el aumento de complejidad que introducen en la capa física. En condiciones normales, la única diferencia entre estos minislots de control y los slots de transmisión de datos es su duración temporal. Desgraciadamente, sea cual sea el tamaño de un slot de transmisión, siempre resulta necesaria la transmisión de algunos bits especiales al principio de dicho slot, como secuencias de entrenamiento, que permiten realizar las tareas de sincronización, igualación de canal y control de potencia. El número de estos símbolos especiales depende únicamente de las características del enlace radio. La mejora que introducen los minislots de control se ve parcialmente compensada cuando se tiene en cuenta esta cabecera en el soporte físico. Sin embargo, DQRAP/CDMA posee una ventaja muy sustancial de cara a abordar este problema. Los minislots de control consisten simplemente en ráfagas de chips que los terminales deben enviar dentro de una cierta ventana de tiempo para que la estación base pueda detectar su mera existencia. El único requisito que debe cumplirse es que la estación base sea capaz de distinguir entre tres estados posibles para cada ventana de tiempo: (i) vacía, es decir, no se recibió ninguna ráfaga válida; (ii) éxito, es decir, una única ráfaga de energía proveniente de uno cualquiera de los terminales ha sido detectada; y (iii) colisión, dos o más ráfagas provenientes de otros tantos usuarios han sido detectadas. Nótese que para detectar colisión no es necesario saber el número exacto de ráfagas detectadas, tan sólo que se recibió más de una.

En principio, el método físico más común para detectar una cierta secuencia o ráfaga de acceso será el uso de un filtro adaptado a dicha secuencia. Se propone la siguiente estructura del receptor para este esquema de acceso, que minimiza el número de elementos físicos (filtros adaptados) y cumple los requisitos descritos: cada usuario tiene asignadas dos secuencias diferentes de acceso. Diferentes usuarios pueden compartir alguna de las secuencias, sin embargo, la pareja de secuencias es única para cada usuario. Cuando un

terminal necesita transmitir una petición de acceso, deberá enviar ambas secuencias simultáneamente. De este modo, la detección de más de dos secuencias de acceso le permitirá a la estación base detectar colisiones sin necesidad de tener un filtro adaptado por cada uno de los usuarios presentes en el sistema. La Figura 37 muestra la estructura del receptor de la estación base. Este receptor consiste en un banco de filtros adaptados, uno para cada una de las secuencias de acceso. Cada filtro adaptado generará un pico en su salida cada vez que haya detectado la secuencia correspondiente en su entrada. El bloque decisor tan sólo debe contar el número picos de correlación a la salida del banco de filtros para decidir el estado del minislots de acceso. Idealmente, si se detectan dos picos querrá decir que un único terminal ha enviado una petición de acceso. Un número mayor de picos denotará la presencia de una colisión. La ausencia de picos simplemente revelará la ausencia de peticiones de acceso. Nótese que, con este método, un banco de F filtros es capaz de dar servicio a F sobre 2 usuarios diferentes, es decir $F(F-1)/2$.

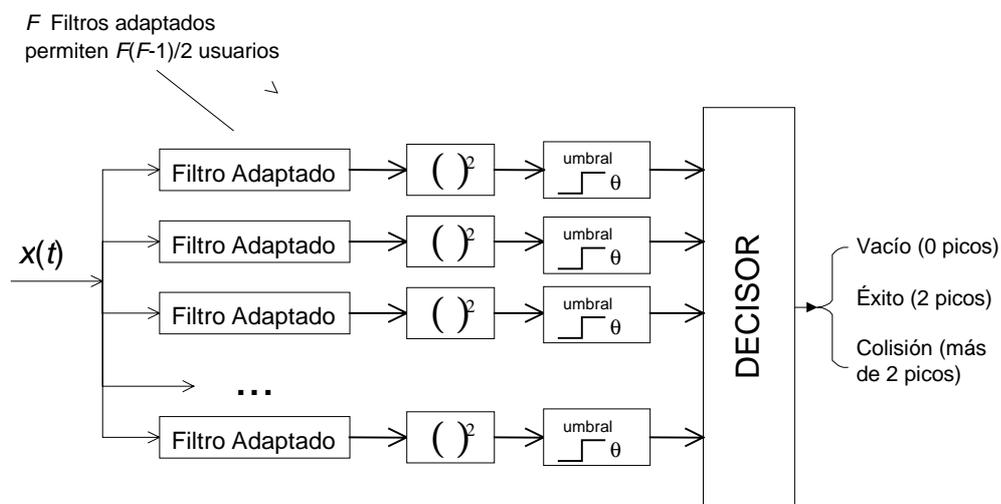


Figura 37. Estructura del receptor de minislots de control

De cara a verificar el rendimiento del la estructura de receptor propuesta en términos de la probabilidad de error en la detección de los estados de los minislots, en primer lugar es necesario calcular las probabilidades de detección y falsa alarma a la salida de cada una de las ramas del receptor, es decir, el conjunto de cada filtro adaptado junto con el bloque para elevar al cuadrado la señal y el comparador con un umbral de decisión.

3.10.1 Análisis del receptor de las peticiones de acceso

Si hacemos uso de un esquema de receptor óptimo, con diversidad en antena de orden D (ver Apéndice C), la probabilidad de falsa alarma P_f y la probabilidad de detección P_d de cada uno de los filtros receptores, para un entorno de propagación con estadística tipo Rayleigh, vienen dadas por [17]:

$$P_f = \int_0^{\infty} p_0(Z) dZ = e^{-\theta/V} \sum_{n=0}^{D-1} \frac{(\theta/V)^n}{n!} \quad (3.28)$$

$$P_d = \int_{\theta}^{\infty} p_1(Z) dZ = e^{-\theta/V_F} \sum_{n=0}^{D-1} \frac{\left(\frac{\theta}{V_F}\right)^n}{n!} \quad (3.29)$$

donde θ es el umbral de decisión, y

$$V = MI_0 = M \left(N_0 + \frac{2}{3} E_c (r-1) \right) \quad (3.30)$$

y

$$V_F = M(I_0 + ME_c) \quad (3.31)$$

M es el número de chips de la secuencia de acceso, I_0 es la potencia interferente total, E_c la energía por chip y r el número de transmisiones de peticiones de acceso simultáneas.

Nótese que V y V_F dependen del número de transmisiones simultáneas que causan interferencia en el sistema, es decir, del valor de I_0 . En nuestro caso práctico, el cometido de las secuencias transmitidas es la detección de las peticiones de acceso (y de las posibles colisiones) realizadas en los minislots de control. Este número de transmisiones simultáneas corresponde por tanto al número de secuencias de acceso enviadas en un cierto minislots considerado, haciendo uso de cualquiera de los códigos de ensanchamientos espectral. A su vez, este valor dependerá de la carga de tráfico ofrecida al sistema, medida en términos del número de mensajes que tratan de acceder al canal por unidad de tiempo (en realidad el número exacto será el doble, ya que cada usuario envía dos secuencias para cada petición). Debemos por tanto escoger un valor para r (el número de peticiones de acceso simultáneas), al que llamaremos r de diseño, o simplemente r_D , y seleccionar la probabilidad de falsa alarma que deseamos tener para ese valor específico de r . Ciertamente, si despreciamos el efecto del ruido térmico (sistema limitado por interferencias), y llamando P_{fD} a la probabilidad de falsa alarma de diseño, el valor que deberá tomar el umbral de decisión tiene una expresión explícita para $D=1$ (sin diversidad) [17]:

$$\theta = -\frac{2}{3} (r_D - 1) ME_c \ln P_{fD} \quad (3.32)$$

Sustituyendo en (3.29), la probabilidad de detección será:

$$P_d = \exp \left(\frac{\frac{2}{3} (r_D - 1) ME_c \ln P_{fD}}{M \left(\frac{2}{3} (r_D - 1) E_c + ME_c \right)} \right) = P_{fD}^{\frac{2(r_D-1)}{2(r_D-1)+3M}} \quad (3.33)$$

La Figura 38 muestra los valores de las probabilidades de detección y falsa alarma en función del parámetro r_D para una secuencia de acceso de longitud $M=256$.

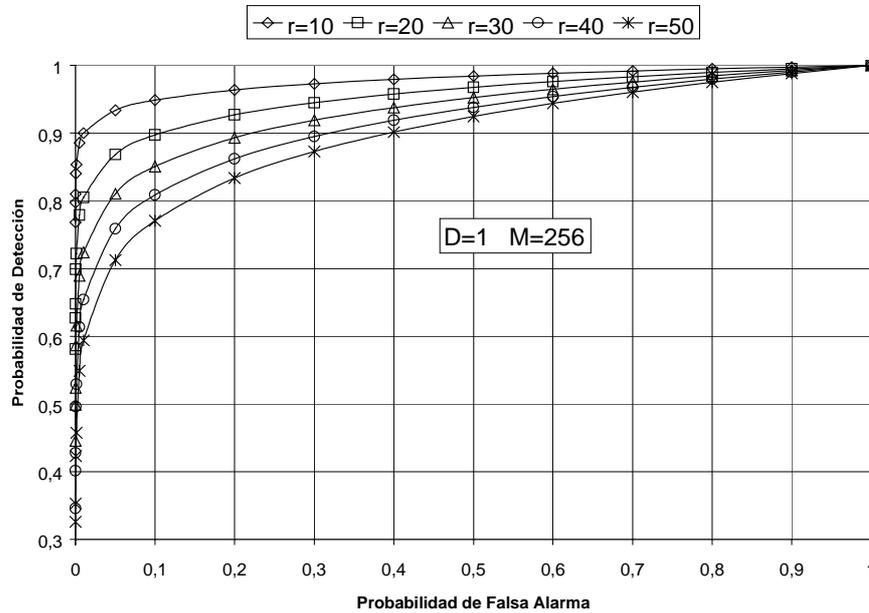


Figura 38. Probabilidades de detección y falsa alarma

Sin embargo, las probabilidades de detección y falsa alarma presentes en el sistema no serán las mostradas en esta gráfica. En realidad, una vez se ha escogido un valor concreto para el umbral de decisión θ , estas probabilidades siguen dependiendo del número de transmisiones simultáneas de peticiones de acceso realizadas en cada minislots, es decir, del nivel de interferencia total. Este número de accesos no será siempre necesariamente igual al parámetro de diseño r_D . En general, en realidad tendremos un número r de transmisiones distinto de r_D .

Dado el umbral de decisión definido en (3.32), la expresión de las probabilidades tanto de falsa alarma como de detección del sistema serán:

$$P_f = e^{-\theta/V} = \exp\left(\frac{\frac{2}{3}(r_D - 1)ME_c \ln P_{fD}}{\frac{2}{3}(r - 1)ME_c}\right) = P_{fD}^{\frac{r_D - 1}{r - 1}} \quad (3.34)$$

$$P_d = e^{-\theta/V_F} = \exp\left(\frac{\frac{2}{3}(r_D - 1)ME_c \ln P_{fD}}{\frac{2}{3}(r - 1)ME_c + M^2 E_c}\right) = P_{fD}^{\frac{2(r_D - 1)}{2(r - 1) + 3M}} \quad (3.35)$$

donde r es el número real de peticiones de acceso transmitidas. Como ejemplo de valores, la Figura 39 y la Figura 40 muestran los valores de probabilidad de falsa alarma y detección, respectivamente, en función de r para una $P_{fD}=10^{-3}$ y con $r_D=20$.

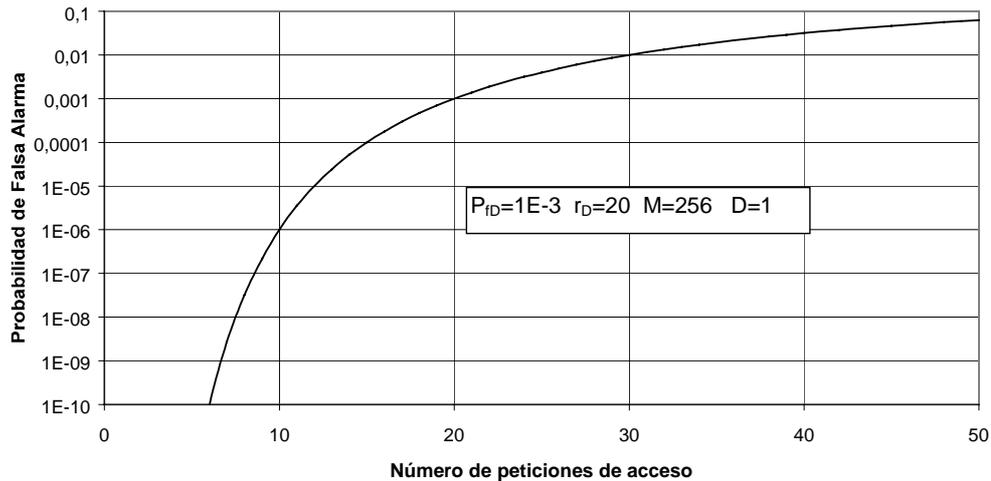


Figura 39. Probabilidad de falsa alarma sin diversidad

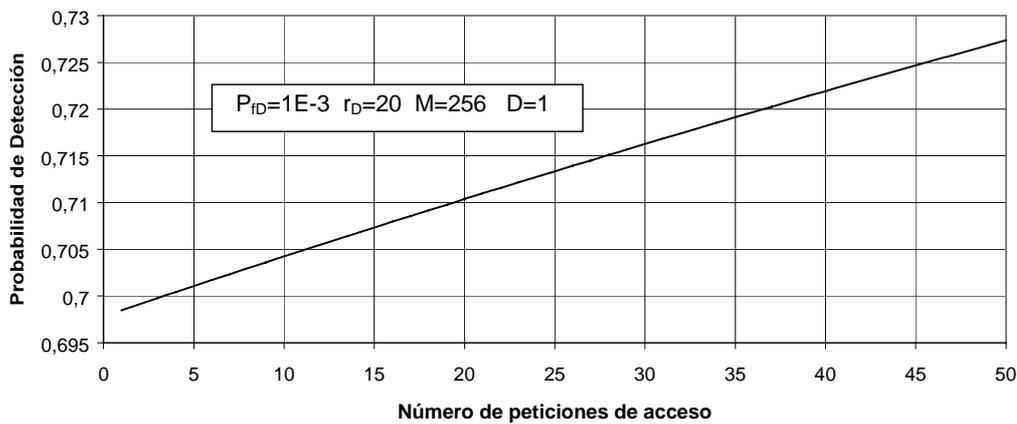


Figura 40. Probabilidad de detección sin diversidad

Es posible observar como la variación de la probabilidad de detección es muy suave con r . Además, la probabilidad de falsa alarma también aumenta suavemente para $r > r_D$ y decrece abruptamente cuando $r < r_D$. Estas propiedades encajan muy bien con nuestra aplicación: cuando la carga de tráfico es mayor que la tasa de diseño, ambas probabilidades resultan tan solo algo peores de las que se escogieron para el diseño, mientras que cuando la carga de tráfico resulta ser menor que la de diseño, la probabilidad de falsa alarma decrece abruptamente, con la consiguiente mejora que ello comporta en el rendimiento del sistema.

Si hacemos uso de técnicas de diversidad en antena ($D > 1$), no resulta posible escribir expresiones explícitas para el cálculo del umbral θ en función de la probabilidad de falsa alarma. Llamamos γ a la relación (θ/V) que cumple:

$$P_{fD} = e^{-\theta/V} \sum_{n=0}^{D-1} \frac{(\theta/V)^n}{n!} = e^{-\gamma} \sum_{n=0}^{D-1} \frac{\gamma^n}{n!} \quad (3.36)$$

donde, de nuevo, P_{fD} es la probabilidad de falsa alarma de diseño, r_D el número de peticiones de acceso simultáneas de diseño y r el número real de transmisiones de peticiones. Las probabilidades de falsa alarma y detección dependen de γ y siguen las expresiones:

$$P_f = e^{-\frac{\gamma(r_D-1)}{r-1}} \sum_{n=0}^{D-1} \frac{\left(\frac{\gamma(r_D-1)}{r-1}\right)^n}{n!} \quad (3.37)$$

$$P_d = e^{-\frac{2\gamma(r_D-1)}{2(r-1)+3M}} \sum_{n=0}^{D-1} \frac{\left(\frac{2\gamma(r_D-1)}{2(r-1)+3M}\right)^n}{n!} \quad (3.38)$$

En realidad, la expresión presentada en (3.38) representa una cota inferior de la probabilidad de detección. Nótese que en todas las expresiones del cálculo de la interferencia se asume una sincronización perfecta a nivel de minislots, es decir, todas las peticiones de acceso se reciben en la estación base simultáneamente y se interfieren entre sí. En realidad, esta situación es el peor caso que puede darse, ya que todas las peticiones sufren el máximo de interferencia posible. Sin embargo, este hecho mantiene al mínimo el tamaño de los minislots, lo cual maximiza la eficiencia del sistema respecto al caudal efectivo transmitido. Es perfectamente posible cumplir este requisito haciendo uso de técnicas de localización para sistemas móviles [44]. Si estas técnicas no están disponibles, el tamaño del minislot vendrá acotado inferiormente por el máximo tiempo de propagación del sistema. En un entorno macrocelular, este valor puede ser significativamente mayor que el tiempo de transmisión de una petición de acceso, lo que haría que no todas las peticiones se recibiesen necesariamente al mismo tiempo (no se interferirían todas entre sí). Este hecho redundaría en una mejora de la probabilidad de detección.

Obsérvese que los valores presentados en la Figura 40 para la probabilidad de detección de los filtros receptores parecen ser bajos, pero debe tenerse en cuenta que son valores para una situación que representa un caso muy desfavorable. Se está enviando una secuencia de chips en un canal con desvanecimientos Rayleigh sin usar diversidad en antena y tan sólo un control de potencia en lazo abierto. Por ejemplo, usando diversidad de antena de orden $D=2$, y para $P_{fD}=10^{-3}$ y $r_D=20$ tenemos que $P_d=0.93$.

3.10.2 Probabilidad de error en la detección del estado de los minislots

De acuerdo con las probabilidades de detección y de falsa alarma descritas en el punto 3.10.1, existirá una cierta probabilidad de que la estación base cometa un error a la hora de detectar el estado de cada uno de los minislots de acceso. En este punto pasaremos a describir las expresiones de dicha probabilidad, para los seis casos de error posibles que pueden darse.

Existen tres estados que la estación base debe ser capaz de distinguir: vacío, éxito y colisión. Distinguiremos entre los estados a priori, es decir, el estado que *debería* detectarse, y el estado a posteriori, es decir, el estado que realmente se ha detectado. Denotaremos por E el estado vacío *detectado*, es decir, a posteriori, S será el estado éxito detectado y C el estado colisión. La Figura 41 muestra un esquema con los diferentes errores que pueden darse. Estos errores vendrán causados por el hecho de que alguna o algunas de las secuencias de acceso

enviadas por los usuarios no sean detectadas por el correspondiente filtro, o bien porque en algunos de estos filtros se produzca una o más falsas alarmas que puedan confundir al bloque decisor de la Figura 37.

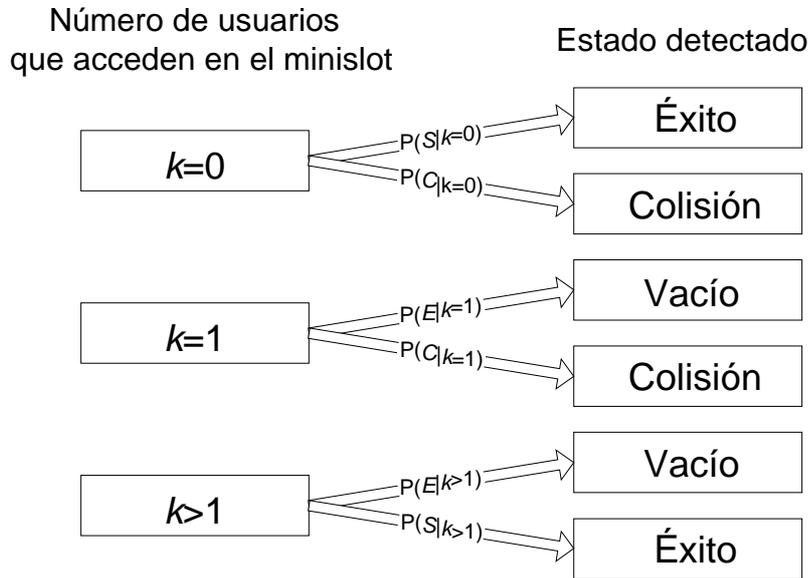


Figura 41. Situaciones posibles de error en la detección del estado de los minislots

En primer lugar, la probabilidad de detectar uno o dos picos de correlación a la salida del banco de filtros adaptados (la estación base decide que se transmitió una petición de acceso) cuando en realidad ningún usuario ha transmitido sus secuencias de acceso, es:

$$P(S | k = 0) = \binom{F}{2} P_f^2 (1 - P_f)^{F-2} + F P_f (1 - P_f)^{F-1} \quad (3.39)$$

donde P_f es la probabilidad de falsa alarma de cada uno de los filtros de detección y F es el número total de filtros de detección. Esta expresión implícitamente asume que el sistema decide que ha habido una petición con éxito cuando se ha detectado tan sólo un pico de correlación. Esta suposición se hace en base a que la probabilidad de tener una falsa alarma es mucho menor que la probabilidad de no detectar un pico, lo cual es una suposición razonable puesto que la probabilidad de falsa alarma es un parámetro de diseño.

En segundo lugar, la probabilidad de detectar una colisión (más de dos picos de correlación a la salida del banco de filtros receptores), cuando no se produjo ninguna transmisión, es:

$$P(C | k = 0) = \sum_{k=3}^F \binom{F}{k} P_f^k (1 - P_f)^{F-k} = 1 - (1 - P_f)^F - P(E | k = 0) \quad (3.40)$$

Por otro lado, la probabilidad de no detectar ninguno de los dos picos de correlación correspondientes a cuando un solo usuario ha transmitido sus secuencias de acceso es:

$$P(E | k = 1) = (1 - P_d)^2 (1 - P_f)^{F-2} \quad (3.41)$$

donde P_d es la probabilidad de detección de cada filtro adaptado.

Siguiendo con las probabilidades de error, ahora pasamos a evaluar la probabilidad de detectar una colisión cuando en realidad un solo usuario transmitió sus secuencias de acceso. Su expresión es:

$$\begin{aligned} P(C | k = 1) = & (1 - P_d)^2 \sum_{k=3}^{F-2} \binom{F-2}{k} P_f^k (1 - P_f)^{F-k-2} + \\ & + 2P_d (1 - P_d) \sum_{k=2}^{F-2} \binom{F-2}{k} P_f^k (1 - P_f)^{F-k-2} + P_d^2 \sum_{k=1}^{F-2} \binom{F-2}{k} P_f^k (1 - P_f)^{F-k-2} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Esta expresión tiene tres términos que representan, respectivamente, la probabilidad de que ambas secuencias transmitidas por el usuario activo no hayan sido detectadas y por tanto se hayan producido tres o más falsas alarmas; la probabilidad de que sólo una de las dos secuencias transmitidas haya sido detectada y se hayan producido dos o más falsas alarmas; y finalmente la probabilidad de que las dos secuencias transmitidas hayan sido detectadas y se hayan producido una o más falsas alarmas.

Seguidamente, debemos evaluar la probabilidad de no detectar ningún pico de correlación cuando más de un usuario ha transmitido sus secuencias de acceso (es decir, se ha producido una colisión a priori). Esta probabilidad es:

$$P(E | k > 1) = \sum_{n=2}^N P(E | k = n) P(k = n | k > 1) \quad (3.43)$$

donde N es el número total de usuarios en el sistema. Analizando esta expresión, vemos en primer lugar que:

$$P(k = n | k > 1) = \frac{\frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}}{\sum_{j=2}^{\infty} \frac{\lambda^j}{j!} e^{-\lambda}} = \frac{\lambda^n}{n!(e^\lambda - \lambda - 1)} \quad (3.44)$$

donde se ha asumido que las peticiones generadas por los usuarios siguen una distribución de Poisson con una tasa total λ .

Por otro lado, la probabilidad de detectar p picos a la salida del banco de filtros adaptados, cuando n usuarios han transmitido sus secuencias de acceso, es:

$$P(p | k = n) = \sum_{f=0}^p \binom{p}{f} P_d^{p-f} P_f^f \sum_{m=0}^{F-p} \binom{p-f+m}{m} (1-P_d)^m (1-P_f)^{F-p-m} P_g(p-f+m | n) \quad (3.45)$$

donde $P_g(a|b)$ es la probabilidad de que b usuarios hayan generado a picos a la *entrada* del banco de filtros adaptados. Esta probabilidad puede escribirse como:

$$P_g(a | b) = \left(\binom{F}{2} \right)^{-1} \binom{F}{a} F_a(b) \quad (3.46)$$

En esta expresión, $F_a(b)$ es el número de combinaciones de b usuarios que son capaces de generar a picos. Si el número de usuarios es el máximo posible cuando tenemos F filtros adaptados, esta función puede ser escrita explícitamente en una fórmula recursiva (ver Apéndice B):

$$F_a(b) = \left(\binom{F}{2} \right)^{-1} - \sum_{n=1}^{a-3} \binom{a}{n} F_{a-n}(b) \quad (3.47)$$

con los valores iniciales:

$$F_2(b) = \begin{cases} 1 & b=1 \\ 0 & b>1 \end{cases} \quad (3.48)$$

$$F_3(b) = \begin{cases} 0 & b=1 \\ 3 & b=2 \\ 1 & b=3 \\ 0 & b>3 \end{cases}$$

Finalmente, haciendo uso de (3.45) podemos escribir la probabilidad de detectar p picos a la salida del banco de filtros adaptados, cuando n usuarios han transmitido sus secuencias de acceso:

$$P(p | k = n) = \left(\binom{F}{2} \right)^{-1} \sum_{f=0}^p \binom{p}{f} P_d^{p-f} P_f^f \sum_{m=0}^{F-p} \binom{p-f+m}{m} \binom{F}{p-f+m} (1-P_d)^m (1-P_f)^{F-p-m} F_{p-f+m}(n) \quad (3.49)$$

Veamos el razonamiento que conduce a esta expresión. Si tenemos p picos a la salida del banco de filtros, éstos han podido ser generados por dos motivos: (i) la detección de

secuencias que realmente se transmitieron, y (ii) falsas alarmas generadas por la interferencia de los múltiples usuarios. En la expresión, f es el número de falsas alarmas generadas, y de ahí que tengamos una suma de terminus para los valores posibles de f , que van desde $f=0$ hasta $f=p$. Por otro lado, $(p-f)$ es el número de picos fruto de la detección real de secuencias enviadas. Por su parte, m es el número de secuencias a la *entrada* del banco de filtros que *no* han sido detectadas. Finalmente, $(F-p-m)$ será el número de filtros en los que no deberá haberse generado una falsa alarma para obtener el total de p picos a la salida del banco de filtros. La suma sobre m recorre todos los posibles valores que puede tomar este número. La probabilidad de cada situación se obtiene de multiplicar la potencia adecuada de las probabilidades de detección y falsa alarma y de la probabilidad de tener $(p-f+m)$ picos a la entrada del banco de filtros adaptados.

Por último, la probabilidad de detectar una petición de acceso con éxito cuando más de un usuario ha transmitido sus secuencias (colisión) es:

$$P(S | k > 1) = \sum_{n=2}^M [P(p = 1 | k = n) + P(p = 2 | k = n)] P(k = n | k > 1) \quad (3.50)$$

que es la probabilidad de detectar uno o dos picos a la salida del banco de filtros cuando más de un usuario ha transmitido su par de secuencias de acceso.

Como ejemplo numérico, la Figura 42 y Figura 43 muestran las probabilidades de error en la detección de los minislots en función de las probabilidades de detección y falsa alarma de los filtros, respectivamente. Los valores mostrados se han calculado para una P_{FD} variando entre 10^{-5} y 1, y con los correspondientes valores de P_d para $M=256$, $k_D=10$, $F=16$, $\lambda=10$ y diversidad de antena de orden $D=2$.

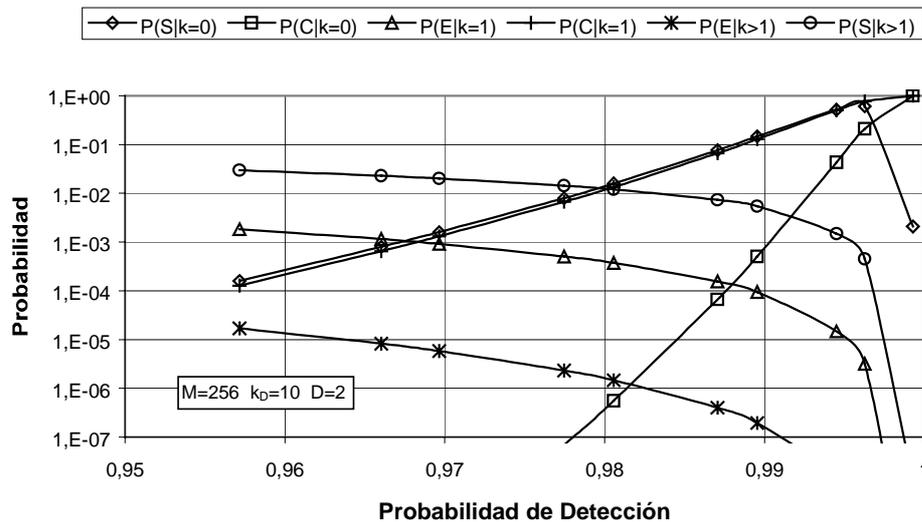


Figura 42. Probabilidades de error en la detección de los minislots

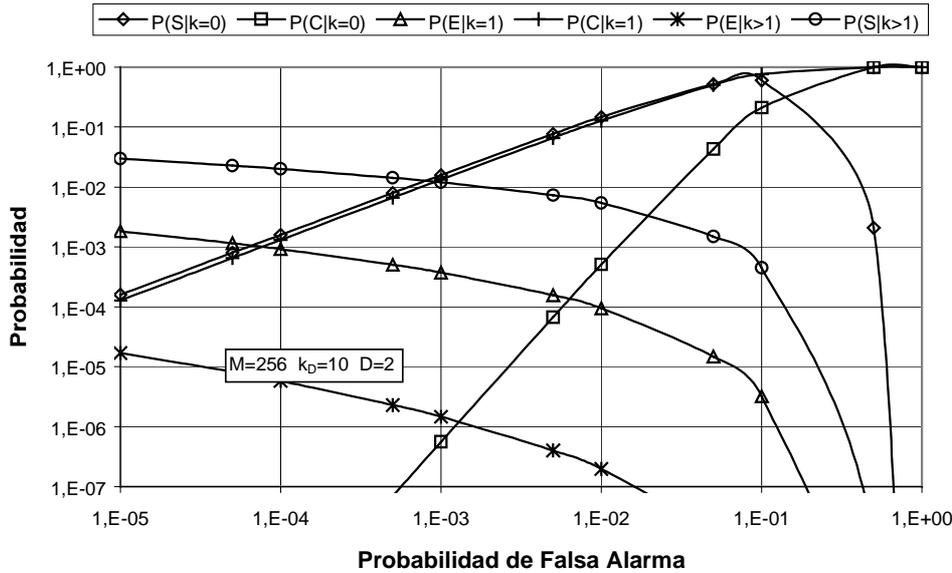


Figura 43. Probabilidades de error en la detección de los minislots

Debe observarse que estas probabilidades están divididas en dos grupos claramente diferenciados: aquellas que aumentan cuando lo hacen P_f y P_d , y las que decrecen cuando P_f y P_d aumentan. Se comprueba entonces que no es posible reducir todas las probabilidades de error en la detección de los estados al mismo tiempo. Este comportamiento conduce inevitablemente a tener que tomar una decisión de diseño y escoger algún valor de P_{fD} que obtenga un buen rendimiento del protocolo. En la siguiente sección analizaremos el efecto de todas las situaciones de error posibles en el rendimiento del protocolo, de cara a poder atinar en la elección de este valor. Cabe destacar que los valores de probabilidad de error presentados en estas curvas serán los que se utilizarán en las simulaciones por ordenador de cara a simular el comportamiento del canal físico en el subsistema de resolución de colisiones.

3.10.3 Modificaciones del protocolo para la recuperación de errores

Si tenemos en cuenta que la probabilidad de que la estación base se equivoque al detectar el estado de cada minislot no es nula, debemos analizar con detalle las adaptaciones necesarias en el mismo para evitar situaciones de bloqueo (*dead-lock*) en el funcionamiento del sistema completo de transmisión de datos en régimen permanente. Las seis posibles situaciones de error mostradas en la Figura 41 serán ahora analizadas y se detallarán las modificaciones específicas que cada una de ellas conlleva de cara a dotar al protocolo de la necesaria fiabilidad y robustez. Sin embargo, comprobaremos que dichas modificaciones consisten simplemente en pequeñas correcciones y añadidos a los tres conjuntos de reglas descritas en la sección 3.4, junto con algunos pequeños cambios de criterio en la conformación de la información de control que la estación base envía a los usuarios.

3.10.3.1 Minislot con éxito detectado / Ninguna transmisión de usuario ($S|k=0$)

Cuando se produce este error, todos los usuarios, se acuerdo con la regla QDR-1, incrementan el valor de TQ en una unidad extra (respecto al valor que en realidad debería tener esta variable). Este hecho creará una posición 'vacía' en la cola de transmisión de datos ya que ningún usuario tendrá su valor de pTQ apuntando a esta posición. Más adelante, cuando esta posición vacía alcance la cabeza de la cola (una de las últimas K posiciones), y puesto que

ningún usuario realizará ninguna transmisión haciendo uso del código correspondiente, la estación base no detectará ninguna transmisión válida de un paquete de datos con el citado código y de este modo le será posible detectar que se ha producido un error. En este momento, deberá poner a *ON* el indicador de bit de final de mensaje del código adecuado del flujo de información de control que envía a los usuarios. Este hecho liberará la posición correspondiente de la cola, recuperando el error del sistema y evitando que se quede bloqueado el código afectado.

Es posible, sin embargo, que la estación base no detecte ningún paquete válido de datos a causa de algún desvanecimiento producido por el canal de comunicación, o incluso por la colisión de dos o más paquetes de datos (ver 2.1.2), de modo que será necesario establecer un cierto número de slots de datos ‘vacíos’ consecutivos antes de que la estación base deba considerar que se ha producido este error. Nótese que si la estación base libera una posición de la cola por error, cuando en realidad aún hay un usuario realizando su transmisión de datos con el código correspondiente, ello podría conllevar producir una colisión en la transmisión de los datos. Desafortunadamente, no podemos establecer este parámetro de control en un número tan alto como deseamos para minimizar la probabilidad de que ocurra este efecto no deseado, ya que cada vez que se produzca el error ($S/k=0$), este número será precisamente el número de slots que se desperdiciarán antes de recuperar el error. Por tanto, aparece un compromiso entre eficiencia y probabilidad de generar una colisión en la transmisión de datos.

3.10.3.2 Colisión detectada / Ninguna transmisión de usuario ($C|k=0$)

En este caso, todos los usuarios, de acuerdo con la regla QDR-4, incrementan el valor de RQ en una unidad extra (respecto a la que debería tener en realidad), lo que genera también una posición vacía en la cola de resolución de colisiones. Sin embargo, afortunadamente este evento no generará ningún problema en el funcionamiento del protocolo. Simplemente, en un cierto momento, cuando la posición ‘vacía’ alcance las primeras posiciones de la cola, ningún usuario realizará, en el slot y con el código correspondientes, la transmisión de una petición de acceso. Puesto que este hecho no genera ninguna petición con éxito ni ninguna colisión adición erróneas, el propio algoritmo del protocolo elimina el efecto del error.

Por ende, este error produce una pérdida muy pequeña de velocidad en la resolución de las colisiones reales y no necesita de ningún mecanismo especial de protección para evitar situaciones de bloqueo.

3.10.3.3 Minislot vacío detectado / Transmisión de un solo usuario ($E|k=1$)

En esta situación, únicamente el usuario que transmitió su secuencia de acceso es afectado por el error. El resto de usuarios simplemente ejecutan las órdenes y las reglas tal y como lo hubieran hecho normalmente y simplemente no ‘ven’ el acceso del usuario en cuestión.

Por otro lado, este usuario podrá detectar fácilmente que su petición no llegó a la estación base correctamente, ya que esta habrá le habrá notificado que detectó como vacío el slot en el que precisamente había realizado su transmisión. Por tanto, el usuario se limitará a volver a intentar la transmisión de su petición siguiendo de nuevo las reglas del protocolo para el slot siguiente.

De nuevo, el mismo algoritmo del protocolo elimina los efectos perniciosos que pudiera producir el error, excepto el pequeño retardo extra que sufrirá en el acceso el usuario afectado.

De nuevo no es necesaria modificación alguna del algoritmo o de la estructura del protocolo para evitar perjuicios que pueda generar esta situación.

3.10.3.4 Colisión detectada / Transmisión de un solo usuario ($C|k=1$)

De acuerdo con la regla QDR-4, todos los usuarios incrementarán el valor de RQ en una unidad extra (respecto al valor que en realidad debería tener). Por su parte, el único usuario que transmitió su secuencia de acceso, al recibir la información errónea de la estación base, creará que su petición colisionó con la de otro usuario y se situará en la cola CRQ, calculando su valor de pRQ siguiendo las reglas del protocolo, al final de dicha cola. Cuando le llegue el turno de resolver su hipotética colisión, volverá a enviar una petición de acceso, de nuevo siguiendo las reglas. Esta segunda petición a buen seguro no volverá a colisionar con ninguna otra, ya que en realidad es el único usuario en esa posición de la cola CRQ. En ese momento, entrará correctamente en la cola DTQ y seguirá su curso normal de operación.

Evidentemente, este error producirá un retardo extra en el acceso a los recursos del usuario que se ve afectado por él, pero no generará ninguna situación de bloqueo del sistema ni de malfuncionamiento del protocolo. Por ello, tampoco este error requiere de ninguna modificación especial del protocolo para evitar posibles problemas que pueda generar.

3.10.3.5 Minislot vacío detectado / Transmisión de múltiples usuarios ($E|k>1$)

Este caso es similar al presentado en el punto 3.10.3.3 pero ahora más de un usuario se ve afectado por el error. Todos aquellos usuarios que transmitieron su petición de acceso (deberían haber colisionado) sabrán que sus peticiones no llegaron a la estación base con éxito al recibir de ésta la información de control. A todos los efectos, simplemente es como si su mensaje de información no puede intentar acceder al sistema hasta un slot después de lo que hubiera sido correcto. Siguiendo las reglas del protocolo, en el siguiente slot temporal todos ellos volverán a verificar si les es posible intentar de nuevo el acceso, y en caso afirmativo realizarán la transmisión de la petición correspondiente. El resto de usuario son totalmente ajenos a este hecho y seguirán la ejecución de las reglas con total normalidad.

De nuevo no se produce más que una pequeña pérdida de eficiencia causada por el retardo extra sufrido por los mensajes de los usuarios afectados, pero no es necesario arbitrar ninguna modificación al algoritmo del protocolo para recuperar posibles situaciones de bloqueo, ya que no es posible que se produzcan a causa de este error.

3.10.3.6 Minislot con éxito detectado / Transmisión de múltiples usuarios ($S|k>1$)

Esta es en realidad la situación más crítica y problemática que puede darse. Este error es en concreto el único que puede generar situaciones de bloqueo o defectos serios en el funcionamiento normal del protocolo. En efecto, si más de un usuario ha intentado una petición de acceso y por error la estación base les notifica a todos ellos que su petición tuvo éxito, todos ellos creerán que fue su petición la que llegó correctamente, actualizarán sus posiciones en la cola y se colocarán todos en la misma posición de la cola DTQ (ajustarán todos el mismo valor de pTQ). Cuando les llegue el turno para la transmisión de datos, todos ellos creerán que llegó su turno para enviar sus paquetes, se producirá una colisión y la transferencia de información se hará imposible. En los slots sucesivos, los usuarios implicados creerán que sus paquetes de datos no llegaron correctamente debido a la interferencia multiusuario CDMA y seguirán tratando de enviar su información, generándose un número indefinido de colisiones: una situación de bloqueo o *dead-lock*.

En este punto sería posible arbitrar diversas soluciones para devolver la fiabilidad y robustez al protocolo, y evitar la situación descrita de colisión indefinida. Se propone un mecanismo de aplicación práctica simple que cumple los requisitos exigidos. Este mecanismo preserva la eficiencia de transmisión de los usuarios que no se vieron afectados por el error, manteniendo sus transmisiones inalteradas, y por tanto sólo deberán aplicarlo aquellos que sí se vieron envueltos en la situación de error. Por otro lado, se procurará que el impacto en el rendimiento de estos usuarios sea el menor posible.

La idea es la siguiente: cada vez que un usuario detecta un cierto número de transmisiones de datos erróneas *consecutivas*, entrará en un estado especial que llamaremos *backlogged*. En este estado, en lugar de transmitir sus paquetes de datos con probabilidad uno, cada vez que el algoritmo del protocolo le otorgue recursos para transmitir lo hará con una cierta probabilidad P_b (con $0 < P_b < 1$). De este modo, se hace posible que varios usuarios, aquellos implicados en la colisión de datos, puedan transmitir haciendo un uso compartido temporal del mismo código de ensanchamiento espectral. De acuerdo con esta probabilidad P_b , cuando la estación base detecte un cierto número de slots vacíos consecutivos después de haber recibido dos o más paquetes con el bit de final de mensaje activado, asumirá que todos los usuarios afectados por el error han concluido su transmisión y enviará la información adecuada por el canal de control para que los usuarios liberen la posición correspondiente de la cola de transmisión (es decir, se libera el código).

Observando el mecanismo, vemos que existe una probabilidad no nula de que la estación base libere la posición de la cola DTQ antes de que todos los usuarios que están en ella hayan finalizado su transmisión. Sin embargo, esta probabilidad puede hacerse tan pequeña como se desee incrementando el número de slots vacíos consecutivos que debe detectar la estación base antes de decidir la liberación de la posición de la cola. En realidad, este número es el mismo que se definió en el punto 3.10.3.1 y debe ser un valor mayor que el número de slots necesarios para entrar en el estado *backlogged*. Incluso en el caso de que ocurra este evento, debe arbitrarse algún mecanismo que permita evitar que el usuario o usuarios afectados se queden bloqueados.

En el caso de que la estación base libere una posición en la que aún queda uno o más usuarios activos (sus valores de pTQ apuntan a la posición liberada), estos usuarios afectados podrán detectar fácilmente este hecho, ya que recibirán de la estación base la información de que alguien transmitió un paquete de datos con el bit de final de mensaje activado, cuando en teoría ellos mismo tienen asignada esa posición en la cola. Por tanto, la solución más sencilla, aún a costa de que se penalice el retardo del mensaje que se vea afectado, es que inicialicen sus contadores y comiencen de nuevo la transmisión como si de usuarios recién llegados al sistema se tratase.

Existe otro grado de libertad de cara a mejorar el rendimiento de este mecanismo de recuperación del error de detección: el valor de P_b . Esta probabilidad puede ser ajustada dinámicamente para maximizar el caudal efectivo de los usuarios en modo *backlogged*, del mismo modo que se hace en un procedimiento Slotted-ALOHA adaptativo clásico. La idea general es que el valor de P_b debe reducirse cuando los errores en la transmisión (colisiones) son frecuentes e incrementarse cuando los paquetes llegan frecuentemente con éxito. En particular, en las simulaciones del sistema realizadas, se ha implementado el siguiente mecanismo:

1. Se define un cierto valor inicial para P_b como parámetro inicial del sistema.
2. A partir del momento en el que un usuario pasa a estado *backlogged*, comienza a contar el número de errores y éxitos consecutivos en la transmisión de paquetes de datos.
3. Cada vez que se detectan n_{err} (parámetro del sistema) transmisiones erróneas consecutivas, el valor de P_b es dividido por 1'5. Si el valor resultante está por debajo de un cierto umbral (también parámetro del sistema), el usuario afectado inicializa sus contadores ($pTQ=0$ y $pRQ=0$) y comienza la transmisión como si acabase de llegar al sistema.
4. Cada vez que se detectan n_{ext} (parámetro del sistema) transmisiones con éxito consecutivas, el valor de P_b es multiplicado por 1'5, con un límite máximo que también puede definirse como parámetro del sistema.

Inicialmente, se han utilizado los valores de n_{err} y n_{ext} iguales a 5, pero con posibilidad de ser variados en las simulaciones. Sin embargo, el umbral de probabilidad mínimo para inicializar la conexión se ha fijado en 0'1, mientras que la probabilidad máxima de transmisión se ha mantenido en 1.

3.10.4 Rendimiento del protocolo con errores en la detección de los minislots

Se ha desarrollado una nueva serie de simulaciones por ordenador para validar el funcionamiento de la propuesta de DQRAP/CDMA, teniendo ahora presentes todas las ideas descritas hasta este punto e incorporando en el modelo los errores en la detección de los estados de los minislots. Se han añadido también, por tanto, las modificaciones del algoritmo propuestas para asegurar que el protocolo se mantiene robusto frente a los errores generados. En primer lugar, y de cara a observar explícitamente las pérdidas producidas por el hecho de considerar no ideal la detección del estado de los minislots, se ha realizado una comparación entre el escenario con errores y el caso ideal. Suponiendo que las peticiones de acceso sufren de una atenuación de propagación con estadística de Rayleigh (tan solo se puede aplicar un control de potencia en lazo abierto), la Figura 44 muestra la comparación del retardo de los mensaje entre el caso ideal, con los mismos parámetros usados en la Figura 34, y el caso no ideal con valores de $P_{fD}=10^{-3}$ y $k_D=20$, e incluyendo una diversidad en antena de orden $D=2$.

Es posible comprobar que las pérdidas sufridas a causa de los errores en la detección de los minislots son pequeñas en términos relativos y por tanto se comprueba la robustez del protocolo.

Es interesante hacer notar que para cargas de tráfico elevadas, de por ejemplo 13 paquetes por slot, el número medio de transmisiones simultáneas por minislot es aproximadamente 2, lo que representa una probabilidad de falsa alarma para los filtros de detección de valor $P_f \cong 10^{-24} \cong 0$ y por otro lado la probabilidad de detección vale $P_d=0.93$.

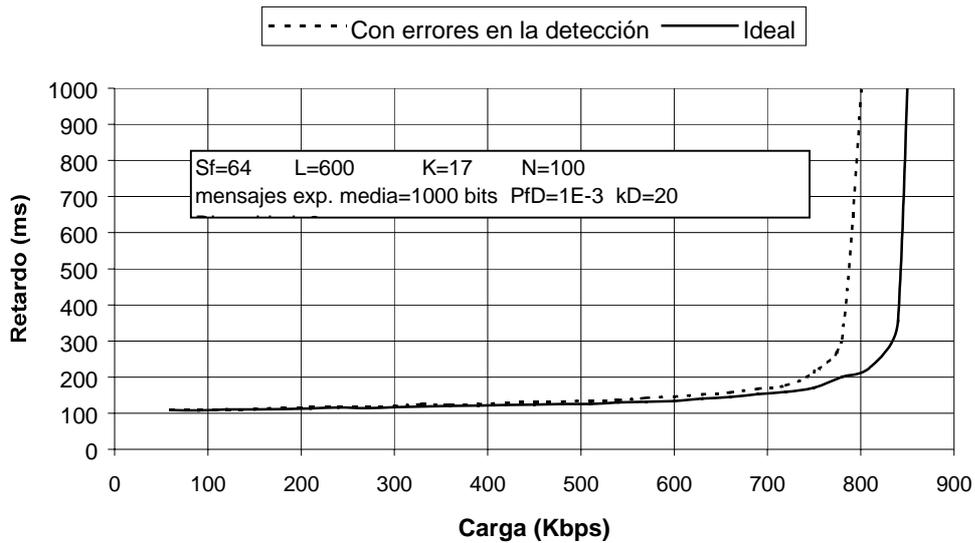


Figura 44. Retardo DQRAP/CDMA ideal respecto a no ideal

Más adelante, y para poder mantener una referencia del rendimiento del protocolo en relación a otros protocolos ampliamente usados en la actualidad, se ha realizado de nuevo la comparación con los protocolos Slotted-ALOHA/CDMA [45], [62] e ISMA/CDMA [28].

En este sentido, la Figura 45 muestra la comparación del retardo de los mensajes, para características de tráfico iguales, entre un sistema Slotted-ALOHA en el que los $N=100$ usuarios activos tienen cada uno de ellos una secuencia código asignada, y los sistemas ISMA/CDMA y DQRAP/CDMA, ambos con un máximo de 17 transmisiones simultáneas permitidas, e incluyendo para el último el efecto de los errores en la detección de los minislots.

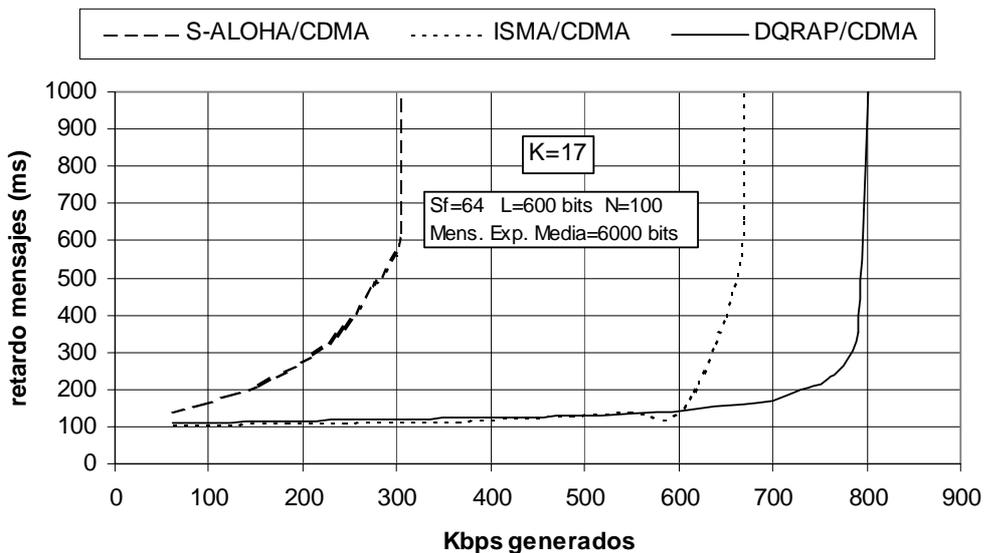


Figura 45. Comparativa de retardo de paquetes entre protocolos

Las condiciones del canal y del tráfico ofrecido son las mismas para todos los sistemas (ganancia de procesamiento 64, slots de datos de longitud 600 bits y mensajes generados con estadística de Poisson y con longitud exponencial de media 6000 bits). Podemos observar como DQRAP/CDMA mejora el rendimiento de los otros dos protocolos en términos de

máximo caudal estable manteniendo el retardo acotado y controlado. Puede soportar una mayor carga de tráfico sin entrar en la zona de inestabilidad del retardo. Por otro lado, mantiene el mismo bajo retardo para cargas bajas de tráfico.

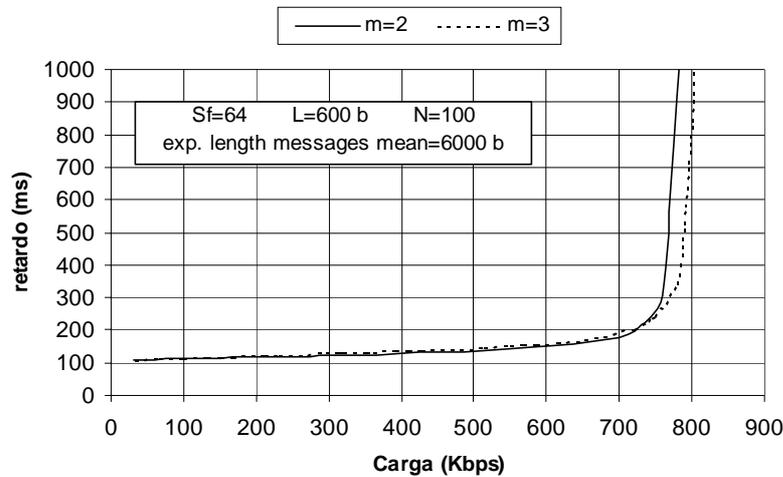


Figura 46. Retardo en función del número de minislots por slot

La Figura 46 ilustra el hecho de que, cuando los mensajes transmitidos son largos, en términos del número de paquetes necesarios para ser transmitidos, el número de peticiones de acceso decrece de manera muy remarcable. Gracias a este hecho es posible hacer uso de tan sólo $m=2$ minislots manteniendo el rendimiento general del sistema muy próximo al obtenido con $m=3$. Esta reducción del número de minislots necesarios supone una mejora del rendimiento neto de la tasa de transmisión del canal. Este razonamiento es validado por la pequeña diferencia mostrada entre los casos $m=2$ y $m=3$ cuando la media de la longitud de los mensajes es de 10 paquetes.

Seguidamente, y para completar el estudio del comportamiento del protocolo, la Figura 47 muestra la ocupación media de la cola de transmisión, para diferentes cargas y valores de m . Por otro lado, la Figura 48 muestra la misma ocupación media, pero esta vez de la cola de resolución de colisiones.

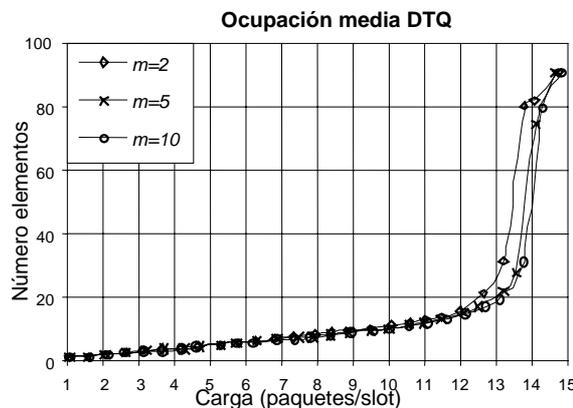


Figura 47. Ocupación media de la cola DTQ para distintos valores de m

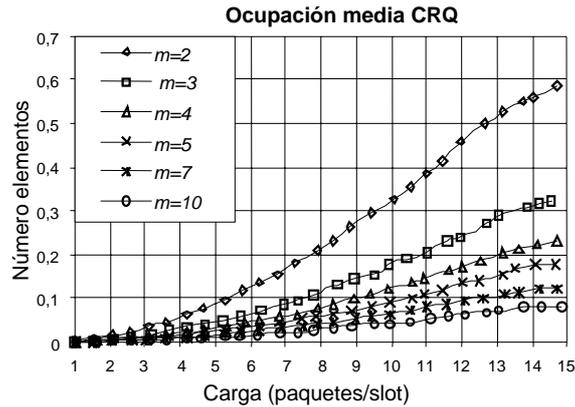


Figura 48. Ocupación media de la cola CRQ para distintos valores de m

Observamos que mientras la ocupación de la cola de transmisión no se ve afectada por el valor de m , no ocurre lo mismo con la ocupación de la cola de resolución de colisiones. El aumento del número de minislots permite aumentar la tasa de resolución de las colisiones, así como reducir la probabilidad de que éstas se produzcan. Este hecho redundará en una menor ocupación de la cola, lo que indica de modo explícito la mejora de la tasa de servicio del subsistema correspondiente.

3.10.5 Rendimiento con tráfico heterogéneo

De cara a hacer una primera aproximación al problema del tráfico heterogéneo, que será abordado con más detalle en el capítulo 6, y para poner en evidencia la capacidad inherente de DQRAP/CDMA para manejar tráfico proveniente de fuentes con distintas características, se ha considerado un escenario donde los paquetes de información son generados por usuarios de dos tipos: voz y datos. El escenario consiste en un número variable de usuarios de voz y de estaciones de datos. Las características de los usuarios de voz son las siguientes:

- Modelo ON-OFF con un factor de actividad del 45%
- Generación de ráfagas (en estado ON) de 15 Kbps
- Máximo retardo tolerado de 20 ms
- Tasa de pérdidas de paquetes máxima del 1%

Por su parte, las estaciones de datos tienen las siguientes características:

- Modelo de generación de tráfico representativo del tipo IP
- Generación de paquetes con llegadas de Poisson a tasa $\lambda=0.05$ paquetes/s/usuario
- Mensajes de longitudes que siguen la función densidad de probabilidad mostrada en la Figura 49.

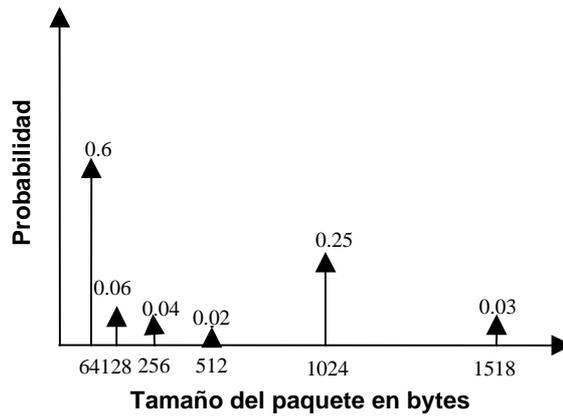


Figura 49. pdf de la longitud de los mensajes de datos

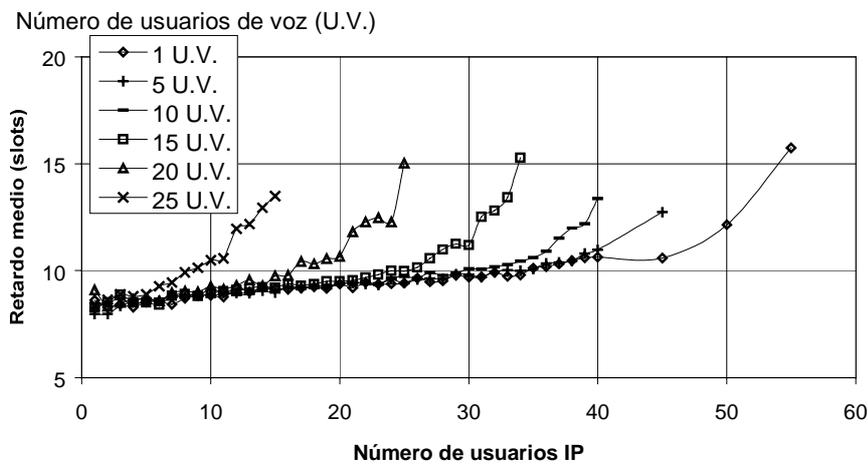


Figura 50. Retardo de mensajes con tráfico mixto de usuarios de voz (V.U.) y de datos (IP)

El número máximo de transmisiones simultáneas se ha mantenido en 17 (el óptimo cuando son transmitidos paquetes de longitud 600 bits). La Figura 50 muestra el comportamiento en retardo de los mensajes para este escenario descrito. Las curvas de esta figura han sido dibujadas para los valores de cargas de tráfico que mantienen la tasa de paquetes perdidos de los usuarios de voz por debajo del máximo permitido. Es decir, el punto en el que se corta cada curva corresponde al valor umbral a partir del cual la tasa de pérdidas de paquetes de los usuarios de voz ya no es admisible para mantener la calidad requerida. Debe tenerse en cuenta que no se ha aplicado ningún criterio de prioridades ni mecanismo de gestión de los recursos.

Puede observarse que el comportamiento del retardo de los paquetes es en la práctica el mismo para las diferentes combinaciones de tráfico heterogéneo. En efecto, podemos observar que la región operativa casi horizontal de cada curva se hace simplemente cada vez más corta a medida que el número de usuarios de voz aumenta. Este hecho remarca la inherente adaptación del protocolo, sin ninguna modificación específica, a una situación de tráfico heterogéneo. En el capítulo 6 se analizará con más detalle este aspecto del funcionamiento del protocolo.

3.11 Características del protocolo DQRAP/CDMA

En este punto, vamos a recopilar y resumir las principales ventajas del protocolo DQRAP/CDMA con respecto a otros protocolos MAC diseñados específicamente para entornos CDMA.

En primer lugar, observamos que cuando la carga de tráfico es pequeña DQRAP/CDMA es un protocolo de acceso libre, lo que minimiza el retardo de acceso. Por otro lado, cuando la carga de tráfico aumenta, se transforma de forma automática y progresiva en un protocolo de reserva, con lo que se eliminan las colisiones y se mejora la eficiencia en la utilización de los recursos.

Otra característica importante es el hecho de que limita en todo momento el número máximo de transmisiones simultáneas y evita con ello los problemas de inestabilidad de los protocolos de acceso aleatorio del tipo ALOHA y sus variantes. Esto es gracias a que sitúa toda la carga en exceso, que degradaría el rendimiento del sistema, en las colas distribuidas que mantienen siempre el nivel óptimo de interferencia en el canal. Esto es, el número de transmisiones simultáneas se mantiene bajo control y acotado superiormente, lo que implica un mejor rendimiento tanto en términos de un número menor de retransmisiones necesarias en todas las comunicaciones (con el consiguiente ahorro de energía que ello supone), como en un menor nivel de interferencia global para sistemas CDMA celulares. Es decir, ponemos en el canal de transmisión la potencia justa para obtener la calidad requerida, lo cual supone una ventaja muy importante para sistemas CDMA. Además, esta característica permite que durante ciertos períodos de tiempo la carga de tráfico ofrecido pueda estar incluso por encima de la capacidad de transmisión del canal, sin que ello produzca una situación de bloqueo. Las transmisiones que no pueden ser servidas esperan en la cola correspondiente y no generan retransmisiones innecesarias.

Por otro lado, DQRAP/CDMA está basado en colas distribuidas y por ello está inherentemente adaptado a situaciones de tráfico de naturaleza heterogénea. Más aún, como veremos más adelante con detalle (capítulo 6), su propia estructura permite con suma sencillez introducir esquemas de gestión de los recursos radio de cara a dar soporte a servicios que necesiten de una cierta calidad de servicio (QoS) garantizada. Este tipo de servicios serán los que deberán estar operativos en las futuras comunicaciones móviles de tercera generación.

Es importante reseñar que aunque la complejidad conceptual del protocolo parece a primera vista de cierta consideración, su algoritmo es realmente sencillo y su implementación práctica resulta también marcadamente simple. Más aún, la carga computacional que conlleva la ejecución de dicho algoritmo es mínima, ya que tan sólo se requieren operaciones simples con números enteros.

Otro rasgo que puede resultar de gran utilidad del protocolo es el hecho de que, en todo momento, los usuarios conocen el estado de las colas del sistema, lo que les permite tener una estimación muy precisa de la carga de tráfico del sistema. De este modo, en la aplicación del protocolo en entornos celulares, será posible introducir criterios de traspaso de conexiones y de gestión de recursos radio que tengan en cuenta, además de los parámetros físicos del canal (atenuación, potencia, etc.), el tráfico de cada una de las células (ver capítulo 5).

3.12 Conclusiones

Se ha propuesto y estudiado un nuevo protocolo de acceso al medio, llamado DQRAP/CDMA. Este protocolo se basa en una gestión distribuida de los recursos, lo que minimiza la información de señalización y representa una novedad importante en cuanto al modo de funcionamiento. El protocolo se comporta como un protocolo de acceso libre cuando la carga de tráfico es baja, minimizando el retardo de transmisión, mientras que cuando la carga va aumentando, el protocolo se transforma de manera progresiva y automática en un protocolo de reserva, limitando las transmisiones que exceden la capacidad del canal y

eliminando las colisiones. Por otro lado, utiliza una estructura lógica de colas que funcionan en paralelo. Esta estructura permite desacoplar la contención de la transmisión de datos y evitar los problemas de inestabilidad propios de los sistemas de acceso aleatorio. Con todo ello se obtiene un rendimiento de aprovechamiento de los recursos de transmisión muy cercano al óptimo absoluto alcanzable, además de conseguir eliminar por completo la posibilidad de inestabilidad del sistema.

Se ha desarrollado un modelo matemático teórico del protocolo, validado con simulaciones por ordenador, que describe con precisión el comportamiento del sistema y evidencia sus ventajosas prestaciones.

Por otro lado, se ha propuesto y estudiado la estructura del receptor necesario para uno de los elementos clave del sistema: el subsistema de resolución de colisiones. Este subsistema, basado a nivel lógico en un algoritmo tipo árbol, es el encargado de encauzar las transmisiones de modo que se alcance la eficiencia deseada. Este esquema de receptor, basado en filtros adaptados y un algoritmo de reparto de parejas de secuencias código, ofrece las prestaciones necesarias para el correcto funcionamiento del protocolo.

Asimismo, se han incluido las modificaciones necesarias en el algoritmo del protocolo para dotarlo de la necesaria estabilidad en presencia de errores en la información de control. Se ha podido demostrar que su rendimiento lo hace un buen candidato para ser utilizado en los futuros sistemas de comunicaciones móviles.

3.13 Apéndice A

En este punto, nos proponemos calcular el llamado CRI o intervalo de resolución de colisiones para un caso en el que se dispone de un solo código, es decir, centrándonos en el tiempo de resolución de una sola colisión. Se define el CRI de multiplicidad n , que denotaremos por L_n , como el intervalo de tiempo que comienza en el instante en el que se produce una colisión (en un minislot) en la que están involucrados n paquetes (correspondientes a otros tantos terminales) y que termina en el momento que se ha resuelto por completo dicha colisión. Por consistencia, llamaremos colisión de multiplicidad 1 a una transmisión con éxito, y colisión de multiplicidad 0 a una transmisión no existente.

Es trivial que:

$$L_0 = L_1 = 1 \quad (3.51)$$

Consideremos ahora el caso $n=2$. Dos señales colisionan en un slot (usan el mismo de entre los m minislots de control) con probabilidad $1/m^2$, pero dado que hay m minislots en los que pueden colisionar, la probabilidad total es $m \cdot 1/m^2 = 1/m$. En el siguiente slot pueden colisionar de nuevo con la misma probabilidad, o bien resolver definitivamente el conflicto, y así sucesivamente. Por tanto, podemos escribir el número de slots medio que tardan en resolver su colisión como:

$$\begin{aligned}
L_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} nP(L_2 = n) = 1\left(1 - \frac{1}{m}\right) + 2\frac{1}{m}\left(1 - \frac{1}{m}\right) + 3\left(\frac{1}{m}\right)^2\left(1 - \frac{1}{m}\right) + \dots = \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{1}{m}\right)^{n-1}\left(1 - \frac{1}{m}\right) = \left(1 - \frac{1}{m}\right)\sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{1}{m}\right)^{n-1} = \left(1 - \frac{1}{m}\right)(-m^2)\frac{\partial}{\partial m}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{m}\right)^n\right]
\end{aligned} \tag{3.52}$$

$$\begin{aligned}
L_2 &= \left(1 - \frac{1}{m}\right)(-m^2)\frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{1/m}{1-1/m}\right) = (-m^2)\left(1 - \frac{1}{m}\right)\frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{1}{m-1}\right) = \\
&= (-m^2)\left(1 - \frac{1}{m}\right)\left(\frac{-1}{(m-1)^2}\right) = (-m^2)\left(\frac{m-1}{m}\right)\left(\frac{-1}{(m-1)^2}\right) = (-m^2)\frac{-1}{m(m-1)} = \frac{m}{m-1}
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Ahora debemos considerar el caso $n > 2$. Después de la colisión inicial, los paquetes en conflicto se subdividen en m subconjuntos, cada uno de los cuales pertenecientes a uno de los minislots, según el que hayan escogido. Cada uno de estos subconjuntos tendrá multiplicidad N_j (es decir, contiene N_j paquetes aún en conflicto), donde $j=1,2,3,\dots,m$. Si $N_j \geq 2$, el subconjunto resultante vuelve a dividirse de la misma forma. Por tanto, podemos escribir que:

$$L_n = \sum_{k=0}^n \Pr(N_j = k)L_k \tag{3.54}$$

donde:

$$L_k = 0 \quad k \leq 1 \tag{3.55}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\Pr(N_j = k) = \binom{n}{k}\left(\frac{1}{m}\right)^k\left(1 - \frac{1}{m}\right)^{n-k} = \binom{n}{k}\frac{(m-1)^{n-k}}{m^n} \tag{3.56}$$

Podemos operar y se demuestra finalmente [61] que:

$$L_n = \frac{1 + \sum_{k=2}^{n-1} \binom{n}{k}(m-1)^{n-k} L_k}{1 - \frac{1}{m^{n-1}}}; \quad n > 2 \tag{3.57}$$

Lo que permite calcular L_n de forma recursiva, a partir de los valores anteriores. En la Tabla 7 se muestran los valores de L_n en función del número de minislots m . En ella se observa un resultado que es de vital importancia para demostrar el buen comportamiento del protocolo DQRAP/CDMA: para todo $m > 2$ y $n > 1$, se cumple siempre que $L_n < n$. Esto quiere decir que una colisión de multiplicidad n se resuelve siempre en menos de n slots. En otras palabras, la velocidad media de resolución de las colisiones es mayor que la velocidad de transmisión de datos. Por tanto, en promedio, podemos colocar a tiempo las peticiones exitosas en la cola de transmisiones.

Tabla 7. Longitud del CRI en función del número de minislots

| n | M | | | | |
|-----|--------|-------|-------|-------|-------|
| | 2 | 3 | 4 | 8 | 16 |
| 0 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| 1 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| 2 | 2,000 | 1,500 | 1,333 | 1,142 | 1,066 |
| 3 | 3,333 | 2,250 | 1,866 | 1,396 | 1,192 |
| 4 | 4,761 | 3,115 | 2,514 | 1,736 | 1,369 |
| 5 | 6,209 | 4,026 | 3,222 | 2,139 | 1,591 |
| 6 | 7,656 | 4,951 | 3,958 | 2,590 | 1,853 |
| 7 | 9,100 | 5,874 | 4,703 | 3,074 | 2,149 |
| 8 | 10,542 | 6,792 | 5,447 | 3,582 | 2,475 |
| 9 | 11,984 | 7,704 | 6,185 | 4,104 | 2,826 |
| 10 | 13,426 | 8,612 | 6,915 | 4,635 | 3,198 |

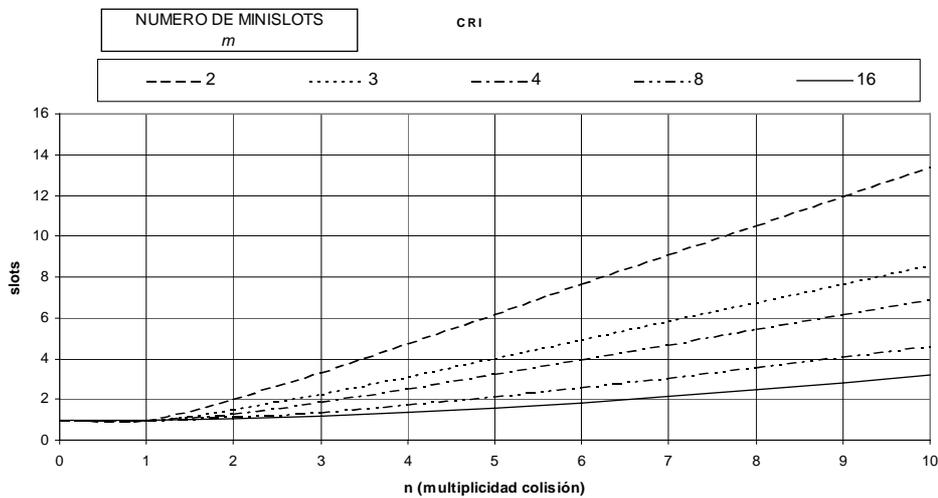


Figura 51. Longitud del CRI en función del número de minislots

3.14 Apéndice B

Nos proponemos encontrar la expresión del número de combinaciones de b usuarios que son capaces de generar a picos si se les asigna una pareja única de secuencias de entre F disponibles distintas. Debemos hacer una abstracción del problema:

Sean $1,2,3\dots a$ los primeros a números enteros. Es decir, numeramos los picos recibidos desde 1 hasta a .

Sea $a(a-1)/2$ el número de posibles parejas distintas de números que podemos crear a partir de estos a números. Cada una de estas parejas corresponderá a uno de los usuarios del sistema. Sean también todos los grupos de parejas de números posibles, esto es, todos los posibles grupos de usuarios, teniendo en cada grupo entre 1 y $a(a-1)/2$ usuarios. Debemos evaluar, para cualquier valor de b entre 1 y $a(a-1)/2$, cuáles de esos grupos contienen al menos una vez todos los números desde 1 hasta a , donde se permite que cada número esté repetido indefinidas de veces. También deberemos conocer cuántos elementos tiene cada grupo que cumpla esa condición.

Si llamamos a este número $F_a(b)$, podemos encontrar su valor de un modo recursivo. En efecto, supongamos que conocemos todos los valores de $F_{a-c}(k)$ para cualquier valor de $c>0$, veamos cómo a partir de esos valores podemos evaluar la función para $c=0$ (el valor buscado).

Calculamos todos los grupos diferentes de b usuarios que podemos hacer partiendo del total de $a(a-1)/2$ posible usuarios, y le restamos aquéllos que no cumplen la condición de tener todos los números entre 1 y a . La pregunta es, ¿qué grupos no cumplen esta condición? En primer lugar, todos aquellos que dejan un solo número sin escoger, que será el número de parejas capaces de generar $a-1$ picos multiplicado por las a posiciones en las que podemos colocar este ‘hueco’. Después, también debemos sustraer las parejas que dejan dos números sin escoger multiplicado por el número de combinaciones de dejar dos ‘huecos’ de entre a números, y así sucesivamente. El resultado es por tanto:

$$F_a(b) = \binom{\binom{a}{2}}{b} - \left[\binom{a}{1} F_{a-1}(b) + \binom{a}{2} F_{a-2}(b) + \dots + \binom{a}{a-3} F_3(b) \right] = \binom{\binom{a}{2}}{b} - \sum_{n=1}^{a-3} \binom{a}{n} F_{a-n}(b) \quad (3.58)$$

En esta expresión hemos eliminado explícitamente los términos para $b<2$ y $a<4$ ya que valen cero. Tan solo necesitamos los valores iniciales para poder evaluar la expresión recursiva. Estos son:

$$F_2(b) = \begin{cases} 1 & b = 1 \\ 0 & b > 1 \end{cases} \quad F_3(b) = \begin{cases} 0 & b = 1 \\ 3 & b = 2 \\ 1 & b = 3 \\ 0 & b > 3 \end{cases} \quad (3.59)$$

Estos valores pueden ser obtenidos directamente por simple conteo directo.

3.15 Apéndice C

Se demuestra en [17] que la estructura del receptor óptimo para un filtro de detección de una cierta secuencia de chips es la mostrada en la Figura 52. Cada una de las ramas mostradas en la Figura 37 tiene esta estructura.

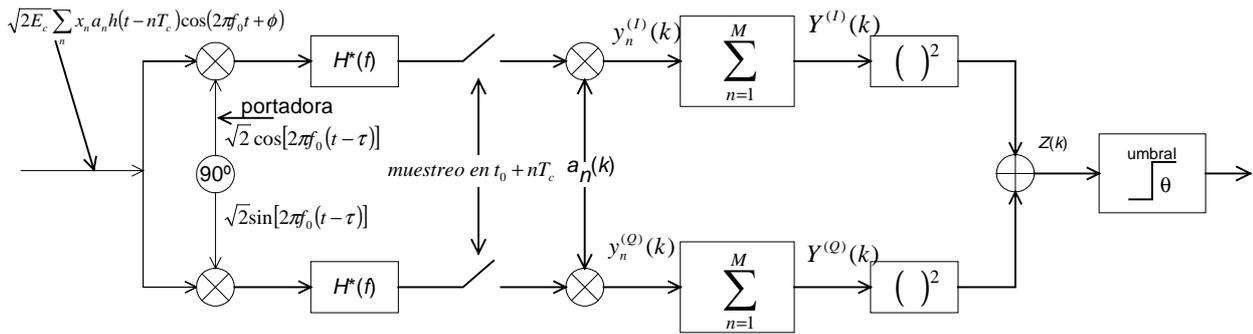


Figura 52. Estructura óptima de los filtros de detección de las secuencias de acceso

Tal y como se muestra en la misma figura, para un cierto usuario k , la señal de entrada sigue la expresión $s(t) = \sqrt{2E_c(k)} \sum_n x_n(k) a_n(k) h(t - nT_c) \cos(2\pi f_0 t + \phi_k)$, donde E_c representa la energía por chip, $h(t)$ es la respuesta impulsional del canal y x_n es la señal de información que modula la secuencia código a_n . Teniendo en cuenta nuestro esquema de acceso, escogemos $x_n(k)=1$ para todo n , es decir, enviamos un solo bit, sin modular $a_n(k)$. Con estos supuestos, la esperanza de la correlación entre la señal de entrada y la copia local de la secuencia a detectar, para las componentes en fase y en cuadratura de $Y(k)$, tiene la siguiente expresión [17]:

$$\begin{aligned} E[Y^{(I)}(k)] &= M \sqrt{E_c(k)} (\cos \phi_k) R(\tau) \\ E[Y^{(Q)}(k)] &= M \sqrt{E_c(k)} (\sin \phi_k) R(\tau) \end{aligned} \quad (3.60)$$

donde

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 \cos(2\pi f \tau) df \quad (3.61)$$

y M es el número de chips de la secuencia (si corresponden a un solo bit, este valor será igual a la ganancia de procesamiento o factor de ensanchamiento espectral). El pico del filtro adaptado se dará para $\tau=0$, lo que a su vez implica que $R(\tau)=1$ para cualquier filtro de entrada $|H(f)|$. Dado que ambas señales Y son elevadas al cuadrado y sumadas, el término de fase ϕ_k resulta irrelevante, siempre que supongamos que este valor permanece constante durante la transmisión de los M chips.

Por otro lado, la varianza de ambas componentes es [17]:

$$\text{Var}(Y^{(I)}) = \text{Var}(Y^{(Q)}) = \frac{MI_0}{2} \quad (3.62)$$

donde

$$I_0 = N_0 + \sum_{j \neq k} E_c(j) \int \frac{|H(f)|^4}{T_c} df \quad (3.63)$$

I_0 representa la suma del ruido térmico N_0 y la interferencia total causada por el resto de usuarios. Para un filtro con respuesta impulsional limitada en tiempo, el valor de la integral en (3.63) es $2/3$. Por tanto, y asumiendo que existe un control de potencia que mantiene el mismo E_c para todos los usuarios, la varianza de tanto la componente en fase como la componente en cuadratura es:

$$\text{Var}(Y) = \frac{MI_0}{2} = \frac{M}{2} \left(N_0 + \frac{2}{3}(k-1)E_c \right) \quad (3.64)$$

siendo k el número de peticiones de acceso simultáneamente transmitidas. Para encontrar las probabilidades de detección y falsa alarma de la estructura completa del receptor debemos tener en cuenta las condiciones de propagación del canal. Consideraremos un entorno con desvanecimientos tipo Rayleigh, típico de los canales móviles radio.

Nótese que la variable de decisión es $Z = [Y^{(I)}]^2 + [Y^{(Q)}]^2$. Puede demostrarse que el diagrama mostrado en la Figura 52 es óptimo para señales de fase desconocida, según el criterio de optimización de Bayes o de Newman-Pearson [46]. Haciendo uso de este último, el diseño del sistema consiste en fijar un cierto umbral de decisión θ para obtener una cierta probabilidad de falsa alarma deseada. El criterio garantiza que el valor escogido es aquel que maximiza la probabilidad de detección para ese valor de probabilidad de falsa alarma. Estas probabilidades se obtienen de integrar dos funciones de verosimilitud en Z , dependiendo de las posibles hipótesis iniciales: $p_0(Z)$ bajo el supuesto de que no se ha transmitido ninguna señal, y $p_1(Z)$ bajo el supuesto de que la secuencia a detectar sí fue transmitida. Con diversidad en antena de orden D , es decir, sumando las contribuciones de D señales Z independientes, provenientes del mismo número D de antenas y receptores (de un modo similar a la integración post-detección usada en [17]), estas funciones vienen dadas por:

$$p_0(Z) = \frac{Z^{D-1} e^{-Z/V}}{(D-1)! V^D} \quad (3.65)$$

$$p_1(Z) = \frac{Z^{D-1} e^{-\frac{Z}{V+S^2\sigma^2}}}{(D-1)! (V+S^2\sigma^2)^D} \quad (3.66)$$

donde V es el doble de la varianza de cada componente Y y S^2 es su media cuadrática, que se obtiene de la suma de las medias al cuadrado de las componentes en fase y en cuadratura. Por otro lado, si definimos $V_F = M(I_0 + ME_c)$, las funciones de verosimilitud resultan:

$$\begin{aligned}
p_0(Z) &= \frac{Z^{D-1} e^{-Z/V}}{(D-1)! V^D} \\
p_1(Z) &= \frac{Z^{D-1} e^{-Z/V_F}}{(D-1)! V_F^D}
\end{aligned}
\tag{3.67}$$

Finalmente, las probabilidades de detección y falsa alarma se obtienen de evaluar la integral de la función correspondiente de verosimilitud entre el valor del umbral θ e infinito, de donde concluimos que:

$$P_f = \int_{\theta}^{\infty} p_0(Z) dZ = e^{-\theta/V} \sum_{k=0}^{D-1} \frac{\left(\frac{\theta}{V}\right)^k}{k!}
\tag{3.68}$$

$$P_d = \int_{\theta}^{\infty} p_1(Z) dZ = e^{-\theta/V_F} \sum_{k=0}^{D-1} \frac{\left(\frac{\theta}{V_F}\right)^k}{k!}
\tag{3.69}$$